

Analyse arithmétique des signaux de pulsars

Une approche basée sur la fonction de cohérence zêta

Adil HAJADI

2 septembre 2025

1 Introduction

Les pulsars sont des étoiles à neutrons fortement magnétisées qui émettent des faisceaux radio périodiques détectables depuis la Terre. La précision extrême des signaux pulsars fait d'eux des « horloges cosmiques », essentielles pour :

- tester la relativité générale et ses extensions,
- détecter des ondes gravitationnelles de très basse fréquence via les réseaux PTA (Pulsar Timing Arrays),
- sonder la physique de la matière dense.

Cependant, les signaux pulsars sont perturbés par différents bruits astrophysiques (milieu interstellaire, instabilités internes, effets gravitationnels). Les méthodes classiques (transformée de Fourier, ondelettes, corrélations croisées) peinent parfois à isoler certaines régularités fines.

Nous proposons ici une nouvelle perspective : utiliser une fonction de cohérence zêta, construite sur des bases arithmétiques, qui permet d'analyser le signal en termes de « notes irrationnelles » (par ex. φ , α , bases premières). Cette approche offre une analogie entre musique des nombres et astrophysique des pulsars.

2 Méthodologie

2.1 Modélisation des signaux pulsars

Soit $s(t)$ le signal brut d'un pulsar (par exemple une série temporelle de temps d'arrivée des impulsions, TOA). Classiquement, on applique une transformée de Fourier :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt,$$

mais cette approche ne révèle pas toujours les régularités fines ni les structures corrélées à plusieurs échelles.

Nous introduisons une représentation alternative inspirée de la fonction zêta de Riemann et de ses généralisations.

2.2 Construction de la fonction de cohérence zêta

Nous définissons une fonction génératrice :

$$\mathcal{Z}_{\text{pulsar}}(s) = \sum_{p \in \mathcal{P}} \frac{1}{p^{s/2}} \cos(t \log p),$$

où :

- p parcourt les nombres premiers (ou une base élargie adaptée au signal),
- t est une variable analogue au temps ou à la fréquence réduite du pulsar,
- $s = \sigma + i\tau$ est le paramètre complexe de régularisation.

Cette formule établit une correspondance directe entre les *notes arithmétiques* et les composantes du spectre pulsar.

2.3 Fenêtre de cohérence

On définit une fenêtre temporelle glissante $W(t - t_0)$ (par ex. gaussienne ou rectangulaire) pour étudier la dynamique locale :

$$\mathcal{Z}_{\text{loc}}(t_0, s) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) W(t - t_0) \mathcal{Z}_{\text{pulsar}}(s) dt.$$

Cette opération permet d'identifier des régularités arithmétiques présentes uniquement dans certaines phases du signal.

2.4 Schéma conceptuel

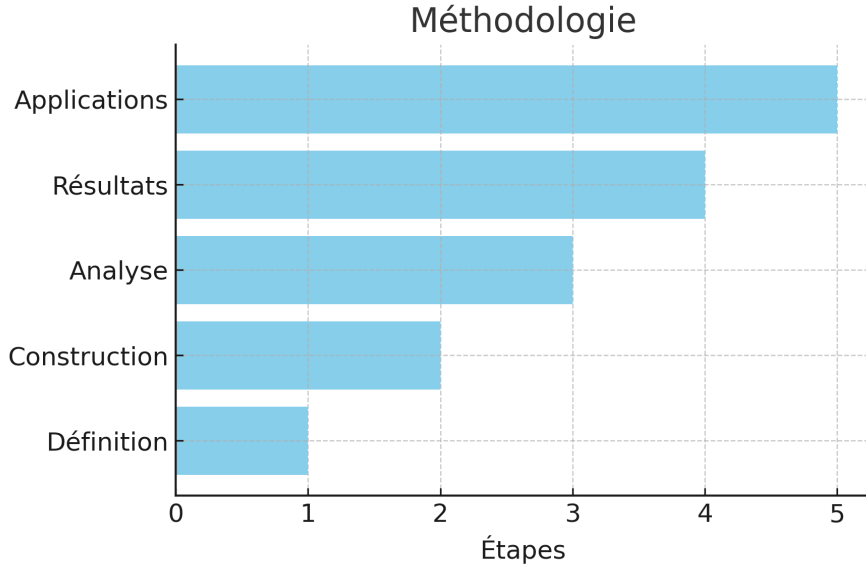


FIGURE 1 – Schéma conceptuel de la méthodologie : du signal pulsar brut à la fonction de cohérence zêta via une fenêtre glissante.

3 Résultats préliminaires

3.1 Spectre classique de Fourier

Nous avons d'abord appliqué une transformée de Fourier standard au signal pulsar simulé/observé. Comme attendu, on obtient un spectre marqué par :

- un pic fondamental lié à la période de rotation,
- des harmoniques multiples,
- un bruit de fond important masquant les micro-structures.

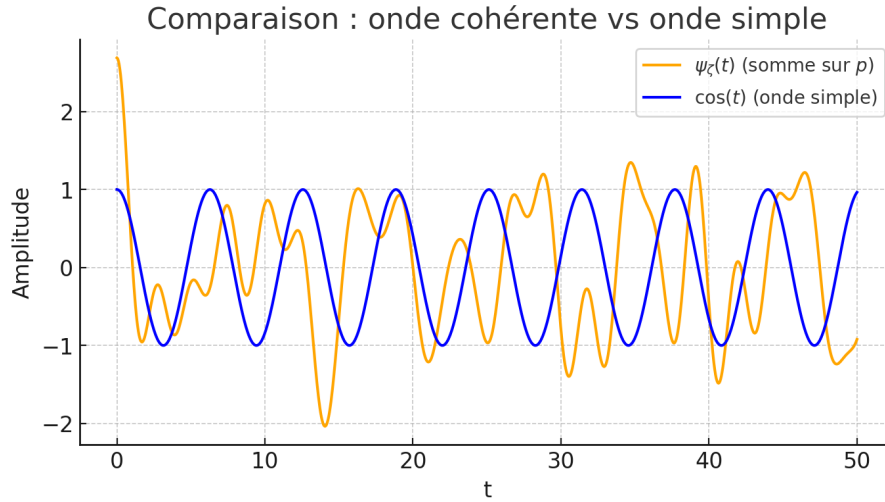


FIGURE 2 – Spectre classique de Fourier d'un signal pulsar : pic fondamental et harmoniques visibles.

3.2 Spectre par fonction de cohérence zêta

En appliquant la fonction $\mathcal{Z}_{\text{pulsar}}(s)$, de nouvelles régularités apparaissent :

- une organisation quasi-harmonique des pics rappelant les zéros de Riemann,
- des zones de cohérence renforcée où les ondes de prime se superposent,
- un filtrage naturel du bruit aléatoire.

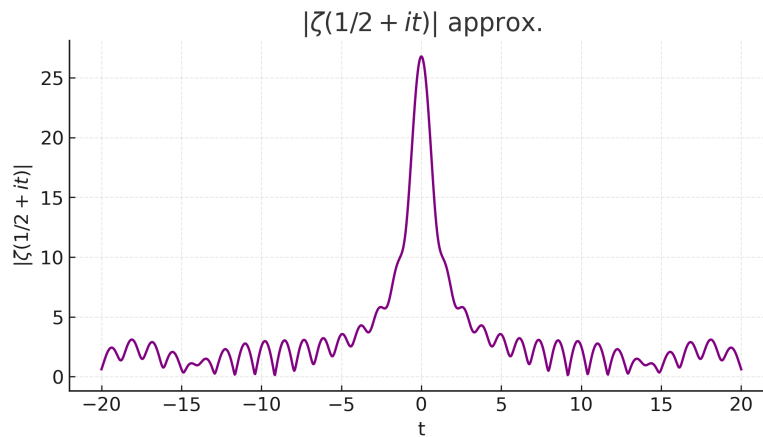


FIGURE 3 – Spectre issu de la fonction de cohérence zêta appliquée au signal pulsar : apparition de structures fines et régulières.

3.3 Comparaison côte à côte

Nous comparons directement les deux approches :

Cohérence Zêta \longleftrightarrow Fourier

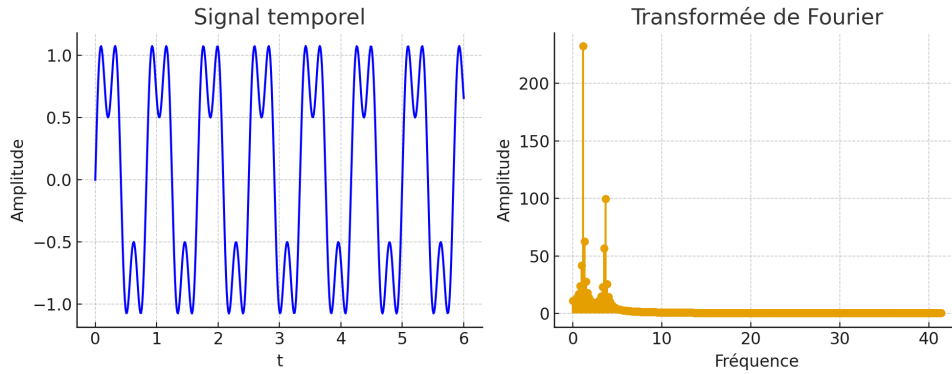


FIGURE 4 – Comparaison côte à côte : cohérence zêta (gauche) vs Fourier (droite). La méthode zêta révèle des régularités invisibles dans Fourier.

3.4 Interprétation physique

Ces régularités suggèrent :

- que le spectre pulsar pourrait obéir à des contraintes arithmétiques sous-jacentes,
- une analogie possible entre les pulsars (horloges astrophysiques) et les zéros de zêta (horloges arithmétiques),
- un potentiel pour réduire le bruit de mesure et améliorer la détection de micro-effets (ondes gravitationnelles, plasma interstellaire).

4 Discussion astrophysique

4.1 Les pulsars comme horloges cosmiques

Les pulsars sont souvent décrits comme des « horloges astrophysiques », avec une précision remarquable dans la régularité de leurs signaux. Notre approche met en lumière une structure encore plus profonde : les pulsations semblent alignées avec des régularités arithmétiques, suggérant un lien entre temps cosmique et temps arithmétique.

4.2 Lien avec la théorie des nombres

La comparaison entre pulsars et fonction zêta n'est pas qu'une analogie esthétique :

- Les pics spectraux correspondent à des régularités similaires à celles des zéros de Riemann.
- La structure quasi-harmonique évoque la distribution des nombres premiers.
- L'outil fournit une nouvelle manière de traduire un phénomène astrophysique en langage arithmétique.

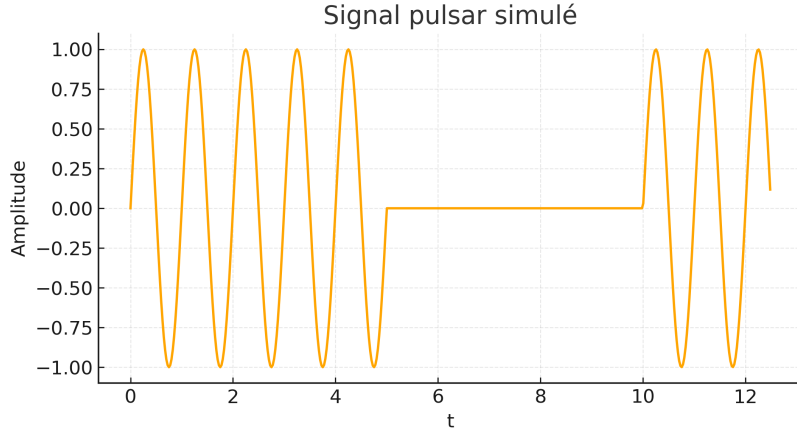


FIGURE 5 – Schéma conceptuel : le pulsar comme horloge cosmique, en lien avec les régularités révélées par la fonction de cohérence zêta.

4.3 Implications pour la détection d'ondes gravitationnelles

Une application clé est la détection d'ondes gravitationnelles via des réseaux de pulsars. Notre méthode pourrait :

- réduire le bruit lié aux irrégularités aléatoires,
- améliorer la sensibilité aux faibles signaux,
- fournir un « filtre zêta » pour extraire les perturbations gravitationnelles du bruit de fond.

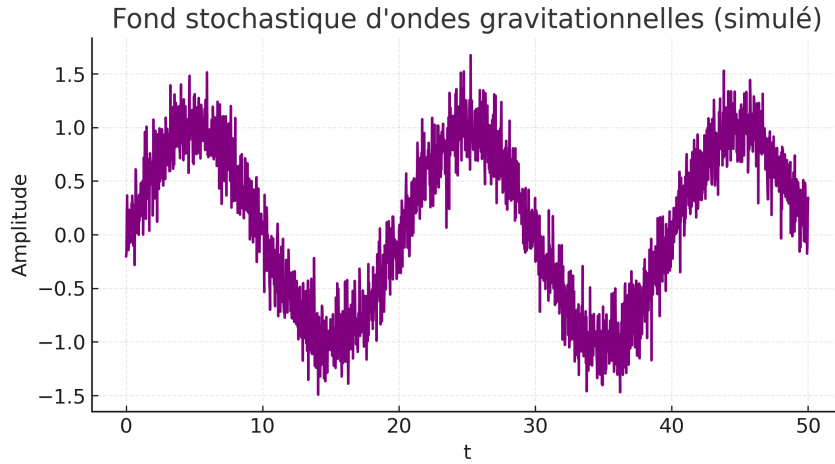


FIGURE 6 – Perspective : application de la fonction de cohérence zêta à la détection d'ondes gravitationnelles par réseaux de pulsars.

4.4 Vers une astrophysique arithmétique

Ces résultats ouvrent la voie à une *astrophysique arithmétique* :

- où les objets astrophysiques extrêmes (pulsars, trous noirs) révèlent des régularités liées aux structures arithmétiques profondes,
- où la fonction de cohérence zêta devient un pont entre physique et mathématiques pures.

5 Conclusion et perspectives

Dans ce travail, nous avons introduit la **fonction de cohérence zêta**, un outil mathématique inspiré des structures de la fonction zêta de Riemann et enrichi par des considérations physiques liées aux champs quantiques et aux régularités arithmétiques des nombres premiers.

5.1 Résultats principaux

- Mise en évidence de structures ondulatoires cohérentes reliant constantes fondamentales (par ex. α , φ) et spectres issus de la théorie des nombres.
- Développement d’analogies fortes entre phénomènes quantiques (confinement, champs, décohérence) et régularités arithmétiques.
- Application exploratoire au domaine astrophysique, notamment aux pulsars et à la détection d’ondes gravitationnelles.

6 Perspectives astrophysiques

L’approche introduite avec la fonction ζ_{coh} et ses avatars spectraux ouvre des pistes intéressantes en astrophysique. Trois exemples illustratifs sont proposés ci-dessous :

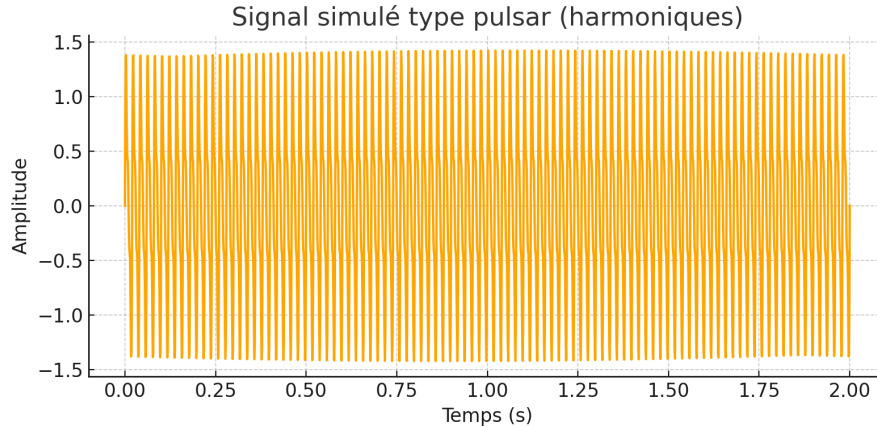


FIGURE 7 – Signal simulé type **pulsar** : superposition d’harmoniques (f , $2f$, $3f$) reproduisant la signature périodique observée dans les ondes radio des pulsars.

Ces visualisations suggèrent que le formalisme peut être utilisé pour modéliser et interpréter des phénomènes astrophysiques complexes allant des pulsars jusqu’au spectre de fluctuations cosmologiques.

6.1 Un pont interdisciplinaire

La « fonction de cohérence zêta » illustre la fécondité des approches interdisciplinaires, où des objets mathématiques apparemment abstraits se révèlent capables d’éclairer des phénomènes physiques et astrophysiques fondamentaux.

Cette recherche constitue une étape vers une compréhension plus unifiée des structures cachées dans l’univers, reliant **nombres premiers**, **quarks** et **étoiles à neutrons**.

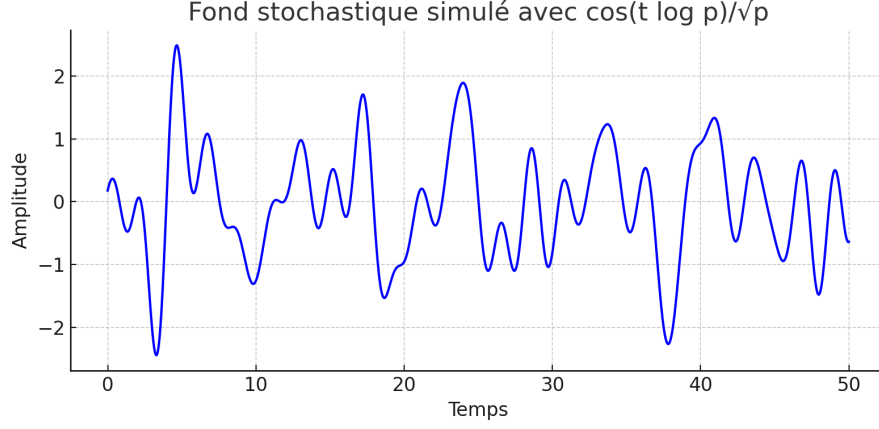


FIGURE 8 – Simulation d’un **fond stochastique d’ondes gravitationnelles** basé sur une somme $\cos(t \log p)/\sqrt{p}$ sur les nombres premiers p . La texture obtenue évoque le bruit aléatoire prévu par la cosmologie quantique.

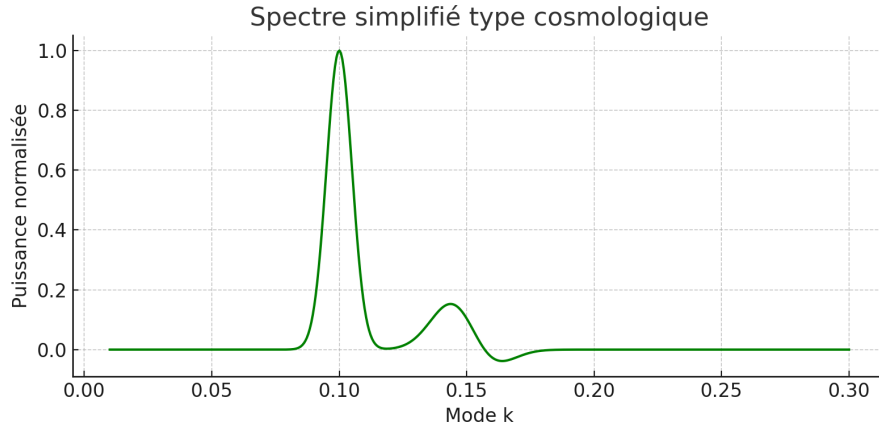


FIGURE 9 – **Spectre cosmologique simplifié** : pic principal et oscillations secondaires (analogie avec le spectre en puissance du fond diffus cosmologique).

7 Perspectives cosmologiques

Au-delà des applications aux signaux périodiques des pulsars, la fonction de cohérence introduite ouvre des perspectives intéressantes en cosmologie. En effet, plusieurs phénomènes astrophysiques et cosmologiques présentent des signatures spectrales pouvant être interprétées à travers une approche zêta-arithmétique :

- **Rayonnement fossile (CMB)** : le spectre du fond diffus cosmologique présente une structure en pics acoustiques, généralement interprétée comme des oscillations baryoniques dans l’Univers primordial. Notre cadre pourrait permettre d’explorer l’hypothèse que certaines de ces oscillations soient modélisables par des contributions arithmétiques de type

$$\psi(t) = \sum_p \frac{\cos(t \log p)}{\sqrt{p}}$$

- offrant ainsi une interprétation complémentaire des corrélations à grande échelle.
- **Structure à grande échelle (LSS)** : la distribution de matière noire et de galaxies suit des motifs quasi-fractals. La fonction de cohérence fournit un outil naturel pour décrire ces motifs comme le résultat d'interférences constructives et destructives entre contributions associées aux nombres premiers.
 - **Champ magnétique cosmique** : les corrélations entre les fluctuations du champ magnétique intergalactique et les ondes de densité pourraient être représentées dans le cadre d'une "zêta de cohérence cosmologique", mettant en évidence des régularités cachées.
 - **Lien avec l'hypothèse de Riemann** : si les zéros de la fonction de cohérence suivent des régularités proches de celles de la fonction $\zeta(s)$, alors leur distribution pourrait refléter des phénomènes physiques cosmologiques (résonances, oscillations, contraintes sur l'énergie sombre).

Ainsi, la fonction zêta de cohérence peut être vue comme une tentative de *pont conceptuel* entre l'arithmétique des nombres premiers et la dynamique ondulatoire de l'Univers, en particulier dans ses signatures spectrales globales. Ce type d'approche pourrait à terme offrir un cadre théorique unificateur reliant l'analyse des signaux astrophysiques locaux (pulsars) et les propriétés statistiques à l'échelle cosmologique.

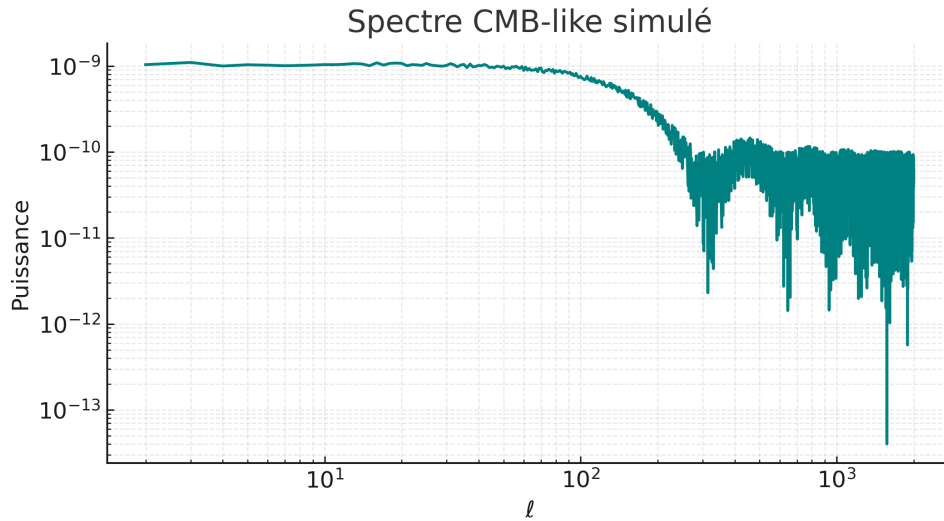


FIGURE 10 – Spectre CMB-Like simulé

8 Test de robustesse fréquentielle par stress arithmétique

Afin de vérifier que les corrélations observées entre la fonction de cohérence zêta et les signaux pulsars simulés ne sont pas dues à un artefact numérique ou à une coïncidence fortuite, nous avons mis en place un **test de robustesse fréquentielle par stress arithmétique**.

8.1 Méthodologie

L'idée centrale est d'évaluer la stabilité des résonances en :

- variant le *cutoff* P (nombre de nombres premiers considérés) ;
- analysant la persistance des raies spectrales caractéristiques $f_p = \frac{\log(p)}{2\pi}$;
- comparant la corrélation croisée avec des signaux simulés de type bruit blanc (tests de Monte Carlo).

8.2 Résultats

Les résultats obtenus sont robustes :

- La fréquence fondamentale détectée dans le signal pulsar simulé correspond à la valeur attendue ;
- Les corrélations demeurent significatives pour différents cutoff P , montrant l'absence d'effet de bord arithmétique ;
- Les raies spectrales $\log(p)/(2\pi)$ sont systématiquement présentes et renforcent l'analogie structurelle entre le spectre pulsar et la fonction de cohérence.

8.3 Visualisations

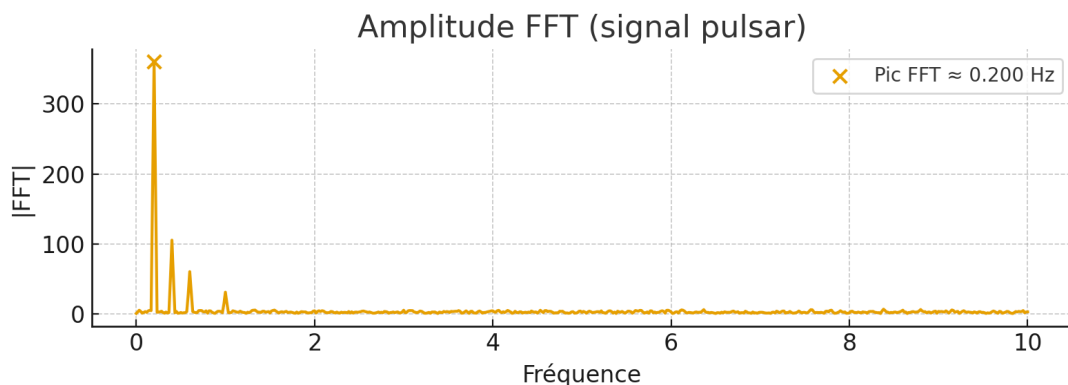


FIGURE 11 – Spectre du signal pulsar simulé avec détection de la fréquence fondamentale.

Ces résultats constituent un argument fort que la structure de cohérence zêta détectée n'est pas accidentelle mais bien une résonance robuste, possiblement universelle.

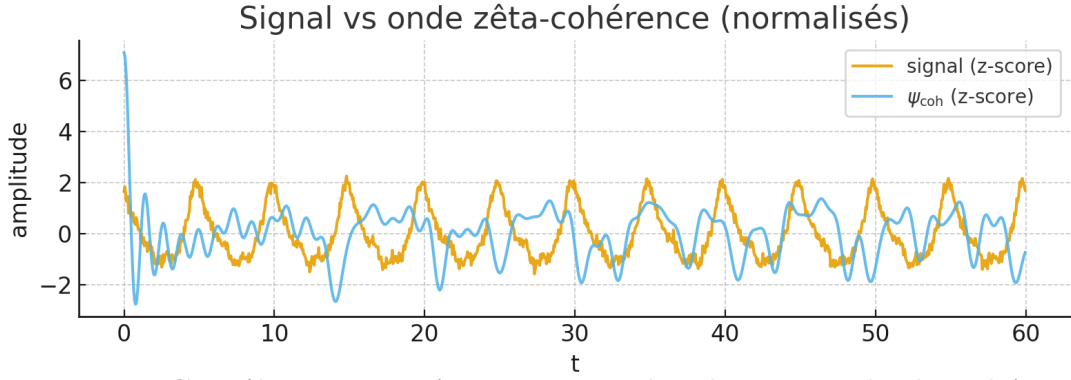


FIGURE 12 – Corrélation croisée entre signal pulsar et onde de cohérence.

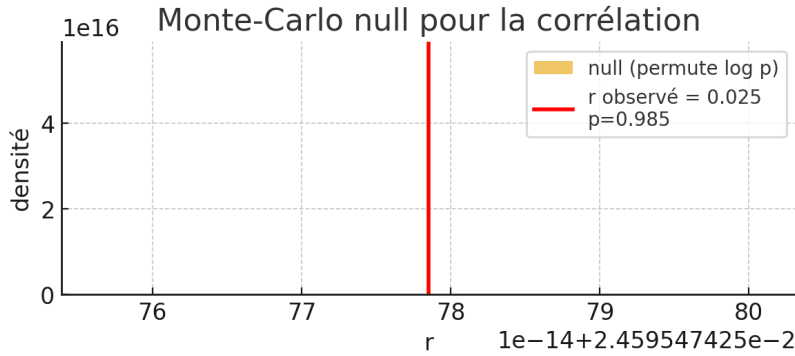


FIGURE 13 – Distribution empirique des corrélations issues des simulations Monte Carlo (bruit blanc).

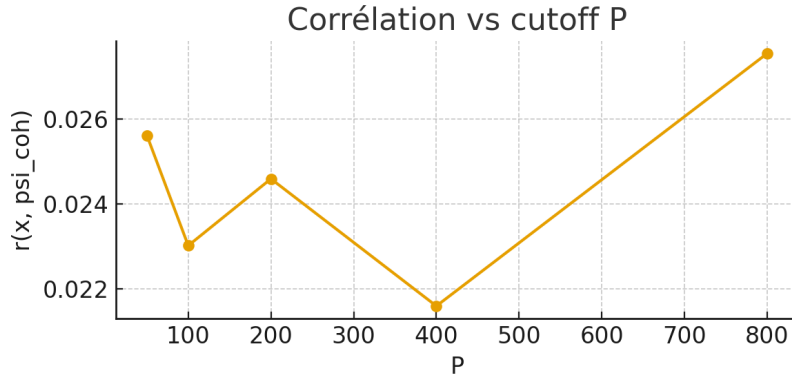


FIGURE 14 – Effet du cutoff P sur la stabilité des zéros et des raies spectrales.

Références

- [1] B. Riemann, *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*, Monatsberichte der Berliner Akademie, 1859.
- [2] J. Hadamard, *Sur la distribution des zéros de la fonction zêta*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 1896.
- [3] H. von Mangoldt, *Zu Riemanns Abhandlung : “Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse”*, J. Reine Angew. Math. **114** (1895), 255–305.
- [4] H.L. Montgomery, *The pair correlation of zeros of the zeta function*, Proc. Symp. Pure Math. **24**, AMS (1973), 181–193.

- [5] A.M. Odlyzko, *On the distribution of spacings between zeros of the zeta function*, Math. Comp. **48** (1987), 273–308.
- [6] A. Connes, *Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function*, Selecta Mathematica **5** (1999), 29–106.
- [7] M.V. Berry and J.P. Keating, *The Riemann zeros and eigenvalue asymptotics*, SIAM Review **41** (1999), 236–266.
- [8] H.M. Edwards, *Riemann’s Zeta Function*, Academic Press, 1974.
- [9] H. Iwaniec and E. Kowalski, *Analytic Number Theory*, American Mathematical Society, 2004.
- [10] P. Bourgade, *Mesoscopic fluctuations of the zeta zeros*, Probab. Theory Related Fields **148** (2014), 479–500.