### Gramatica

- O gramatica este un cvadruplu  $G = (N, \Sigma, P, S)$
- N este un alfabet de simboluri neterminale
- Σ este un alfabet de simboluri terminale
- $N \cap \Sigma = \phi$
- $P \subseteq (N \cup \Sigma)^* N (N \cup \Sigma)^* \times (N \cup \Sigma)^*$

P multime finită (multimea regulilor de productie)

•  $S \in \mathbb{N}$  (simbolul de start - simbolul initial)

#### Notatie:

 $(\alpha, \beta) \in P$  se noteaza:  $\alpha \to \beta$  $(\alpha \text{ se înlocuieste cu } \beta)$ 

### Notatii

• la nivel abstract (exemple matematice, specificari)

 $-\Sigma$ : a,b,... litere mici de la inceputul alfabetului

– N: A,B,.. litere mari de la inceputul alfabetului

 $-\Sigma$  sau N: X,Y,...litere mari de la sfarsitul alfabetului

 $-\Sigma^*$ : x,y,... litere mici de la sfarsitul alfabetului

-  $(\Sigma \cup N)^*$ :  $\alpha,\beta,...$  litere grecesti

 nu se folosesc spatii cand avem nevoie de mai multe caractere pentru a specifica un simbol (terminal sau neterminal)

#### Relatii de derivare

relatii binare peste  $(\Sigma \cup N)^*$  adica  $(\Sigma \cup N)^* \times (\Sigma \cup N)^*$ 

derivare directa

$$\gamma => \delta <=> \exists \gamma_1, \gamma_2, \alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$$

$$a.i. \gamma = \gamma_1 \alpha \gamma_2, \delta = \gamma_1 \beta \gamma_2, iar (\alpha \rightarrow \beta) \in P$$

- k-derivare =>
  (o succesiune de k derivari directe)
- + derivare => dacã ∃ k>0 a.1. cele 2 secvente sã fie într-o relatie de "k derivare"
- \* derivare =>

daca fie cele 2 secvente sunt egale, fie intre ele exista o relatie de +derivare

# Limbaj generat de o gramatica

• Limbaj generat gramatica  $G=(N,\Sigma,P,S)$ 

$$L(G) = \{ w \in \Sigma^* \mid S => w \}$$

- Forma propozitionala
  - $-\alpha \in (N \cup \Sigma)^* \text{ a.i.} \quad S => \alpha$
- Propozitie (cuvant)
  - un element din L(G)
- Gramatici echivalente daca genereaza acelasi limbaj

Gramatica regulara:

reg. prod. sunt de forma

- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow b$

unde  $A,B \in N$  si  $a,b \in \Sigma$ 

caz special:  $S \rightarrow \varepsilon$  poate  $\in$ . P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Gramatica independenta de context:

reg. productie sunt de forma  $A \rightarrow \alpha$ ,  $A \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha \in (\mathbb{N} \cup \Sigma)^*$ 

- Gramaticile monotona
  - $\forall \alpha \rightarrow \beta \in P: |\alpha| \le |\beta|$

$$\alpha, \beta \in (\mathbb{N} \cup \Sigma)^*$$

- caz special:  $S \rightarrow \epsilon$  poate  $\epsilon$ . P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.
- Gramatica dependenta de context reguli de productie sunt de forma:

$$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$$

$$A \in N$$

$$\alpha, \beta, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*, \gamma \neq \varepsilon$$

- caz special:  $S \rightarrow \varepsilon$  poate  $\in$ . P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatici de tip **0**nici o restrictie (suplimentara) referitoare la forma regulilor de productie
- Gramaticile de tip 1
   dependente de context ⇔ gramatici monotone

(monotonic, non-contracting)

- Gramaticile de tip 2

  gramatici independente de context
- Gramaticile de tip 3

  gramatici regulare

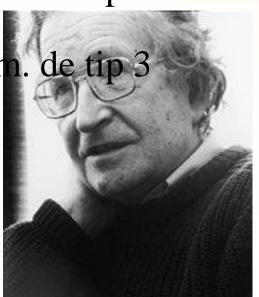
### **Ierarhia Chomsky**

Fie ~ 1959-1963

- ullet L0 multimea limbajelor generate de gram. de tip 0
- ulletL1 multimea limbajelor generate de gram. de tip 1
- $\mathcal{L}2$  multimea limbajelor generate de gram. de tip 2
- £3 multimea limbajelor generate de gram. de tip 3

Are loc:

$$L0 \supset L1 \supset L2 \supset L3$$



#### Ierarhia Chomsky: observatii

Teorema:

Fiecare dintre familiile de limbaje:

 $\mathcal{L}0$ ,  $\mathcal{L}1$ ,  $\mathcal{L}2$ ,  $\mathcal{L}3$ 

este inchisa fata de operatia de reuniune

# Gramatica: exemplu

•  $G = (N, \Sigma, P, S)$  $-N = \{A\}$  $-\Sigma = \{a\}$ -S:A $-P: A \rightarrow aA$  $A \rightarrow a$ L(G) = ?|L(G)| = ?