

# BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 1 - NĂM 2009-2010

+ Định nghĩa xác suất cổ điển.

+ Các bài toán tìm xác suất dựa vào định nghĩa xác suất.

## Bài tập: 2.1 Không gian mẫu, 2.2 Biến cố

**1.1 (1.t25)** Liệt kê tất cả các phần tử của không gian mẫu trong các câu sau

(a) Tập tất cả các số nguyên từ 1 đến 50 và chia hết cho 8;

(b) Tập  $S = \{x | x^2 + 4x - 5 = 0\}$ ;

(c) Tập tất cả các kết quả có thể khi tung đồng xu cho tới khi mặt sấp xuất hiện hoặc ba mặt ngửa xuất hiện thì dừng lại.

(d) Tập  $S = \{x | x \text{ là một đại lục}\}$ ;

(e) Tập  $S = \{2x - 4 \geq 0 \text{ và } x < 1\}$ .

**1.2 (4.t26)** Một phép thử bao gồm tung 2 con xúc xắc, một con màu đỏ và một con màu xanh, rồi ghi lại số chấm xuất hiện trên mỗi con. Nếu  $x$  là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc màu xanh và  $y$  là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc màu đỏ, hãy mô tả không gian mẫu  $S$  bằng 2 cách:

(a) Liệt kê tất cả các phần tử  $(x, y)$ ;

(b) Chỉ ra quy luật của các phần tử trong  $S$ .

**1.3 (6.t26)** Hai thành viên của ban bồi thẩm được lựa chọn từ 4 người để tham dự một cuộc xử án. Dùng ký hiệu  $A_1 A_3$  để chỉ biến cố người thứ nhất và người thứ 3 được chọn. Hãy liệt kê 6 phần tử của không gian mẫu.

**1.4 (17.t28)** Cho  $A, B, C$  là các biến cố liên quan đến không gian mẫu  $S$ . Khi dùng sơ đồ Venn, hãy bôi đen vùng tương ứng với các biến cố:

(a)  $\overline{(A \cap B)}$ ;

(b)  $\overline{(A \cup B)}$ ;

(c)  $(A \cap C) \cup B$ .

## Bài tập: 2.3 Đếm các điểm mẫu, 2.4 Xác suất của một biến cố

**1.5 (6.t35)** Một cuộc nghiên cứu được thực hiện tại California đã chỉ ra 7 nguyên tắc đơn giản để có thể kéo dài tuổi thọ trung bình của nam giới thêm 11 năm và của nữ giới thêm 7 năm. Bảy quy tắc đó là: không hút thuốc, tập thể dục đều đặn, uống rượu ở mức vừa phải, ngủ từ 7 đến 8 tiếng một ngày, duy trì mức cân phù hợp, ăn sáng, không ăn giữa các bữa. Có bao nhiêu cách để một người thực hiện đúng 5 trong 7 quy tắc trên nếu:

(a) Người đó có khả năng vi phạm bất kỳ một nguyên tắc nào trong các nguyên tắc trên.

(b) Người đó không bao giờ uống rượu và luôn ăn sáng.

ĐS: (a) 21 (b) 15

**1.6 (12.t44)** Chọn ngẫu nhiên 3 quyển sách từ một giá sách gồm 5 quyển tiểu thuyết, 3 quyển thơ và một quyển từ điển. Tìm xác suất để:

(a) Quyển từ điển được chọn;

(b) Hai quyển tiểu thuyết và một quyển thơ được chọn.

ĐS: (a)  $1/3$  (b)  $5/14$

**1.7 (10.t44)** Gieo đồng thời hai con xúc xắc. Tìm xác suất để nhận được:

(a) Tổng số chấm là 8;

(b) Tổng số chấm lớn nhất là 5.

ĐS: (a)  $5/36$  (b)  $10/36$

**1.8 (9.t44)** Mỗi mục trong một danh mục liệt kê được mã hóa với 3 chữ cái đứng trước và 4 chữ số khác không đứng sau. Tìm xác suất để khi chọn ngẫu nhiên một mục trong danh mục trên ta được chữ cái đầu tiên là một nguyên âm và chữ số cuối cùng là số chẵn. (Tiếng Anh có 26 chữ cái với 5 nguyên âm).

ĐS:  $10/117$

**1.9 (11.t44)** Lấy lần lượt hai quân bài từ một cỗ bài theo phương thức không hoàn lại. Tính xác suất để cả hai quân bài đều lớn hơn 2 và nhỏ hơn 8.

ĐS: 95/663

**1.10 (12.t61)** Từ một hộp đựng 6 quả bóng đen và 4 quả bóng xanh, lần lượt lấy ra 3 quả bóng theo phương thức có hoàn lại. Tìm xác suất để:

(a) Cả 3 quả bóng được lấy ra cùng màu;

(b) 3 quả bóng lấy ra có đủ cả 2 màu.

ĐS: (a) 7/25 (b) 18/25

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 2 - NĂM 2009-2010

+ Các định lý về phép toán xác suất.

+ Công thức đầy đủ, công thức Bayess.

### Bài tập: 2.5 Quy tắc cộng

**2.1 (5.t43)** Xác suất để một ngành kinh doanh của Mỹ có trụ sở ở Munich là 0,7; xác suất để nó có trụ sở ở Brussels là 0,4 và xác suất để nó có trụ sở ở Munich hoặc Brussels hoặc cả hai là 0,8. Tính xác suất để ngành kinh doanh đó có trụ sở:

(a) Ở cả hai thành phố trên?

(b) Không ở thành phố nào trong hai thành phố trên?

ĐS: (a) 0,3 (b) 0,2

**2.2 (6.t43)** Từ kinh nghiệm của mình, một người mua bán cổ phiếu tin rằng, với điều kiện kinh tế hiện nay một khách hàng sẽ đầu tư vào trái phiếu miễn thuế với xác suất là 0,6, đầu tư vào chứng chỉ quỹ với xác suất là 0,3 và đầu tư vào cả hai loại trên với xác suất là 0,15. Tìm xác suất để tại thời điểm này một khách hàng sẽ:

(a) Đầu tư vào trái phiếu miễn thuế hoặc chứng chỉ quỹ?

(b) Không đầu tư vào trái phiếu miễn thuế cũng không đầu tư vào chứng chỉ quỹ?

ĐS: (a) 0,75 (b) 0,25

**2.3 (15.t44)** Một lớp học có 100 sinh viên, trong đó có 54 sinh viên học toán, 69 sinh viên học lịch sử và 35 sinh viên học cả toán và lịch sử. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên, tìm xác suất để:

(a) Sinh viên đó học cả toán và lịch sử;

(b) Sinh viên đó không học cả hai môn;

(c) Sinh viên đó học lịch sử nhưng không học toán.

ĐS: (a) 0,35 (b) 0,65 (c) 0,34

### Bài tập: 2.6 Xác suất có điều kiện, 2.7 Quy tắc nhân

**2.4 (19.t54)** Trong 1 hộp thuốc có 2 lọ Aspirin và 3 lọ Thyroid. Trong 1 hộp khác có 3 lọ Aspirin, 2 lọ Thyroid và 1 lọ Laxative. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên 1 lọ, tìm xác suất để:

(a) Cả 2 lọ đều chứa Thyroid;

(b) Không lọ nào chứa Thyroid;

(c) 2 lọ chứa 2 loại thuốc khác nhau.

ĐS: (a) 1/5 (b) 4/15 (c) 3/5

**2.5 (10.t53)** Trong các cặp vợ chồng sống ở 1 vùng ngoại ô, xác suất để người chồng tham gia bỏ phiếu trong 1 cuộc trưng cầu dân ý là 0,21; xác suất để người vợ tham gia bỏ phiếu là 0,28; và xác suất để cả 2 cùng tham gia bỏ phiếu là 0,15. Tìm xác suất để:

(a) Có ít nhất 1 người trong gia đình tham gia bỏ phiếu;

(b) Người vợ sẽ tham gia bỏ phiếu, biết rằng chồng cô ta cũng tham gia bỏ phiếu;

(c) Người chồng sẽ tham gia bỏ phiếu, biết rằng vợ anh ta không tham gia bỏ phiếu.

ĐS: (a) 0,34 (b) 0,714 (c) 0,0833

**2.6 (3.t51)** Cho một mẫu ngẫu nhiên gồm 200 người đã trưởng thành, được phân loại theo giới tính và trình độ học vấn như sau:

Trình độ học vấn	Nam	Nữ
Sơ cấp	38	45
Trung cấp	28	50
Cao đẳng	22	17

Nếu một người được chọn ngẫu nhiên từ nhóm này, tìm xác suất để

(a) Người được chọn là nam giới, biết rằng người đó có trình độ trung cấp;

(b) Người được chọn không có trình độ cao đẳng, biết rằng người đó là nữ giới.

ĐS: (a) 14/39 (b) 95/112

**2.7 (5.t52)** Một lớp học có 100 sinh viên trong đó có 42 sinh viên học toán, 68 sinh viên học tâm lý, 54 sinh viên học lịch sử, 22 sinh viên học cả toán và lịch sử, 25 sinh viên học cả toán và tâm lý, 7 sinh viên học lịch sử nhưng không học toán và tâm lý, 10 sinh viên học cả 3 môn và 8 sinh viên không học môn nào trong 3 môn nói trên. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên, tìm xác suất để:

(a) Sinh viên đó học cả 3 môn, biết sinh viên đó đã học tâm lý;

(b) Sinh viên đó học cả toán và lịch sử, biết sinh viên đó không học tâm lý.

ĐS: (a) 5/34 (b) 3/8

**2.8 (13.t53)** Xác suất để một bác sỹ chuẩn đoán đúng một loại bệnh là 0,7. Nếu bác sỹ chuẩn đoán sai, xác suất để bệnh nhân bị chuẩn đoán sai phát đơn kiện đòi bồi thường là 0,9. Tìm xác suất để bác sỹ chuẩn đoán sai bệnh và bị bệnh nhân phát đơn kiện đòi bồi thường.

ĐS: 0,27

## Bài tập: 2.8 Quy tắc Bayes

**2.9 (7.t60)** Một xí nghiệp công nghiệp lớn cung cấp chỗ nghỉ qua đêm cho khách hàng tại 3 khách sạn. Biết rằng 20% khách hàng đặt phòng tại Ramadainn, 50% ở Sheraton và 30% ở Lake view. Tỷ lệ phòng bị hỏng hệ thống ống nước ở Ramadainn là 5%, ở Sheraton là 4% và ở Lake view là 8%. Tìm xác suất để:

(a) Một khách hàng sẽ đặt phòng ở hệ thống ống nước hỏng.

(b) Một khách hàng ở khách sạn Lake view, biết rằng người đó đặt phòng có hệ thống ống nước hỏng.

ĐS: (a) 0,054 (b) 4/9

**2.10 (8.t59)** Một cửa hàng bán sơn Latex và Semigloss. Tỷ lệ khách hàng mua sơn Latex là 75%; trong đó có 60% khách hàng mua kèm chổi lăn sơn. Tỷ lệ khách hàng mua sơn Semigloss kèm chổi lăn sơn là 30%. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng mua 1 thùng sơn kèm chổi lăn sơn, tính xác suất để khách hàng đó mua loại sơn Latex.

ĐS: 6/7

**2.11 (8.t12-NHB)** Tại nhà máy sản xuất cùng 1 loại máy thiết bị thủy lợi, các máy 1,2,3 sản xuất lần lượt 25%, 35%, 40% sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của 3 máy lần lượt là 5%, 4%, 2%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho sản phẩm chung của cả nhà máy thì thấy đó là phế phẩm. Tìm xác suất để phế phẩm đó là do máy 1 sản xuất.

ĐS: 25/69

## Các bài toán ôn tập chương II

**2.12 (9.t61)** Khả năng để một bệnh nhân hồi phục sau ca phẫu thuật tim là 0,8. Tìm xác suất để

(a) Đúng 2 trong số 3 bệnh nhân phải phẫu thuật tim còn sống sót.

(b) Cả 3 bệnh nhân phải phẫu thuật tim đều sống sót.

ĐS: (a) 0,128 (b) 0,512

**2.13 (1.t60)** Một loại thuốc chống nói dối có khả năng xác định để kết tội chính xác 90% nghi phạm. Nếu chọn 1 nghi phạm từ 1 nhóm nghi phạm chỉ có 5% là thực sự phạm tội, kết quả xác định bằng loại thuốc này kết luận anh ta phạm tội. Tìm xác suất để anh ta vô tội.

ĐS: 0,86

**2.14 (10.t61)** Trong 1 nhà tù liên bang có  $2/3$  số phạm nhân dưới 25 tuổi. Biết rằng  $3/5$  số tù nhân là nam,  $5/8$  số tù nhân là nữ hoặc lớn hơn hoặc bằng 25 tuổi. Chọn ngẫu nhiên 1 tù nhân, tìm xác suất để người đó là nữ và trên 25 tuổi.

ĐS: 13/120

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 3 - NĂM 2009-2010

+ Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc và liên tục + Phân phối xác suất rời rạc + Phân phối liên tục.

**Bài tập: 3.1 Khái niệm biến ngẫu nhiên, 3.2 Phân phối xác suất rời rạc, 3.3 Phân phối xác suất liên tục.**

**3.1 (3.t73)** Giả sử  $W$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lần xuất hiện mặt ngửa trừ đi số lần xuất hiện mặt sấp khi tung 1 đồng xu 3 lần. Liệt kê các phần tử của không gian mẫu  $S$  khi tung đồng xu 3 lần và ứng với mỗi điểm mẫu, xác định giá trị  $w$  của  $W$ .

**3.2 (5.t73)** Tìm  $c$  để mỗi hàm số sau là phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$ :

(a)  $f(x) = c(x^2 + 4)$  với  $x = 0, 1, 2, 3$

(b)  $f(x) = cC_x^2 C_3^{3-x}$  với  $x = 0, 1, 2$ .

ĐS: (a)  $c=1/30$  (b)  $c=1/10$

**3.3 (11.t74)** Một kiện hàng gồm 7 chiếc tivi trong đó có 2 chiếc bị hỏng. Một khách sạn mua ngẫu nhiên 3 chiếc. Gọi  $X$  là số chiếc bị hỏng mà khách sạn đó mua, tìm phân phối xác suất của  $X$ .

ĐS:  $P(X=0)=2/7$ ;  $P(X=1)=4/7$ ;  $P(X=2)=1/7$ ;

**3.4 (13.t75)** Phân phối xác suất của  $X$ , trong đó  $X$  là số lỗi trên 10 m vải sợi tổng hợp trong một súc vải có độ rộng giống nhau, được cho bởi bảng sau:

$X$	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01

Tìm hàm phân phối tích lũy của  $X$ .

**3.5 (12.t74)** Một công ty đầu tư phát hành đợt trái phiếu có kì hạn biến đổi theo năm. Gọi  $T$  là kì hạn tính theo năm của một trái phiếu được chọn ngẫu nhiên. Biết  $T$  có hàm phân phối tích lũy như sau:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & , t < 1 \\ 1/4 & , 1 \leq t < 3 \\ 1/2 & , 3 \leq t < 5 \\ 3/4 & , 5 \leq t < 7 \\ 1 & , t \geq 7 \end{cases}$$

Tìm:

(a)  $P(T = 5)$ .

(b)  $P(T > 3)$ .

(c)  $P(1,4 < T < 6)$ .

ĐS: (a)  $1/4$  (b)  $1/2$  (c)  $1/2$

**3.6 (9.t74)** Tỷ lệ người trả lời các thư chào hàng qua đường bưu điện là một biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5} & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; x \notin (0, 1) \end{cases}$$

(a) Hãy chứng minh  $P(0 < X < 1) = 1$ .

(b) Tìm xác suất để có từ  $1/4$  đến  $1/2$  số người được liên hệ trả lời các thư chào hàng nói trên.

ĐS: (b)  $19/80$

**3.7(21.t76)** Xét hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} k\sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases}$$

(a) Tìm  $k$ .

(b) Tìm  $F(x)$  và sử dụng nó để tính  $P(0,3 < X < 0,6)$ .

ĐS: (a)  $k=3/2$  (b)  $0,3004$

**3.8 (7.t74)** Thời gian (đơn vị đo: 100 giờ) mà một gia đình cho chạy một chiếc máy hút bụi trong một năm là biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x \notin (0, 2) \end{cases}$$

Tìm xác suất để trong một năm, một gia đình cho chạy máy hút bụi của họ

(a) Ít hơn 120 giờ.

(b) Từ 50 đến 100 giờ.

ĐS: (a)  $0,68$  (b)  $3/8$

**3.9 (14.t75)** Thời gian chờ tính theo giờ giữa 2 lần bắn liên tiếp của một thiết bị bắn tốc độ ô tô sử dụng công nghệ rada là một biến ngẫu nhiên liên tục có hàm phân phối tích lũy như sau:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-8x}, & x > 0 \end{cases}$$

Tìm xác suất để thời gian chờ đó ít hơn 12 phút.

(a) Sử dụng hàm phân phối tích lũy của  $X$ .

(b) Sử dụng hàm mật độ xác suất của  $X$ .

ĐS:  $0,798$

**3.10 (22.t76)** Rút ngẫu nhiên liên tiếp 3 quân bài từ một bộ bài. Tìm phân phối xác suất của số quân bích rút được.

ĐS:  $P(X=0)=703/1700$ ;  $P(X=1)=741/1700$ ;  $P(X=2)=117/850$ ;  $P(X=3)=11/850$

**3.11 (25.t76)** Một hộp chứa 4 đồng một hào và 2 đồng năm xu. Chọn ngẫu nhiên 3 đồng tiền. Tìm phân phối xác suất của tổng  $T$  của 3 đồng tiền. Biểu diễn phân phối xác suất này dưới dạng biểu đồ xác suất.

ĐS:  $P(X=20)=0,2$ ;  $P(X=25)=0,6$ ;  $P(X=30)=0,2$

**3.12 (26.t76)** Một hộp có 4 quả bóng đen và 2 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 3 quả bóng theo phương thức có hoàn lại. Tìm phân phối xác suất của số quả bóng xanh.

ĐS:  $P(X=0)=8/27$ ;  $P(X=1)=4/9$ ;  $P(X=2)=2/9$ ;  $P(X=3)=1/27$

# BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 4 - NĂM 2009-2010

+ Đại lượng ngẫu nhiên hai chiều phân phối đồng thời, phân phối biên duyên  
 + Hàm các đại lượng ngẫu nhiên.  
 + Mở rộng cho véctơ ngẫu nhiên nhiều chiều

## Bài tập: 3.5 Phân phối xác suất đồng thời

**4.1(1.t92)** Xác định giá trị của  $c$  để các hàm số sau là phân phối xác suất đồng thời của các biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  :

(a)  $f(x, y) = cxy$  với  $x = 1, 2, 3$  ;  $y = 1, 2, 3$ .

(b)  $f(x, y) = c|x - y|$  với  $x = -2, 0, 2$  ;  $y = -2, 3$ .

ĐS: (a) 1/36 (b) 1/15

**4.2(2.t92)** Cho phân phối xác suất đồng thời của  $X$  và  $Y$  là :  $f(x, y) = \frac{x+y}{30}$ , với  $x = 0, 1, 2, 3$  ;  $y = 0, 1, 2$ .

Tìm (a)  $P(X \leq 2, Y = 1)$

(b)  $P(X > 2, Y \leq 1)$

(c)  $P(X > Y)$

(d)  $P(X + Y = 4)$ .

ĐS: (a) 1/5 (b) 7/30 (c) 3/5 (d) 4/15

**4.3(3.t93)** Từ một túi trái cây gồm 3 quả cam, 2 quả táo và 3 quả chuối, lấy ngẫu nhiên ra 4 quả. Gọi  $X$  là số quả cam,  $Y$  là số quả táo được lấy ra, tìm :

(a) Phân phối xác suất đồng thời của  $X$  và  $Y$ . (b)  $P[(X, Y) \in A]$ , trong đó  $A$  là miền  $\{(x, y) | x + y \leq 2\}$ .

ĐS: (b) 1/2

**4.4(13.t94)** Giả sử  $X$  là số lần gặp sự cố của một cỗ máy điều khiển bằng số trong một ngày, và  $Y$  là số lần một thợ máy giỏi được gọi. Biết phân phối xác suất đồng thời của  $X$  và  $Y$  là :

$f(x, y)$	$x$	1	2	3
	1	0,05	0,05	0,1
$y$	2	0,05	0,1	0,35
	3	0	0,2	0,1

Tìm : (a) Phân phối biên duyên của  $X$ . (b) Phân phối biên duyên của  $Y$ . (c)  $P(Y = 3 | X = 2)$ .

ĐS: (c) 0,57

**4.5(4.t93)** Một cửa hàng rượu tư nhân tổ chức bán rượu tại quầy cho khách ngồi trong ô tô và trong các tủ trưng bày. Chọn ngẫu nhiên 1 ngày, gọi  $X$  và  $Y$  lần lượt là tỷ lệ thời gian hoạt động của quầy rượu và tủ trưng bày. Biết hàm mật độ đồng thời của  $X$  và  $Y$  là :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+y) & , 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & , \text{ tại các điểm khác} \end{cases}$$

Tìm : (a) Hàm mật độ biên duyên của  $X$ .

(b) Hàm mật độ biên duyên của  $Y$ .

(c) Xác suất để thời gian hoạt động của quầy rượu nhỏ hơn một nửa ngày.

ĐS: (c) 5/12

**4.6(6.t93)** Giả sử  $X$  và  $Y$  là tuổi thọ (tính theo năm) của hai bộ phận trong một hệ thống điện tử. Biết hàm mật độ đồng thời của các biến ngẫu nhiên này là:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & , x > 0, y > 0 \\ 0 & , \text{ tại các điểm khác} \end{cases}$$

Tìm  $P(0 < X < 1 | Y = 2)$ .

ĐS:  $1 - 1/e$

**4.7(23.t96)** Giả sử  $X, Y, Z$  có hàm mật độ xác suất đồng thời như sau :

$$f(x, y, z) = \begin{cases} kxy^2z & , 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad 0 < z < 2 \\ 0 & , \text{ tại các điểm khác} \end{cases}$$

(a) Tìm  $k$ .

(b) Tìm  $P(X < 1/4, Y > 1/2, 1 < Z < 2)$ .

ĐS: (a) 3 (b) 0,041

**4.8(5.t93)** Một công ty kẹo phân phối các hộp kẹo sôcôla tổng hợp với các loại nhân kem, nhân bơ cứng và nhân rượu . Giả sử trọng lượng của mỗi hộp là 1kg, nhưng trọng lượng của từng loại nhân kem, nhân bơ cứng và nhân rượu ở mỗi hộp là khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một hộp, gọi  $X$  và  $Y$  lần lượt là trọng lượng của kẹo sôcôla nhân kem và kẹo sôcôla nhân bơ cứng trong hộp đó. Biết hàm mật độ đồng thời của các biến ngẫu nhiên này là:

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy & , 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad x + y \leq 1 \\ 0 & , \text{ tại các điểm khác} \end{cases}$$

(a) Tìm xác suất để trong một hộp được chọn có lượng sôcôla nhân rượu lớn hơn 1/2 trọng lượng của hộp.

(b) Tìm hàm mật độ biên duyên của trọng lượng sôcôla nhân kem.

(c) Tìm xác suất để trọng lượng của kẹo sôcôla nhân bơ cứng trong một hộp ít hơn 1/8 kg biết rằng trọng lượng của kẹo sôcôla nhân kem trong hộp đó là 3/4 kg.

ĐS: (a) 1/16 (c) 1/4

### Các bài toán ôn tập chương III

**4.9(2.t97)** Một công ty bảo hiểm đưa ra một số phương thức thanh toán phí bảo hiểm cho những người có hợp đồng bảo hiểm với công ty. Chọn ngẫu nhiên một người có hợp đồng bảo hiểm, gọi  $X$  là số tháng giữa hai lần thanh toán phí bảo hiểm liên tiếp. Biết  $X$  có hàm phân phối tích lũy như sau :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 1 \\ 0,4 & ; \quad 1 \leq x < 3 \\ 0,6 & ; \quad 3 \leq x < 5 \\ 0,8 & ; \quad 5 \leq x < 7 \\ 1 & ; \quad x \geq 7 \end{cases}$$

(a) Tìm hàm xác suất của  $X$ .

(b) Tính  $P(4 < X \leq 7)$ .

ĐS: (b) 0,4

**4.10(5.t97)** Giả sử số cuộc điện thoại mà một tổng đài nhận được trong khoảng thời gian 5 phút là một biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm xác suất

$$f(x) = \frac{e^{-2} 2^x}{x!}, \text{ với } x = 0, 1, 2, \dots$$

(a) Xác định xác suất để  $X$  bằng 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

(b) Minh họa bằng đồ thị hàm xác suất của  $X$  tại các giá trị  $X$  nói trên.

(c) Xác định hàm phân phối tích lũy của  $X$  đối với các giá trị  $x$  đó.

**4.11(1.t96)** Một công ty sản xuất thuốc lá mà mỗi điếu gồm sợi thuốc lá Thổ Nhĩ Kỳ, sợi thuốc lá trong nước và các loại sợi thuốc lá khác. Gọi  $X, Y$  lần lượt là tỷ lệ sợi thuốc lá Thổ Nhĩ Kỳ, sợi thuốc lá trong nước trong mỗi điếu thuốc lá. Giả sử  $X, Y$  có hàm mật độ xác suất đồng thời như sau :

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy & , 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad x + y \leq 1 \\ 0 & , \text{ tại các điểm khác} \end{cases}$$

- (a) Tìm xác suất để trong một hộp thuốc lá được chọn, lượng sợi thuốc lá Thổ Nhĩ Kỳ chiếm hơn một nửa điều thuốc.
- (b) Tìm hàm mật độ biên duyên của tỷ lệ sợi thuốc lá trong nước.
- (c) Tìm xác suất để tỷ lệ sợi thuốc lá Thổ Nhĩ Kỳ ít hơn 1/8 nếu biết rằng tỷ lệ sợi thuốc lá trong nước là 3/4.
- ĐS: (a) 5/16 (c) 1/4

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 5 - NĂM 2009-2010

+ Kỳ vọng toán học và các tính chất của kỳ vọng. Cách tính kỳ vọng toán học  
+ Phương sai và các tính chất. Cách tính phương sai

### Bài tập: 4.1 Giá trị trung bình của biến ngẫu nhiên

**5.1(2.t105)** Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  là

$$f(x) = C_3^x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3.$$

Hãy tìm trung bình của  $X$ .

ĐS:  $EX = 3/4$

**5.2(5.t105)** Phân phối xác suất của  $X$ , số lỗi trên mười mét nào đó của một loại sợi vải tổng hợp được quán tròn với độ rộng đều nhau, đã cho trong Bài tập 13 trang 75 như sau

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,041	0,37	0,16	0,05	0,01

Hãy tìm số lỗi trung bình trên mỗi 10 mét của loại sợi vải nói trên.

ĐS:  $EX = 0,88$

**5.3(7.t105)** Bằng cách đầu tư vào cổ phần đã xác định, một người có thể kiếm được 4000USD một năm với xác suất 0,3 hoặc lỗ 1000USD với xác suất 0,7. Người này hy vọng sẽ kiếm được bao nhiêu trong một năm?

ĐS:  $EX = 500$  USD

**5.4(17.t107)** Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên với phân phối xác suất như sau:

$x$	-3	6	9
$f(x)$	1/6	1/2	1/3

Hãy tìm kỳ vọng của biến ngẫu nhiên  $g(X) = (2X + 1)^2$ .

ĐS:  $E(g(X)) = 209$

**5.5(12.t106)** Nếu lợi nhuận của một nhà kinh doanh ô tô, tính theo đơn vị 5000USD, thu được từ mỗi chiếc xe mới được xem như là một biến ngẫu nhiên  $X$  với hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & x \in (0;1) \\ 0, & x \notin (0;1) \end{cases}$$

Tìm lợi nhuận trung bình từ 1 chiếc ô tô

ĐS: 1666,67 USD

**5.6(15.t106)** Hàm mật độ của biến ngẫu nhiên liên tục  $X$ , biểu thị tổng số giờ (theo đơn vị 100 giờ) mà một gia đình sử dụng máy hút bụi trong một năm, được cho ở Bài tập 7 trang 61, như sau

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in (0;1) \\ 2-x, & x \in [1;2) \\ 0, & x \notin (0;1) \cup [1;2) \end{cases}$$



Hãy tìm số giờ sử dụng máy hút bụi trung bình của một gia đình trong một năm?

ĐS: 100h

**5.7(20.t107)** Biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật độ là

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{khi } x > 0 \\ 0, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

Hãy tìm kỳ vọng của biến ngẫu nhiên  $g(X) = e^{2X/3}$ .

ĐS:  $E(g(X)) = 3$

#### Bài tập: 4.2 Phương sai và Covariance

**5.8(2.t115)** Cho  $X$  là biến ngẫu nhiên với phân phối xác suất như sau:

$x$	-2	3	5
$f(x)$	0,3	0,2	0,5

Hãy tìm độ lệch chuẩn của  $X$ .

ĐS:  $\sigma = 3,04$

**5.9 (6.t115)** Tỷ lệ người trả lời các thư chào hàng qua đường bưu điện là một biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5} & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; x \notin (0, 1) \end{cases}$$

Hãy tìm phương sai của  $X$ .

ĐS:  $\sigma^2 = 0,082$ .

**5.10(11.t115)** Thời gian, tính theo đơn vị phút, để một chiếc máy bay nhận được giấy phép cất cánh tại một sân bay nào đó là biến ngẫu nhiên  $Y = 3X - 2$ , trong đó  $X$  là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 1/4e^{-x/4}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Hãy tìm giá trị trung bình và phương sai của biến ngẫu nhiên  $Y$ .

ĐS:  $EX = 10$ ;  $\sigma^2 = 144$ .

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 6 - NĂM 2009-2010

+ Hiệp phương sai (covariance), Hệ số tương quan  
 + Kỳ vọng phương sai của một tổ hợp tuyến tính các biến ngẫu nhiên  
 \* Tổng kết tín chỉ 1

#### Bài tập: 4.2 Phương sai và Covariance

**6.1(8.t126)** Giả sử  $X, Y$  là hai biến ngẫu nhiên độc lập với phân phối xác suất đồng thời như sau

$f(x, y)$	$x$ :	2	4
$y$	1	0,10	0,15
	3	0,20	0,30
	5	0,10	0,15

Hãy tìm (a)  $E(2X - 3Y)$ ;

(b)  $E(XY)$ .

ĐS: (a) -2,6 (b) 9,6

**6.2(21.tr127)** Nếu hàm mật độ đồng thời của  $X$  và  $Y$  được cho như sau :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{7}(x+2y) & ; (x, y) \in (0,1) \times (1,2) \\ 0 & ; (x, y) \notin (0,1) \times (1,2) \end{cases}$$

- (a) Tìm kỳ vọng của  $\frac{X}{Y^3} + X^2Y$ . (b) Tìm covaricance của  $X$  và  $Y$ .

ĐS: (a) 37/63 (b)-1/882

**6.3(2.t128)** Tìm covariance và hệ số tương quan của các biến ngẫu nhiên  $X$  và  $Y$  biết hàm mật độ đồng thời như sau:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y) & ; (x, y) \in (0,1) \times (0,1) \\ 0 & ; (x, y) \notin (0,1) \times (0,1) \end{cases}$$

ĐS:  $\sigma_{XY} = -1/144$ .

**6.4(1.t97\_DHH)** Cho biến ngẫu nhiên 2 chiều với bảng phân phối xác suất đồng thời như sau:

$f(x,y)$	$x$	20	40	60
$y$	10	$3\lambda$	$\lambda$	0
	20	$2\lambda$	$4\lambda$	$2\lambda$
	30	$\lambda$	$2\lambda$	$5\lambda$

- (a) Tìm  $\lambda$ . (b) Lập bảng phân phối của  $X$  và  $Y$ . (c) Tính hệ số tương quan của  $X$  và  $Y$ .

ĐS: (a) 1/20 (c) 0,5646

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 7 - NĂM 2009-2010

**+ Một số phân phối xác suất thường gặp trong trường hợp rời rạc và liên tục**

**Bài tập: 5.2 Phân phối đều rời rạc – 5.3 Phân phối nhị thức và đa thức**

**7.1 (1.t137)** Một nhân viên được chọn từ một nhóm gồm 10 nhân viên, để làm quản lí một dự án, bằng cách chọn ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp gồm 10 chiếc được đánh số từ 1 đến 10. Hãy tìm công thức phân phối xác suất của số  $X$  ghi trên thẻ được rút. Tính xác suất để  $X$  nhỏ hơn 4?

**7.2 (4.t138)** Tại khu trung tâm của một huyện nào đó, 75% các vụ trộm cắp là do muốn có tiền mua ma túy. Hãy tìm xác suất để trong 5 vụ trộm cắp tiếp theo tại trung tâm huyện này,

- (a) có đúng 2 vụ là do muốn có tiền mua ma túy;  
(b) nhiều nhất là 3 vụ do muốn có tiền mua ma túy.

**7.3 (7.138)** Một bác sĩ có uy tín tuyên bố rằng 70% trong tổng số người mắc ung thư phổi là những người hút thuốc liên tục. Nếu khẳng định của ông ta là đúng:

- (a) Tìm xác suất để 10 bệnh nhân mắc ung thư phổi nhập viện gần đây có dưới một nửa là người hút thuốc lá liên tục.  
(b) Tìm xác suất để 20 bệnh nhân mắc ung thư phổi nhập viện gần đây có dưới một nửa là người hút thuốc lá liên tục.

**7.4 (22.140)** Theo lý thuyết di truyền học, một con chuột lang lai thì màu lông của nó có thể là màu đỏ, đen và trắng với tỉ lệ là 8:4:4. Tính xác suất để trong 8 con chuột con sẽ lai gồm 5 con màu đỏ, 2 con đen và 1 con trắng.

**Bài tập: 5.4 Phân phối siêu bội**

**7.5 (2.t146)** Để tránh sự phát hiện của hải quan, một hành khách đã để 6 viên ma túy vào một cái chai có đựng 9 viên vitamin, các viên thuốc này có hình dạng hệt nhau. Nếu cán bộ hải quan chọn ngẫu nhiên 3 viên để kiểm tra, thì xác suất hành khách này bị bắt vì tội vận chuyển ma túy trái phép là bao nhiêu?

**7.6 (15.t147)** Trường đại học Michigan tiến hành hỏi ý kiến 1700 học sinh trung học phổ thông trên toàn quốc, thì thấy rằng khoảng 70% phản đối việc hút thuốc hàng ngày. Nếu 18 em học sinh trung học được chọn ngẫu nhiên để hỏi ý kiến, thì xác suất để có số học sinh phản đối lớn hơn 9 và nhỏ hơn 14 là bao nhiêu?

**Bài tập: 5.5 Phân phối nhị thức âm, phân phối hình học, phân phối Poisson**

**7.7 (2.t154)** Một nhà khoa học tiêm một loại mầm bệnh vào một số chuột thí nghiệm liên tục cho đến khi ông ta thấy có 2 con bị nhiễm bệnh. Nếu xác suất nhiễm bệnh là  $1/6$ , thì xác suất để cần phải tiêm đến con thứ 8 là bao nhiêu?

**7.8 (5.t154)** Ba người mỗi người tung một đồng xu và người thu được kết quả khác với hai người kia sẽ phải trả tiền cafe. Nếu tất cả các đồng xu đều cùng một mặt thì phải tung lại. Tính xác suất để chỉ phải tung ít hơn 4 lần.

**Bài tập: 6.1 Phân phối liên tục đều**

**6.2 Phân phối chuẩn**

**6.3 Diện tích phần bên dưới đường cong chuẩn**

**6.4 Các ứng dụng của phân phối chuẩn**

**7.10 (2.t174)** Tìm giá trị của  $z$  nếu diện tích của phần nằm bên dưới đường cong chuẩn và

(a) ở bên phải của  $z$  là 0.3622;

(b) ở bên trái của  $z$  là 0.1131;

(c) ở giữa 0 và  $z$ , với  $z > 0$ , là 0.4838;

(d) giữa  $-z$  và  $z$ , với  $z > 0$ , là 0.9500.

**7.11 (5.t174)** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  tuân theo phân phối chuẩn với trung bình 18 và độ lệch tiêu chuẩn bằng 2.5, tìm

(a)  $P(X < 15)$ ;

(b) giá trị của  $k$  thỏa mãn  $P(X < k) = 0.2236$ ;

(c) giá trị của  $k$  thỏa mãn  $P(X > k) = 0.1814$ ;

(d)  $P(17 < X < 21)$ .

**7.12 (11.t174)** Một luật sư đi lại hàng ngày từ nhà của anh ta thuộc khu vực ngoại ô tới cơ quan của anh ta ở trung tâm thành phố. Thời gian trung bình cho một lần đi là 24 phút, với độ lệch tiêu chuẩn là 3.8 phút. Giả sử thời gian của mỗi lần đi về có phân phối chuẩn.

(a) Hỏi với xác suất bằng bao nhiêu thì một lần đi về mất ít nhất  $1/2$  h?

(b) Nếu cơ quan anh ta mở cửa vào lúc 9:00 sáng và anh ta rời nhà lúc 8:45 hằng ngày thì số ngày anh ta đi muộn chiếm bao nhiêu phần trăm?

(c) Nếu anh ta rời nhà vào lúc 8:35 và tại cơ quan anh ta cà phê chỉ được phục vụ từ 8:50 đến 9:00 sáng thì xác suất để một lần nào đó anh ta không được phục vụ cà phê là bao nhiêu?

(d) Tìm xác suất để có 2 trong 3 hành trình tiếp theo anh ta đi hết ít nhất  $1/2$  h.

**7.14 (19.t174)** Chỉ số IQ của 600 người nộp đơn xin học ở một trường đại học có phân phối xấp xỉ chuẩn với trung bình là 115 và độ lệch tiêu chuẩn là 12. Nếu trường đại học đòi hỏi chỉ số IQ phải đạt ít nhất là 95, hỏi có bao nhiêu sinh viên sẽ bị loại trong đợt tuyển chọn hồ sơ của họ bởi tiêu chí trên?

**Bài tập: 6.5 Xấp xỉ chuẩn của phân phối nhị thức**

**7.15 (2.t183)** Một đồng xu được tung 400 lần. Dùng đường cong chuẩn xấp xỉ để tìm xác suất đạt được

(a) từ 185 đến 210 lần mặt ngửa;

(b) chính xác 205 lần mặt ngửa;

(c) ít hơn 176 hoặc nhiều hơn 227 lần mặt ngửa.  
thậm chí ngay cả khi nó đã hỏng (nghĩa là tỷ lệ những sản phẩm có lỗi đã thay đổi tới mức 5%).

**7.16 (10.t183)** Một công ty thuốc biết rằng có khoảng 5% trong tổng số những viên thuốc hỗ trợ sinh sản là gây hại đến sức khỏe, vì vậy người ta phải thu lại số thuốc này. Tính xác suất để có ít hơn 10% trong số 200 viên thuốc loại này bị thu hồi.

## Bài tập: 6.6 Phân phối mũ và phân phối gamma

### 6.7 Ứng dụng của phân phối gamma và phân phối mũ

**7.17 (6.t194)** Ở một thành phố xác định, lượng tiêu thụ điện, tính bằng triệu kWh, là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối gamma với trung bình  $\mu = 6$  và phương sai  $\sigma^2 = 12$ .

(a) Tìm các giá trị  $\alpha$  và  $\beta$ .

(b) Tìm xác suất mà một ngày nào đó tổng lượng điện tiêu thụ vượt quá 12 triệu kWh.

**7.18 (7.t194)** Thời gian chờ để được phục vụ ở một quán cà phê là một biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với trung bình là 4 phút. Tìm xác suất để một người nào đó trong 6 ngày tới có ít nhất 4 ngày được phục vụ trước 3 phút.

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 8 - NĂM 2009-2010

+ Mẫu ngẫu nhiên đơn giản 1 chiều và 2 chiều.  
+ Các định lý về hàm phân phối mẫu của các thống kê thường gặp.  
+ Hướng dẫn sử dụng máy CASIO fx-500MS, tính  $\bar{x}$ ,  $s$ , .... (xem ở phụ lục cuối bài tập)

### Bài tập: 8.1 Lấy mẫu ngẫu nhiên + 8.2 Một số thống kê quan trọng

**8.1 (7.t228)** Một mẫu ngẫu nhiên số công nhân của một nhà máy sản xuất địa phương cam kết tài trợ cho quỹ United Fund với số tiền là (đô la): 100, 40, 75, 15, 100, 75, 50, 30, 10, 55, 75, 25, 50, 90, 80, 15, 25, 45 và 100. Tính: (a) trung bình mẫu; (b) trung vị mẫu; (c) mode.

**8.2 (12.t228)** Hàm lượng của cao thuốc lá của 8 nhãn hiệu được lựa chọn ngẫu nhiên từ danh mục mới nhất do Ủy ban thương mại liên bang phát hành như sau: 7,3; 8,6; 10,4; 16,1; 12,2; 15,1; 14,5 và 9,3 miligam. Hãy tính: (a) trung bình mẫu; (b) phương sai mẫu.

**8.3** Cân thử 100 quả trứng ta có kết quả về khối lượng  $X$  (gam) mỗi quả như sau. Tính khối lượng trung bình mẫu của trứng và phương sai mẫu. Tìm tỉ lệ quả trứng có khối lượng nhỏ hơn 165 gam trong mẫu đó.

Khối lượng	150	160	165	170	180	185
Số quả	4	16	25	30	15	10

**8.4** Các lần đo cao độ mực nước  $X$  tại một hồ nước (đơn vị mét) cho số liệu như sau. Tính  $\bar{x}$ ,  $s$

$X$ (m)	1100	1150	1250	1350	1450	1550	1650	1750	1850	1950	2000
Số lần đo	4	10	16	20	36	48	42	32	26	14	8

**8.5** Kiểm tra hai môn Toán và Lý từ một nhóm 10 học sinh được chọn ngẫu nhiên từ một lớp ta có kết quả điểm  $(X, Y)$  như sau. Tính  $\bar{x}$ ,  $s_X$ ,  $\bar{y}$ ,  $s_Y$ .

X (điểm toán)	7	6	7	10	4	5	7	8	8	9
Y (điểm lý)	6	7	7	9	5	3	8	9	6	7

**8.6** Nghiên cứu mối liên hệ giữa X là tháng tuổi và Y là khối lượng (kg) của một loại con giống thu được bằng số liệu quan sát sau. Tính  $\bar{x}$ ,  $s_x$ ,  $\bar{y}$ ,  $s_y$ .

X \ Y	4	5	6	7
1	4	6	2	
2	1	5	7	
3		3	8	5
4		2	7	2

**Bài tập: 8.4 Các hàm phân phối của các thống kê mẫu**

**8.5 Các phân phối của các thống kê mẫu của giá trị trung bình**

**8.7 (3.t242)** Một loại ren được sản xuất có cường độ kéo căng 78.3kg và độ lệch chuẩn 5.6kg. Phương sai của giá trị trung bình mẫu thay đổi thế nào khi cỡ mẫu được:

(a) Tăng từ 64 lên 196? (b) Giảm từ 784 xuống 49

**8.8 (6.t242)** Chiều cao của các sinh viên được coi là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình 174,5cm và độ lệch chuẩn 6,9cm. Nếu 200 mẫu ngẫu nhiên có cỡ 25 được lấy từ tổng thể này và các giá trị trung bình được ghi lại chính xác đến phần chục của một centimet, hãy xác định:

- (a) Giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của phân phối lấy mẫu  $\bar{X}$ ;  
(b) Số lượng các giá trị trung bình mẫu nằm trong khoảng 172.5 và 175.8cm;  
(c) Số lượng các giá trị trung bình mẫu dưới 172.0cm.

**Bài tập: 8.6 Phân phối của các thống kê mẫu của  $S^2$  + 8.7 Phân phối t + 8.8 Phân bố F**

**8.9 (3.t256)** Đối với phân bố Khi-bình phương, tìm  $\chi^2_\alpha$  với:

(a)  $P(X^2 > \chi^2_\alpha) = 0,99$  khi  $v=4$ ; (b)  $P(X^2 > \chi^2_\alpha) = 0,025$  khi  $v=19$ ; (c)  $P(\chi^2_\alpha < X^2 < 23,209) = 0,015$  khi  $v=10$ .

**8.10 (6.t256)** Các kết quả của một trắc nghiệm chọn nghề dành cho các sinh viên năm thứ nhất trong 5 năm qua có phân bố chuẩn với trung bình  $\mu = 74$  và phương sai  $\sigma^2 = 8$ . Hỏi  $\sigma^2 = 8$  có là một giá trị có hiệu lực của phương sai hay không nếu một mẫu ngẫu nhiên 20 sinh viên tham gia kỳ kiểm tra trắc nghiệm này thu được giá trị  $s^2 = 20$ ?

**8.11 (12.t256)** Một công ty sản xuất công bố pin được dùng trong các trò chơi điện tử của họ sẽ kéo dài trung bình 30 giờ đồng hồ. Để duy trì mức trung bình này, mỗi tháng tiến hành kiểm tra 16 pin. Nếu giá trị tính toán  $t$  giảm xuống trong khoảng  $-t_{0,025}$  và  $t_{0,025}$ , công ty hài lòng với tuyên bố của mình. Công ty rút ra kết luận gì qua một mẫu có số bình quân  $\bar{x} = 27,5$  giờ và độ lệch chuẩn  $s = 5$  giờ? Giả thiết phân bố tuổi thọ pin là chuẩn.

**8.12 (14.t257)** Nhà sản xuất nhãn hàng thanh ngũ cốc ít chất béo công bố hàm lượng chất béo hòa tan trung bình của họ là 0,5gam. Trong một mẫu ngẫu nhiên 8 thanh ngũ cốc nhãn hiệu này lượng chất béo hòa tan là 0,6; 0,7; 0,7; 0,3; 0,4; 0,5; 0,4 và 0,2. Bạn có đồng ý với tuyên bố này không?

**8.13 (17.t257)** Xem xét các giá trị đo công suất sinh nhiệt của than do hai mỏ sinh ra (tính theo triệu calo mỗi tấn):

Mỏ 1: 8260 8130 8350 8070 8340

Mô 2: 7950 7890 7900 8140 7920 7840

Có thể kết luận được hai phương sai tổng thể chính bằng nhau không?

**8.14 (6.t258)** Nếu số trận bão ảnh hưởng đến khu vực phía đông nước Mỹ hàng năm là một biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson có  $\mu=6$ , tìm xác suất để vùng này sẽ bị ảnh hưởng bởi

(a) Đúng 15 trận bão trong 2 năm;

(b) Tối đa 9 trận bão trong 2 năm.

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 9 - NĂM 2009-2010

+ Bài toán ước lượng.

+ Các phương pháp ước lượng cổ điển, khoảng tin cậy.

### Bài tập: 9.7 Ước lượng cho một kỳ vọng

**9.1 (4.t272)** Một công ty điện sản xuất các bóng đèn có tuổi thọ tuân theo phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn 40 giờ. Nếu một mẫu 30 bóng có tuổi thọ trung bình là 780 giờ, hãy xác định khoảng tin cậy 96% đối với kỳ vọng tổng thể của tất cả các bóng điện do công ty này sản xuất.

**9.2 (8.t273)** Trong Bài tập 9.2, mẫu cần lớn bao nhiêu nếu chúng ta mong muốn rằng với độ tin cậy 96%, trung bình mẫu sẽ sai khác với giá trị trung bình tổng thể không quá 10 giờ.

**9.3 (6.t273)** Chiều cao của một mẫu ngẫu nhiên 50 sinh viên đại học cho thấy có giá trị trung bình 174.5cm và độ lệch chuẩn 6.9cm.

(a) Xác định khoảng tin cậy 98% cho chiều cao trung bình của tất cả sinh viên đó;

(b) Chúng ta có thể khẳng định điều gì với độ tin cậy 98% về sai số nếu chúng ta ước lượng chiều cao trung bình của tất cả các sinh viên là 174.5cm

**9.4 (10.t273)** Một chuyên gia muốn xác định thời gian trung bình cần để khoan 3 lỗ trên một khóa kim loại. Anh ấy cần mẫu lớn thế nào để tin cậy 95% rằng trung bình mẫu của anh ấy sẽ nằm trong khoảng 15 giây của trung bình chân thực? Giả thiết rằng trong các nghiên cứu trước đã chỉ ra  $\sigma = 40$  giây.

**9.5 (13.t273)** Một máy sản xuất các mảnh kim loại có hình trụ. Một mẫu các mảnh được lấy ra và các đường kính là 1.01, 0.97, 1.03, 1.04, 0.99, 0.98, 0.99, 1.01 và 1.03cm. Xác định khoảng tin cậy 99% đối với đường kính trung bình của các mảnh được sản xuất ra, giả thiết đường kính có phân phối xấp xỉ chuẩn.

**9.6 (15.t273)** Một mẫu ngẫu nhiên 12 chốt nghiền được lấy trong một nghiên cứu về độ cứng Rockwell của đầu trên chốt. Các lần đo được tiến hành lần lượt cho 12 chốt, cho giá trị trung bình 48.50 với độ lệch chuẩn mẫu 1.5. Giả thiết các giá trị đo có phân phối chuẩn, xác định một khoảng tin cậy 90% cho độ cứng Rockwell trung bình.

### Bài tập: 9.7 Ước lượng hiệu hai kỳ vọng

**9.7 (1.t284)** Một mẫu ngẫu nhiên kích thước  $n_1=25$  được lấy từ một tổng thể có phân phối chuẩn có độ lệch chuẩn  $\sigma_1=5$  và giá trị trung bình  $\bar{x}_1=80$ . Một mẫu ngẫu nhiên thứ hai kích thước  $n_2=6$  được lấy từ một tổng thể khác cũng có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn  $\sigma_2=3$ , và giá trị trung bình  $\bar{x}_2=75$ . Xác định khoảng tin cậy 94% cho  $\mu_1 - \mu_2$ .

**9.8 (4.t284)** Trong một phản ứng hóa học, hai chất xúc tác được so sánh về tác động lên hiệu suất của quá trình phản ứng. Một mẫu 12 phản ứng được sử dụng chất xúc tác 1 và một mẫu 10 phản ứng được sử dụng chất xúc tác 2. 12 mẫu sử dụng chất xúc tác 1 cho khối lượng bình quân 85 với độ lệch chuẩn mẫu 4 và khối lượng bình quân cho mẫu thứ hai là 81 với độ lệch chuẩn 5. Xác định khoảng tin cậy 90% cho hiệu số giữa các trung bình tổng thể, giả thiết các tổng thể có phân phối xấp xỉ chuẩn với các giá trị phương sai bằng nhau.

**9.9 (7.t285)** Dữ liệu sau đây, được ghi nhận theo ngày, thể hiện khoảng thời gian hồi phục đối với các bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai loại thuốc để điều trị nhiễm trùng bàng quang nặng:

Loại thuốc 1	Loại thuốc 2
$n_1 = 14$	$n_2 = 16$
$\bar{x}_1 = 17$	$\bar{x}_2 = 19$
$s_1^2 = 1,5$	$s_2^2 = 1,8$

Xác định khoảng tin cậy 99% cho hiệu số  $\mu_1 - \mu_2$  về hiệu thời gian hồi phục trung bình cho hai loại thuốc, giả thiết các tổng thể có phân phối chuẩn với phương sai bằng nhau.

**9.10 (6.t284)** Trong một nghiên cứu được tiến hành tại Học viện bách khoa Virginia và Đại học tổng hợp bang về phát triển của ectomycorrhizal, một mối quan hệ cộng sinh giữa các rễ cây và nấm trong đó các khoáng chất được chuyển từ nấm sang cây và đường từ cây sang nấm, 20 cây giống sồi đỏ miền Bắc bị nấm *Pisolithus tinctorius* được trồng trong nhà kính. Tất cả các cây giống đều được trồng trong cùng một loại đất và có mức chiếu sáng và nước như nhau. Một nửa không nhận được nitơ trong thời gian trồng để làm cây đối chứng và số còn lại nhận được 368 phần triệu nitơ dưới dạng  $\text{NaNO}_3$ . Các trọng lượng gốc được xác định bằng gam trong ngày cuối cùng của 140 ngày như sau:

Không có Nitơ	Có Nitơ
0,32	0,26
0,53	0,43
0,28	0,47
0,37	0,49
0,47	0,52
0,43	0,75
0,36	0,79
0,42	0,86
0,38	0,62
0,43	0,46

Xác định khoảng tin cậy 95% cho hiệu số trong các trọng lượng gốc trung bình giữa các cây giống không nhận nitơ và các cây có nhận được 368 phần triệu nitơ. Giả thiết rằng các tổng thể đó có phân bố chuẩn với các phương sai bằng nhau.

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 10 - NĂM 2009-2010

+ Khoảng tin cậy (tiếp theo), các phương pháp ước lượng Bayess.  
 + Ước lượng cực đại hàm hợp lý.  
 + Ôn tập tín chỉ 2

**Bài tập: 9.9** Ước lượng một tỷ lệ

**9.10** Ước lượng sự sai khác giữa hai tỷ lệ

**10.1 (1.t293) (a)** Một mẫu ngẫu nhiên 200 cử tri được lựa chọn và 114 được xác định ủng hộ một ứng viên. Xác định khoảng tin cậy 96% cho tỷ lệ cử tri ủng hộ cho ứng viên đó.

**(b)** Chúng ta có thể khẳng định điều gì với độ tin cậy 96% về độ lớn của sai số nếu chúng ta ước lượng tỷ lệ cử tri ủng hộ là 0,57.

**10.2 (3.t293)** Trong một mẫu ngẫu nhiên 1000 hộ gia đình trong 1 thành phố người ta thấy có 228 người được cấp dầu để đun. Xác định khoảng tin cậy 99% cho tỷ lệ số gia đình trong thành phố được cấp dầu đun.

**10.3 (7.t293)** (a) Theo một thông báo trên Roanoke Times & Word – News, 2/3 trong số 1600 thanh niên được phỏng vấn qua điện thoại cho biết họ cho rằng chương trình tàu con thoi không gian là một khoản đầu tư tốt của Chính phủ. Xác định khoảng tin cậy 95% cho tỷ lệ thanh niên Mỹ nghĩ rằng chương trình này là 1 cách đầu tư tốt của Chính phủ.

(b) Chúng ta có thể khẳng định điều gì về độ lớn có thể của sai số nếu chúng ta ước lượng tỷ lệ thanh niên Mỹ cho rằng chương trình này tốt là 2/3 với độ tin cậy 95%.

**10.4 (8.t293)** Trong một bài báo liên quan đến bài tập 7.t293 (Bài 10.3), 32% trong số 1600 thanh niên được phỏng vấn tại Mỹ cho biết chương trình không gian của Mỹ cần tập trung vào khám phá khoa học. Cần một mẫu kích thước bao nhiêu trong một cuộc phỏng vấn như vậy nếu muốn tin cậy 95% rằng tỷ lệ ước lượng sai khác so với tỷ lệ tổng thể không quá 2%.

**10.5 (9.t293)** Trong bài tập 1.t293 (Bài 10.1) cần một mẫu lớn như thế nào nếu chúng ta muốn với độ tin cậy 96%, tỷ lệ mẫu sẽ sai khác so với tỷ lệ tổng thể không quá 0,02 tỷ lệ tổng thể.

**10.6 (14.t294).** Một nghiên cứu tiến hành để ước lượng tỷ lệ dân cư trong một số thành phố và ngoại ô ủng hộ việc xây dựng nhà máy điện hạt nhân. Cần một mẫu lớn bao nhiêu nếu muốn rằng với độ tin cậy 95%, tỷ lệ ước lượng nằm trong khoảng 0,04 tỉ lệ dân cư trong thành phố và ngoại ô ủng hộ xây dựng nhà máy.

**10.7 (15.t294)** Một nhà nghiên cứu nghiên cứu quan tâm đến tỷ lệ nam giới và nữ giới trong tổng thể bị rối loạn tiểu cầu. Trong một ngẫu nhiên gồm 1000 nam giới, 250 được xác định bị rối loạn tiểu cầu, trái lại có 275 người bị rối loạn tiểu cầu trong 1000 nữ giới được kiểm tra. Tính khoảng tin cậy 95% cho sự khác nhau giữa tỷ lệ giữa nam giới và nữ giới bị bệnh này.

**10.8 (17.t294)** Một thử nghiệm lâm sàng được tiến hành để xác định liệu một loại thuốc tiêm chủng có ảnh hưởng lên tỷ lệ lây lan của một bệnh hay không. Một mẫu gồm 1000 con chuột được nuôi trong môi trường đối chứng trong thời gian 1 năm và 500 con chuột được tiêm chủng. Trong nhóm không được tiêm thuốc có 120 bị mắc bệnh, trong khi đó 98 trong số được tiêm chủng nhiễm bệnh. Nếu chúng ta gọi  $p_1$  là xác suất bị nhiễm bệnh trong số chuột không được tiêm chủng và  $p_2$  là xác suất nhiễm bệnh sau khi tiêm thuốc, tính khoảng tin cậy 90% cho  $p_1 - p_2$ .

**10.10 (19.t294)** Một nghiên cứu khảo sát trên 1000 sinh viên kết luận rằng có 274 sinh viên chọn đội bóng chày chuyên nghiệp A là đội yêu thích của mình. Trong năm 1991, nghiên cứu tương tự cũng được tiến hành trên 760 sinh viên. Kết luận rằng 240 sinh viên trong số đó cũng chọn đội bóng chày chuyên nghiệp A là đội bóng yêu thích của họ. Tìm khoảng tin cậy 95% cho sự khác nhau của hai tỷ lệ trên trong hai năm đó. Sự khác nhau đó có đáng kể không?

## **Bài tập: 9.14 Ước lượng hợp lý cực đại**

**10.13 (1.t309)** Giả sử có  $n$  thử nghiệm  $x_1, x_2, \dots, x_n$  trong quá trình Bernoulli có tham số  $p$  - xác suất của một lần thành công. Xác suất thành công của  $r$  lần thành công được xác định bằng  $\binom{n}{r} p^r q^{n-r}$ . Xác định ước lượng hợp lý tối đa cho tham số  $p$

**10.14 (5.t310)** Xem xét một thí nghiệm giả thiết trong đó một người bị nắm có sử dụng thuốc chống nấm để điều trị và được chữa khỏi. Coi thí nghiệm này như là một mẫu trong phân bố Bernoulli có hàm xác suất  $f(x) = p^x q^{1-x}$  với  $x = 0, 1$ , trong đó  $p$  là xác suất một lần thành công và  $q = 1 - p$ . Thông tin về mẫu cho thấy  $x = 1$ . Hãy chỉ ra rằng  $\hat{p} = 1$  là ước lượng hợp lý cực đại của xác suất điều trị thành công.



# BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 11 - NĂM 2009-2010

+ Bài toán kiểm định giả thuyết  
+ Kiểm định giả thuyết về một kỳ vọng và hiệu hai kỳ vọng

**Bài tập:**            **10.1 Giả thuyết thống kê: các khái niệm chung**  
                         **10.5-7 Kiểm định giả thuyết về một giá trị trung bình.**  
                         **10.8 Kiểm định giả thuyết về hiệu hai giá trị trung bình.**

**11.1** Một hãng sản xuất bóng đèn, có tuổi thọ trung bình của bóng là xấp xỉ phân phối chuẩn với kỳ vọng 800 giờ và độ lệch chuẩn 40 giờ. Kiểm định giả thuyết  $\mu = 800$  giờ với đối thuyết  $\mu \neq 800$  giờ nếu một mẫu ngẫu nhiên gồm 30 bóng có tuổi thọ trung bình là 778 giờ, mức ý nghĩa 0,04.

**11.2** Chiều cao trung bình của nữ sinh năm thứ nhất tại một trường cao đẳng là 162,5 cm và độ lệch chuẩn 6,9 cm. Có thể tin được hay không rằng có sự thay đổi độ cao trung bình nếu mẫu ngẫu nhiên gồm 50 nữ sinh có chiều cao trung bình 165,2 cm, với mức ý nghĩa 0.01?

**11.3** Kiểm định giả thuyết rằng thể tích của các hộp đựng loại dầu nhờn nào đó là 10 lít, nếu từ mẫu ngẫu nhiên gồm 10 hộp ta có các thể tích là:

10,2   9,7   10,1   10,3   10,1   9,8   9,9   10,4   10,3   9,8.

Sử dụng mức ý nghĩa 0,01 và giả sử phân phối của thể tích là chuẩn.

**11.4** Các thí nghiệm cho thấy, thời gian để học sinh phổ thông làm một bài kiểm tra đã chuẩn hóa, là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với kỳ vọng là 35 phút. Qua mẫu gồm 20 học sinh, người ta thấy thời gian trung bình để các em hoàn thành bài thi là 33,1 phút với độ lệch 4,3 phút. Với mức ý nghĩa 0,025 hãy kiểm định giả thuyết  $\mu = 35$  phút với đối thuyết  $\mu \neq 35$  phút.

**11.5** Một mẫu ngẫu nhiên cỡ  $n_1 = 25$ , lấy từ phân phối chuẩn với  $\sigma_1 = 5,2$  có trung bình mẫu  $\bar{x}_1 = 81$ . Một mẫu khác cỡ  $n_2 = 36$ , lấy từ phân phối chuẩn với  $\sigma_2 = 3,4$  có trung bình mẫu  $\bar{x}_2 = 76$ . Kiểm định giả thuyết  $\mu_1 = \mu_2$  với đối thuyết  $\mu_1 \neq \mu_2$  và mức ý nghĩa 0.05.

**11.6** Một hãng sản xuất xe hơi muốn xác định xem, nên dùng loại lốp A hay B cho loại xe mới của họ. Họ thực hiện thí nghiệm với 12 chiếc lốp mỗi loại, và ghi lại số km đi được đến khi phải thay lốp. Kết quả như sau:

**Loại A:**             $\bar{x}_1 = 37900$  km ;     $s_1 = 5100$  km.

**Loại B:**             $\bar{x}_2 = 39800$  km ;     $s_1 = 5900$  km.

Hãy kiểm định giả thuyết rằng không có sự khác biệt giữa hai loại lốp, với mức ý nghĩa 0,05. Giả sử các phân phối đều chuẩn, với phương sai bằng nhau.

**11.7** Một mẫu gồm 32 phụ nữ đang có thai vào giai đoạn 3 tháng cuối của thai kỳ, có độ tuổi từ 15 đến 32, được chia làm hai nhóm hút thuốc và không hút thuốc. Người ta đo nồng độ axit huyết tương ascorbic (mg/ml) trong máu của họ, khi họ chưa ăn sáng hay các đồ ăn chứa axit này, được số liệu sau:

<b>Hút thuốc:</b>	0,48	0,71	0,98	0,68	1,18	1,36	0,78	1,64					
<b>Không hút:</b>	0,97	0,72	1,00	0,81	0,62	1,32	1,24	0,99	0,90	0,74	1,24	0,88	
	0,94	1,16	0,86	0,85	0,58	0,57	0,64	0,98	1,09	0,92	0,78	1,18	

Giả sử các số liệu tuân theo phân phối chuẩn với phương sai khác nhau. Hãy kiểm định xem có sự sai khác giữa nồng độ ascorbic trung bình của hai nhóm hút thuốc và không hút thuốc không, với mức ý nghĩa 0.05?

**11.8** Năm mẫu quặng sắt, mỗi mẫu được chia thành hai phần, rồi lần lượt được xác định hàm lượng sắt bằng hai cách là dùng tia X và dùng phân tích hóa học, kết quả thu được là

Cách phân tích	Số thứ tự mẫu				
	1	2	3	4	5
Tia X	2,0	2,0	2,3	2,1	2,4
Phân tích hóa học	2,2	1,9	2,5	2,3	2,4

Giả sử các số liệu ở mỗi cách phân tích tuân theo phân phối chuẩn. Hãy kiểm định rằng hai phương pháp cho kết quả giống nhau, với mức ý nghĩa 0,05?

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 12 - NĂM 2009-2010

<b>+ Kiểm định 1 tỷ lệ và kiểm định hiệu 2 tỷ lệ</b>	<b>+ Tiêu chuẩn phù hợp.</b>
--	------------------------------

**Bài tập:**    **10.11 Mẫu đơn: Kiểm định một tỷ lệ**                      **10.12 Hai mẫu: Kiểm định hai tỷ lệ**

**12.1** Một chuyên gia marketing của công ty sản xuất mì ống tin rằng, 40% người thích mì ống hơn lasagna (một loại món ăn). Qua phỏng vấn 20 người, thì có 9 người thích mì ống hơn. Có thể kết luận gì về khẳng định của chuyên gia, với mức ý nghĩa 0,05?

**12.2** Giả sử trước đây, có 40% người trưởng thành ủng hộ án tử hình. Có thể tin được hay không, rằng tỷ lệ người ủng hộ án tử hình ngày nay đã khác đi, nếu trong mẫu ngẫu nhiên gồm 15 người thì có 8 người đồng ý? Sử dụng mức ý nghĩa 0,05.

**12.3** Một công ty xăng dầu khẳng định 1/5 số nhà trong thành phố nào đó được sưởi bằng dầu. Có thể nghi ngờ khẳng định này không, nếu trong một mẫu ngẫu nhiên gồm 1000 ngôi nhà, thì có 136 ngôi nhà được sưởi bằng dầu? Dùng mức ý nghĩa 0,01.

**12.4** Tại một trường cao đẳng nào đó, người ta ước tính rằng có đúng 25% sinh viên tới trường bằng xe đạp. Điều này có hợp lý không, nếu trong mẫu gồm 90 sinh viên có 28 bạn tới trường bằng xe đạp? Sử dụng mức ý nghĩa 0,05.

**12.5** Trong một mẫu ngẫu nhiên gồm 200 phụ nữ trưởng thành sống ở thành thị, có 20 người mắc ung thư vú. Con số này là 10 trên 150 phụ nữ sống ở nông thôn được chọn ngẫu nhiên. Liệu có thể kết luận, với mức ý nghĩa 0,06 rằng, xác suất mắc bệnh ung thư vú ở phụ nữ của hai vùng trên là như nhau không?

### Các bài toán ôn tập chương X

**12.6** Một nhà di truyền học quan tâm tới tỷ lệ nam và nữ trong dân số bị mắc chứng rối loạn máu. Trong mẫu ngẫu nhiên gồm 100 nam giới, có 31 người mắc chứng này; và trong 100 nữ giới có 24 người mắc. Có thể kết luận với mức ý nghĩa 0,01 rằng, tỷ lệ nam giới mắc chứng rối loạn máu bằng với tỷ lệ nữ giới mắc chứng này không?

**12.7** Một nghiên cứu được thực hiện để xem có phải nhiều người Ý hơn người Mỹ thích sâm-panh trắng hơn sâm-panh đỏ trong ngày cưới không. Chọn ngẫu nhiên 300 người Ý, thấy có 72 người thích sâm-panh trắng; và chọn 400 người Mỹ, thì 70 người thích sâm-panh trắng hơn sâm-panh đỏ. Vậy có thể kết luận tỷ lệ người Ý thích sâm-panh trắng trong ngày cưới là như người Mỹ không? Dùng mức ý nghĩa 0,05.

**12.8** Một nghiên cứu của Khoa Giáo dục thể chất, trường Đại học Virginia nhằm xác định xem sau 8 tuần luyện tập, lượng cholesterol của những người tham gia luyện tập có thực sự giảm không. Một nhóm 15 người tham gia luyện tập 2 lần một tuần. Một nhóm khác gồm 18 người với độ tuổi tương tự, không tham gia luyện tập. Sau 8 tuần, lượng cholesterol được ghi lại như sau:

**Nhóm luyện tập:** 129 131 154 172 115 126 175 191 122 238 159  
156 176 175 126

**Nhóm không luyện tập:** 151 132 196 195 188 198 187 168 115  
165 137 208 133 217 191 193 140 146

Ta có thể kết luận, với mức ý nghĩa 5% rằng, lượng cholesterol thực sự thay đổi sau khi thực hiện chương trình luyện tập không?

**12.9** Một nghiên cứu được thực hiện bởi Trung tâm Thủy lợi và được phân tích bởi Trung tâm Thống kê, thuộc Đại học Virginia, nhằm so sánh hai thiết bị xử lý nước thải. Thiết bị A được đặt ở vùng dân cư có thu nhập trung bình dưới 22000\$/năm. Thiết bị B được đặt ở vùng dân cư có thu nhập trung bình trên 60000\$/năm. Lượng nước thải được xử lý bởi mỗi thiết bị (tính theo nghìn ga-lông/ ngày) được đo trong 10 ngày như sau:

Thiết bị A: 21 19 20 23 22 28 32 19 13 18

Thiết bị B: 20 39 24 33 30 28 30 22 33 24

Với mức ý nghĩa 5%, có thể kết luận rằng lượng nước thải trung bình được xử lý ở vùng có thu nhập cao là khác với vùng có thu nhập thấp không?

## BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 13 - NĂM 2009-2010

+ Hồi quy và tương quan tuyến tính, ước lượng BPTT (bình phương tối thiểu)  
+ Các tính chất của các ước lượng BPTT

**Bài tập: 11.1** Nhập môn hồi quy tuyến tính

**11.2.** Hồi quy tuyến tính đơn.

**13.1 (1.t381)** Tại Viện Bách khoa và Đại học Tiểu bang Virginia đã tiến hành một cuộc nghiên cứu xác định liệu các số đo sức mạnh cánh tay tĩnh có ảnh hưởng đến đặc điểm “lực nâng động lực” của một người hay không. Có 25 người đã tham gia thử nghiệm sức mạnh của họ và sau đó được yêu cầu thực hiện thử nghiệm nâng cử tạ trong đó cử tạ được nâng qua đầu bằng lực nâng động lực. Số liệu như sau:

Đối tượng	Sức mạnh cánh tay, $x$	Lực nâng động lực, $y$	Đối tượng	Sức mạnh cánh tay, $x$	Lực nâng động lực, $y$
1	17,3	71,7	14	29,6	78,3
2	19,3	48,3	15	29,9	60,0
3	19,5	88,3	16	29,9	71,7
4	19,7	75,0	17	30,3	85,0
5	22,9	91,7	18	31,3	85,0
6	23,1	100,0	19	36,0	88,3
7	26,4	73,3	20	39,5	100,0
8	26,8	65,0	21	40,4	100,0
9	27,6	75,0	22	44,3	100,0
10	28,1	88,3	23	44,6	91,7
11	28,2	68,3	24	50,4	100,0
12	28,7	96,7	25	55,9	71,7
13	29,0	76,7			

(a) Ước lượng  $\alpha$  và  $\beta$  cho đường hồi quy tuyến tính  $\mu_{y|x} = \alpha + \beta x$ .

(b) Tìm một ước lượng điểm của  $\mu_{y|30}$ .

**13.3 (4.t382)** Trong một loại mẫu thử kim loại xác định, ứng suất chuẩn trên một mẫu thử có liên quan về mặt chức năng đến sức bền cắt. Dưới đây là tập hợp số liệu thử nghiệm đã được mã hóa theo 2 biến số:

Ứng suất chuẩn, $x$	Sức bền cắt, $y$
26,8	26,5
25,4	27,3
28,9	24,2
23,6	27,1
27,7	23,6
23,9	25,9
24,7	26,3
28,1	22,5
26,9	21,7
27,4	21,4
22,6	25,8
25,6	24,9

- (a) Ước lượng đường hồi quy  $\mu_{y|x} = \alpha + \beta x$  .
- (b) Tính sức bền cắt cho ứng suất chuẩn 24,5 kg/cm<sup>2</sup>.

**13.4 (5.t383)** Số lượng hợp chất hóa học  $y$  hòa tan trong 100g nước tại các nhiệt độ biến thiên  $x$ , được ghi lại như sau:

$x$ (°C)	$y$ (gram)		
0	8	6	8
15	12	10	14
30	25	31	24
45	31	33	28
60	44	39	42
75	48	51	44

- (a) Tìm phương trình đường hồi quy.
- (b) Vẽ đường hồi quy trên đồ thị điểm.
- (c) Tính lượng hóa chất sẽ hòa tan trong 100g nước ở nhiệt độ 50°C.

**13.5 (3.t396)** Bài tập 1 trang 381,

- (a) Tính  $s^2$
- (b) Kiểm tra giả thiết  $\beta = 0$  so với khả năng  $\beta \neq 0$  tại mức ý nghĩa 0,05 và giải thích quyết định cuối cùng.

**13.6 (4.t396)** Bài tập 2 trang 382,

- (a) Tính  $s^2$
- (b) Xây dựng khoảng tin cậy 95% cho  $\alpha$ ;
- (c) Xây dựng khoảng tin cậy 95% cho  $\beta$ .

# BÀI TẬP TOÁN V - TUẦN 14 - NĂM 2009-2010

+ Bài toán dự báo	+ Kiểm định sự phụ thuộc tương quan và sự hồi qui
-------------------	---

**Bài tập: 11.6 Chọn mô hình hồi quy                      11.7 Phương pháp phân tích phương sai**

**11.8 Kiểm tra tính tuyến tính của mô hình hồi quy: Số liệu quan sát lặp**

**14.1 (11.t396)** Bài tập 4 trang 382. sử dụng giá trị  $s^2$  tìm được trong Bài tập 6(a) để tính:

- (a) Khoảng tin cậy 95% cho độ bền cắt trung bình khi  $x = 24,5$ ;
- (b) Khoảng dự báo 95% cho một giá trị dự đoán đơn vị của độ bền cắt  $x = 24,5$ ;

**14.2 (14.t397)** Với Bài tập 5 trang 382, sử dụng giá trị  $s^2$  tính được trong Bài tập 7(a) để tính:

- (a) Khoảng tin cậy 99% cho lượng hóa chất trung bình sẽ hòa tan trong 100g nước tại nhiệt độ  $50^\circ\text{C}$ ;
- (b) Khoảng dự báo 99% cho lượng hóa chất sẽ hòa tan trong 100 g nước tại nhiệt độ  $50^\circ\text{C}$ .

**14.3 (1.t405)** (a) Tìm hàm ước lượng bình phương tối thiểu cho thông số  $\beta$  trong phương trình tuyến tính sau:  $\mu_{y|x} = \beta x$ .

(b) Ước lượng đường hồi quy đi qua điểm gốc cho các số liệu sau:

x	0,5	1,5	3,2	4,2	5,1	6,5
y	1,3	3,4	6,7	8,0	10,0	13,2

**14.4 (2.t405)** Giả sử rằng ở Bài tập 1 vẫn chưa biết liệu đường hồi quy thực có đi qua điểm gốc hay không.

Hãy tính mô hình tuyến tính  $\mu_{y|x} = \alpha + \beta x$  và kiểm tra giả thiết  $\alpha = 0$  tại mức ý nghĩa 0,10 so với khả năng  $\alpha \neq 0$ .

**14.5 (6.t407)** Kiểm tra độ tuyến tính hồi quy trong Bài tập 5 trang 382. Sử dụng mức ý nghĩa 0,05.

## PHỤ LỤC

### A. Tính các thống kê một chiều bằng máy CASIO fx-500MS

+ Xoá bộ nhớ cho lần tính mới: SHIFT CLR 3 = =

+ Vào chế độ SD: MODE 2

+ Nhập số liệu: (1) dãy số  $x_i$   $M^+$                       (2) bảng tần số  $x_i$  ;  $m_i$   $M^+$

+ Xem kết quả:

SHIFT S-VAR 1 =  $\Rightarrow \bar{x}, x\sigma_{n-1} = s_x$

SHIFT S-SUM 1 =  $\Rightarrow \sum x^2, \sum x, n$

### B. Tính các thống kê hai chiều bằng máy CASIO fx-500MS

+ Xoá bộ nhớ cho lần tính mới: SHIFT CLR 3 = =,

+ Vào chế độ REG: MODE 3 1

+ Nhập số liệu: (1) cặp số:  $x_i$  ,  $y_i$   $M^+$  , (2) bảng tần số:  $x_i$  ,  $y_j$  ;  $m_{ij}$   $M^+$

+ Xem kết quả:

SHIFT S-VAR 1 =  $\Rightarrow \bar{x}, x\sigma_{n-1} = s_x$  ▷  $\bar{y}, y\sigma_{n-1} = s_y$  ▷  $A, B, r$

SHIFT S-SUM 1 =  $\Rightarrow \sum x^2, \sum x, n$  ▷  $\sum y^2, \sum y, \sum xy$