ĐỀ SỐ 01

Câu 1. Tính giới hạn sau: $L = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \dfrac{\tan x}{\ln(2x - \pi)}$.

Giải

$$L = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\ln(2x - \pi)} \quad \left(\text{Dạng } \frac{\infty}{\infty}\right)$$

$$\overset{L}{=} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{1/\cos^2 x}{\dfrac{2}{2x - \pi}} \quad \left(\text{Dạng } \frac{0}{0}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \left(\frac{2x - \pi}{\cos^2 x}\right) \quad \left(\text{Dạng } \frac{0}{0}\right)$$

$$\overset{L}{=} \frac{1}{2} \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{2}{-\sin(2x)}$$

$$= \infty$$

ĐỀ SỐ 01

Câu 2. a) Giả sử: $\dfrac{1}{x^2-4x+3}=\dfrac{A}{x-3}+\dfrac{B}{x-1}$. Hãy xác định A và B.

b) Sử dụng dạng phân tích thành tổng trên, hãy tính đạo hàm cấp một, cấp hai, cấp ba

và từ đó suy ra công thức đạo hàm cấp n của hàm số: $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$.

Giải

a) giả sử: $\dfrac{1}{x^2-4x+3}=\dfrac{A}{x-3}+\dfrac{B}{x-1}$. Hãy xác định A và B

Giải: Ta có: $A(x-1)+(x-3)B=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -A-3B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=1/2 \\ B=-1/2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2-4x+3}=\frac{1}{2(x-3)}-\frac{1}{2(x-1)}$$

b) $\dfrac{1}{x^2-4x+3}=\dfrac{1}{2}\left[(x-3)^{-1}-(x-1)^{-1}\right]$

Đạo hàm cấp 1

$$\left(\frac{1}{x^2-4x+3}\right)'=\frac{1}{2}\left[(-1)(x-3)^{-2}-(-1)(x-1)^{-2}\right]$$

$$=\frac{1}{2}(-1)^1 1!\left[(x-3)^{-(1+1)}-(x-1)^{-(1+1)}\right]$$

Đạo hàm cấp 2

$$\left(\frac{1}{x^2-4x+3}\right)''=\frac{1}{2}\left[(-1)(-2)(x-3)^{-3}-(-1)(-2)(x-1)^{-3}\right]$$

$$=\frac{1}{2}(-1)^2 2!\left[(x-3)^{-(2+1)}-(x-1)^{-(2+1)}\right]$$

Đạo hàm cấp 3

$$\left(\frac{1}{x^2-4x+3}\right)'''=\frac{1}{2}\left[(-1)(-2)(-3)(x-3)^{-4}-(-1)(-2)(-3)(x-1)^{-4}\right]$$

$$=\frac{1}{2}(-1)^3 3!\left[(x-3)^{-(3+1)}-(x-1)^{-(3+1)}\right]$$

Đạo hàm cấp n

$$\left(\frac{1}{x^2-4x+3}\right)^{(n)}=\frac{1}{2}(-1)^n n!\left[(x-3)^{-(n+1)}-(x-1)^{-(n+1)}\right]$$

ĐỀ SỐ 01

Câu 3: Tính nguyên hàm:

$$J = \int \frac{\ln(x+1)}{x^2}\,dx$$

Giải:

$$J = \int \ln(x+1)\, d\left(\frac{-1}{x}\right)$$

$$= \frac{-\ln(x+1)}{x} - \int \left(\frac{-1}{x} \cdot \frac{1}{x+1}\right) dx$$

$$= \frac{-\ln(x+1)}{x} + \int \frac{1}{x^2+x}\, dx$$

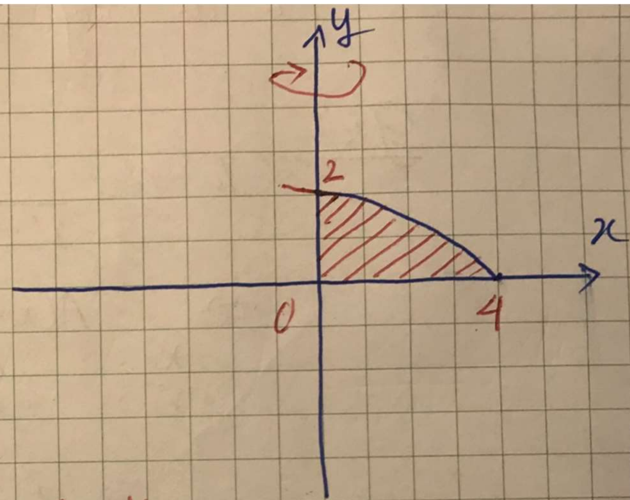
$$= -\frac{\ln(x+1)}{x} + \int \left(\frac{-1}{x+1} + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$= -\frac{\ln(x+1)}{x} - \ln|x+1| + \ln|x| + C$$

Câu 4. Dùng **phương pháp vỏ**, tính thể tích của một khối tròn xoay do miền phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x}$, $y=0$, $x=0$ quay quanh Oy.

Giải

$$V = 2\pi \int_0^4 x.\sqrt{4-x}\,dx$$



Đặt: $\sqrt{4-x} = t$

$\Rightarrow x = 4 - t^2$

$dx = -2t.dt$

Đổi cận:

x	0	4
t	2	0

$$\Rightarrow V = 2\pi \int_0^2 (4-t^2).t.2t.dt$$

$$= 2\pi \int_0^2 (8t^2 - 2t^4)\,dt$$

$$= 2\pi \left(\frac{8}{3}t^3 - \frac{2}{5}t^5\right)\Big|_0^2 = \frac{256\pi}{15} \text{ (đvtt)}$$

ĐỀ SỐ 01

Câu 5: Xác định tính chất hội tụ hay phân kỳ của chuỗi số sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{n}$$

Giải:

- Chuỗi số đã cho là chuỗi dương

+) $D = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} \cdot \dfrac{n}{3^n - 2^n}$

$= \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\left[3 - 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n\right].1}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\cdot\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right]} = 3 > 1$

=> Theo tiêu chuẩn D'Alembert chuỗi đã cho phân kỳ