Giới thiệu môn học: XÁC SUẤT THỐNG KÊ

- Xác suất thống kê là lĩnh vực toán học chuyên nghiên cứu về các quy luật của các đại lượng nhận một giá trị nào đó hoàn toàn ngẫu nhiên.
- Là một công cụ quan trọng cho kĩ sư trong việc đưa ra các kết luận khoa học khi chỉ có trong tay các quan sát thực tế hoặc các kết quả từ phòng thí nghiệm.
- **Nội dung:** (14 bài) bao gồm các vấn đề:
  - Biến cố, xác suất của một biến cố; Các phép toán xác suất.
  - Biến ngẫu nhiên (1 và 2 chiều); các đặc trưng của biến ngẫu nhiên;
  - Một số biến ngẫu nhiên thường gặp;
  - Mẫu ngẫu nhiên;
  - Các bài toán ước lượng;
  - Các bài toán kiểm định giả thuyết;
  - Bài toán hồi quy tuyến tính.

Tài liệu:

1. Tài liệu chính: **Xác suất và thống kê dành cho kỹ sư và các nhà khoa học, Trường ĐHTL, 2010, tái bản lần thứ nhất có chỉnh sửa bổ sung (Thư viện trường) (# 000004364)**.
2. Tài liệu tham khảo:
   - Vũ Viết Đào, Nguyễn Hữu Bảo, Nguyễn Ngọc Cừ , Hướng dẫn giải bài tập xác suất và thống kê toán học, Nhà xuất bản nông nghiệp, 1998. (# 000012859).
   - Nguyễn Hữu Bảo, Xác suất thống kê, Nxb Xây Dựng, 2004.
   - Đặng Hùng Thắng, Bài tập xác suất, NXB Giáo dục, tái bản lần 7 (2007).

Yêu cầu môn học

- Số tiết lí thuyết: 30; Số tiết bài tập: 15
- **Điểm học phần**$=$ Điểm thi kết thúc học phần $\times 60\% +$ Điểm quá trình $\times 40\%$
- Điểm quá trình$=$ 40% **điểm bài kiểm tra giữa kỳ** (1 bài)$+30\%$ **điểm chuyên cần**$+30\%$ **điểm bài tập**.
  - Nghỉ một buổi bài tập trừ 1.0 điểm chuyên cần;
  - Nghỉ quá 20% số tiết sẽ không được dự thi học phần.
  - **Điểm bài tập**: Điểm lên bảng chữa bài tập là chính; Ngoài ra có điểm từ bài kiểm tra nhanh (5-10phút); điểm trả lời tích cực trong giờ học; điểm kiểm tra vở,...

Bài 1: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Vũ Mạnh Tới

Bộ môn Toán-Trường Đại học Thủy lợi

Ngày 16 tháng 4 năm 2024

1.1. Biến cố và các phép toán của biến cố:

1.1.1. Phép thử:

- Phép thử: là một thí nghiệm mà ta không biết trước kết quả xảy ra, nhưng có thể dự đoán được các khả năng có thể xảy ra.
- Không gian mẫu: Tập hợp tất cả các khả năng có thể xảy ra của một phép thử.
  - Mỗi khả năng xảy ra được gọi là một điểm mẫu.
  - Ký hiệu: Ω; Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|$.

Ví dụ:

- Ví dụ 1: Gieo một đồng xu, ở đây
  Phép thử là: Gieo một đồng xu; $\Omega = \{S, \quad N\} \to |\Omega| = 2$.
- Ví dụ 2: Gieo đồng thời 2 con xúc xắc là 1 phép thử;
  $\Omega = \{(x, y) \mid x = 1, 2, .., 6; y = 1, 2, .., 6\} =$
  $\{(1, 1);\ (1, 2);\ \dots\ ;\ (6, 6)\} \to |\Omega| = 36$.
- Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 3 quân bài từ một cỗ bài. Hỏi $|\Omega| = ?$

1.1.2. Biến cố:

Biến cố là sự kiện trong một phép thử, do đó biến cố là một tập con của không gian mẫu. Ký hiệu:

$$A,\ \ B, C; A_1; A_2; \ldots$$

-Số phần tử của A được ký hiệu $|A|$.

Chú ý:

- Có 2 loại biến cố đặc biệt:
  - Biến cố chắc chắn: Ω: 100% xảy ra.
  - Biến cố không thể: $\emptyset$: 0% xảy ra.
- Các biến cố sơ cấp: là các biến cố đơn giản nhất, không thể biểu diễn qua các biến cố khác.
- Hai biến cố độc lập: là hai biến cố mà khả năng xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến khả năng xảy ra của biến cố kia.

Một số phép toán biến cố.

1. Hợp của 2 biến cố: $A \cup B$: xảy ra A hoặc xảy ra B hoặc xảy ra cả hai.
2. Giao của 2 biến cố: $A \cap B$: xảy ra A và xảy ra B.
3. Biến cố đối: $\overline{A}$ là biến cố đối (bù) của biến cố A, là biến cố không xảy ra A.

Hai biến cố xung khắc: $A \cap B = \emptyset$.

Định lí De Morgan:

- Đối với hai biến cố: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$; $\quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- Đối với n biến cố:

$$\overline{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \cdots \cap \overline{A_n};$$

$$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \cdots \cup \overline{A_n}.$$

Ví dụ 3:

Ba xạ thủ A, B, C bắn mỗi người một viên đạn vào một mục tiêu. Gọi
A : " xạ thủ A bắn trúng",
B : "xạ thủ B bắn trúng",
C : "xạ thủ C bắn trúng".

a) Hãy mô tả bằng lời các biến cố sau: ABC, $\overline{ABC}$, $A \cup B \cup C$.

b) Xét các biến cố:
D : " Có ít nhất một xả thủ bắn trượt"
E : "Chỉ có một xạ thủ bắn trúng"
F : "Chỉ có xạ thủ C bắn trúng".
Hãy biểu diễn các biến cố này theo các biến cố A, B, C.

1.2. Nhắc lại một số quy tắc đếm:

1.2.1. Quy tắc nhân

Nếu một công việc được chia ra làm k công đoạn, công đoạn 1 có n_1 cách thực hiện, công đoạn 2 có n_2 cách thực hiện,. . . , công đoạn k có n_k cách thực hiện, thì số cách thực hiện xong công việc là $n_1 n_2 \dots n_k$ cách.

Ví dụ: Có bao nhiêu cách lấy ra lần lượt có hoàn lại 3 quân bài từ một cỗ bài 52 quân?

1.2.2. Quy tắc cộng

Nếu một công việc được chia thành k trường hợp, trường hợp 1 có n_1 cách thực hiện, trường hợp 2 có n_2 cách thực hiện,. . . , trường hợp k có n_k cách thực hiện, thì số cách thực hiên xong công việc đó là $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ cách.

Ví dụ: Gieo hai con xúc xắc đồng chất. Có bao nhiêu khả năng xảy ra tổng số chấm nhỏ hơn 8.

1.2.3. Hoán vị

- Định nghĩa: Một hoán vị là một sắp xếp của toàn bộ hoặc một bộ phận của một tập n phần tử phân biệt.
- Định lí: Số hoán vị của n phần tử phân biệt là $P_n = n!$.
- Ví dụ: Có bao nhiêu cách xếp 10 người vào ngồi một dãy 10 ghế? (ĐS: $P_{10} = 10!$).
- Số hoán vị của k phần tử phân biệt trong n phần tử chính là số cách lấy ra k phần tử phân biệt có sắp thứ tự từ một tập có n phần tử phân biệt (chỉnh hợp chập k của n) là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- Số cách lấy ra một tập k phần tử phân biệt không có thứ tự từ một tập có n phân tử phân biệt (tổ hợp chập k của n) là

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Chú ý:

- Để dùng chỉnh hợp, tổ hợp hay hoán vị thì các phần tử phải phân biệt.
- Tổ hợp: các phần tử không có thứ tự
- Chỉnh hợp thì các phần tử có thứ tự sắp.

Ví dụ: Có bao nhiêu cách lấy ra 3 quân bài từ một cỗ bài 52 quân theo phương thức:
a) Lấy cùng một lúc.
b) Lấy lần lượt không hoàn lại.
c) Lấy lần lượt có hoàn lại.

1.2.4. Phân hoạch

- Phân hoạch là một cách sắp xếp n phần tử vào r ngăn mà các phần tử không có thứ tự, các ngăn có các phần tử không trùng lặp.
- Số cách phân hoạch một tập n phần tử thành r ngăn trong đó ngăn 1 có n_1 phần tử, ngăn 2 có n_2 phần tử,. . . , ngăn thứ r có n_r phần tử là:

$$C_n^{n_1,n_2,\ldots,n_r} = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_{r!}} \qquad (n_1 + n_2 + \cdots + n_r = n)$$

Ví dụ: Có bao nhiêu cách phân chia công việc cho một đội cảnh sát Giao thong gồm có 10 người. Trong đó yêu cầu là phải có 2 người trực ở cơ quan, 4 người đi tuần, 2 người đi họp và 2 người làm nhiệm vụ liên kết các đội khác.

Xác suất của biến cố A là 1 con số đặc trưng cho khả năng xuất hiện của biến cố đó, được kí hiệu $P(A)$:Khi khả năng của các điểm mẫu là như nhau, ta có

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Lưu ý:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\varnothing) = 0$; $P(\Omega) = 1$.

Ví dụ: Một đồng xu (đồng chất) được tung 2 lần. Xác suất để ít nhất một mặt ngửa xuất hiện là bao nhiêu?

Các bước giải bài toán tính xác suất của biến cố bằng định nghĩa:

- Xác định phép thử, từ đó suy ra không gian mẫu Ω và số phần tử của không gian mẫu (tính $|\Omega|$).
- Xác định chính xác biến cố và đặt tên biến cố.
- Đếm số trường hợp có lợi cho biến cố đó (tính $|A|$).
- Tính xác suất theo công thức.

Một số ví dụ

Ví dụ 1: Rút ngẫu nhiên đồng thời 5 quân bài từ một bộ bài, hãy tìm xác suất để rút được 2 cây Át và 3 cây J.

Ví dụ 2: Trong một túi có 10 quả bóng xanh và 5 quả bóng đỏ, ta lấy ra đồng thời 3 quả bóng. Tính xác suất để:

- Có đúng 2 quả bóng đỏ.
- Ít nhất một quả bóng đỏ.

Ví dụ 3: Trong một túi có 6 quả bóng xanh và 5 quả bóng đỏ, 4 bóng vàng, ta lấy ra lần lượt có hoàn lại 3 quả bóng. Tính xác suất để:

- Có đúng 2 quả bóng đỏ.
- Có đúng 2 màu trong số 3 quả bóng.
- Có ít nhất một quả bóng xanh.

Ví dụ 4: Hãy giải Ví dụ 3, nhưng lúc này ta lấy ra lần lượt không hoàn lại 3 quả bóng.

Các nội dung chính trong bài giảng buổi 1:

- Khái niệm phép thử, không gian mẫu và biến cố. Mối quan hệ giữa các biến cố, các phép toán biến cố.
- Ghi nhớ và phân biệt các quy tắc đếm, vận dụng chúng để đếm các điểm mẫu của không gian mẫu và biến cố.
- Định nghĩa xác suất của một biến cố.

Bài tập về nhà (Trong Giáo trình)

- Không bắt buộc: 4, 8,16,17**Trang (27-30)**;
- **Bắt buộc:** 10,11, 16,18,27**(37-39)**; 9,10,11,12**(46)**