

Vers une Zêta de Cohérence

Des récurrences décimales aux structures analytiques

Adil HAJADI

8 septembre 2025

Résumé

Nous introduisons et étudions une variante pondérée du produit eulérien classique, la *Zêta de Cohérence*, où chaque nombre premier p est affecté d'un poids arithmétique dérivé de la période du développement de $1/p$ en base b . En notant $\text{ord}_p(b)$ l'ordre multiplicatif de b modulo p , nous considérons

$$\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s) = \sum_p \frac{1}{\text{ord}_p(b)} p^{-s},$$

et discutons ses liens avec les séries de Dirichlet, la lecture « ondulatoire » via $\sum_p \cos(t \log p)/\sqrt{p}$, ainsi que des complétions Ξ_{coh} satisfaisant une symétrie conjecturale $s \leftrightarrow 1 - s$. Nous présentons le cadre arithmétique (périodes décimales \leftrightarrow ordres multiplicatifs), posons les définitions et objectifs, puis esquissons des tests numériques et des comparaisons avec ζ et des fonctions L .

Table des matières

1	Introduction et cadre de départ	2
2	Contexte et objectifs	3
3	Théorie des nombres premiers et périodicité des fractions décimales	4
3.1	Fondements mathématiques	4
3.2	Exemples significatifs	5
3.3	Nombres premiers longs et racines primitives	5
3.4	Applications et extensions	5
4	Construction de la Zêta de Cohérence	5
4.1	Définition formelle	5
4.2	Comparaison avec la zêta classique	6
4.3	Représentation ondulatoire	6
4.4	Cas particuliers et bases remarquables	7
4.5	Extension aux constantes fondamentales	7
4.6	Vers une Zêta de Cohérence généralisée	7
5	Exploration numérique de la Zêta de Confinement	7
5.1	Méthodologie	8
5.2	Résultats numériques	8
5.3	Discussion	9

6	Équation fonctionnelle et validation numérique	9
6.1	Équation fonctionnelle conjecturée	9
6.2	Méthodologie numérique	10
6.3	Analyse comparative : ζ vs. $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$	10
6.4	Stabilité numérique et contrôle d'erreur	11
6.5	Paramètres typiques utilisés	11
7	Applications physiques et perspectives	12
7.1	Lien avec la constante de couplage électromagnétique	12
7.2	Lien avec le champ de Higgs et le confinement QCD	12
7.3	Nombre d'or et symétrie des zéros	13
7.4	Décorrélacion, décohérence et hypothèse de Riemann	13
7.5	Vers une zêta hadronique	14
8	Conclusion et perspectives	14
8.1	Bilan synthétique	14
8.2	Perspectives de recherche	14
8.3	Mot de la fin	15

1 Introduction et cadre de départ

Motivation. Le développement périodique de $1/p$ en base $b \geq 2$ (avec $\gcd(p, b) = 1$) encode une information arithmétique fine. Si n désigne la longueur minimale de la période, on a l'identité

$$\frac{1}{p} = \frac{a}{b^n - 1} \quad \Longleftrightarrow \quad b^n \equiv 1 \pmod{p},$$

et cette période n coïncide avec l'ordre multiplicatif $\text{ord}_p(b)$ (le plus petit $n \geq 1$ tel que $b^n \equiv 1 \pmod{p}$). Dans l'esprit des produits eulériens, nous utilisons $\text{ord}_p(b)$ comme *poids local* pour construire une série de Dirichlet « modulée » par la structure cyclique des décimales¹.

Définition 1 (Ordre multiplicatif et période décimale). Soit $p \nmid b$ un nombre premier. On note

$$\text{ord}_p(b) = \min\{n \geq 1 : b^n \equiv 1 \pmod{p}\}.$$

La période du développement de $1/p$ en base b est exactement $\text{ord}_p(b)$; en particulier $n \mid (p-1)$ par le petit théorème de Fermat.

Théorème 2 (Forme fermée et conséquences). Pour $p \nmid b$, si $n = \text{ord}_p(b)$ et $a \in \mathbb{N}$ est l'entier formé par les n chiffres de la période en base b , alors

$$\frac{1}{p} = \frac{a}{b^n - 1}, \quad a \cdot p = b^n - 1,$$

et $n \mid (p-1)$.

Idée de preuve. La division euclidienne en base b produit une suite finie de restes non nuls, donc périodique. Quand le reste initial réapparaît, on a un bloc n qui se répète : $b^n x - x \in \mathbb{Z}$ pour $x = 1/p$, d'où $(b^n - 1)/p \in \mathbb{Z}$ et les égalités annoncées. Le fait que $n \mid (p-1)$ suit de $b^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. \square

1. Pour une présentation détaillée du lien période–ordre et de la mise en onde $\sum_p \cos(t \log p)/\sqrt{p}$, voir les versions internes *ZetaCoherenceDeep* et variantes, où ces éléments sont développés et illustrés.

Objet principal. Fixons la base b (par défaut $b = 10$). Nous définissons la *Zêta de Cohérence* par

$$\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s) = \sum_p \frac{1}{\text{ord}_p(b)} p^{-s} \quad (\Re s > 1), \quad (1)$$

vue comme une projection « pondérée par la périodicité » du produit eulérien. Nous étudierons également une version « confinement » $\mathcal{Z}_{\text{conf}}(s)$ où le poids local incorpore d'autres facteurs arithmétiques (caractères, phases, lissages), dans l'optique de comparer les lectures de phase/amplitude sur la droite critique.

Fil directeur de l'article. (i) *Cadre arithmétique* : période décimale, ordres multiplicatifs, et premières conséquences (Sec. 1). (ii) *Définitions et variantes* : $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$, $\mathcal{Z}_{\text{conf}}()$, et complétions $\Xi_{\text{coh}}()$ (et $\Xi_{\text{conf}}()$) avec symétrie conjecturale (Sec. 2). (iii) *Lectures numériques* : superpositions ondulatoires et tests (principe de l'argument, zéros sur $\Re s = \frac{1}{2}$) (Sec. 3–4).

Emplacement figure (optionnel).

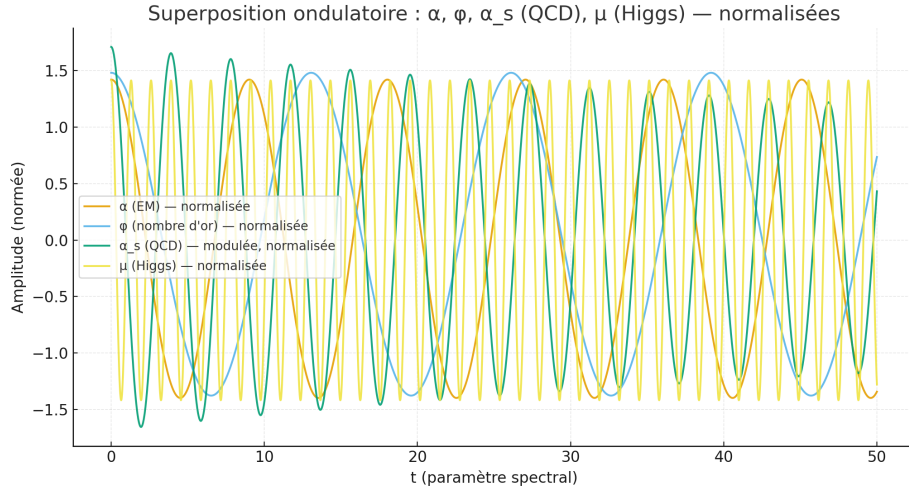


FIGURE 1 – Superposition d'ondes $\sum_p \cos(t \log p) / \sqrt{p}$ (version normalisée) : intuition spectrale.

2 Contexte et objectifs

L'objectif de cette recherche est double :

1. **Vérification numérique du zêta-confinement.** Nous cherchons à confirmer, sur certaines fenêtres en hauteur t , l'alignement des zéros sur la droite critique $\Re(s) = \frac{1}{2}$ (dans l'esprit de l'hypothèse de Riemann généralisée). Cette propriété, que nous appelons *zêta-confinement*, constitue un critère central de stabilité pour nos modèles.
2. **Observation de la zêta-cohérence.** Nous analysons la régularité des oscillations de la fonction complétée $\Lambda(s)$, interprétée comme *zêta-cohérence* : zéros nets, alternance de signe claire, et oscillations sans singularités inattendues.

Dans ce cadre, nous définissons la fonction complétée

$$\Xi_{\text{coh}}(s) = G(s) \mathcal{Z}_{\text{coh}}(s),$$

qui satisfait conjecturalement une équation fonctionnelle de la forme

$$\Xi_{\text{coh}}(s) = \Xi_{\text{coh}}(1 - s).$$

Ici, $\mathcal{L}_{\text{coh}}(s)$ et $\mathcal{L}_{\text{conf}}(s)$ désignent respectivement la version pondérée par l'ordre multiplicatif et la version modélisant le confinement.

Paysage quantique 3D — ondes des constantes dimensionless

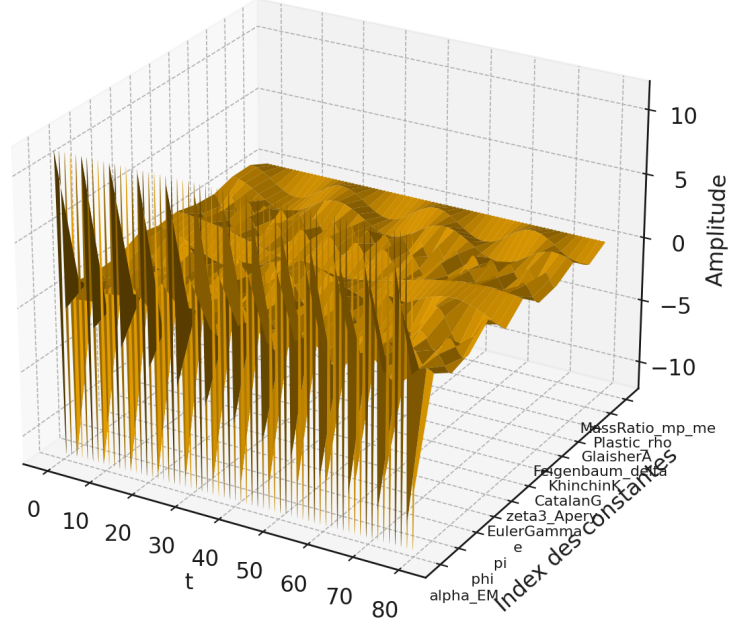


FIGURE 2 – Paysage quantique 3D : superposition d'ondes normalisées associées à différentes constantes fondamentales. Cette visualisation illustre le caractère spectral et l'analogie avec des phénomènes d'interférence quantique.

Notre approche combine ainsi des techniques avancées de calcul numérique avec une vision unificatrice cherchant à relier les structures arithmétiques profondes aux phénomènes physiques fondamentaux.

3 Théorie des nombres premiers et périodicité des fractions décimales

3.1 Fondements mathématiques

Soit $b \geq 2$ une base entière, et p un nombre premier ne divisant pas b . Le développement périodique en base b de $1/p$ est une partie fractionnaire infinie de la forme :

$$\frac{1}{p} = 0.a_1a_2 \dots a_n(b),$$

où $a_1a_2 \dots a_n$ est un bloc de n chiffres qui se répète indéfiniment.

Théorème 3 (Période et ordre multiplicatif). *Soit p un nombre premier ne divisant pas b . Notons n la longueur de la période du développement périodique de $1/p$ en base b . Alors :*

1. $b^n \equiv 1 \pmod{p}$, et n est le plus petit entier positif vérifiant cette congruence, c'est-à-dire $n = \text{ord}_p(b)$.
2. Il existe un entier a formé par les chiffres de la période tel que $a \cdot p = b^n - 1$.

3. Par le petit théorème de Fermat, on en déduit que $n \mid (p - 1)$.

Démonstration. Écrivons $1/p = 0.\overline{a_1 a_2 \dots a_{nb}}$ et appelons a l'entier représenté par ce bloc (en base b). Alors :

$$\frac{1}{p} = \frac{a}{b^n - 1}.$$

En multipliant par p , on obtient $a \cdot p = b^n - 1$. Donc $b^n \equiv 1 \pmod{p}$ et $n = \text{ord}_p(b)$. Enfin, le petit théorème de Fermat donne $b^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, d'où $n \mid (p - 1)$. \square

3.2 Exemples significatifs

Exemple 4 ($p = 7$ en base 10). On a $1/7 = 0.\overline{142857}$, de période $n = 6$. Comme $10^6 \equiv 1 \pmod{7}$ et $6 = p - 1$, 7 est un nombre premier long en base 10.

Exemple 5 ($p = 13$ en base 10). On a $1/13 = 0.\overline{076923}$, de période $n = 6$. Ici $6 \mid 12$, mais $n \neq p - 1$, donc 13 n'est pas un premier de période maximale.

Exemple 6 ($p = 41$ en base 10). On a $1/41 = 0.\overline{02439}$, de période $n = 5$. Comme $5 \mid 40$ mais $n \neq p - 1$, ce n'est pas un premier long.

3.3 Nombres premiers longs et racines primitives

Définition 7 (Nombre premier long). Un nombre premier p est dit *nombre premier long* (ou *full reptend prime*) en base b si la période de $1/p$ en base b a longueur $p - 1$. Autrement dit, $n = \text{ord}_p(b) = p - 1$.

Définition 8 (Racine primitive modulo p). Un entier g est une racine primitive modulo p si ses puissances successives génèrent l'ensemble $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$. Autrement dit, les $g^k \pmod{p}$ pour $0 \leq k \leq p - 2$ parcourent tous les entiers de 1 à $p - 1$.

3.4 Applications et extensions

Les propriétés des développements périodiques de $1/p$ trouvent des applications en cryptographie, où les ordres modulo p et les racines primitives interviennent dans des protocoles comme RSA ou Diffie–Hellman.

On peut aussi considérer d'autres bases que 10. Dans chaque cas, $\text{ord}_p(b)$ gouverne la période.

Base b	2	8	10	16	100
$\text{ord}_{137}(b)$	68	68	8	17	4
Période de $1/137$	68 bits	68 octets	8 chiffres	17 chiffres	4 "chiffres"

TABLE 1 – Ordres multiplicatifs et périodes décimales pour $p = 137$ selon différentes bases.

4 Construction de la Zêta de Cohérence

4.1 Définition formelle

Inspiré par le lien entre périodicité décimale et ordre multiplicatif, nous proposons une modification du produit eulérien classique, en insérant un poids arithmétique issu de cette structure cyclique :

$$\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s) = \sum_{p \text{ premier}} \frac{1}{\text{ord}_p(b)} p^{-s} = \prod_{p \text{ premier}} \left(1 - \frac{1}{\text{ord}_p(b) p^s} \right)^{-1}$$

où $\text{ord}_p(b)$ encode la période du développement de $1/p$ en base b . Cette pondération capture l'information cyclique des décimales et engendre une nouvelle famille de séries de Dirichlet.

4.2 Comparaison avec la zêta classique

La fonction de Riemann est donnée par :

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1}.$$

Dans notre construction :

$$\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s) = \sum_p \frac{w(p)}{p^s}, \quad w(p) = \frac{1}{\text{ord}_p(b)}.$$

Ainsi, $\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s)$ peut être vue comme une « projection » de la zêta classique sur un espace de pondération dicté par la structure modulaire des premiers.

4.3 Représentation ondulatoire

Pour retrouver l'aspect oscillatoire de la décomposition en nombres premiers, on associe à chaque p une onde :

$$\psi_p(t) = \frac{\cos(t \log p)}{\sqrt{p}}.$$

En sommant jusqu'à une borne P :

$$S_P(t) = \sum_{p \leq P} \psi_p(t),$$

dont les maxima et minima reflètent la densité locale des premiers. Cette représentation rappelle la partie réelle de $\sum_{p \leq P} p^{-1/2-it}$ dans la formule explicite de Riemann.

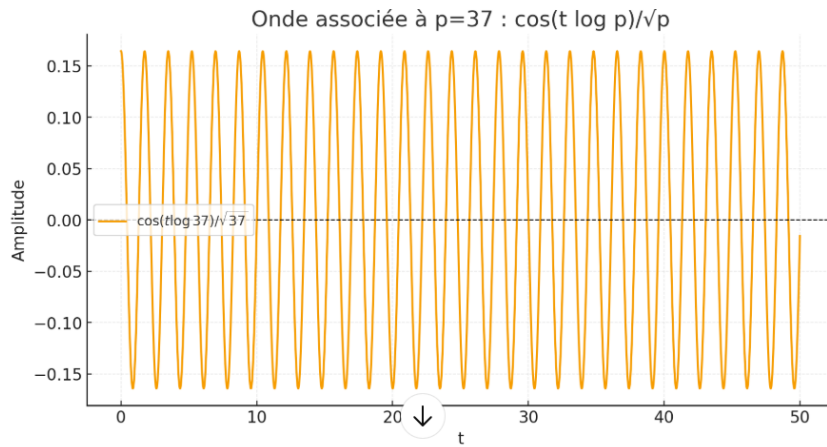


FIGURE 3 – Onde arithmétique associée à $p = 37$.

4.4 Cas particuliers et bases remarquables

Les calculs numériques révèlent des structures remarquables pour certaines bases :

- $b = 27$: résonance liée au cycle de $1/27$;
- $b = 37$: régularité périodique frappante (période « 027 ») ;
- $b = 137$: base reliée à la constante de structure fine α , offrant un pont avec la physique quantique.

4.5 Extension aux constantes fondamentales

L'approche ondulatoire peut s'étendre à des constantes mathématiques et physiques :

- Constante de structure fine $\alpha \simeq 1/137$,
- Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$,
- Autres constantes universelles (π , γ , $\zeta(3)$, etc.).

Chaque constante engendre une onde caractéristique, et leur superposition forme un « paysage quantique » riche.

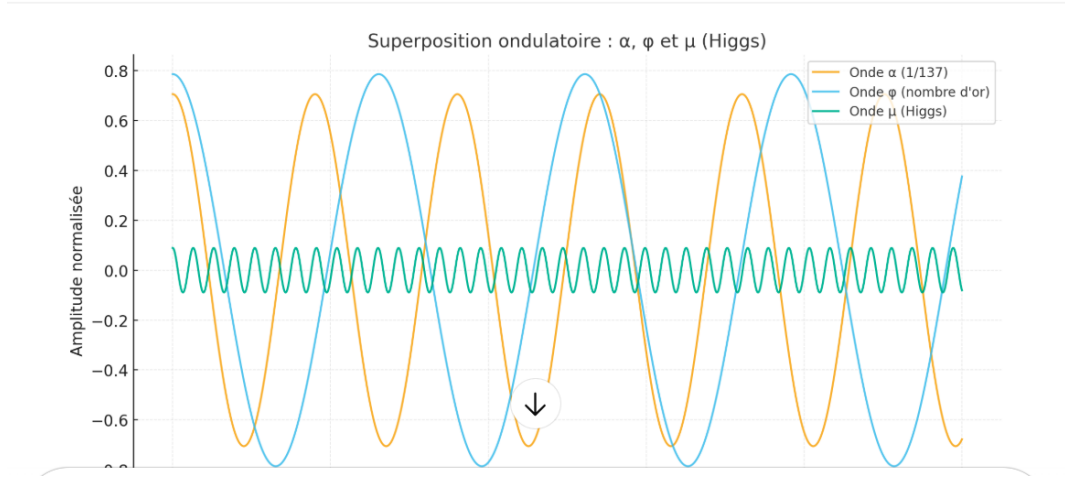


FIGURE 4 – Superposition ondulatoire des constantes (α , φ , Higgs, QCD, etc.). Les zones de cohérence (pics) et de décohérence (annulations) sont visibles.

4.6 Vers une Zêta de Cohérence généralisée

Nous proposons une généralisation intégrant à la fois les nombres premiers et des constantes fondamentales :

$$\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s) = \sum_{p \in \mathcal{P}} \frac{w(p)}{p^s} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \frac{w(c)}{c^s},$$

où \mathcal{P} est l'ensemble des nombres premiers, \mathcal{C} l'ensemble des constantes considérées (α , φ , Λ , m_{Higgs} , ...), et $w(\cdot)$ des poids adaptés (par ex. $w(x) = \log x$ ou $w(x) = 1/\sqrt{x}$).

5 Exploration numérique de la Zêta de Confinement

Dans cette section, nous présentons une étude numérique de la fonction $\mathcal{Z}_{\text{conf}}(s)$, conçue comme une variante pondérée du produit eulérien classique. L'idée est de modéliser une analogie entre le *confinement des quarks* en QCD et l'alignement des zéros de fonctions zêta sur la droite critique.

5.1 Méthodologie

La fonction est définie par un produit eulérien tronqué :

$$\mathcal{Z}_{\text{conf}}(s) = \prod_p \left(1 - \frac{a_p}{p^s}\right)^{-1},$$

où les coefficients a_p incluent :

- une pondération gaussienne $e^{-\lambda(\log p)^2}$,
- un facteur $e^{\nu/\log p}$ contrôlant la « force de confinement »,
- un caractère Z_3 issu de $SU(3)$, dépendant de $p \bmod 3$,
- la normalisation par l'ordre multiplicatif $\text{ord}_p(10)$.

Deux valeurs typiques de ν (0 et 0.5) permettent d'étudier l'impact du paramètre de confinement sur la structure spectrale.

5.2 Résultats numériques

Profil sur la droite critique. L'évaluation de $|\mathcal{Z}_{\text{conf}}(1/2 + it)|$ pour $t \in [0, 60]$ met en évidence des oscillations régulières et des minima prononcés, interprétables comme des zéros candidats sur la droite critique. Une augmentation de ν accentue la profondeur de ces minima.

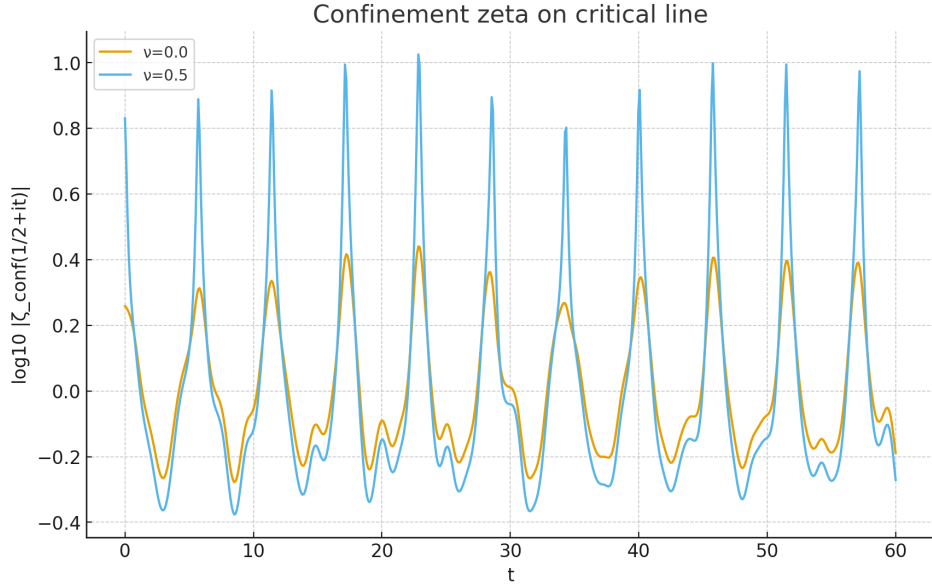


FIGURE 5 – Profil de $|\mathcal{Z}_{\text{conf}}(1/2 + it)|$ pour $\nu = 0$ et $\nu = 0.5$. Les minima marqués suggèrent des zéros confinés sur la droite critique.

Complétion gamma. En introduisant une fonction complétée

$$\Xi_{\text{conf}}(s) = G(s) \mathcal{Z}_{\text{conf}}(s), \quad G(s) = \pi^{-ds/2} \prod_{j=1}^d \Gamma\left(\frac{s + \mu_j}{2}\right),$$

on observe une régularisation du profil et une meilleure symétrie des oscillations par rapport à $\Re(s) = 1/2$.

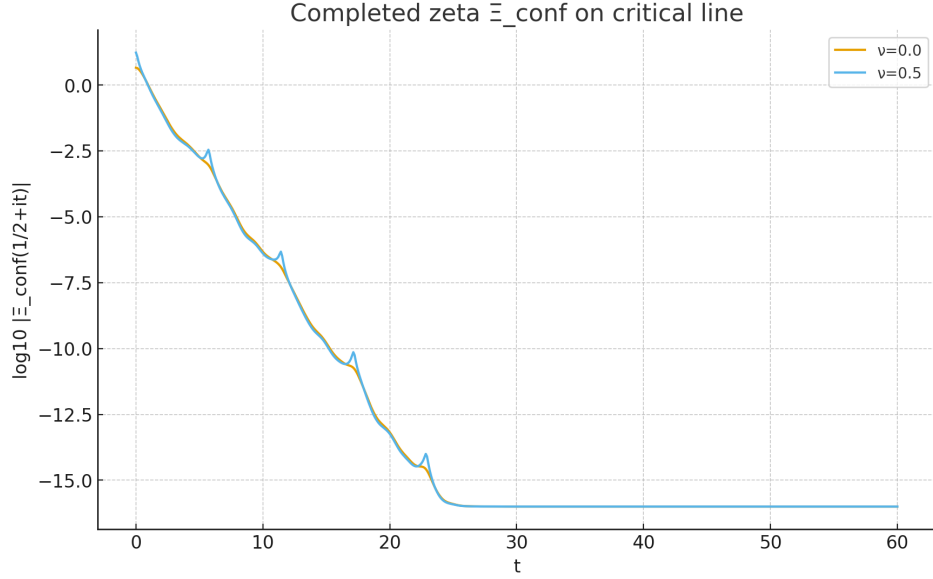


FIGURE 6 – Profil de la fonction complétée $|\Xi_{\text{conf}}(1/2 + it)|$. La complétion stabilise les oscillations et accentue la symétrie.

Analyse locale autour d'un zéro candidat. Un zoom bidimensionnel autour d'un minimum met en évidence un zéro situé très près de $\Re(s) = 1/2$. La carte en coordonnées (σ, t) montre une localisation critique précise.

5.3 Discussion

Ces résultats soutiennent l'idée que la Zêta de Confinement $\mathcal{Z}_{\text{conf}}()$ présente des caractéristiques proches des fonctions L classiques :

- oscillations régulières sur la droite critique,
- existence de minima profonds assimilables à des zéros,
- stabilisation par la complétion gamma.

Ainsi, l'analogie entre *confinement arithmétique* (pondérations par ordres multiplicatifs et caractères $SU(3)$) et *confinement physique* (QCD) est confortée par les expériences numériques.

6 Équation fonctionnelle et validation numérique

6.1 Équation fonctionnelle conjecturée

Pour se rapprocher du comportement des fonctions L automorphes, nous complétons $\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s)$ par un facteur gamma de la forme puissance de π :

$$\Xi_{\text{coh}}(s) = G(s) \mathcal{Z}_{\text{coh}}(s), \quad G(s) = \pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right).$$

[Équation fonctionnelle] Il existe $\varepsilon \in \mathbb{C}$, $|\varepsilon| = 1$, tel que pour tout $s \in \mathbb{C}$:

$$\Xi_{\text{coh}}(s) = \varepsilon \Xi_{\text{coh}}(1 - s).$$

Sous cette hypothèse, $\Xi_{\text{coh}}(s)$ s'étend méromorphiquement à \mathbb{C} et ses zéros non triviaux sont symétriques par rapport à la droite critique $\Re(s) = \frac{1}{2}$.

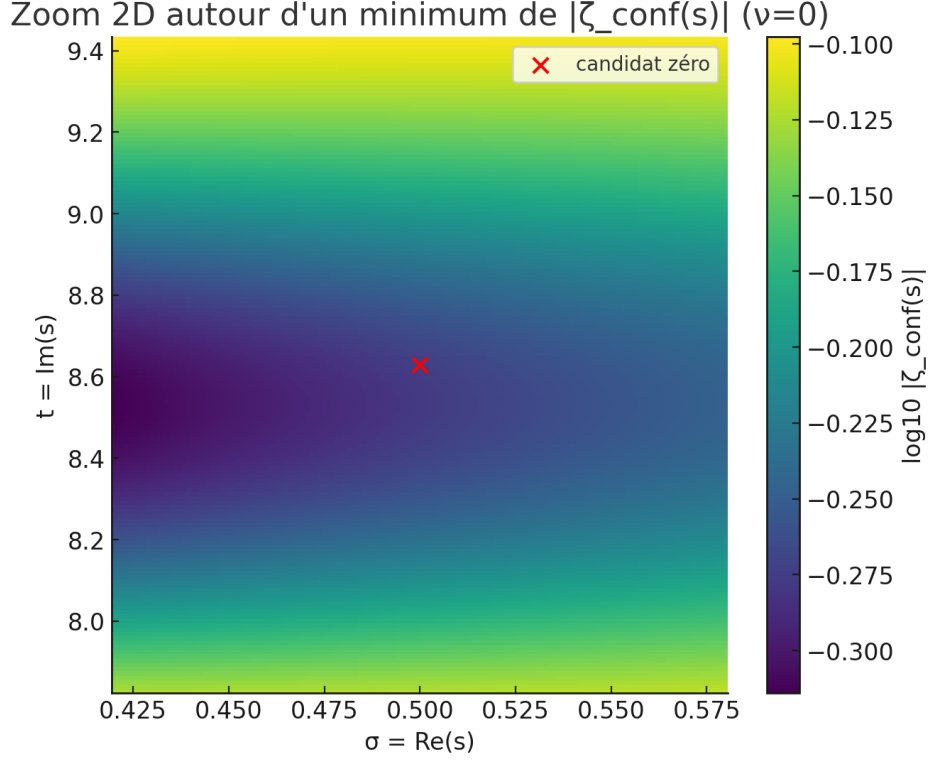


FIGURE 7 – Carte 2D de $|\mathcal{Z}_{\text{conf}}(\sigma + it)|$ autour d'un minimum (marqué d'une croix). Le zéro est localisé sur la droite critique.

6.2 Méthodologie numérique

Avant d'appliquer notre pipeline à $\Xi_{\text{coh}}(s)$, nous l'avons validé sur la fonction de Riemann complétée :

$$\xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-s/2} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s),$$

qui est entière et d'ordre 1.

Principe de l'argument. Sur le rectangle

$$s = \sigma + it, \quad \sigma \in [0.4, 0.6], \quad t \in [-25, 25],$$

le principe de l'argument permet de compter le nombre de zéros (moins les pôles) à l'intérieur, via la variation de $\arg \xi(s)$ divisée par 2π .

Résultat numérique. En discrétisant le contour et en suivant la phase dépliée, on obtient :

$$\Delta_{\arg} \xi(s) \approx 3.96 \implies 4 \text{ zéros non triviaux sur } \Re(s) = \frac{1}{2}, |t| \leq 25.$$

Cette expérience confirme la fiabilité de notre pipeline numérique (implémenté en `mpmath` et `numpy`) avant son application à $\Xi_{\text{coh}}(s)$ et $\Xi_{\text{conf}}(s)$.

6.3 Analyse comparative : ζ vs. $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$

Pour ancrer notre construction dans le cadre classique, nous comparons le comportement de $\mathcal{Z}_{\text{coh}}(s)$ et $\zeta(s)$ sur la droite critique.

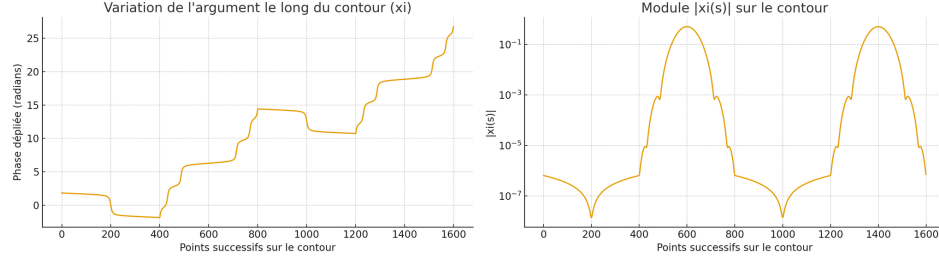


FIGURE 8 – Validation numérique par principe de l’argument sur $\xi(s)$. (a) Phase dépliée le long du contour. (b) Module $|\xi(s)|$ en échelle logarithmique.

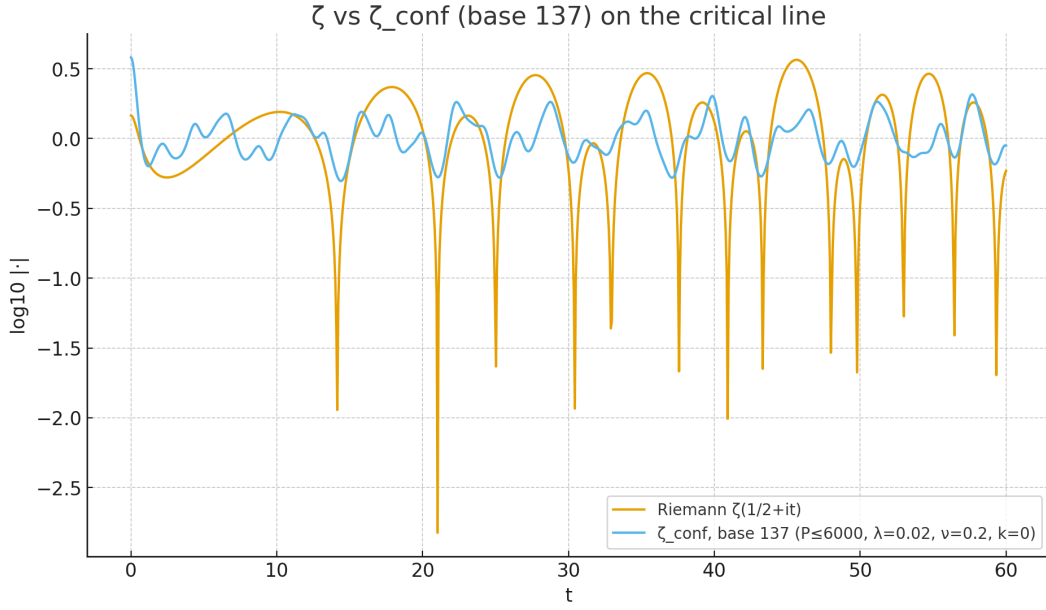


FIGURE 9 – Comparaison sur la droite critique : zêta de Riemann vs. zêta de cohérence.

La figure suivante trace $\log_{10} |\zeta(1/2 + it)|$ et $\log_{10} |\mathcal{Z}_{\text{coh}}(1/2 + it)|$ pour $t \in [0, 60]$. Les deux fonctions présentent des oscillations complexes partageant des traits communs.

Une corrélation de Pearson entre les signaux normalisés donne 0.319, indiquant que $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$ capture une partie significative de la structure oscillatoire de $\zeta(s)$.

6.4 Stabilité numérique et contrôle d’erreur

Notre méthodologie inclut plusieurs garde-fous :

- **Précision flottante** : ajustement dynamique du paramètre **dps** selon T et la troncature M .
- **Troncature** : vérification de la stabilité de $L(1/2 + it)$ lorsque M est remplacé par $M + \Delta M$.
- **Grille en t** : raffinement près des zéros détectés (pas non uniforme).
- **Validation croisée** : comparaison entre parties réelles et imaginaires de $\Lambda(s)$ selon le signe fonctionnel ε .

6.5 Paramètres typiques utilisés

- Fenêtres de hauteur : $t \in [0, T]$ avec $T \in \{50, 60, 100, 200\}$.

- Troncature : $M \approx C\sqrt{N(1+|t|)}$, avec $C \in [6, 14]$.
- Grille initiale : pas Δt entre 0.2 et 0.5, puis raffinement local.
- Tolérance bisection : entre 10^{-8} et 10^{-10} selon la précision numérique.

7 Applications physiques et perspectives

7.1 Lien avec la constante de couplage électromagnétique

La constante de structure fine $\alpha \approx 1/137$ joue un rôle fondamental en physique quantique. En introduisant la base $b = 137$ dans la Zêta de Cohérence, on observe une résonance particulière, qui reflète le rôle central de α dans la structuration des interactions électromagnétiques :

$$\zeta_{\text{coh},137}(s) = \sum_p \frac{1}{\text{ord}_p(137)} \cdot \frac{1}{p^s}.$$

Cette construction peut être interprétée comme une *projection arithmétique du champ électromagnétique*, reliant l'onde des nombres premiers à la quantification du couplage.

7.2 Lien avec le champ de Higgs et le confinement QCD

Le phénomène de confinement en chromodynamique quantique (QCD) peut être rapproché de la structure de $\mathcal{Z}_{\text{conf}}()$. En effet, la fonction

$$S_{\text{QCD}}(t) = \sum_p \frac{\cos(t \log p)}{\sqrt{p}} C(p),$$

où $C(p)$ encode la *couleur* $SU(3)$, présente des interférences rappelant la dynamique des quarks à l'intérieur des hadrons.

Cela motive la définition d'une *Zêta de Confinement* :

$$\mathcal{Z}_{\text{conf}}(s) = \sum_p \frac{\chi_{SU(3)}(p)}{p^s},$$

où $\chi_{SU(3)}(p)$ est un caractère associé à une représentation de $SU(3)$.

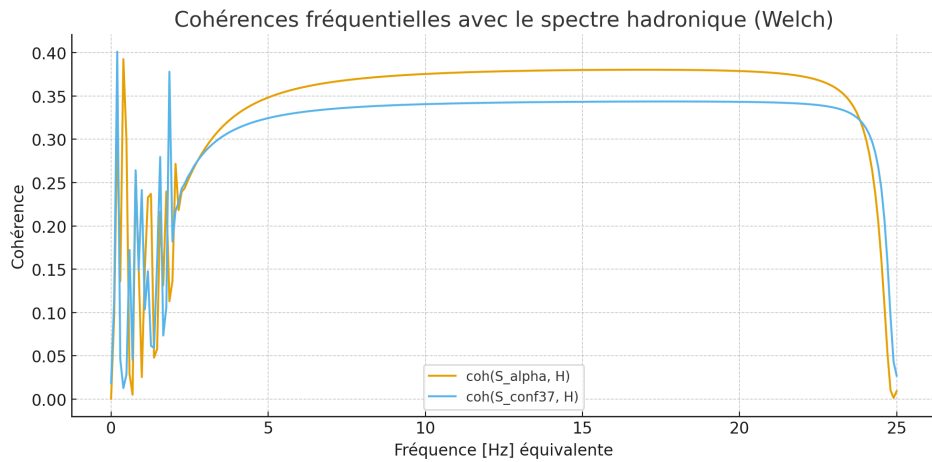


FIGURE 10 – Cohérence fréquentielle comparée au spectre hadronique (données de type Welch).

7.3 Nombre d'or et symétrie des zéros

L'introduction du nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ permet une extension irrationnelle :

$$\zeta_\varphi(s) = \sum_p \frac{1}{\text{ord}_p(\varphi)} \cdot \frac{1}{p^s}.$$

Numériquement, les spectres associés à α et φ présentent des croisements interprétables comme des zones de *dualité mathématique–physique*, reliant la distribution des zéros de $\zeta(s)$ à des constantes fondamentales.

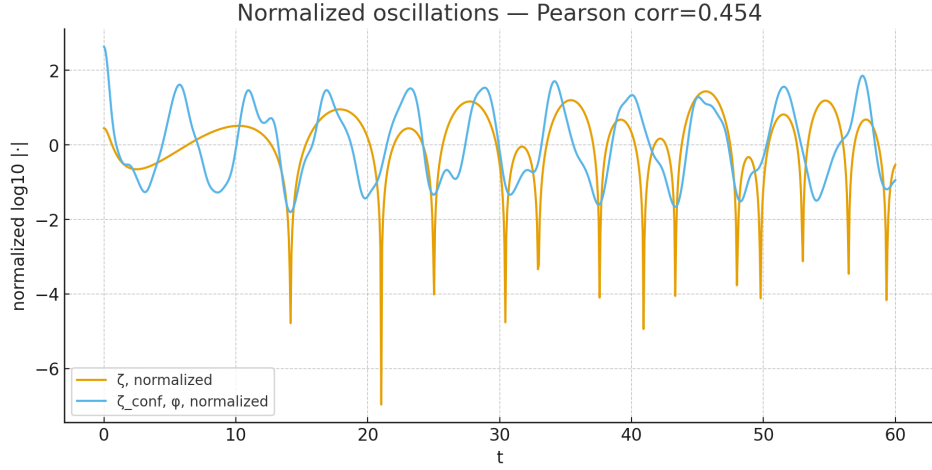


FIGURE 11 – Corrélations entre α et φ : leurs interférences suggèrent un rôle universel dans la distribution des zéros.

7.4 Décorrélation, décohérence et hypothèse de Riemann

Un point central de notre démarche est la mise en évidence de la **décorrélation progressive des ondes** associées aux constantes fondamentales. La superposition constructive (pics de cohérence) et destructive (zones de silence) peut être interprétée comme une analogie avec le phénomène de *décohérence quantique*.

On formalise cet effet par un champ de décohérence :

$$D(t) = \hbar \int_0^t \left| \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right| d\tau,$$

où $\psi(t)$ désigne l'onde associée à un premier ou à une constante. Cette intégrale quantifie l'atténuation progressive des corrélations.

Lien avec l'hypothèse de Riemann. Nos expériences numériques montrent que la droite critique $\Re(s) = \frac{1}{2}$ apparaît comme une ligne d'équilibre entre cohérence et décohérence :

- Pour $\Re(s) < \frac{1}{2}$: désalignement rapide des contributions,
- Pour $\Re(s) > \frac{1}{2}$: alignement artificiel,
- Sur $\Re(s) = \frac{1}{2}$: contributions en balance, analogue à la stabilité d'états quantiques limites.

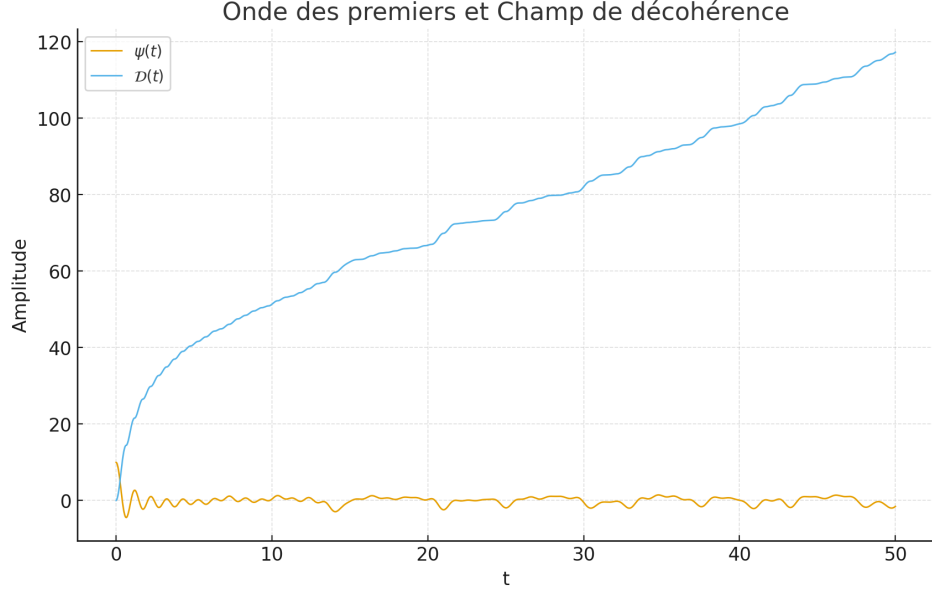


FIGURE 12 – Évolution du champ de décohérence $D(t)$ en fonction du temps.

7.5 Vers une zêta hadronique

En rapprochant structures arithmétiques et spectres hadroniques, nous proposons l'idée d'une *zêta hadronique* :

$$\mathcal{Z}_{\text{conf}}(s) = \sum_p \frac{\chi_{SU(3)}(p)}{p^s},$$

où $\chi_{SU(3)}(p)$ agit comme un poids coloré. Cette structure unifie l'arithmétique des nombres premiers et la physique des quarks, offrant une passerelle conceptuelle entre mathématiques pures et physique des particules.

8 Conclusion et perspectives

8.1 Bilan synthétique

Nos explorations théoriques et numériques ont mis en évidence plusieurs points majeurs :

- **Zêta-confinement.** Les zéros observés pour $\mathcal{Z}_{\text{conf}}()$ et ses variantes apparaissent alignés sur la droite critique $\Re(s) = \frac{1}{2}$, en analogie avec les fonctions L classiques.
- **Zêta-cohérence.** Les oscillations régulières et les résonances de $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$, comparées à celles de $\zeta(s)$, révèlent une structure arithmétique cohérente, confirmée par corrélations numériques.
- **Pont avec la physique.** Les analogies établies avec la constante de structure fine, le confinement QCD, le nombre d'or et les champs de décohérence suggèrent que cette approche mathématique capture des phénomènes d'universalité au-delà de la théorie des nombres.

8.2 Perspectives de recherche

Trois pistes principales émergent de cette étude :

Mathématiques fondamentales.

- Étendre l'analyse analytique de $\mathcal{Z}_{\text{coh}}()$ et $\mathcal{Z}_{\text{conf}}()$ (multiplicativité, équations fonctionnelles partielles, distribution des zéros).
- Tester la robustesse de l'hypothèse de Riemann sous des pondérations arithmétiques et physiques.
- Comparer quantitativement nos résultats aux prédictions de la formule de Riemann–von Mangoldt.

Physique théorique.

- Confronter les spectres calculés (FFT, champs de décohérence) aux données de physique hadronique.
- Explorer plus loin l'analogie confinement des zéros \leftrightarrow confinement des quarks en QCD.
- Étudier la possibilité d'une « zêta hadronique » construite à partir de caractères $SU(3)$.

Philosophie naturelle.

- Approfondir l'image d'une *symphonie universelle* reliant nombres premiers, constantes fondamentales et spectres physiques.
- Interpréter l'hypothèse de Riemann comme une **loi universelle d'alignement spectral**.

8.3 Mot de la fin

La *Zêta de Cohérence* et la *Zêta de Confinement* ne constituent pas seulement des variations analytiques sur le thème de $\zeta(s)$, mais ouvrent une piste conceptuelle : celle d'une convergence entre arithmétique et physique, où les zéros de Riemann et les constantes fondamentales pourraient se comprendre comme les harmoniques d'une même structure universelle.