

CHỦ ĐỀ 1. MẶT TRỤ - MẶT TRÒN XOAY – MẶT BẬC HAI

Bài 1. Vẽ các mặt trụ sau đây và gọi tên (nếu có)

$$a) y = x^2$$

$$b) y^2 + 4z^2 = 16$$

$$c) x = \sin y$$

$$d) x + 3z = 6$$

Bài 2. Các đường sinh của mặt trụ song song với trục Oy . Giao của chúng với mặt phẳng Oxz là đường tròn có tâm $(0;0;a)$ và bán kính a . Vẽ mặt trụ và tìm phương trình của nó.

Bài 3. Viết phương trình mặt tròn xoay tạo ra khi quay đường cong cho trước quanh trục tương ứng. Vẽ các mặt tròn xoay đó.

$$a) y = z^2, \text{ trục } Oy$$

$$b) 9x^2 + 4y^2 = 36, \text{ trục } Oy$$

$$c) z = 4 - x^2, \text{ trục } Oz.$$

Bài 4. Vẽ và gọi tên các mặt cong sau:

$$a) 2x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$$

$$b) z^2 = 4(x^2 + y^2)$$

$$c) z = 4(x^2 + y^2)$$

$$d) x^2 - 4y^2 + z^2 = 4$$

$$e) x^2 - 4y^2 - z^2 = 4$$

CHỦ ĐỀ 2. ĐẠO HÀM RIÊNG – VI PHÂN

Bài 1. Tìm miền xác định và phác họa miền xác định của các hàm số sau :

$$a) f(x, y) = \frac{\ln(y-x)}{\sqrt{4-x^2-y^2}} + \arccos x$$

$$b) f(x, y) = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$$

Bài 2. Tìm đạo hàm riêng của các hàm số sau:

$$a) z = x \tan 2y + y \tan 3x$$

$$b) z = xye^{xy}$$

$$c) w = x \ln \frac{y}{z}$$

$$d) f(x, y, z) = z^{xy}$$

$$e) z = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$$

$$f) f(x, y) = xy \ln(xy)$$

Bài 3. Chứng tỏ rằng hàm số $z = ye^{\frac{x}{y}}$ thỏa mãn đẳng thức $xz_x + yz_y = z$.

Bài 4. Tính vi phân toàn phần của hàm số $u = \cos(xy + xz)$ tại $A\left(1; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$.

Bài 5. Chứng tỏ rằng mỗi hàm số sau thỏa mãn phương trình Laplace $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

$$a) f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

$$b) f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

CHỦ ĐỀ 3. MẶT PHẪNG TIẾP XÚC - ĐẠO HÀM THEO HƯỚNG

Bài 1. Tìm mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong cho trước tại các điểm tương ứng

a) $z = x^2 + xy + y^2 - 10y + 5$ tại $A(3;2;4)$

b) $xy^2 + yz^2 + zx^2 = 25$ tại $B(1;2;3)$

Bài 2. Tìm đạo hàm theo hướng của hàm f tại điểm P theo hướng véc tơ cho trước

a) $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ theo hướng từ $P(0,0,1)$ đến $Q(2,2,0)$

b) $f(x, y, z) = x \sin y + y \sin z + z \sin x$ tại điểm $P(1,0,0)$ theo hướng $u = 2\sqrt{3}i + 2j$.

Bài 3. Cho hàm $f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 - 8z$. Tìm $\frac{df}{ds}$ tại $(4,1,0)$:

a) Dọc theo đường $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ theo hướng giảm của x .

b) Dọc theo pháp tuyến của mặt phẳng $3(x-4) - (y-1) + 2z = 0$ theo hướng tăng của x .

c) Theo hướng mà hàm f tăng nhanh nhất.