

ĐỀ TỰ LUYỆN TẬP MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

(Thời gian 90 phút)

Chú ý: (1) Các kết quả làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

(2) Chỉ được mang bảng tra A1, A3, A4.

(3) Tính các giá trị $\bar{x}, s, S_{xx}, \dots$ chỉ cần viết công thức và sử dụng máy tính viết kết quả.

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Một nhà máy sản xuất với tỉ lệ phế phẩm là 7%. Quan sát ngẫu nhiên 10 sản phẩm.

Tính xác suất để

- a) Có ít nhất 1 phế phẩm
- b) Có nhiều nhất 1 phế phẩm.

Câu 2. Một thùng hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên trong thùng đó 5 sản phẩm. Gọi X là số phế phẩm trong các sản phẩm được lấy ra. Tìm phân phối của X . Từ đó tính μ và σ của X .

Câu 3. Vòng ngực (đơn vị cm) của một số nam sinh viên trường Đại học như sau:

Vòng ngực (cm)	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101
Số sinh viên	6	7	12	15	30	10	8	6	4	2

Tìm khoảng độ tin cậy 88,36% của vòng ngực trung bình nam sinh viên trường Đại học đó.

Câu 4. Tại một phòng thí nghiệm, người ta đưa ra dự đoán: độ lắng đọng sau 15 phút của một chất đất cát bão hòa trong nước là 25 mm. Tiến hành làm 20 thí nghiệm, cho kết quả như sau:

20,0	25,9	24,1	25,3	25,0	25,2	25,0	25,7	24,9	24,8
24,7	25,0	24,9	24,8	24,9	25,0	25,7	25,0	25,6	24,8

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$, có nói dự đoán trên có đúng không? Giả thiết độ lắng đọng của chất đất cát bão hòa trong nước tuân theo phân phối chuẩn.

Câu 5. Số liệu về doanh số bán hàng Y và chi phí chào hàng X của một công ty trong 6 năm được ghi lại trong bảng sau đây:

X (triệu đồng)	12	10	11	14	17	18
Y (tỷ đồng)	2	1,8	1,8	2,6	3	3

(a) Tìm đường hồi quy thực nghiệm cho đường hồi quy $\hat{y} = \mu_{Y|x} = \alpha + \beta x$.

(b) Xây dựng khoảng tin cậy 95% cho β .

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Một máy tiện tự động gia công một trục xe đạp có đường kính 1,25 cm. Trục xe được cho đạt yêu cầu nếu đường kính nằm trong khoảng $\pm 0,2$ mm. Biết đường kính trục xe là biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 0,01 mm. Lấy ngẫu nhiên một trục xe, tính xác suất để trục xe đó không đạt yêu cầu.

Câu 2. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều rời rạc:

X \ Y	Y	-1	1
	X		
-1		1 / 6	a
0		1 / 6	1 / 8
1		1 / 6	1 / 8

(a) Tính a, EX, EY.

(b) Tính hệ số tương quan của X và Y.

Câu 3. Kiểm tra số gà bị nhiễm cúm H5N1 ở một trang trại là 60 trong số 1200 con được kiểm tra. Ở trang trại thứ hai, số gà là 40 trong số 1000 con được kiểm tra.

(a) Tìm khoảng tin cậy 97% cho sự sai khác giữa hai tỷ lệ gà bị nhiễm cúm H5N1 ở hai trang trại trên.

(b) Dựa vào kết quả trên có thể khẳng định được tỷ lệ gà bị nhiễm cúm H5N1 thực sự ở trang trại thứ 2 có ít hơn tỷ lệ này ở trang trại thứ nhất không? Tại sao?

Câu 4. Hai nhà máy A và B cùng sản xuất một loại bóng đèn điện tử. Thời gian sử dụng của chúng là những biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn với $\sigma_A = 10,5$ giờ và $\sigma_B = 14$ giờ. Lấy ngẫu nhiên 60 bóng của nhà máy A và 50 bóng của nhà máy B đem dùng thì thấy trung bình chúng sử dụng được 1250 giờ và 1258 giờ. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$, có thể kết luận rằng thời gian sử dụng của loại bóng đèn của hai nhà máy này là như nhau không.

Câu 5. Các số liệu thực nghiệm về biến ngẫu nhiên (X, Y) được cho ở bảng sau:

X	5	4	6	2
Y	6	5	4	1

(a) Tìm đường hồi quy thực nghiệm cho đường hồi quy $\hat{y} = \mu_{Y|X} = \alpha + \beta x$.

(b) Xây dựng khoảng tin cậy 95% cho α .

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Trong một vùng, tỷ lệ nam, nữ là 12 : 13. Xác suất bị ung thư của nam là 0,06% và nữ là 0,35%.

- (a) Tính xác suất để một người bị ung thư ở vùng đó.
 (b) Gặp một người không mắc bệnh. Tìm xác suất để người đó là nam.

Câu 2. Cho biến ngẫu nhiên X, Y với phân phối xác suất đồng thời được cho bởi bảng sau:

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	6α	3α	4α
1	α	2α	4α

- (a) Tìm α . Xác định phân phối có điều kiện $P(X = 0 | Y = -1)$, $P(X = 0 | Y = 1)$
 (b) Tính covariance của X, Y ? Hỏi X, Y có độc lập không?

Câu 3. Để xác định thời gian (đơn vị giây) xảy ra của một phản ứng hoá học người ta tiến hành 10 thí nghiệm với kết quả sau. Hãy ước lượng khoảng tin cậy của thời gian trung bình xảy ra phản ứng đó với độ tin cậy 95%. Giả thiết kết quả đo tuân theo luật chuẩn.

Lần đo thứ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kết quả đo x_i (s)	5,4	5,3	5,6	5,5	5,3	5,7	5,6	5,3	5,4	5,5

Câu 4. Tỷ lệ học sinh khá giỏi của 1 trường Đại học theo hệ đào tạo niên chế của năm thứ 1 là 120/200 còn theo hệ đào tạo theo tín chỉ cũng của năm thứ 1 là 240/500. Liệu có thể kết luận là phương pháp đào tạo theo tín chỉ ở trường Đại học này đã làm thay đổi tỷ lệ khá giỏi của các sinh viên năm đầu hay không, với mức ý nghĩa 0,025.

Câu 5. Trong 1 phản ứng hóa học, mối liên hệ giữa lượng chất xúc tác và lượng chất kết tủa tạo thành được cho bởi bảng sau:

Xúc tác (g)	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5
Kết tủa (g)	86	91	93,5	94	94	96	98

- (a) Tìm đường hồi quy thực nghiệm cho đường hồi quy $\hat{y} = \mu_{Y|x} = \alpha + \beta x$.
 (b) Xây dựng khoảng tin cậy 95% cho α .

ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Một túi đựng 30 sản phẩm gồm có: 18 sản phẩm do nhà máy I sản xuất với tỷ lệ phế phẩm 2% và 12 sản phẩm do nhà máy II sản xuất với tỷ lệ phế phẩm 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm và thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó là do máy I sản xuất.

Câu 2. Cho biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} cx^2(1-x)^2; & 0 \leq x \leq 1 \\ 0; & x < 0, \quad x > 1 \end{cases}.$$

- a) Tìm $P(X \geq 0.6)$.
- b) Tính kỳ vọng của biến ngẫu nhiên X .

Câu 3. Điều tra về lượng điện năng tiêu thụ trong một tháng (kW/h) của 20 gia đình ở một khu phố A, người ta thu được mẫu số liệu sau:

165	85	65	70	50	120	100	45	100	100
100	90	53	70	141	42	50	150	140	70

Tìm khoảng tin cậy 95% cho lượng điện năng tiêu thụ trung bình của toàn khu phố A trong một tháng, biết rằng lượng điện tiêu thụ trong một tháng của mỗi gia đình là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

Câu 4. Giả thiết rằng chiều cao của sinh viên Mỹ và sinh viên Việt Nam là những biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn tương ứng là $\sigma_1 = 3,0$ cm, $\sigma_2 = 5,2$ cm. Lấy mẫu gồm 150 sinh viên Mỹ và mẫu gồm 100 sinh viên Việt Nam thì thấy chiều cao trung bình của 2 mẫu lần lượt là: $\bar{x}_1 = 167,5$ cm, $\bar{x}_2 = 160$ cm. Kiểm định giả thiết rằng chiều cao trung bình của sinh viên Mỹ hơn chiều cao trung bình của sinh viên Việt Nam 9 cm, với mức ý nghĩa là 0,05?

Câu 5. Các bác sỹ đang quan tâm đến mối quan hệ giữa liều lượng một loại thuốc và thời gian bệnh nhân cần để phục hồi khi dùng loại thuốc này. Bảng số liệu sau đây được ghi lại khi chọn 5 bệnh nhân để chữa trị bằng thuốc này, liều lượng thuốc có đơn vị là gam và thời gian bệnh nhân cần phục hồi có đơn vị là giờ.

Liều lượng thuốc	1,2	1,0	1,5	1,2	1,4
Thời gian cần để phục hồi	25	40	10	27	16

(a) Tìm đường thẳng hồi quy mẫu của thời gian cần để phục hồi theo liều lượng thuốc. Liệu có nên dùng đường hồi quy thu được để ước lượng thời gian cần để phục hồi trung bình khi liều lượng thuốc là 3 gam hay không? Vì sao?

(b) Tìm khoảng tin cậy 90% cho β .

ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Ở một công ty người ta dùng máy thăm dò nước ngầm. Kinh nghiệm cho biết cứ 10 địa điểm bị nghi vấn thì có 7 vị trí là có nước ngầm. Ở vị trí có nước ngầm máy báo đúng với xác suất 0,85. Ở vị trí không có nước ngầm máy báo sai với xác suất 0,1. Một vị trí được máy phân tích. Hãy tính xác suất

- (a) Máy báo vị trí này có nước ngầm.
- (b) Máy báo đúng.

Câu 2. Cho X là đại lượng ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ $f(x) = \begin{cases} ke^x, & \text{khi } x \leq 0 \\ ke^{-x}, & \text{khi } x > 0 \end{cases}$

- (a) Tìm hằng số k .
- (b) Tìm xác suất để tiến hành 5 phép thử độc lập thì có ít nhất 1 lần $X \in (0, \ln 3)$.

Câu 3. Kiểm tra ngẫu nhiên 200 người lái xe mô-tô thấy 12 người không có bằng lái. Biết số người có xe mô tô là 10000. Hãy tìm khoảng tin cậy 98% đối với số người lái xe không có bằng.

Câu 4. Hai máy tiện cùng hoạt động trong điều kiện thời tiết khác nhau. Sau một thời gian sản xuất, có ý kiến cho rằng chất lượng sản phẩm do chúng làm ra đã khác nhau. Người ta lấy ngẫu nhiên 100 sản phẩm do máy thứ nhất sản xuất và kiểm tra thấy 92 chính phẩm và trong 120 sản phẩm do máy thứ hai sản xuất thấy có 95 chính phẩm. Hãy kiểm định ý kiến trên với mức ý nghĩa 5%.

Câu 5. Trong một nhóm gồm 8 sinh viên học Toán V, điểm quá trình (x) và điểm kết thúc học phần (y) của các sinh viên đó như sau:

x	8	9	6	10	4	7	8	5
y	10	7	4	10	9	10	6	5

- (a) Tìm đường hồi quy thực nghiệm cho đường hồi quy $\hat{y} = \mu_{y|x} = \alpha + \beta x$.
- (b) Tìm khoảng tin cậy 90% cho α .

ĐỀ SỐ 6

Câu 1. Một người đi săn với một nguyên tắc như sau: sẽ quay trở về nhà khi anh ta bắn trúng đích liên tiếp hai lần hoặc dùng hết số đạn mà anh ta mang đi. Biết xác suất bắn trúng ở mỗi lần bắn của người này bằng 0,8 và anh mang đi 5 viên đạn. Tìm phân phối xác suất của số viên đạn mà người thợ săn đã dùng cho một lần đi săn.

Câu 2. Giả sử X, Y có phân phối xác suất đồng thời như sau

Y \ X	2	4
1	0,1	0,15
3	0,2	k
5	0,1	0,15

a) Tìm các phân phối biên duyên của X, Y .

b) Tính $P(Y = 2 | X = 3)$

Câu 3. Một khảo sát trên 75 sinh viên có 21 người chọn đội bóng đá A là đội mình yêu thích. Trong năm 2000, một khảo sát tương tự tiến hành trên 100 sinh viên có 23 người yêu thích đội bóng A. Tìm khoảng tin cậy 90% cho hiệu 2 tỷ lệ sinh viên yêu thích đội bóng A.

Câu 4. Một máy sản xuất có tỷ lệ chính phẩm là 98%. Sau một thời gian làm việc, người ta kiểm tra ngẫu nhiên 500 sản phẩm thì có 28 phế phẩm. Với mức ý nghĩa 0,05, có thể kết luận là tỷ lệ chính phẩm có thay đổi không?

Câu 5. Từ số liệu đường kính và trọng lượng vỏ khô của 10 cây quế:

Đường kính (cm)	10	12	14	16	18	19	20	22	23	24
Trọng lượng vỏ khô (kg)	10	9	15	15	17	16	15	18	20	1

(a) Tìm đường hồi quy thực nghiệm cho đường hồi quy $\hat{y} = \mu_{Y|x} = \alpha + \beta x$.

(b) Tìm khoảng tin cậy 95% cho β .