

Lösungen Aufgaben 1.1

1.

Stellen Sie die Dezimalzahl 277 binär dar, indem Sie den Algorithmus des fortlaufenden Teilens durch 2 anwenden.

Algorithmus:

277 : 2 = 138	Einer-Rest:	1 (LSB)	
138 : 2 = 69	Zweier-Rest:	0	
69 : 2 = 34	Vierer-Rest:	1	
34 : 2 = 17	etc.	0	
17 : 2 = 8		1	
8 : 2 = 4		0	
4 : 2 = 2		0	
2 : 2 = 1		0	
1 : 2 = 0 (Abbruch, da 0)		1 (MSB)	$\Rightarrow 277_{10} = 1'0001'0101_2$

```
/**
 * Convert a decimal number in its binary representation in a list.
 *
 * @param
 *   dec - The decimal (>= 0) to be converted.
 * @return
 *   a list containing the least significant bit up to
 *   the most significant bit (as Integers). Return an empty list
 *   if dec < 0.
 */
static public List<Integer> convertDec2BinList(final int dec) {
    List<Integer> lsb2msb = new ArrayList<Integer>();
    if (dec < 0) return lsb2msb;

    int quotient = dec;
    do {
        lsb2msb.add(quotient % 2);
        quotient /= 2;
    }
    while (quotient != 0);

    return lsb2msb;
}
```

2.

Wenden Sie für die Zahl in Aufgabe 1 das Verfahren an, das zuerst das MSB ermittelt bis hin zum LSB als letzte ermittelte Stelle.

512 >	277	>= 256	wahr:	1 (MSB)
256 > (277 - 256 =	21)	>= 128	falsch:	0
128 >	21	>= 64	falsch:	0
64 >	21	>= 32	falsch:	0
32 >	21	>= 16	wahr:	1
16 > (21 - 16 =	5)	>= 8	falsch:	0
8 >	5	>= 4	wahr:	1
4 > (5 - 4 =	1)	>= 2	falsch:	0
2 >	1	>= 1	wahr:	1 (LSB)

Abbruch

$\Rightarrow 277_{10} = 1'0001'0101_2$

3.

Gegeben ist die Zahl 345. Welchen Wert weist die Zahl in Dezimal auf, wenn sie

- a) als Oktalzahl,
- b) als Zahl zur Basis 9 interpretiert wird?

$$a) \Rightarrow 345_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 229_{10}$$

$$b) \Rightarrow 345_9 = 3 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9^1 + 5 \cdot 9^0 = 284_{10}$$

4.

Stellen Sie die Zahl 83_{10} als Binärzahl mit Wortlänge $n = 8$ dar.

$$\Rightarrow 83_{10} = 0101'0011_2 \quad 1 \text{ führende Null ergänzt, damit 8-stellig}$$

5.

Die Binärzahl 0100110 liegt hier in der Wortlänge $n = 7$ vor. Wie lautet ihr Dezimalwert?

$$\Rightarrow 010'0110_2 = 38_{10}$$

6.

Wandeln Sie die Binärzahl 101100101100 in eine Hex-Zahl um.

$$\Rightarrow 1011'0010'1100_2 = B2C_{16}$$

7.

Stellen Sie die Dezimalzahl -83 als Binärzahl in Zweierkomplement-Darstellung mit $n = 8$ dar.

$$83_{10} = 0101'0011_2$$

$$EK(0101'0011_2) = 1010'1100_2$$

$$ZK(0101'0011_2) = 1010'1100_2 + 1_2 = 1010'1101_2 \quad \Rightarrow 1010'1101_2$$

8.

Die Dezimalzahlen 22 und 15 sind in ZK-Darstellung mit $n = 7$ darzustellen und zu addieren. Wie lautet das Resultat in ZK-Darstellung?

Bemerkung:

Im Zahlenkreis mit ZK-Darstellung können die Dezimalzahlen 0 .. 63 und -1 .. -64 angegeben werden, insgesamt 128 Zahlen. Die positiven Dezimalzahlen 22 und 15 liegen im Bereich der positiven Zahlen. Da sie positiv sind, werden sie normal in Dezimalzahlen gewandelt – oder bei vorliegendem Zahlenkreis – abgelesen. Evident ist ebenso, dass die Addition zu keiner (unzulässigen) Bereichsüberschreitung führt.

$$22_{10} = 001'0110_2$$

$$15_{10} = \underline{000'1111_2}$$

$$\Rightarrow 010'0101_2$$

9.

Die Dezimalzahlen 11 und -29 sind in ZK-Darstellung mit $n = 7$ darzustellen und zu addieren. Wie lautet das Resultat in ZK-Darstellung?

Bemerkung: Anders als in Aufgabe 8. liegt -29 im negativen Halbkreis. Daher muss von der Dezimalzahl +29 in binärer Darstellung vorerst das Zweierkomplement gebildet werden.

$$\begin{aligned} \text{ZK}(29_{10}) &= \text{EK}(29_{10}) + 1_{10} = \text{EK}(001'1101_2) + 1_2 = 110'0010_2 + 1_2 = 110'0011_2 \\ 11_{10} &= 000'1011_2 \\ -29_{10} &= \underline{110'0011_2} \\ \Rightarrow & 110'1110_2 \end{aligned}$$

10.

Geben Sie die Bereichsgrenzen in Dezimal an für Binärzahlen in ZK-Darstellung der Wortlänge 9.

$$\begin{aligned} \text{untere Grenze: } -2^8 &= -256_{10} \\ \text{obere Grenze: } 2^8 - 1 &= 255_{10} \end{aligned}$$

11.

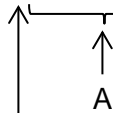
Wie lautet der Dezimalwert der Hexzahl 3A2, wenn die Zahl

- vorzeichenlos interpretiert wird,
- vorzeichenbehaftet (in ZK-Darstellung, Wortlänge $n = 10$) interpretiert wird?

$$\begin{aligned} \text{a) } \Rightarrow 3A2_{16} &= 930_{10} \\ \text{b) MSB ist 1, daher Dezimalzahl negativ. } \text{ZK}(3A2_{16}) &= \text{EK}(11'1010'0010_2) + 1_2 = \\ & 00'0101'1110_2 = 94_{10} \\ \Rightarrow \text{In ZK: } 3A2_{16} &= -94_{10} \end{aligned}$$

Variante:

$11'1010'0010_2$



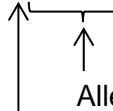
Alle Bit ausser MSB positiv interpretieren: $256_{10} + 128_{10} + 32_{10} + 2_{10} = 418_{10}$

MSB mit seinem Gewicht negativ ansetzen: -512_{10}

Beides summieren: $-512_{10} + 418_{10} = -94_{10}$

Illustration obiger Variante an "Extremwert" (Wortlänge $n = 8$):

$1111'1111_2$



Alle Bit ausser MSB positiv interpretieren: 127_{10}

MSB mit seinem Gewicht negativ ansetzen: -128_{10}

Beides summieren: $-128_{10} + 127_{10} = -1_{10}$

Abgeleitete Regel:

Der Dezimalwert einer negativen Binärzahl (MSB = 1, ZK-Darstellung) wird ermittelt, indem das Stellengewicht des MSB negativ angesetzt wird und zu diesem alle weiteren Gewichte positiv addiert werden.

12.

Multiplizieren Sie in der binären Basis $1101 * 101$ von Hand.

$$\begin{array}{r}
 1101 * 101: \quad \underline{1101 * 101} \\
 \quad \quad \quad 1101 \\
 \quad \quad \quad 0000 \\
 \quad \quad \quad \underline{1101} \\
 \Rightarrow \quad \quad \quad 1000001
 \end{array}$$

13.

Nehmen Sie die Ganzzahldivision (in binär) $110111 / 101$ mit allfälligem Rest von Hand vor.

$$\begin{array}{r}
 110111 / 101: \quad \quad 110111 / 101 = 1011 \\
 \quad \quad \underline{-101} \\
 \quad \quad \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \underline{11} \\
 \quad \quad \quad \quad 111 \\
 \quad \quad \quad \underline{-101} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 101 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{-101} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

$\Rightarrow 1011, \text{ Rest: } 0$