

## การหารากที่สามด้วยเครื่องคิดเลขแบบธรรมดา

จากความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตที่ว่า  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$  เมื่อ  $|x| < 1$  ถ้าให้  $x = \frac{1}{4}$  จะได้ว่า

$$\frac{1}{1-1/4} - 1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} + \frac{1}{4^6} + \frac{1}{4^7} + \frac{1}{4^8} + \dots \quad (\text{สมการที่ 1})$$

$$= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^{14}} + \frac{1}{2^{16}} + \dots \quad (\text{สมการที่ 2})$$

$$= \frac{1}{2^2} \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) \dots \quad (\text{สมการที่ 3})$$

ใช้สมการที่ 2 หารากที่สามของ  $y$  จะได้

$$y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^{14}} + \frac{1}{2^{16}} + \dots}$$

(สมการที่ 4)

ใช้สมการที่ 3 หารากที่สามของ  $y$  จะได้

$$y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2^2} \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) \dots}$$

(สมการที่ 5)

จากผลที่ได้ แสดงว่า เราสามารถหารากที่สาม ด้วยเครื่องคิดเลขแบบธรรมดา (ที่มีปุ่ม  $\sqrt{x}$  แต่ไม่มีปุ่ม  $x^y$ )

เช่น  $8^{(1/2^2+1/2^4)}$  หาค่าได้ด้วยการกดปุ่มของเครื่องคิดเลขตามลำดับดังนี้  $8 \sqrt{\sqrt{\times}} 8 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\times}}}} =$

หรือ  $8^{(1/2^2)(1+1/2^2)(1+1/2^4)}$  หาค่าได้ด้วยการกดปุ่มตามลำดับดังนี้  $8 \sqrt{\sqrt{\times}} \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\times}}}} \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\times}}}}}} =$

ตารางข้างล่างนี้ แสดงการใช้สมการที่ 4 กับ 5 เพื่อคำนวณรากที่สามของ 27 ด้วยโปรแกรม Calculator ของ Windows พบว่า การใช้สมการที่ 5 ใช้จำนวนครั้งของการกดปุ่มที่น้อยกว่าการใช้สมการที่ 4 (โดยได้ผลที่มีความแม่นยำพอ ๆ กัน)



ลำดับปุ่มที่กด เพื่อคำนวณตามสมการที่ 4	ลำดับปุ่มที่กด เพื่อคำนวณตามสมการที่ 5
CE MC 2 7 M+ √ 2 ครั้ง × MR √ 4 ครั้ง × MR √ 6 ครั้ง × MR √ 8 ครั้ง × MR √ 10 ครั้ง × MR √ 12 ครั้ง × MR √ 14 ครั้ง × MR √ 16 ครั้ง = ได้คำตอบ 2.999949709941997 (กดปุ่มทั้งสิ้น 92 ครั้ง)	CE 2 7 √ 2 ครั้ง × √ 2 ครั้ง × √ 4 ครั้ง × √ 8 ครั้ง = ได้คำตอบ 2.999949709941997 (กดปุ่มทั้งสิ้น 23 ครั้ง)
ถ้าต้องการคำตอบที่แม่นยำขึ้นก็สามารถกดคำนวณต่อได้ ในตัวอย่างที่แสดงนี้ ขอกดเพื่อให้การคำนวณด้วยสมการ 4 และ 5 ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำพอ ๆ กัน	

จงเขียนฟังก์ชันต่าง ๆ ในโปรแกรมข้างล่างนี้

```
def sqrt_n_times(x, n):  
    # คำนวณค่าที่เป็นการนำค่าใน x มาคูณด้วย √ เป็นจำนวน n ครั้ง  
  
    ???  
  
def cube_root(y):  
    # คำนวณค่าประมาณของรากที่สามของ y โดยใช้วิธีที่เป็นการคูณด้วยสูตร  
    #  $y^{(1/2^2)(1+1/2^2)(1+1/2^4)(1+1/2^8)(1+1/2^{16})(1+1/2^{32})}$   
    # ข้อแนะนำ: เรียกใช้ฟังก์ชัน sqrt_n_times  
  
    ???  
  
def main():  
    q = float(input())  
    print(cube_root(q))  
  
exec(input()) # DON'T remove this line
```

### ข้อมูลนำเข้า

คำสั่งภาษา Python ที่ต้องการให้ทำงาน

### ข้อมูลส่งออก

ผลที่ได้จากการสั่งทำงานคำสั่งที่ได้รับ

### ตัวอย่าง

คำสั่ง `exec ( x )` สั่งให้ระบบทำคำสั่งที่เก็บในสตริง `x` เช่น `exec ("a = 7")`  
ก็คือให้ระบบทำคำสั่ง `a = 7`  
ดังนั้น `exec(input())` แทนการรับสตริงคำสั่งทางแป้นพิมพ์ แล้วสั่งให้คำสั่งนั้น  
ทำงาน เช่น เมื่อทำงาน แล้วผู้ใช้ป้อน `main()` คำสั่ง `exec(input())` ก็คือ  
`exec("main()")` คือสั่งให้ฟังก์ชัน `main()` ทำงานนั่นเอง

input (จากแป้นพิมพ์)	output (ทางจอภาพ)
<code>print(sqrt_n_times(10**8,3))</code>	10.0
<code>print(round(cube_root(27), 4))</code>	3.0
<code>print(cube_root(5)**3, (5**(1/3))**3)</code>	5.000000000000001 4.999999999999998
<code>main()</code> 27	2.999999999999999