Lösungen zum Skript *Schaltalgebra*

Aufgabe Seite 2:
Charakterisieren Sie mit Wahrheitstabellen alle (anderen) unären Schaltfunktionen.

x	y
0	0
1	0

x	y
0	0
1	1

x	y
0	1
1	0

x	y
0	1
1	1

Hinweis:
Bei gegebenem Eingangswerten x werden alle möglichen Wahrheitstabellen gefunden, indem die Werte der y-Spalten permutiert werden.
Am Beispiel hier:

x	y	
0	0	$\longrightarrow y_0$
1	0	$\longrightarrow y_1$

mit $Y = (y_1, y_0)$ als 2-Bit-Wort verstanden also
$Y = 00, 01, 10$ und 10

Mit 2 Eingangsvariablen sind insgesamt 16 unterschiedliche Wahrheitstabellen möglich, mit 3 Eingangsvariablen 256 etc.

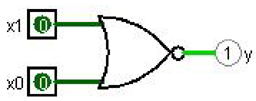
Fragen Seite 4:
Wie viele mögliche binäre Verknüpfungen gibt es insgesamt? Oder anders gefragt: Mit 2 Eingangsvariablen können wie viele unterschiedliche Wahrheitstabellen produziert werden?

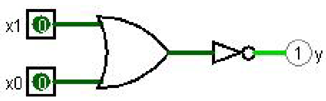
Vgl. oben, letzter Absatz.

Kennen Sie die Namen einiger dieser binären Verknüpfungen nebst AND und OR?

NAND, NOR, EXOR, EXNOR

Aufgabe Seite 5:
Erstellen Sie Wahrheitstabelle, Symbole etc. für das NOR-Gatter.





x_1	x_0	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

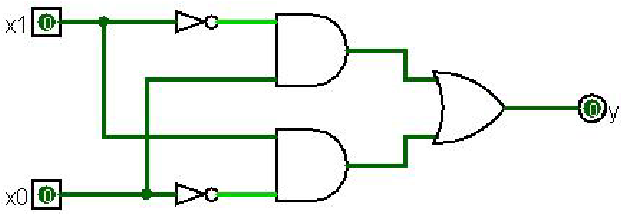
f: nor

$\overline{x_1 + x_0} = y$ logische Summe invertiert.

$\mathrm{nor}(x_0, x_1) = \mathrm{not}(\mathrm{or}(x_0, x_1) = y$ Funktionsschreibweise

Frage Seite 6:
Das EXOR-Gatter kann mit den sog. Grund-Gattern AND, OR und NOT aufgebaut werden. Wie?

Z.B.:

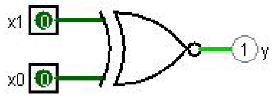


Aufgabe Seite 7:
Notieren Sie analog dem EXOR die Wahrheitstabelle des EXNOR (Aequivalenz) etc.

x_1	x_0	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

f: exnor

Der alternative Name Aequivalenz wiedergibt die Werte des Ausgangsvektors:
Der Ausgangwert von y ist nur dann 1, wenn beide Eingänge gleiche Werte aufweisen. (entweder der eine - oder der andere)



Schaltsymbol für die exnor-Verknüpfung

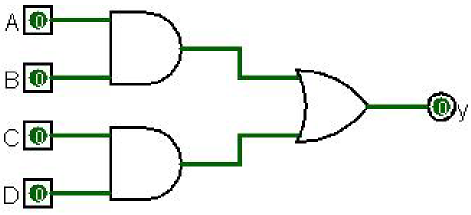
$\overline{x_1 \oplus x_0} = y$ — EXNOR (bevorzugte Schreibweise)

$x_1 \equiv x_0 = y,\ x_1 \leftrightarrow x_0 = y$ — Weitere EXNOR-Operatoren-Schreibweisen

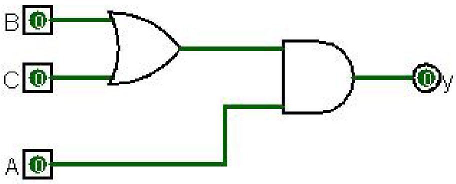
$\mathrm{xnor}(x_0, x_1) = y$ — Funktionsschreibweise

Aufgabe Seite 8:
Zeichnen Sie die Schaltungen mit den eingeführten Schaltsymbolen zu den gegebenen Gleichungen.

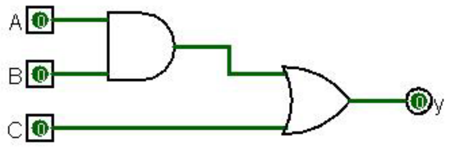
$A \cdot B + CD$



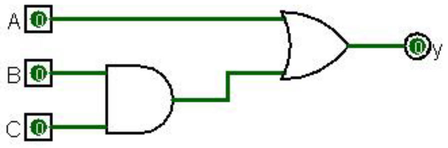
$A(B + C)$



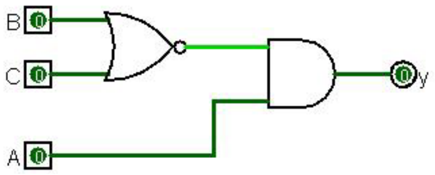
$(AB) + C$



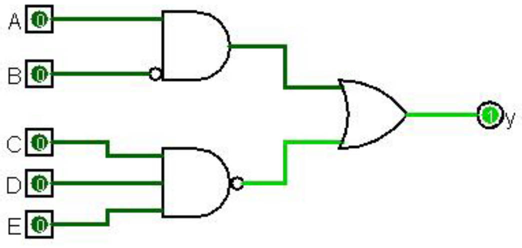
$A + BC$



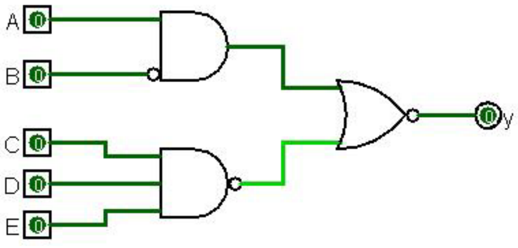
$A\,\overline{B + C}$



$A\overline{B} + \overline{CDE}$



$\overline{A\overline{B} + \overline{CDE}}$



Aufgabe Seite 11:
Bilden Sie die KKNF der Tabelle auf Seite 11. Formulieren Sie die Vorgehensweise zur Findung der KKNF wie dies für die KDNF formuliert wurde.

Hinweis:
Ihre Lösung sollte die Form $y = M_0 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6$ aufweisen.

Vorgehen zum Bilden der KKNF der Tabelle
- Betrachten aller Eingangsvektoren (jeder Zeile) X_i, für die die Funktion $y = f(X_i)$ den Wert 0 annimmt.
  In unserem Beispiel sind dies X_0, X_3, X_4, X_5 und X_6.

- Für jeden oben gefundenen Eingangsvektor wird eine Disjunktion mit den Eingangsvariablen x_i (beachte: klein x) gebildet, die sog. Maxterme M_i.
  In unserem Beispiel:
  Für X_0: $M_0 = x_2 + x_1 + x_0$,
  für X_3: $M_3 = x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}$,
  für X_4: $M_4 = \overline{x_2} + x_1 + x_0$,
  für X_5: $M_5 = \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}$,
  für X_6: $M_6 = \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0$

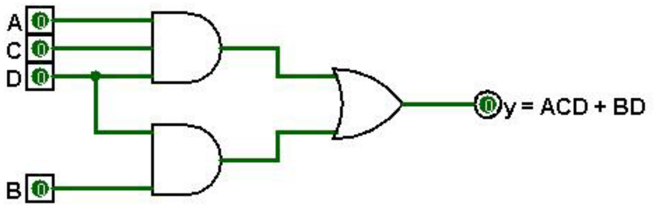
Die x_i werden invertiert notiert, wenn sie den Wert 1 aufweisen, sonst werden sie nicht-invertiert notiert.

- Zur Bildung der KKNF werden die Maxterme konjunktiv verknüpft und mit y gleich gesetzt. Hier:
  $y = M_0 M_3 M_4 M_5 M_6 = (x_2 + x_1 + x_0)(x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0})(\overline{x_2} + x_1 + x_0)(\overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0})(\overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0)$

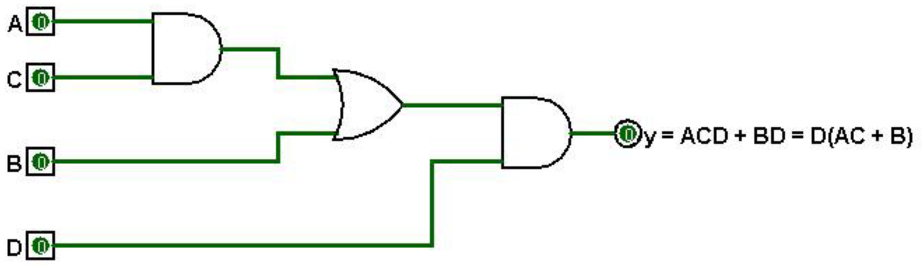
Frage Seite 12:
Wann ist welche Normalform für einen kleineren Realisierungsaufwand vorteilhafter?

KDNF, falls die y-Spalte weniger 1 als 0 aufweist; KKNF, falls die y-Spalte weniger 0 als 1 aufweist

Aufgaben Seite 13:
Zeichnen Sie die minimierte Schaltung für $ACD + BD = y$.



Was bewirkt das Ausklammern bezüglich der Realisierung der Schaltung?
$ACD + BD = D(AC + B)$



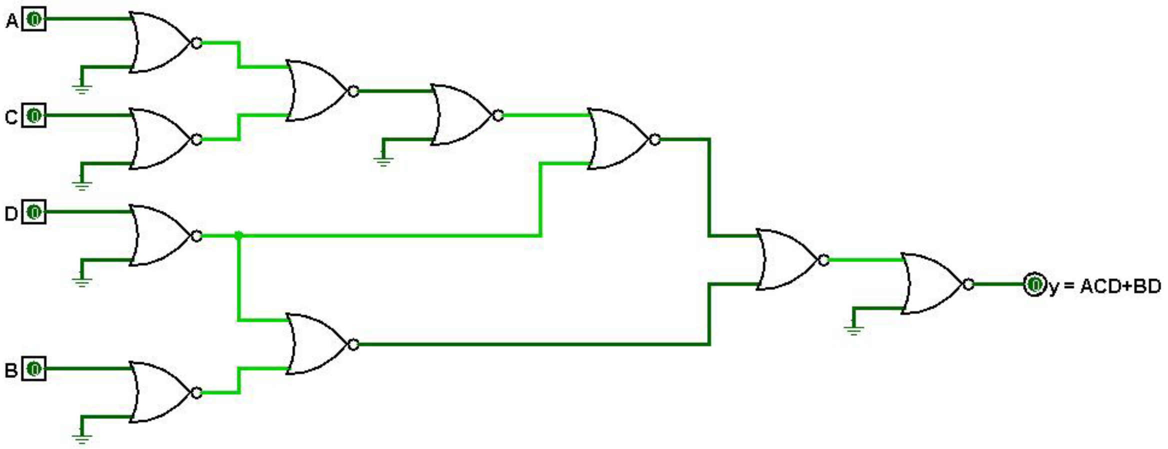
Die Schaltung vereinfacht sich in der Breite, vergrössert sich aber in der Tiefe (eine weitere Stufe wird nötig).

Manchmal stehen nur 2-Input-Gatter zur Verfügung. Wie müsste dann die Schaltung realisiert werden?

Vgl. oben als eine mögliche Lösung.

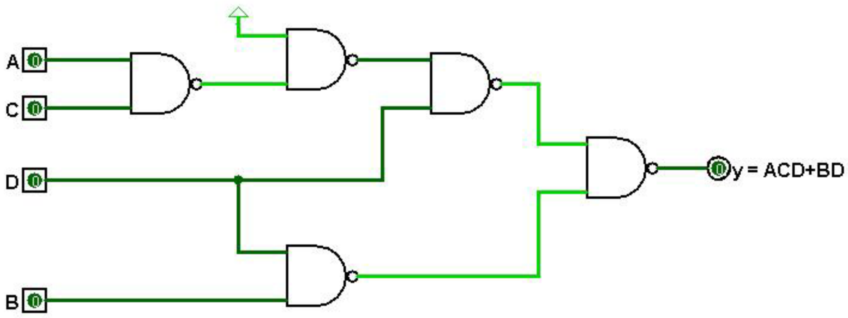
Wie sieht die Schaltung aus, wenn entweder nur 2-Inpt-NOR oder nur 2-Input-NAND zur Verfügung stehen?

Lösung mit 2-Input-NOR:
Mehrfache Anwendung der De Morgan'schen Regel führt zur Lösung. Inverter werden mit 2-Input-NOR gebildet.



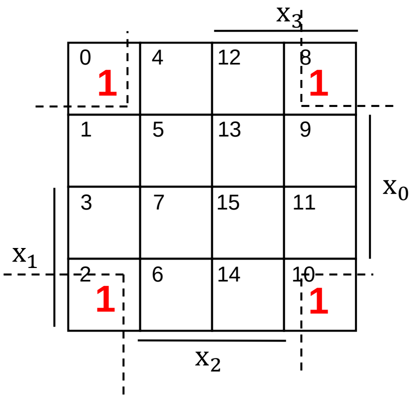
$$\mathrm{ACD} + \mathrm{BD} = \overline{\overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{D}}} + \mathrm{BD} = \overline{\overline{\overline{\overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{C}}}} + \overline{\mathrm{D}}} + \overline{\overline{\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{D}}} = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{C}}}} + \overline{\mathrm{D}}} + \overline{\overline{\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{D}}}}}$$

Lösung mit 2-Input-NAND:
Mehrfache Anwendung der De Morgan'schen Regel führt zur Lösung. Inverter werden mit 2-Input-NAND gebildet.



$$\mathrm{ACD} + \mathrm{BD} = \overline{\overline{\mathrm{AC}}}\,\mathrm{D} + \overline{\overline{\mathrm{BD}}} = \overline{\overline{\overline{\overline{\mathrm{AC}}}\,\mathrm{D}}} + \overline{\overline{\mathrm{BD}}} = \overline{\overline{\overline{\overline{\mathrm{AC}}}\,\mathrm{D}}\;\;\overline{\mathrm{BD}}}$$

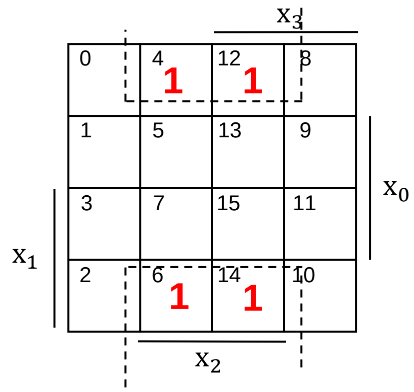
Aufgaben Seite 17:



Ein Superfeld der Dimension 2 x 2.

Wie lautet die vereinfachte Funktion?

$y = \overline{x_2}\,\overline{x_0}$



Ein weiteres Superfeld der Dimension 2 x 2.

Wie lautet die vereinfachte Funktion?

$y = x_2\,\overline{x_0}$

Aufgabe Seite 18:

Für untenstehende Tabelle sind die Werte für "0" und alle Don't cares eingetragen. Ergänzen Sie alle fehlenden Werte (vgl. Vereinbarung).

BCD	x_3	x_2	x_1	x_0	a	b	c	d	e	f	g	Ziffer
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	"0"
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	"1"
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	"2"
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	"3"
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	"4"
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	"5"
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	"6"
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	"7"
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	"8"
9	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	"9"
-	1	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x	
-	1	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x	
-	1	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x	
-	1	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x	
-	1	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x	
-	1	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x	

Vereinbarung: 1 am Ausgang soll bedeuten: Segment der Anzeige leuchtet;
0 am Ausgang: Segment leuchtet nicht.