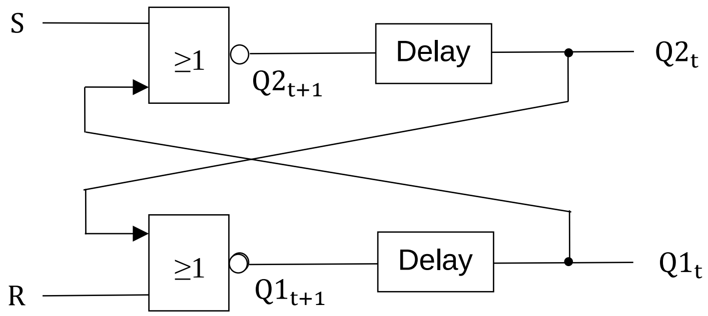
Lösung Entwicklung eines $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF

Frage aus Datei *entwicklungRSFF.pdf* :
Wie ist das $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF zu analysieren? Wie lauten Zustandsfolgetabelle und Zustandsfolgefunktionen?
Hinweis: $\overline{R}$ und $\overline{S}$ sind aktiv tief zu wählen: Reset, falls Eingang tief; Set falls Eingang tief.

Mit der Einführung der Delay-Glieder (früher als Schalter dargestellt) kann systematisch analysiert werden:
- Zeitliches Auftrennen der Rückkopplungsleitung mit Delays.
- Gleichungen aufstellen, als ob es sich um ein Schaltnetz handeln würde.
- Am Schluss Delays aufheben: Gleichungen gleichsetzen und Zustandsfolgefunktionen finden.

Die Schaltung etwas umgezeichnet:



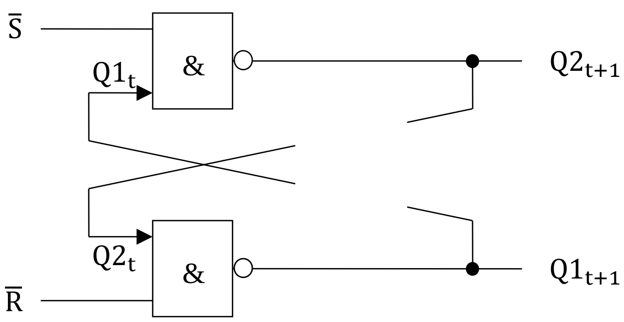
$$Q1_{t+1} = \overline{R + Q2_t}$$
$$Q2_{t+1} = \overline{S + Q1_t}$$

Delay aufheben:
$Q1_t := Q1_{t+1}$ und $Q2_t := Q2_{t+1}$, was zu folgenden Zustandsfolgefunktionen führt:

$$Q1_{t+1} = \overline{R + \overline{S + Q1_t}}$$
$$Q2_{t+1} = \overline{S + \overline{R + Q2_t}}$$

Frage:
Wie ist das $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF zu analysieren? Wie lauten Zustandsfolgetabelle und Zustandsfolgefunktionen?
Hinweis: $\overline{R}$ und $\overline{S}$ sind tief aktiv zu wählen: Reset, falls Eingang tief; Set falls Eingang tief.

Zur Analyse eines $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF wird von untenstehender Schaltung ausgegangen, bei der die zurückgeführten Leitungen unterbrochen sind:



NAND

X1	X0	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

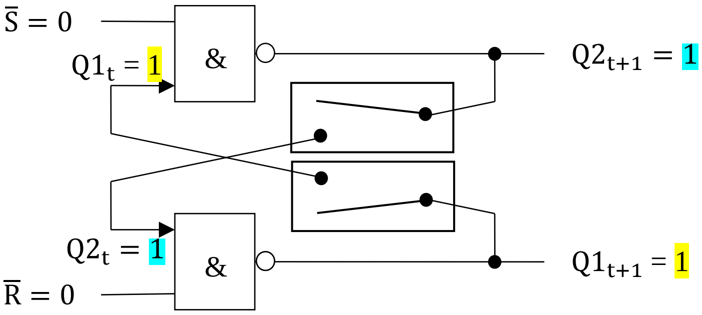
Für die obige (kombinatorische) Schaltung wird die Wahrheitstabelle unten links aufgestellt. $\overline{S}$, $\overline{R}$, $Q1_t$ und $Q2_t$ sind Eingänge, $Q1_{t+1}$ und $Q2_{t+1}$ sind Ausgänge.

Im Folgenden wird untersucht, ob die Schaltung mit Rückkopplung stabil ist (also nicht schwingt). Dazu müssen alle Zeilen der Tabelle separat überprüft werden. Vorerst konzentrieren wir uns auf die Fälle, die in der unten stehenden Tabelle rechts eingerahmt sind. An ihnen wird gezeigt, was *stabiler Zustand* heisst.

$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0

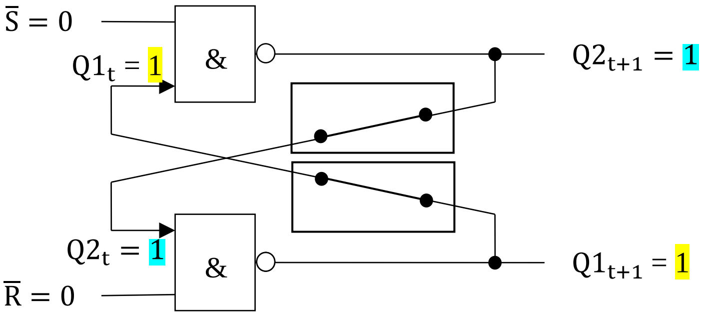
$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	Zeile 3
0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	0	Zeile 6
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	0	1	Zeile 9
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	1	
1	1	0	1	0	1	Zeile 13
1	1	1	0	1	0	Zeile 14
1	1	1	1	0	0	

Wir beschränken uns zunächst auf Zeile 3. Bei noch offenen Rückführungen werden die konkreten Werte in der Schaltung eingetragen:



Vor dem Schliessen der beiden Schalter ersieht man bereits, dass $Q1_t = Q1_{t+1} = 1$ und $Q2_t = Q2_{t+1} = 1$ gilt.

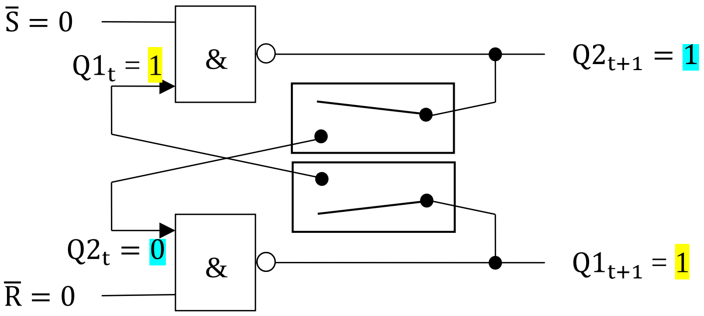
Die bei offener Rückführung willkürlich gewählten Werte $Q1_t$ und $Q2_t$ stimmen je mit den Ausgangswerten $Q1_{t+1}$ und $Q2_{t+1}$ überein. Mit Schliessen der Schalter ändern die Werte an den Eingängen der NAND-Gatter nicht.



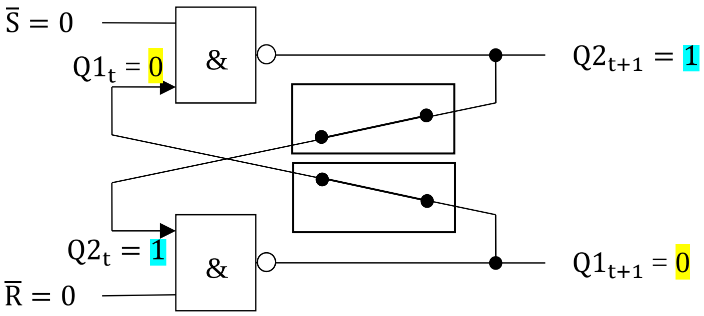
Die Zeile 3 stellt offenbar einen stabilen Zustand dar. Der stabile Zustand drückt sich dadurch aus, dass die Bit-Muster der beiden eingerahmten Werte in Zeile 3 dieselben sind.
Weitere übereinstimmende Muster lassen sich auch in den Zeilen 6, 9, 13 und 14 finden. Alle diese Zeilen stellen - bei unterschiedlichen $\bar{S}$ und $\bar{R}$ - stabile Zustände dar.

Auch für die restlichen Zeilen ist zu zeigen, dass - wenngleich nicht sofort - schliesslich stabile Zustände eingenommen werden. Wir gehen wiederum von geöffneten Schaltern aus und untersuchen Zeile 1.

$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	Zeile 1
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	stabil
0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	0	stabil
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	0	1	stabil
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	1	
1	1	0	1	0	1	stabil
1	1	1	0	1	0	stabil
1	1	1	1	0	0	

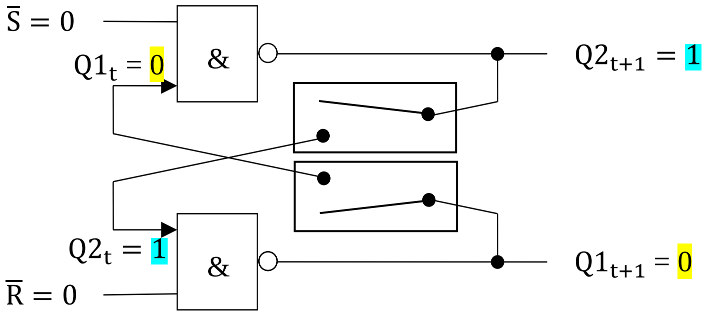


Werden jetzt die beiden Schalter geschlossen, ändert der Eingangswert $Q2_t$ von 0 zu 1, da der Ausgangswert $Q2_{t+1}$ übernommen wird. Für $Q1_t$ ändert sich nichts. Die neue Situation ersehen Sie unten.



Mit einem neuen Eingangswert am NAND-Gatter muss der Ausgang $Q1_{t+1}$ überprüft werden, er könnte ändern. Zuvor werden aber die beiden Schalter wieder geöffnet.

Es ergibt sich folgendes Bild:



Am Ausgang $Q1_{t+1}$ ändert sich nichts.

Wenn die Schalter neuerlich geschlossen werden, kommt keine weitere Änderung zu Stande: wir befinden uns im stabilen Zustand von Zeile 3.
Das Einnehmen eines stabilen Zustandes ausgehend von Zeile 1 tragen wir in der Wahrheitstabelle mit einem Pfeil ein.

$\bar{S}$	$\bar{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	instabil (1)
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	stabil (3)
0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	0	stabil
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	0	1	stabil
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	1	
1	1	0	1	0	1	stabil
1	1	1	0	1	0	stabil
1	1	1	1	0	0	

In ähnlicher Weise wird mit Zeile 4 vorgegangen. Es zeigt sich, dass zuerst in die Zeile 1 und von dort weiter nach Zeile 6 gegangen wird.
Zeile 0 etc. werden alle nach den obigen Überlegungen behandelt. Sind alle Zeilen (ausser 12 und 15) bearbeitet, sieht die Wahrheitstabelle mit ergänzten Pfeilen zur Kennzeichnung eingenommener (Zwischen-) Zustände wie unten aus. Jeder dieser Fälle endet in einem stabilen Zustand.

$\overline{S}$	$\overline{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	stabil
0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	0	stabil
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	0	1	stabil
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	1	
1	1	0	1	0	1	stabil
1	1	1	0	1	0	stabil
1	1	1	1	0	0	

Es verbleiben die Zeilen 12 und 15. Gemäss früherer Argumentation bzw. nach Eintragen der Pfeile in der Tabelle in gewohnter Weise, erkennt man, dass abwechslungsweise von Zeile 0 auf Zeile 3 auf Zeile 0 auf Zeile 3 etc. gesprungen wird. Die Schaltung schwingt. Das Schwingen kommt zu Stande, weil für beide Schalter ein absolut gleichzeitiges Schliessen (und Öffnen) unterstellt wird. In Realität werden die beiden Schalter (welche Verzögerungen in den Schaltungen und Leitungen modellieren) zeitliche Differenzen aufweisen. Damit kommen die beiden 0 oder 1 der Ausgänge nicht mehr gleichzeitig an die Eingänge zu liegen, womit sich Fälle nach Zeile 1 oder 2 ergeben. Welcher Fall dies konkret ist, lässt sich i.A. nicht voraussagen.
Mit dieser Erkenntnis lassen sich nun auch die Pfeile für die Zeilen 0 und 3 eintragen.

$\overline{S}$	$\overline{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	
0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	1	stabil
0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	0	stabil
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	1	
1	0	0	1	0	1	stabil
1	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	1	
1	1	0	1	0	1	stabil
1	1	1	0	1	0	stabil
1	1	1	1	0	0	

Das $\overline{R}\,\overline{S}$-FF wird also mit jeder beliebigen Anfangsbedingung (beim Einschalten der Spannung) einen stabilen Zustand einnehmen - welchen genau, ist unbekannt.

In der Praxis interessieren die instabilen Zustände häufig nicht. Aus diesem Grund werden nur noch die stabilen Zustandszeilen notiert:

$\overline{S}$	$\overline{R}$	$Q2_t$	$Q1_t$	$Q2_{t+1}$	$Q1_{t+1}$	Bemerkungen
0	0	1	1	1	1	stabil
0	1	1	0	1	0	stabil
1	0	0	1	0	1	stabil
1	1	0	1	0	1	stabil
1	1	1	0	1	0	stabil

Zusätzliche inverse Ausgänge sind für viele Anwendungen vorteilhaft. Inverse Ausgänge erhält man, indem $Q1_t = \overline{Q2_t}$ gesetzt wird. Allerdings steht dies im Widerspruch zur ersten Zeile der obigen Tabelle, wo es dann $Q2_t = \overline{Q2_t}$ hiesse. Dem Dilemma wird begegnet, indem diese Zeile verboten wird, d.h. nicht zugelassen wird, dass $\overline{S} = \overline{R} = 0$ ist. Tritt in einer Schaltung $\overline{S} = \overline{R} = 0$ trotzdem ein, kann keine Aussage über das korrekte Verhalten der Schaltung gemacht werden.

Neu sieht die Tabelle nun wie folgt aus:

$\overline{S}$	$\overline{R}$	$Q2_t$	$\overline{Q2_t}$	$Q2_{t+1}$	$\overline{Q2_{t+1}}$	Bemerkungen
0	0	*	*	*	*	verboten
0	1	1	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	
1	1	0	1	0	1	$\left.\right\}$ $Q2_t$ $\overline{Q2_t}$
1	1	1	0	1	0	

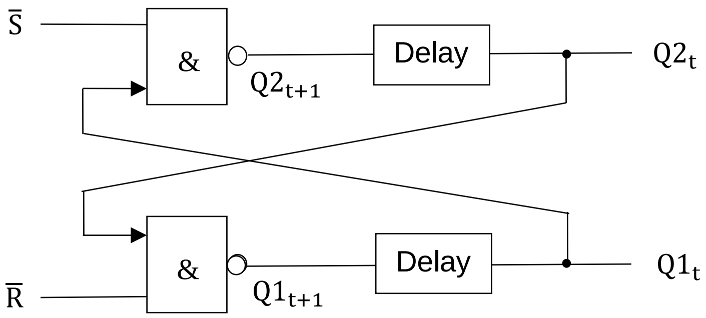
Schliesslich kann eine sog. Zustandsfolgetabelle für das $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF formuliert werden. In dieser wird auch der inverse Ausgang gerne weggelassen. Es wurden eingesetzt: $Q2_{t+1} = Q_{t+1}$ und $Q2_t = Q_t$. Zudem wurden die letzten beiden Zeilen der obigen Tabelle neu in eine Zeile zusammengefasst.

$\overline{S}$	$\overline{R}$	Q_{t+1}
0	0	verboten
0	1	1
1	0	0
1	1	Q_t

Mit $\overline{S}$ als Set-Eingang und $\overline{R}$ als Reset-Eingang wird den Eingängen Bedeutung gegeben. Die Tabelle des $\overline{R}\,\overline{S}$-NAND-FF wird so besonders einfach.
Die Zeilen obiger Tabelle von unten nach oben erklärt:
- Es ist verboten, dass das $Q2_t$ gleichzeitig gesetzt ($\overline{S} = 0$) und zurückgesetzt ($\overline{R} = 0$) wird. Das gleichzeitige Zurücksetzen ergäbe auch sprachlich-logisch keinen Sinn.
- Das Setzen des FF mit $\overline{S} = 0$ hat zur Folge, dass der Ausgang $Q = 1$ ist.
- Das Rücksetzen des FF mit $\overline{R} = 0$ hat zur Folge, dass der Ausgang $Q = 0$ ist.
- Wird weder gesetzt ($\overline{S} = 0$) noch zurückgesetzt ($\overline{R} = 0$), so behält das FF seinen alten Zustand bei (bzw. der neue Zustand entspricht dem alten, d.h. $Q_{t+1} = Q_t$).

Mit der Einführung der Delay-Glieder (früher als Schalter dargestellt) kann systematisch analysiert werden:
- Zeitliches Auftrennen der Rückkopplungsleitung mit Delays.
- Gleichungen aufstellen, als ob es sich um ein Schaltnetz handeln würde.
- Am Schluss Delays aufheben: Gleichungen gleichsetzen und Zustandsfolgefunktionen finden.

Die Schaltung etwas umgezeichnet:



$Q1_{t+1} = \overline{\bar{R} \cdot Q2_t}$
$Q2_{t+1} = \overline{\bar{S} \cdot Q1_t}$

Delay aufheben:
$Q1_t := Q1_{t+1}$ und $Q2_t := Q2_{t+1}$, was zu folgenden Zustandsfolgefunktionen führt:

$Q1_{t+1} = \overline{\bar{R} \cdot \overline{\bar{S} \cdot Q1_t}}$
$Q2_{t+1} = \overline{\bar{S} \cdot \overline{\bar{R} \cdot Q2_t}}$