

§3.1 广义实数集与广义实函数

Def. 称 $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$ 为广义实数集

在 $\bar{\mathbb{R}}$ 上定义如下运算:

$$\pm\infty + \pm\infty = \cancel{\infty} \pm \pm\infty = \pm\infty + \cancel{\infty} = \pm\infty$$

$$\pm\infty - \mp\infty = \cancel{\infty} - \mp\infty = \pm\infty - \cancel{\infty} = \pm\infty$$

Rem. 不能定义 $+\infty + (-\infty)$ 等运算.

$$(\pm\infty)(\pm\infty) = +\infty$$

$$(\pm\infty)(\mp\infty) = -\infty$$

$$\cancel{\infty} \cdot (\pm\infty) = (\pm\infty) \cdot \cancel{\infty} = \begin{cases} \pm\infty, & \cancel{\infty} > 0 \\ 0, & \cancel{\infty} = 0 \\ \mp\infty, & \cancel{\infty} < 0 \end{cases}$$

Def. 设 E 是一非空集族, 则称 $\mu: E \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ 为广义实值集函数

例1 (1) 取 $E = 2^N$, μ 表示 E 中所含元素个数 (计数测度)

(2) E 为一维区间的全体, μ 为区间的长度