Lösungen Aufgaben 1.1

1.
Stellen Sie die Dezimalzahl 277 binär dar, indem Sie den Algorithmus des fortlaufenden Teilens durch 2 anwenden.

Algorithmus:

```
277 : 2 = 138           Einer-Rest:   1  (LSB)
138 : 2 =  69           Zweier-Rest:  0
 69 : 2 =  34           Vierer-Rest:  1
 34 : 2 =  17           etc.          0
 17 : 2 =   8                         1
  8 : 2 =   4                         0
  4 : 2 =   2                         0
  2 : 2 =   1                         0
  1 : 2 =   0 (Abbruch, da 0)         1  (MSB)
```

$\Rightarrow \quad 277_{10} = 1'0001'0101_2$

```java
/**
 * Convert a decimal number in its binary representation in a list.
 *
 * @param
 *    dec - The decimal (>= 0) to be converted.
 * @return
 *    a list containing the least significant bit up to
 *    the most significant bit (as Integers). Return an empty list
 *    if dec < 0.
 */
static public List<Integer> convertDec2BinList(final int dec) {
  List<Integer> lsb2msb = new ArrayList<Integer>();
  if (dec < 0) return lsb2msb;

  int quotient = dec;
  do {
    lsb2msb.add(quotient % 2);
    quotient /= 2;
  }
  while (quotient != 0);

  return lsb2msb;
}
```

2.
Wenden Sie für die Zahl in Aufgabe 1 das Verfahren an, das zuerst das MSB ermittelt bis hin zum LSB als letzte ermittelte Stelle.

```
512 >                277   >= 256     wahr:  1  (MSB)
256 >  (277 - 256 =   21)  >= 128   falsch:  0
128 >                 21   >=  64   falsch:  0
 64 >                 21   >=  32   falsch:  0
 32 >                 21   >=  16     wahr:  1
 16 >  (21 - 16 =      5)  >=   8   falsch:  0
  8 >                  5   >=   4     wahr:  1
  4 >  (5 - 4 =        1)  >=   2   falsch:  0
  2 >                  1   >=   1     wahr:  1  (LSB)
Abbruch
```

$\Rightarrow \quad 277_{10} = 1'0001'0101_2$

3.
Gegeben ist die Zahl 345. Welchen Wert weist die Zahl in Dezimal auf, wenn sie
a) als Oktalzahl,
b) als Zahl zur Basis 9 interpretiert wird?

a) $\Rightarrow$ $345_8 = 3 * 8^2 + 4*8^1 + 5*8^0 = 229_{10}$
b) $\Rightarrow$ $345_9 = 3 * 9^2 + 4*9^1 + 5*9^0 = 284_{10}$

4.
Stellen Sie die Zahl 83_{10} als Binärzahl mit Wortlänge n = 8 dar.

$\Rightarrow$ $83_{10} = 0101'0011_2$ 1 führende Null ergänzt, damit 8-stellig

5.
Die Binärzahl 0100110 liegt hier in der Wortlänge n = 7 vor. Wie lautet ihr Dezimalwert?

$\Rightarrow$ $010'0110_2 = 38_{10}$

6.
Wandeln Sie die Binärzahl 101100101100 in eine Hex-Zahl um.

$\Rightarrow$ $1011'0010'1100_2 = B2C_{16}$

7.
Stellen Sie die Dezimalzahl -83 als Binärzahl in Zweierkomplement-Darstellung mit n = 8 dar.

$83_{10} = 0101'0011_2$
$EK(0101'0011_2) = 1010'1100_2$
$ZK(0101'0011_2) = 1010'1100_2 + 1_2 = 1010'1101_2$ $\Rightarrow$ $1010'1101_2$

8.
Die Dezimalzahlen 22 und 15 sind in ZK-Darstellung mit n = 7 darzustellen und zu addieren. Wie lautet das Resultat in ZK-Darstellung?

Bemerkung:
Im Zahlenkreis mit ZK-Darstellung können die Dezimalzahlen 0 .. 63 und -1 .. -64 angegeben werden, insgesamt 128 Zahlen. Die positiven Dezimalzahlen 22 und 15 liegen im Bereich der positiven Zahlen. Da sie positiv sind, werden sie normal in Dezimalzahlen gewandelt – oder bei vorliegendem Zahlenkreis – abgelesen. Ersichtlich ist ebenso, dass die Addition zu keiner (unzulässigen) Bereichsüberschreitung führt.

$$
\begin{array}{ll}
22_{10} = & 001'0110_2 \\
15_{10} = & \underline{000'1111_2} \\
\Rightarrow & 010'0101_2
\end{array}
$$

9.
Die Dezimalzahlen 11 und -29 sind in ZK-Darstellung mit n = 7 darzustellen und zu addieren. Wie lautet das Resultat in ZK-Darstellung?

Bemerkung: Anders als in Aufgabe **8.** liegt -29 im negativen Halbkreis. Daher muss von der Dezimalzahl +29 in binärer Darstellung vorerst das Zweierkomplement gebildet werden.

$ZK(29_{10}) = EK(29_{10}) + 1_{10} = EK(001'1101_2) + 1_2 = 110'0010_2 + 1_2 = 110'0011_2$

$11_{10} = \quad 000'1011_2$

$-29_{10} = \quad \underline{110'0011_2}$

$\Rightarrow \quad 110'1110_2$

10.
Geben Sie die Bereichsgrenzen in Dezimal an für Binärzahlen in ZK-Darstellung der Wortlänge 9.

untere Grenze: $-2^8 = -256_{10}$
obere Grenze: $2^8 - 1 = 255_{10}$

11.
Wie lautet der Dezimalwert der Hexzahl 3A2, wenn die Zahl
a) vorzeichenlos interpretiert wird,
b) vorzeichenbehaftet (in ZK-Darstellung, Wortlänge n = 10) interpretiert wird?

a) $\Rightarrow$ $3A2_{16} = 930_{10}$
b) MSB ist 1, daher Dezimalzahl negativ. $ZK(3A2_{16}) = EK(11'1010'0010_2) + 1_2 = 00'0101'1110_2 = 94_{10}$
$\Rightarrow$ In ZK: $3A2_{16} = -94_{10}$

Variante:
$1\underbrace{1'1010'0010}_{}{}_2$

Alle Bit ausser MSB positiv interpretieren: $256_{10} + 128_{10} + 32_{10} + 2_{10} = 418_{10}$
MSB mit seinem Gewicht negativ ansetzen: -512_{10}
Beides summieren: $-512_{10} + 418_{10} = -94_{10}$

Illustration obiger Variante an "Extremwert" (Wortlänge n = 8):
$1\underbrace{111'1111}_{}{}_2$

Alle Bit ausser MSB positiv interpretieren: 127_{10}
MSB mit seinem Gewicht negativ ansetzen: -128_{10}
Beides summieren: $-128_{10} + 127_{10} = -1_{10}$

Abgeleitete Regel:
Der Dezimalwert einer negativen Binärzahl (MSB = 1, ZK-Darstellung) wird ermittelt, indem das Stellengewicht des MSB negativ angesetzt wird und zu diesem alle weiteren Gewichte positiv addiert werden.

12.
Multiplizieren Sie in der binären Basis 1101 * 101 von Hand.

```
1101 * 101:        1101 * 101
                   ----------
                         1101
                        0000
                       1101
                      -------
                ⇒  1000001
```

13.
Nehmen Sie die Ganzzahldivision (in binär) 110111 / 101 mit allfälligem Rest von Hand vor.

```
110111 / 101:     110111 / 101 = 1011
                 -101
                    1
                    11
                    111
                   -101
                     101
                    -101
                        0
⇒  1011, Rest: 0
```