Lösungen Muster-Prüfung 1.2

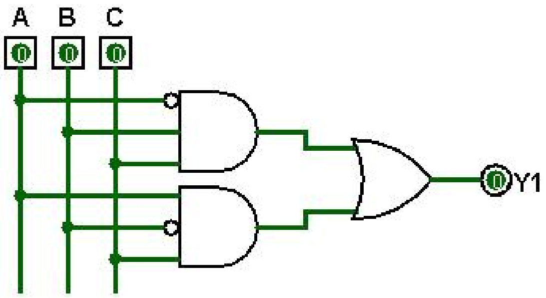
1. Dezimal-zu-Hexadezimalzahlwandlung

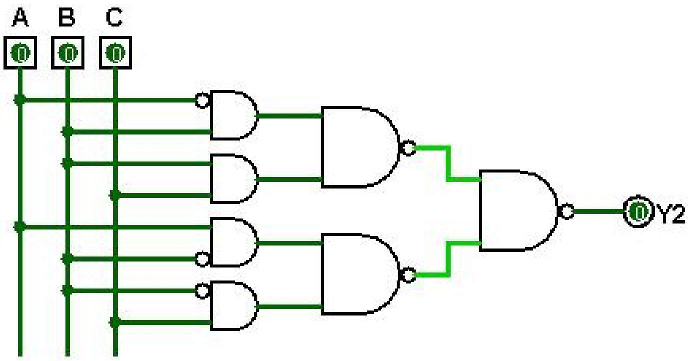
Wandeln Sie die Dezimalzahl 3291 nach Hexadezimal mit wiederholtem Dividieren durch 16 etc. Die Berechnung soll notiert werden und nachvollziehbar sein.

```
 3291 : 16 = 205                                  Rest:  11 dec = B hex
-16
---
  091        205 : 16 = 12                        Rest:  13 dec = D hex
  -80       -16
  ---       ---
   11         45        12 : 16                   Rest:  12 dec = C hex
             -32
             ---
              13                                  3021 dec = CDB hex
                                                  ===================
```

2. Boolesche Algebra

Die beiden Schaltungen unten - so wird behauptet - sind logisch äquivalent. Weisen Sie dies ausschliesslich mit Boolescher Algebra schrittweise - unter Angabe der verwendeten Regeln - nach.





$\mathrm{Y1} = \overline{\mathrm{A}}\,\mathrm{B}\,\mathrm{C} + \mathrm{A}\,\overline{\mathrm{B}}\,\mathrm{C}$

$\mathrm{Y2} = \overline{\overline{\overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}\;\mathrm{BC}}\;\overline{\mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}\;\overline{\mathrm{B}}\mathrm{C}}}$

a) Mit Verdoppelungen ($\mathrm{B} = \mathrm{B}\,\mathrm{B}$):
$\mathrm{Y1} = \overline{\mathrm{A}}\,\mathrm{B}\,\mathrm{B}\,\mathrm{C} + \mathrm{A}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\mathrm{C}$

b) Klammern zur Gruppierung:
$\mathrm{Y1} = (\overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}\;\;\mathrm{BC}) + (\mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}\;\;\overline{\mathrm{B}}\mathrm{C})$

c) De Morgan:
$\mathrm{Y1} = \overline{\overline{\overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}\;\mathrm{BC}}\;\overline{\mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}\;\overline{\mathrm{B}}\mathrm{C}}} = \mathrm{Y2}$

Gleichheitsnachweis auch von rechts nach links möglich.

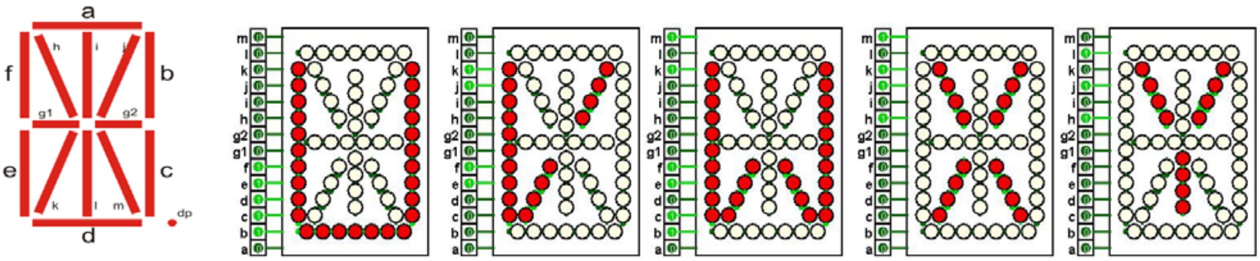
3. KDNF

Die Gleichung $\mathrm{Y}(\mathrm{X4} = \mathrm{MSB}, \mathrm{X3}, \mathrm{X2}, \mathrm{X1}, \mathrm{X0} = \mathrm{LSB}) = \mathrm{m21} + \mathrm{m23} + \mathrm{m29} + \mathrm{m31}$ kann vereinfacht werden.Wie lautet Y minimiert in Abhängigkeit der einzelnen Schaltvariablen?

Unter Zuhilfename des Karnaugh-Diagramms lässt sich ein 2 x 2 Superfeld finden. Es wird herausgelesen:

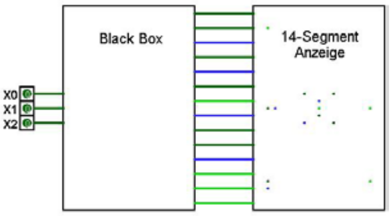
$$\mathrm{Y} = \mathrm{X4}\;\mathrm{X2}\;\mathrm{X0}$$

4. Codewandler



Für die Anzeige der Grossbuchstaben „U“ bis „Y“ steht eine 14-Segment-Anzeige zur Verfügung. Jedes Segment kann individuell unter einem Anschluss a, b, c .. m zum Leuchten gebracht werden (vgl. Schema links oben, individuelle Zeichen in Logisim mit LED-Balken rechts daneben).

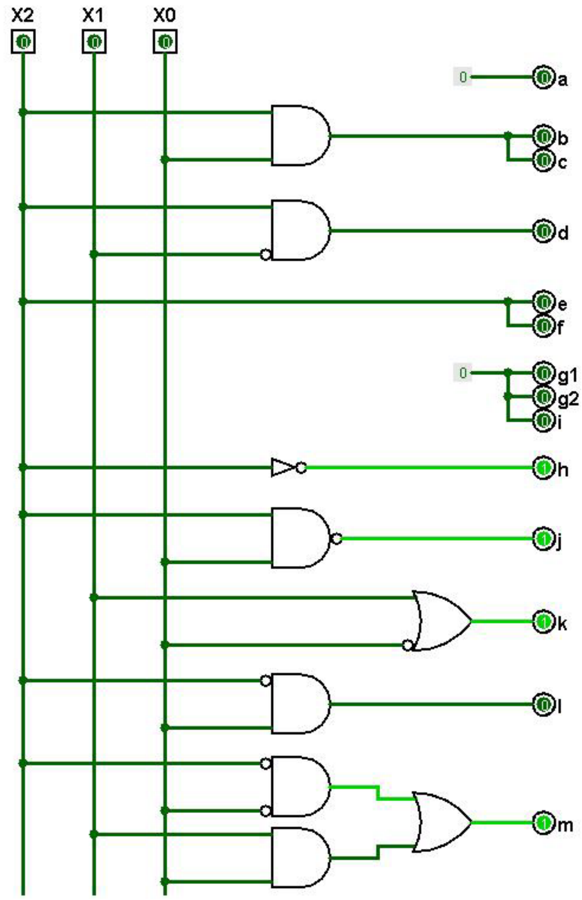
Die Anordnung für Decoder-Tests (Black Box) sieht wie folgt aus:



X2: MSB, X0: LSB
101: "U"
110: "V"
111: "W"
000: "X"
001: "Y"

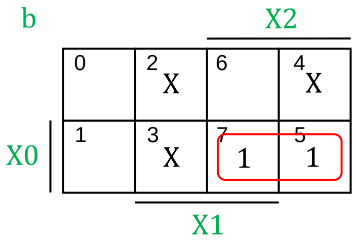
a = 1: Balken leuchtet
a = 0: Balken leuchtet nicht
b = 1: Balken leuchtet
etc.

In der Black Box wurde bisher realisiert:

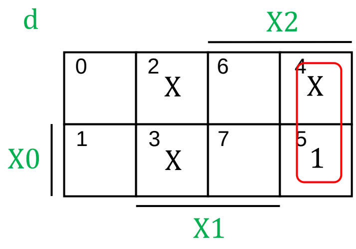


X2	X1	X0	a	b	c	d	e	f	g1	g2	h	i	j	k	l	m		
0	0	0									1		1	1		1		"X"
0	0	1									1		1		1			"Y"
0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		
0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		
1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		
1	0	1		1	1	1	1	1										"U"
1	1	0					1	1					1	1				"V"
1	1	1		1	1		1	1						1		1		"W"

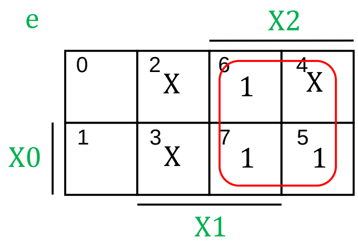
Testen Sie, ob die bisherige Realisierung in Ordnung ist. Korrigieren Sie die Schaltung allenfalls. Ergänzen Sie sodann die fehlenden Gatter in Minimalform (von KDNF ausgehend) – unter Ausnutzung von *Don't cares* – so dass alle 5 Buchstaben (und nur diese) korrekt ausgegeben werden. Verwenden Sie nötige Karnaugh-Diagramme und notieren Sie die Schaltungsgleichungen.



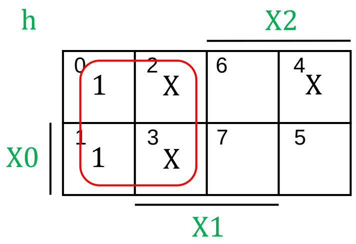
$b = X2\ X0$



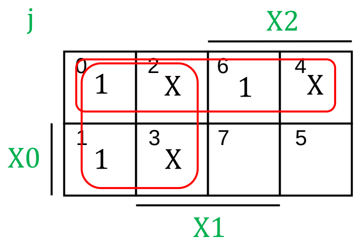
$d = X2\ \overline{X1}$



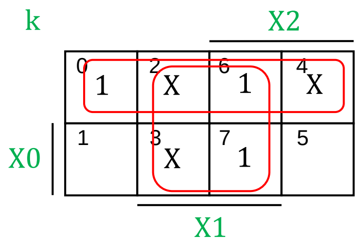
$e = X2$



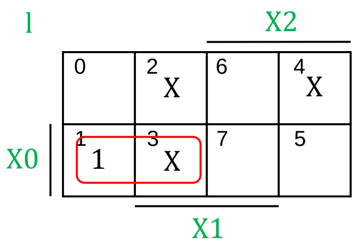
$h = \overline{X2}$



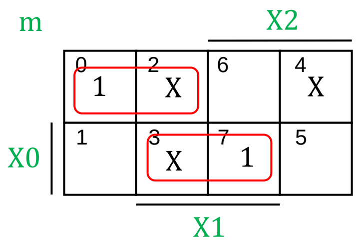
$j = \overline{X2} + \overline{X0}$



$k = X1 + \overline{X0}$



$l = \overline{X2}\ X0$



$m = \overline{X2}\ \overline{X0} + X1\ X0$

5. Minimierung

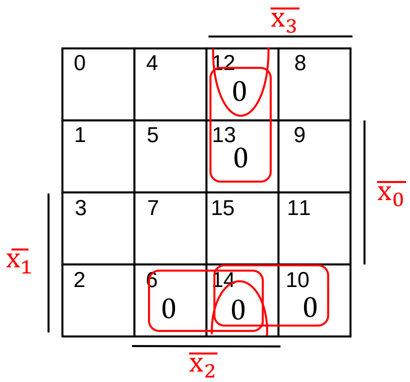
Gegeben ist die Boolesche Gleichung $y = (\overline{x2} + \overline{x1} + x0)(\overline{x3} + \overline{x1} + x0)(\overline{x3} + \overline{x2} + x0)(\overline{x3} + \overline{x2} + x1)$. Zeigen Sie, ob die Gleichung weiter minimiert werden kann (systematische Darstellung und Begründung verlangt!). Wenn ja, wie sieht die vollständig minimierte Schaltung aus?

Die Gleichung kann leicht für Karnaugh erweitert werden:

$y = (\overline{x2} + \overline{x1} + x0 + x3\overline{x3})(\overline{x3} + \overline{x1} + x0 + x2\overline{x2})(\overline{x3} + \overline{x2} + x0 + x1\overline{x1})(\overline{x3} + \overline{x2} + x1 + x0\overline{x0})$

$y = \mathrm{M6\ M14\ M14\ M10\ M14\ M12\ M13\ M12}$

$y = \mathrm{M14\ M13\ M12\ M10\ M6}$



Es zeigt sich im Diagramm, dass es das Superfeld $\mathrm{M14} \cdot \mathrm{M12}$ nicht braucht, da $\mathrm{M12}$ und $\mathrm{M14}$ bereits in andern Superfeldern einbezogen sind.

Andere Begründung ohne Diagramm:

Mit $\overline{x3} + \overline{x2} + x0 + x1\overline{x1} = \mathrm{M14} \cdot \mathrm{M12}$ zeigt sich, dass $\mathrm{M12}$ und $\mathrm{M14}$ bereits in den andern Termen enthalten sind: Also kann vereinfacht geschrieben werden:

$y = (\overline{x2} + \overline{x1} + x0)(\overline{x3} + \overline{x1} + x0)(\overline{x3} + \overline{x2} + x1)$