

Gestion de projet

Chapitre2: Diagrammes de GANTT et PERT

1. *Diagramme de PERT*

Objectifs

- Réaliser le diagramme PERT
- Etablir les niveaux des tâches
- Tracer le PERT
- Déterminer:
 - ✓ Les dates au plus tôt
 - ✓ Les dates au plus tard
 - ✓ Les marges totales
 - ✓ Les marges libres
 - ✓ Les marges certaines
 - ✓ Le chemin critique

1. *Diagramme de PERT*

De quoi s'agit il?

- La réalisation d'un projet comporte des tâches
 - Nombreuses
 - De durée plus ou moins longue
 - Qui doivent être exécutées dans un certain ordre
 - Certaines peuvent être exécutées en parallèle
- But : trouver la meilleure organisation possible pour que le projet soit terminé à la date voulue
 - Exemple : ouverture d'un magasin
- Une des méthodes utilisées pour atteindre ce but :
 - Programm Evaluation and Review Technique
 - = Technique d'évaluation et de contrôle des programmes.

1. Diagramme de PERT

Les étapes de la réalisation

1. Faire la liste des tâches
2. Attribuer un symbole à chaque tâche (par exemple : a, b, c ...)
3. Déterminer la durée de chaque tâche (le plus souvent en "jours ouvrables")
4. Déterminer pour chaque tâche la ou les tâches immédiatement antérieures.

1. Diagramme de PERT

Présentation de ces 4 étapes

Symboles	Tâches	Durée en jours	Tâches immédiatement antérieures
a	3	/
b	0,5	a
c	12	a
d	1	b , c

1. Diagramme de PERT

Application : Faire du café "à l'ancienne"



Symboles	Tâches	Durée en minutes	Tâches immédiatement antérieures
a	Sortir les instruments nécessaires (cafetière, café, moulin à café, casserole, filtre)	5	/
b	Moudre le café	2	a
c	Faire chauffer l'eau	4	a
d	Verser le café moulu dans le filtre	1	b
e	Verser doucement l'eau sur le café moulu	3	c , d
f	Placer les tasses, cuillers, sucrier sur la table	3	/
g	Apporter la cafetière et servir	2	e , f

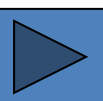


1. Diagramme de PERT

5^{ème} étape de réalisation

Établir le tableau des niveaux dans l'exécution des tâches

- Placer au niveau1 toutes les tâches qui n'ont pas de tâche immédiatement antérieure
- Barrer les tâches de niveau1 dans la colonne "Tâches immédiatement antérieures"
- Placer au niveau2 toutes les tâches qui se retrouvent maintenant sans tâche immédiatement antérieure
- Et ainsi de suite jusqu'à la fin.



1. Diagramme de PERT

Tableau des niveaux

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5
a, f	b, c	d	e	g

1. Diagramme de PERT

6^{ème} étape de réalisation

Construire le diagramme PERT à partir du tableau des niveaux

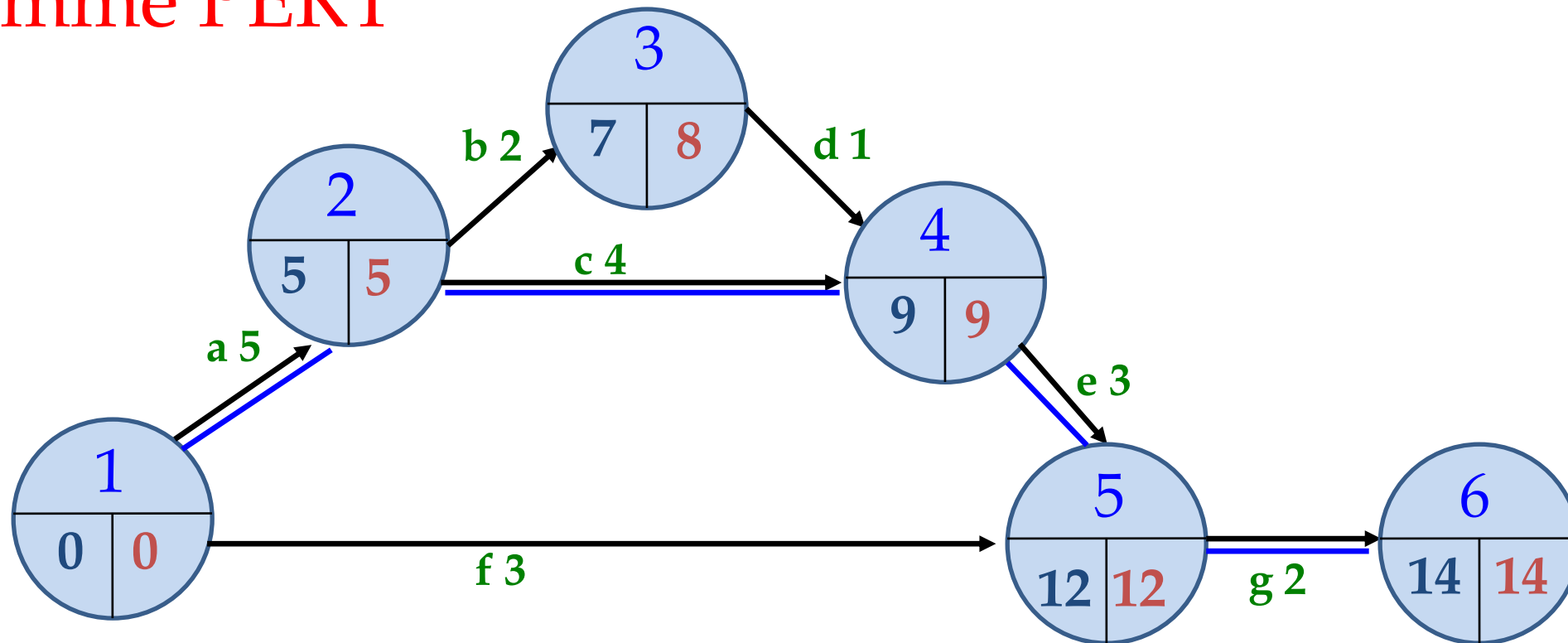
- *Placer les tâches de niveau1, en indiquant leur symbole et leur durée, les tâches sont symbolisées par des flèches rejoignant des cercles appelés "sommets"*
 - Placer de la même manière les tâches de niveau2, puis 3, 4...
 - Déterminer les "dates au plus tôt ", la durée totale du programme et les "dates au plus tard "

Dates au plus tôt : de gauche à droite ; total le plus fort
Dates au plus tard : de droite à gauche ; total le plus faible
 - Déterminer le chemin critique.



3. Les étapes de la réalisation

Diagramme PERT



Dates au plus tôt

Dates au plus tard

Chemin critique

1. Diagramme de PERT

Dates au plus tôt: Algorithme

➤ Calculs des dates au plus **tôt**

Date de réalisation au plus tôt de l'étape

DEBUT= 0

Puis

Date de réalisation au plus tôt d'une étape

=

Max(

Date de réalisation au plus tôt de l'étape précédente

+ [plus]

Durée de l'opération menant à l'étape concernée)

1. Diagramme de PERT

Dates au plus tôt

➤ La date au plus tôt d'une étape quelconque est obtenue en calculant le temps le plus long nécessaire pour parvenir à cette étape.

Appliquons le calcul à l'exemple précédent:

On parcourt le graphe **de gauche à droite**

$$Dt(1)=0$$

$$Dt(2)=\max\{Dt(1)+d_{12}\}=0+5=5$$

$$Dt(3)=\max\{Dt(2)+d_{23}\}=5+2=7$$

$$Dt(4)=\max\{Dt(3)+d_{34}, Dt(2)+d_{24}\}=\max\{7+1, 5+4\} \\ =\max\{8,9\}=9$$

$$Dt(5)=\max\{Dt(4)+d_{45}, Dt(1)+d_{15}\}=\max\{9+3, 0+3\} \\ =\max\{12, 3\}=12$$

$$Dt(6)=\max\{Dt(5)+d_{56}\}=\max\{12+2\}=14$$

1. Diagramme de PERT

Dates au plus tard: Algorithme

➤ Calculs des dates au plus **tard**
Date de réalisation au plus tard de l'étape
FIN
=
Date de réalisation au plus tôt de l'étape FIN
=
Durée totale du projet
Puis
Date de réalisation au plus tard d'une étape
=
Min(
Date de réalisation au plus tard de l'étape suivante
-[moins]
Durée de l'opération commençant à l'étape concernée)

1. Diagramme de PERT

Dates au plus tard

➤ La date au plus tard est obtenue en partant de la dernière étape, en retranchant de la date au plus tôt de cette étape le temps correspondant au chemin le plus long pour remonter jusqu'à l'étape considérée. (la date obtenue doit donc être la plus petite)

Appliquons le calcul à l'exemple précédent :

On parcourt le graphe de **droite à gauche**

$$Dtd(6)=14$$

$$Dtd(5)=\min\{Dtd(6)-d_{56}\}=\min\{14-2\}=12$$

$$Dtd(4)=\min\{Dtd(5)-d_{45}\}=\min\{12-3\}=9$$

$$Dtd(3)=\min\{Dtd(4)-d_{34}\}=\min\{9-1\}=8$$

$$Dtd(2)=\min\{Dtd(3)-d_{23}, Dtd(4)-d_{24}\}=\min\{8-2, 9-4\} \\ =\min\{6, 5\}=5$$

$$Dtd(1)=\min\{Dtd(2)-d_{12}, Dtd(5)-d_{15}\}=\min\{5-5, 12-3\} \\ =\min\{0, 9\}=0$$

1. Diagramme de PERT

Marge: Définitions

- La **marge** est la possibilité qu'à une tâche d'être retardée sans impacter le projet. Les tâches qui sont sur le chemin critique ont une marge nulle.
- La **marge totale (MT)** est égale à la différence entre le début au plus tard de la tâche suivante la plus contraignante et la fin au plus tôt de la tâche elle-même. C'est aussi la différence entre les dates au plus tard et les dates au plus tôt de la tâche elle-même.
- La **marge Libre (ML)** est égale à la différence entre la date de début au plus tôt du successeur le plus précoce, et la date de fin au plus tôt de la tâche elle-même.
- La **marge certaine (MC)** se calcule en retirant la durée de la tâche en question à l'écart qu'il peut y avoir entre sa date au plus tard de début et sa date au plus tôt de fin

1. Diagramme de PERT

Calcul des marges

➤ La marge totale:

Elle indique le retard maximum que pourrait prendre la tâche sans retarder la fin de projet.

Marge totale tâche "ij" = Date au plus tard "étape j" - Date au plus tôt "étape i" - Durée tâche "ij"

Appliquons le calcul à l'exemple précédent :

$$MT(a) = y_2 - x_1 - d_{12} = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$MT(b) = y_3 - x_2 - d_{23} = 8 - 5 - 2 = 1$$

$$MT(c) = y_4 - x_2 - d_{24} = 9 - 5 - 4 = 0$$

$$MT(d) = y_4 - x_3 - d_{43} = 9 - 7 - 1 = 1$$

$$MT(e) = y_5 - x_4 - d_{45} = 12 - 9 - 3 = 0$$

$$MT(f) = y_5 - x_1 - d_{15} = 12 - 0 - 3 = 9$$

$$MT(g) = y_6 - x_5 - d_{56} = 14 - 12 - 2 = 0$$

1. Diagramme de PERT

Calcul des marges

➤ La marge libre:

La marge libre correspond à la plage de temps ou délai dans laquelle peut se déplacer librement la tâche sans retarder aucune autre tâche subséquente.

Marge libre tâche "ij" = Date au plus tôt "étape j" - Date au plus tôt "étape i" - Durée tâche "ij"

Appliquons le calcul à l'exemple précédent :

$$ML(a) = x_2 - x_1 - d_{12} = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$ML(b) = x_3 - x_2 - d_{23} = 7 - 5 - 2 = 0$$

$$ML(c) = x_4 - x_2 - d_{24} = 9 - 5 - 4 = 0$$

$$ML(d) = x_4 - x_3 - d_{43} = 9 - 7 - 1 = 1$$

$$ML(e) = x_5 - x_4 - d_{45} = 12 - 9 - 3 = 0$$

$$ML(f) = x_5 - x_1 - d_{15} = 12 - 0 - 3 = 9$$

$$ML(g) = x_6 - x_5 - d_{56} = 14 - 12 - 2 = 0$$

1. Diagramme de PERT

Calcul des marges

➤ La marge certaine:

La marge certaine d'une tâche indique le retard que l'on peut admettre dans sa réalisation (quelle que soit sa date de début) sans allonger la durée optimale du projet.

Marge certaine tâche "ij" = Max [0 , (Date au plus tôt "étape j" - Date au plus tard "étape i" - Durée tâche "ij")]

Appliquons le calcul à l'exemple précédent :

$$MC(a)=x_2-y_1-d_{12}=5-0-5=0$$

$$MC(b)=x_3-y_2-d_{23}=7-5-2=0$$

$$MC(c)=x_4-y_2-d_{24}=9-5-4=0$$

$$MC(d)=x_4-y_3-d_{43}=9-8-1=0$$

$$MC(e)=x_5-y_4-d_{45}=12-9-3=0$$

$$MC(f)=x_5-y_1-d_{15}=12-0-3=9$$

$$MC(g)=x_6-y_5-d_{56}=14-12-2=0$$

On a toujours l'inégalité suivante:

$$0 \leq MC \leq ML \leq MT$$

1. *Diagramme de PERT*

Chemin critique

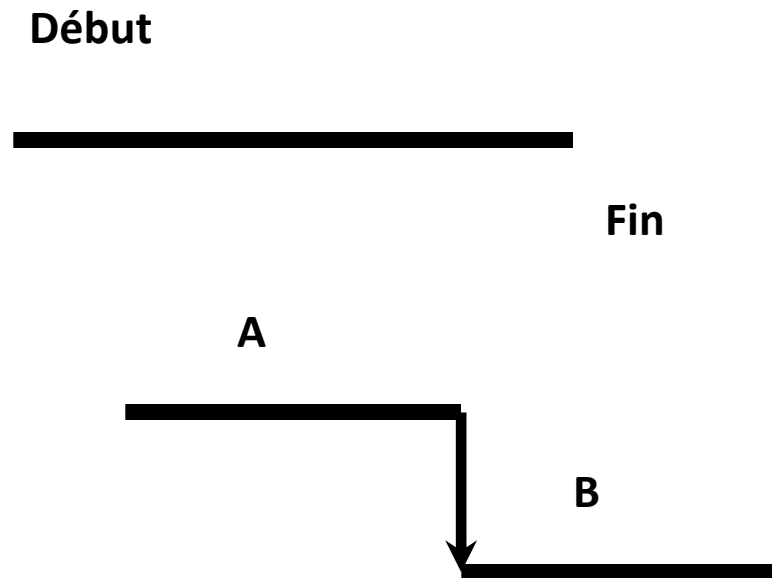
Le **chemin critique** correspond à la séquence de tâches qui détermine la durée totale du projet. Ce chemin est continu depuis le début jusqu'à la fin du projet. Tout retard affectant une tâche du chemin critique est intégralement répercuté sur la durée du projet et donc sa date de fin. La tâche critique est une tâche du chemin critique. Toute modification sur la durée d'une de ces tâches critiques impacte d'autant plus la durée totale du projet.

Les tâches qui sont sur le chemin critique ont une marge nulle

2. Le formalisme réseau

- **Lien (ou dépendance)**: relation entre deux tâches représentée par une flèche
- **Réseau (réseau logique)**: ensemble de tâches et de liens représenté par un ensemble de barres et de flèches

2. Le formalisme réseau

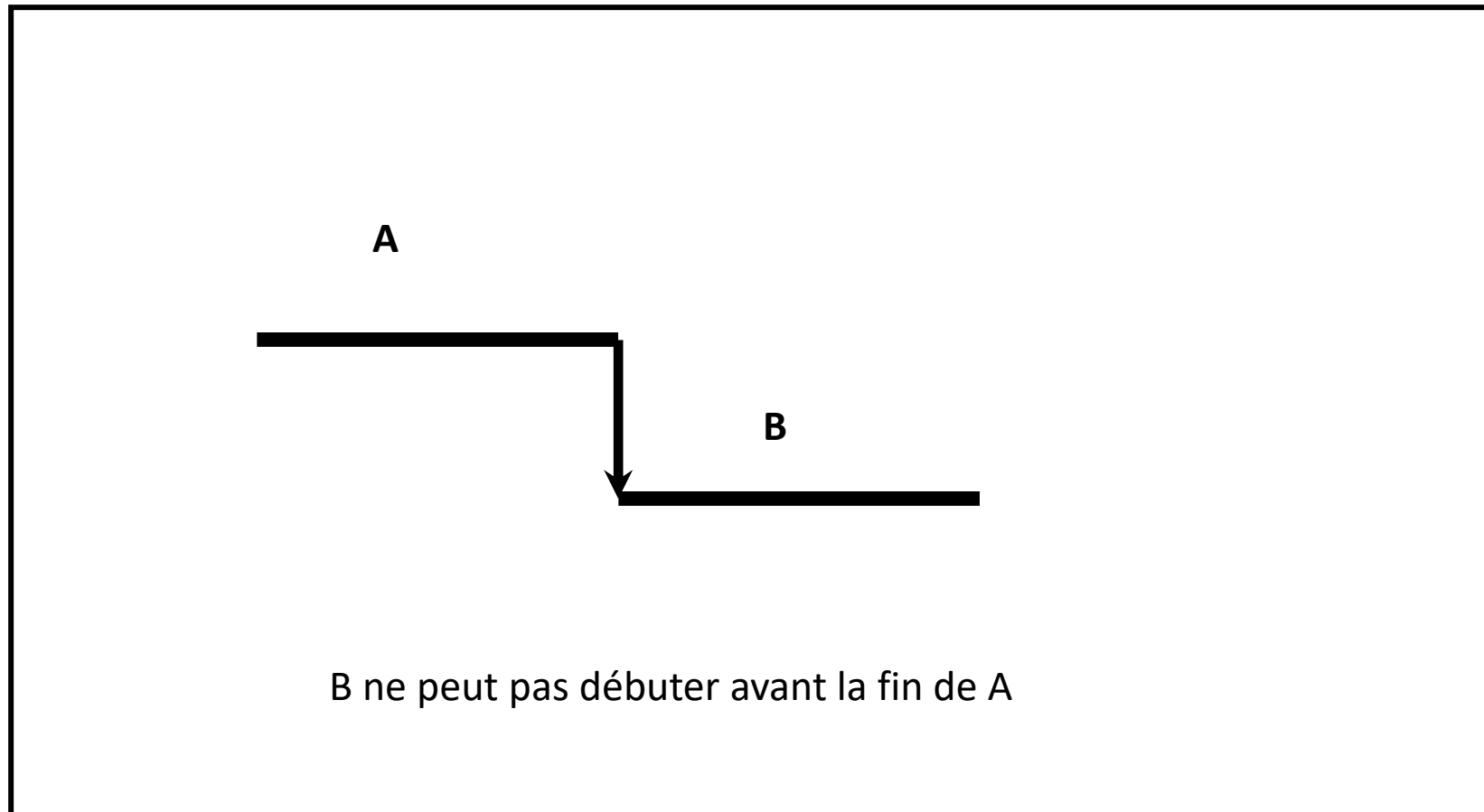


2. Le formalisme réseau

- fin à début: de la fin de l'antécédent au début du successeur
- début à début: du début de l'antécédent au début du successeur
- fin à fin: de la fin de l'antécédent à la fin du successeur
- début à fin: du début de l'antécédent à la fin du successeur

2. Le formalisme réseau

Lien Fin à Début



2. Le formalisme réseau

Lien Fin à Début

- La tâche B (le successeur) peut débuter lorsque la tâche A (l'antécédent) est terminée
- Les liens Fin à Début sont les liens les plus fréquents
 - environ 90% des liens effectivement rencontrés dans les réseaux

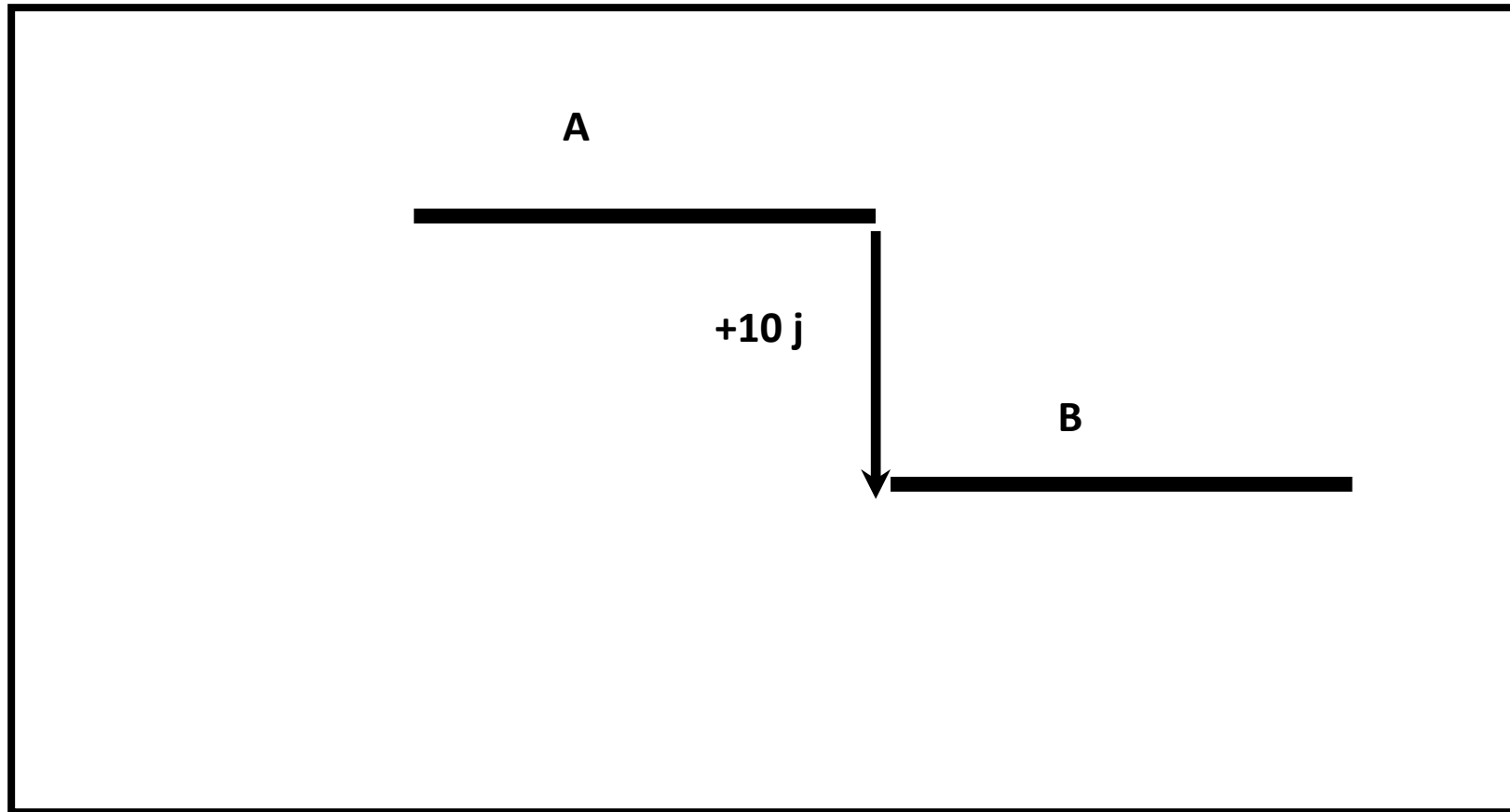
2. *Le formalisme réseau*

Délai

- Un lien peut être caractérisé par une valeur positive ou négative: le délai
- Délai: durée minimale (en valeur algébrique) qui doit séparer le successeur de l'antécédent
- Délai: indique une période d'attente et permet d'éviter de créer une tâche fictive intermédiaire

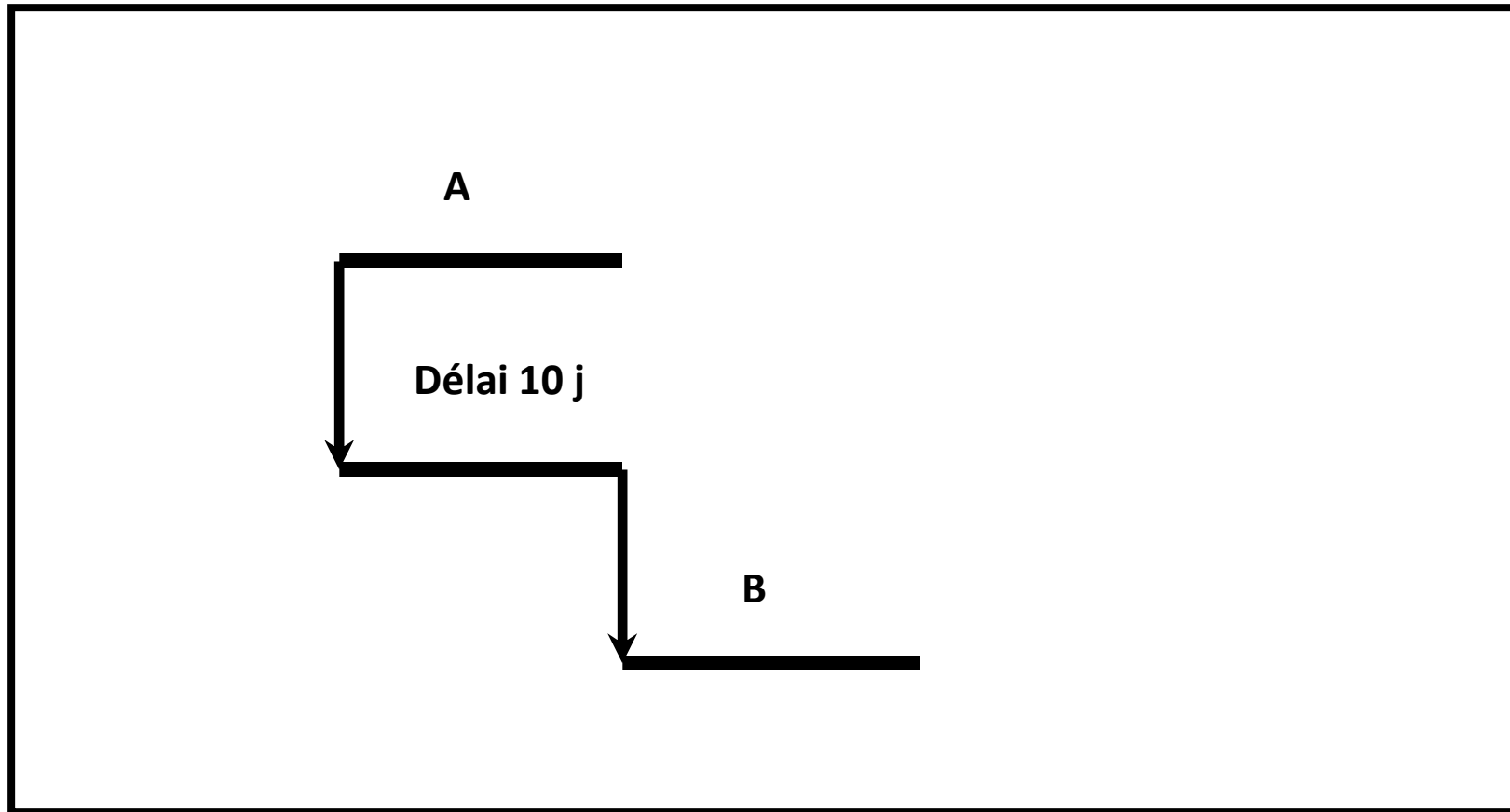
2. Le formalisme réseau

Délai



2. Le formalisme réseau

Délai: autre représentation



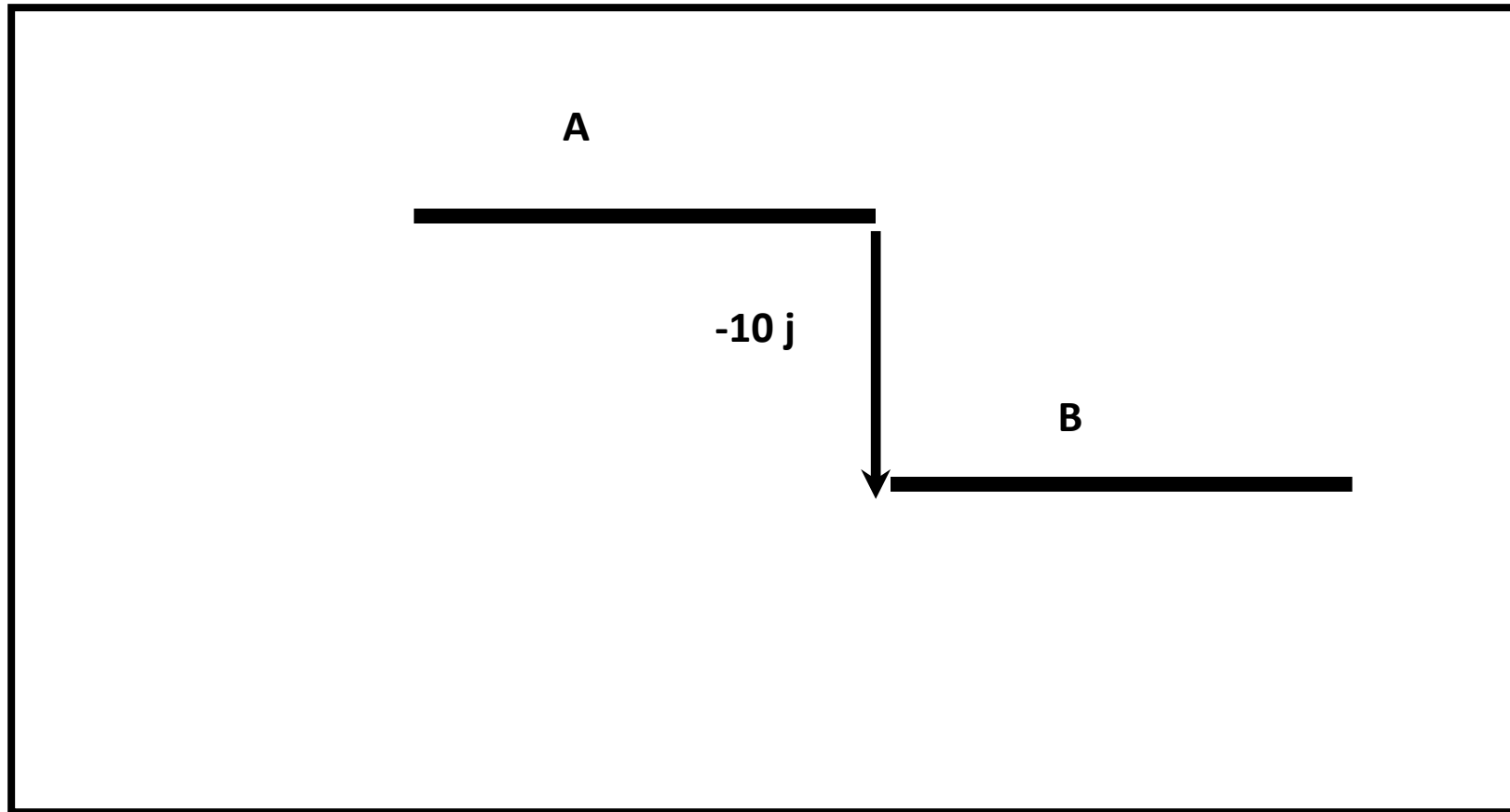
2. *Le formalisme réseau*

Délai

- Délai négatif sur un lien: permet d'indiquer que le successeur peut avoir lieu avant l'antécédent
- Délai positif: retard
- Délai négatif: avance

2. Le formalisme réseau

Délai



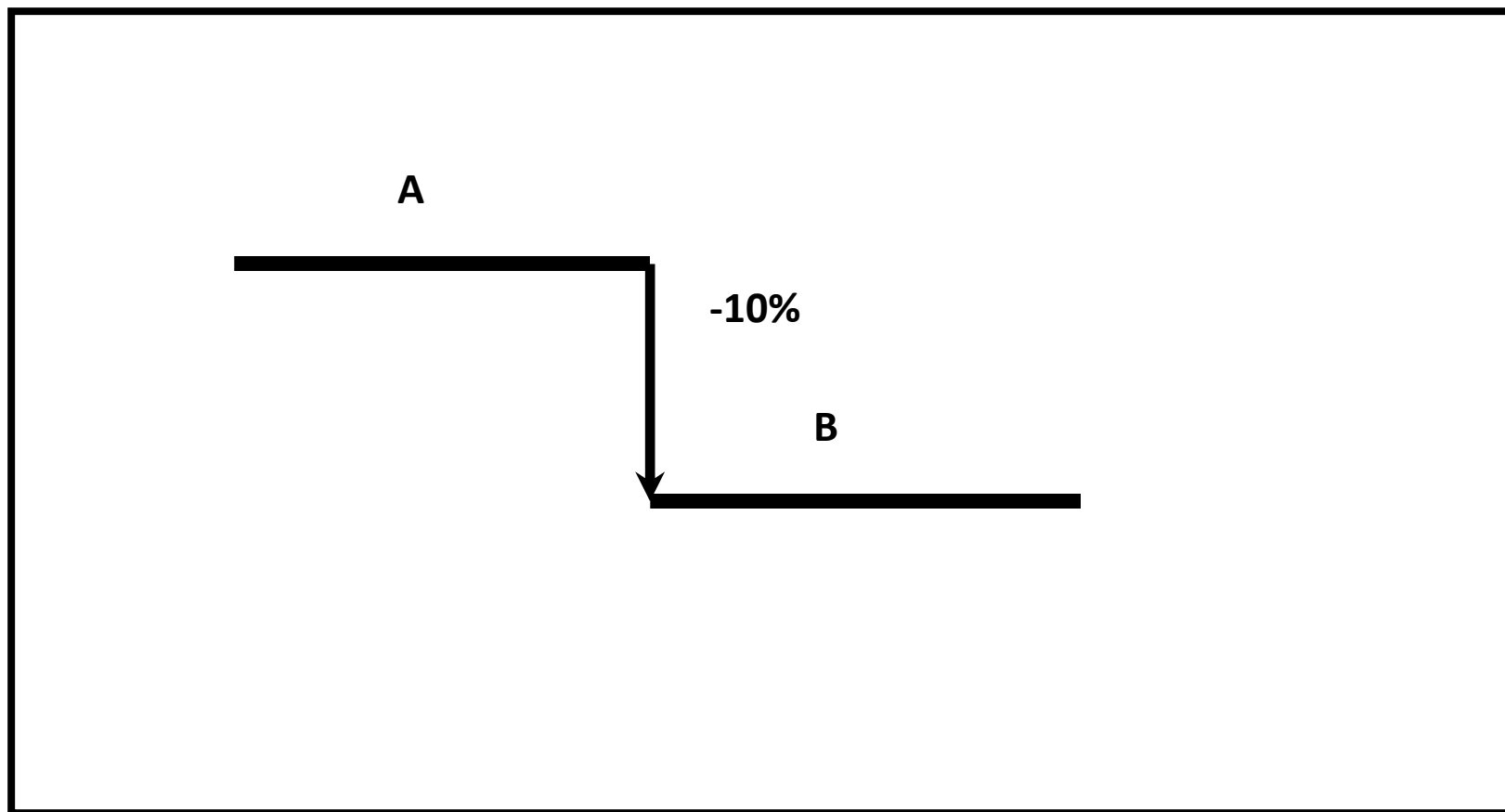
2. Le formalisme réseau

Expression des Délais

- unités de temps: jours calendaires, jours ouvrés, semaines, mois,...
- pourcentage de l'antécédent

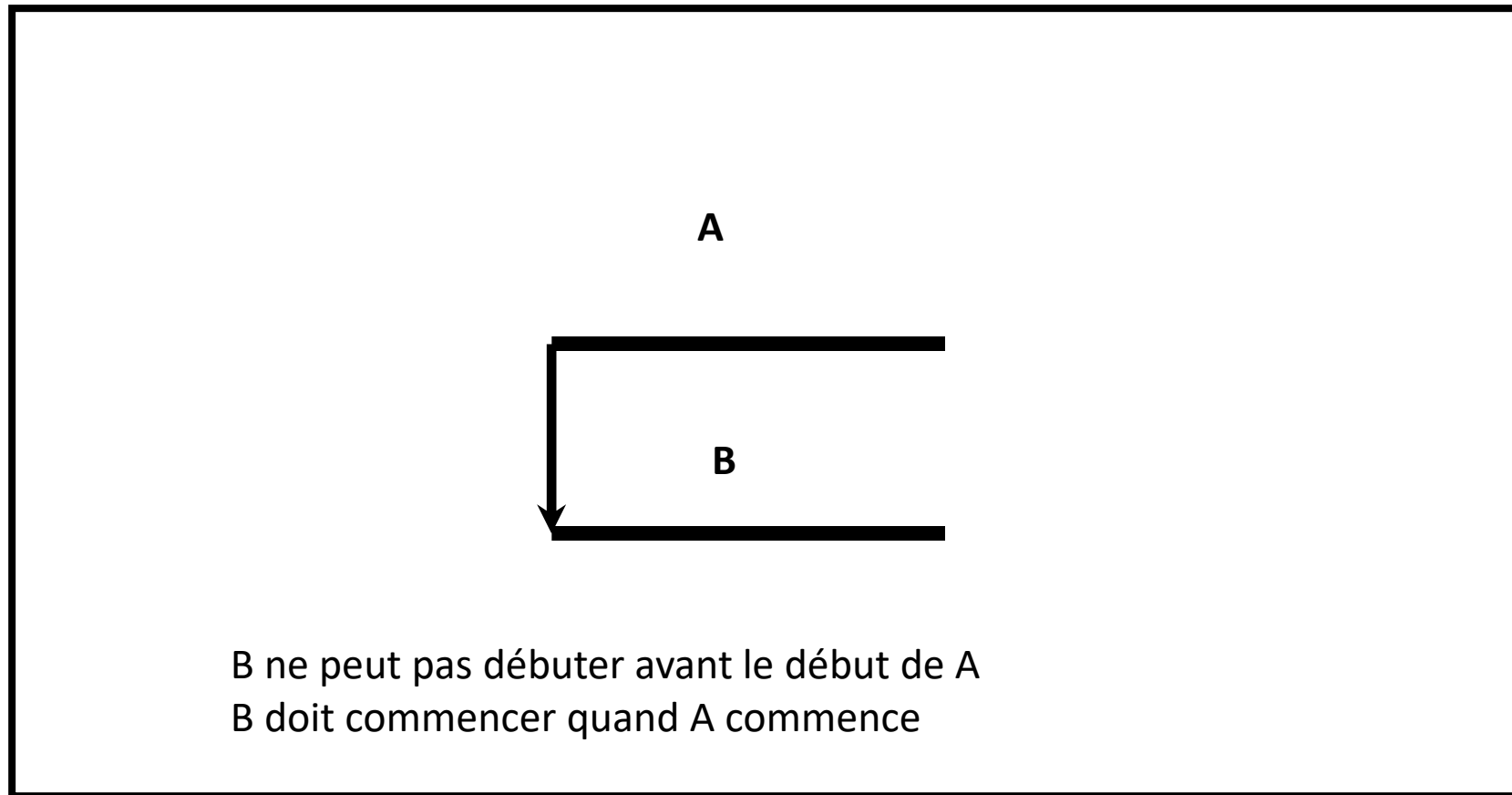
2. Le formalisme réseau

Expression des Délais



2. Le formalisme réseau

Lien Début à Début



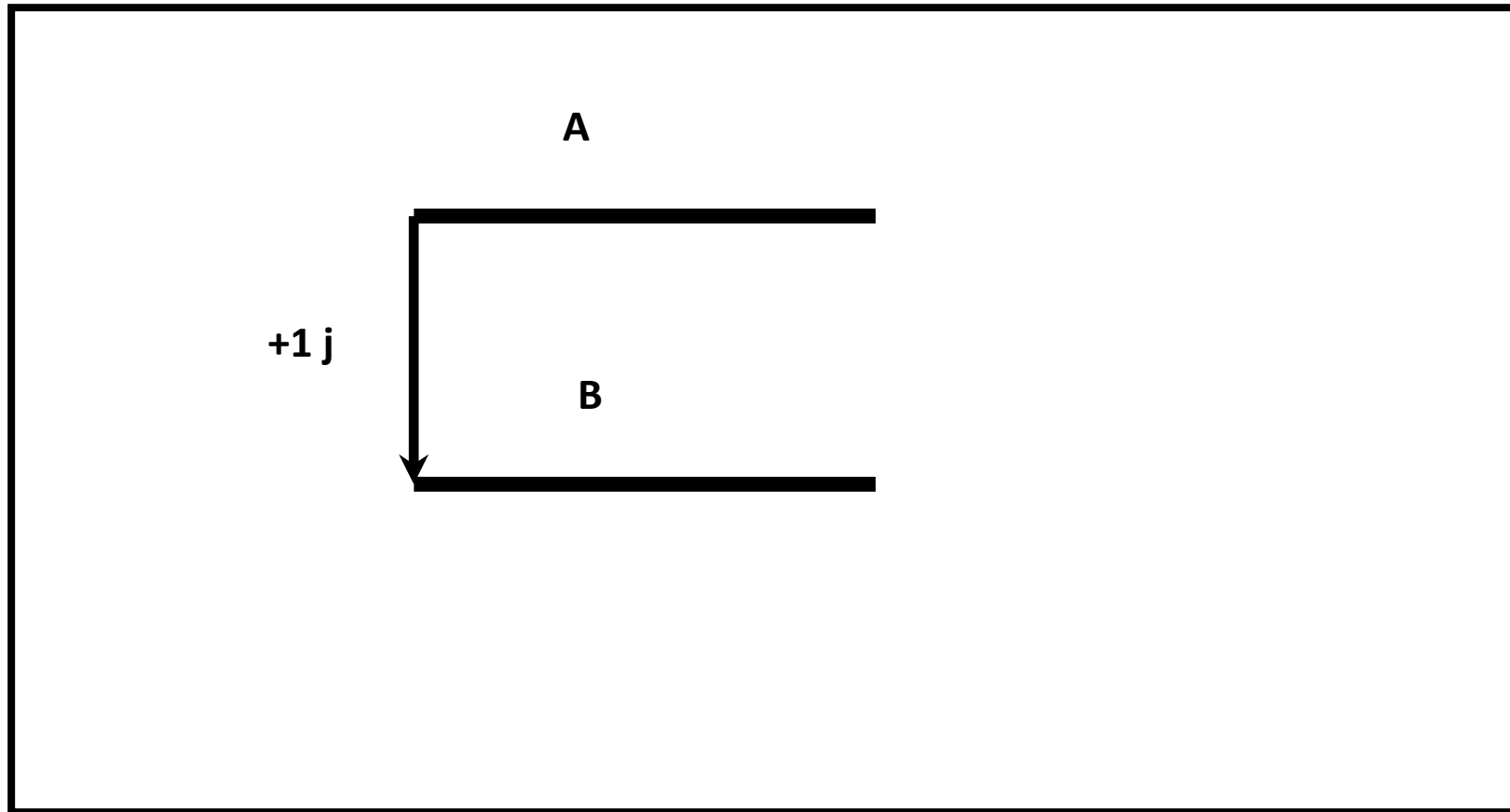
2. Le formalisme réseau

Lien Début à Début

- La tâche B (le successeur) peut débuter lorsque la tâche A (l'antécédent) est commencée.
- Environ 5% des liens rencontrés dans les réseaux sont des liens de type Début à Début

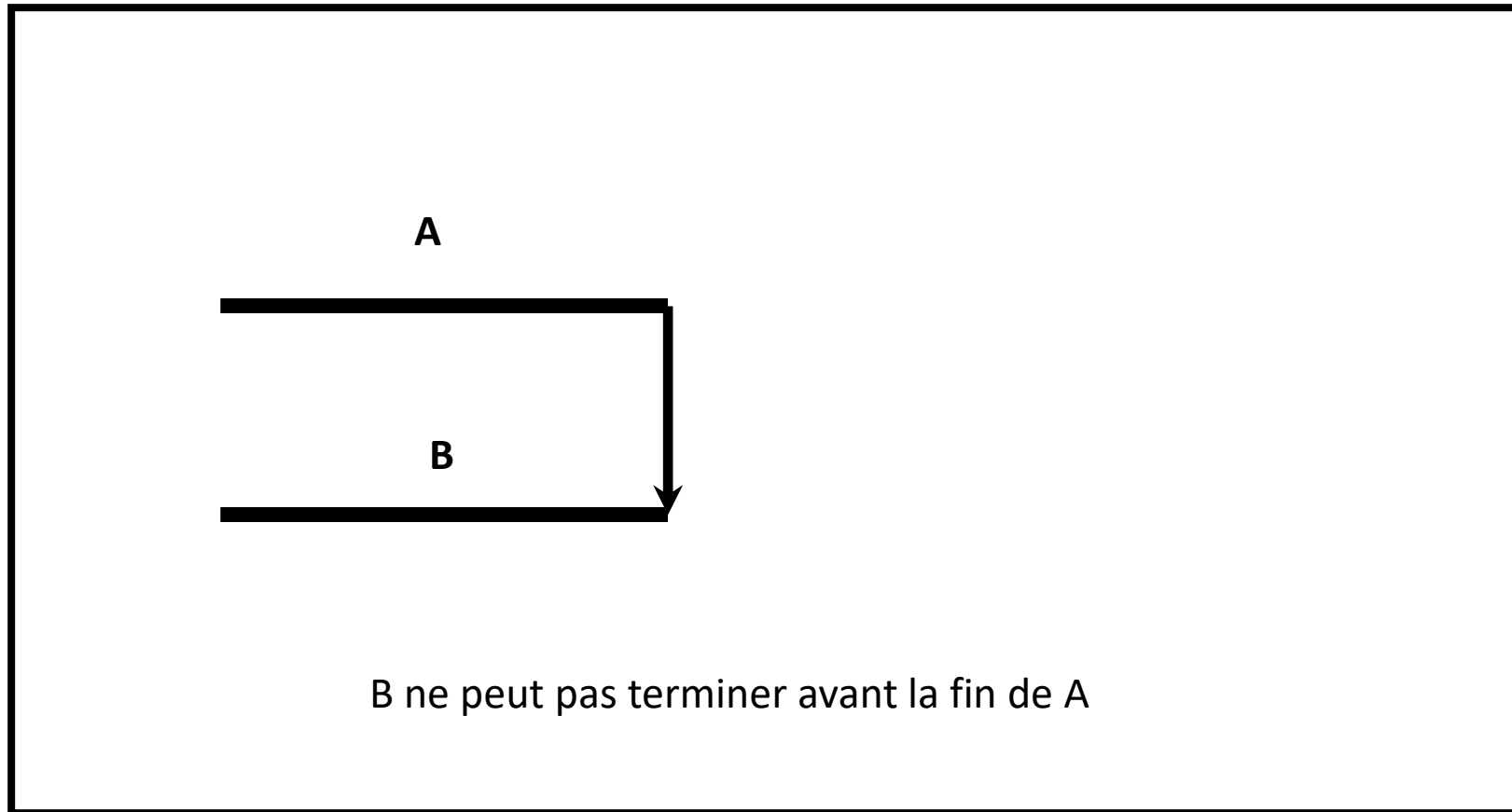
2. Le formalisme réseau

Délai



2. Le formalisme réseau

Lien Fin à Fin



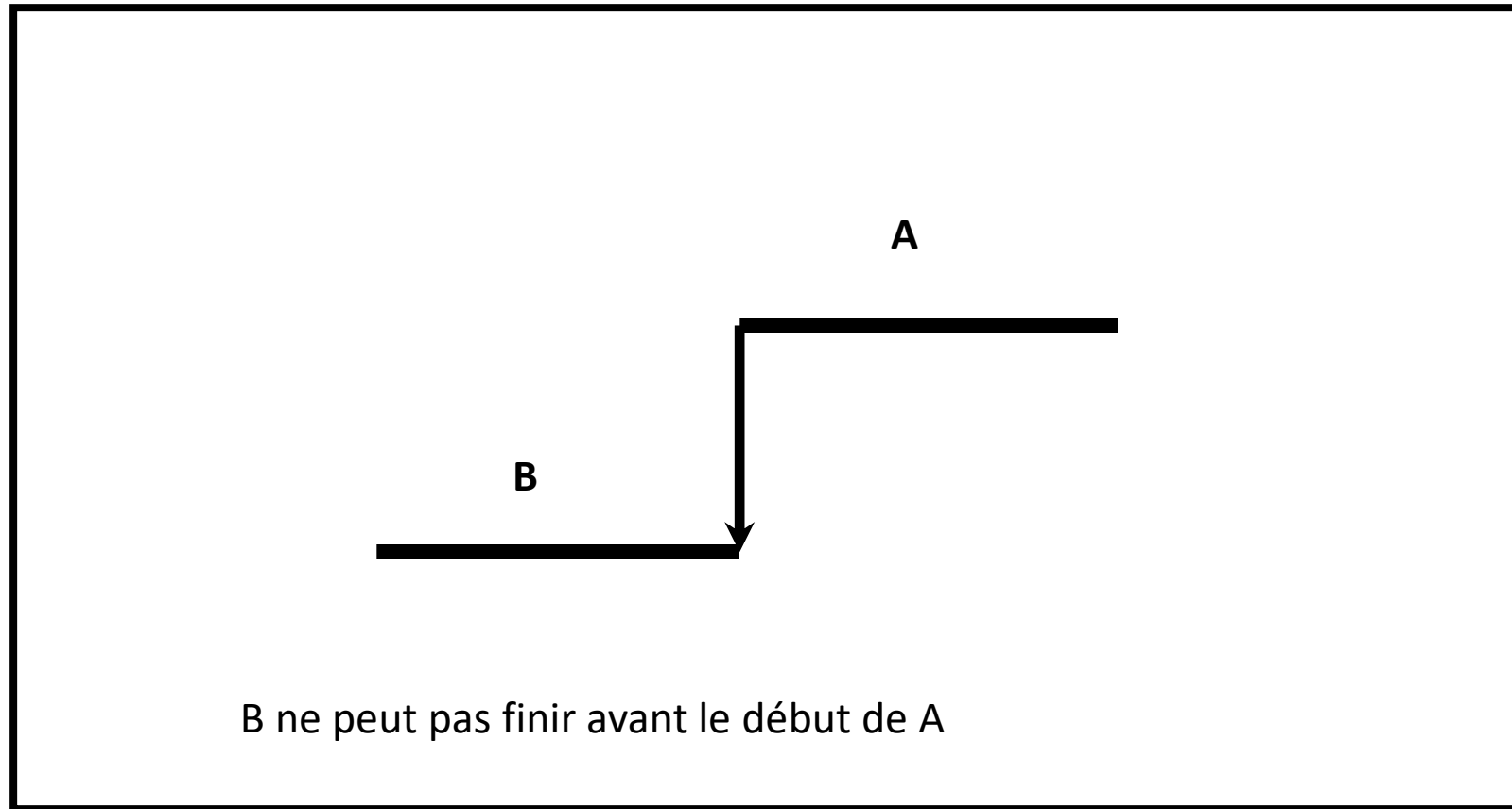
2. Le formalisme réseau

Lien Fin à Fin

- La tâche B (le successeur) peut se terminer lorsque la tâche A (l'antécédent) est terminée
- Ces liens sont aussi fréquemment rencontrés dans les réseaux que les liens Début à Début

2. Le formalisme réseau

Lien Début à Fin



2. Le formalisme réseau

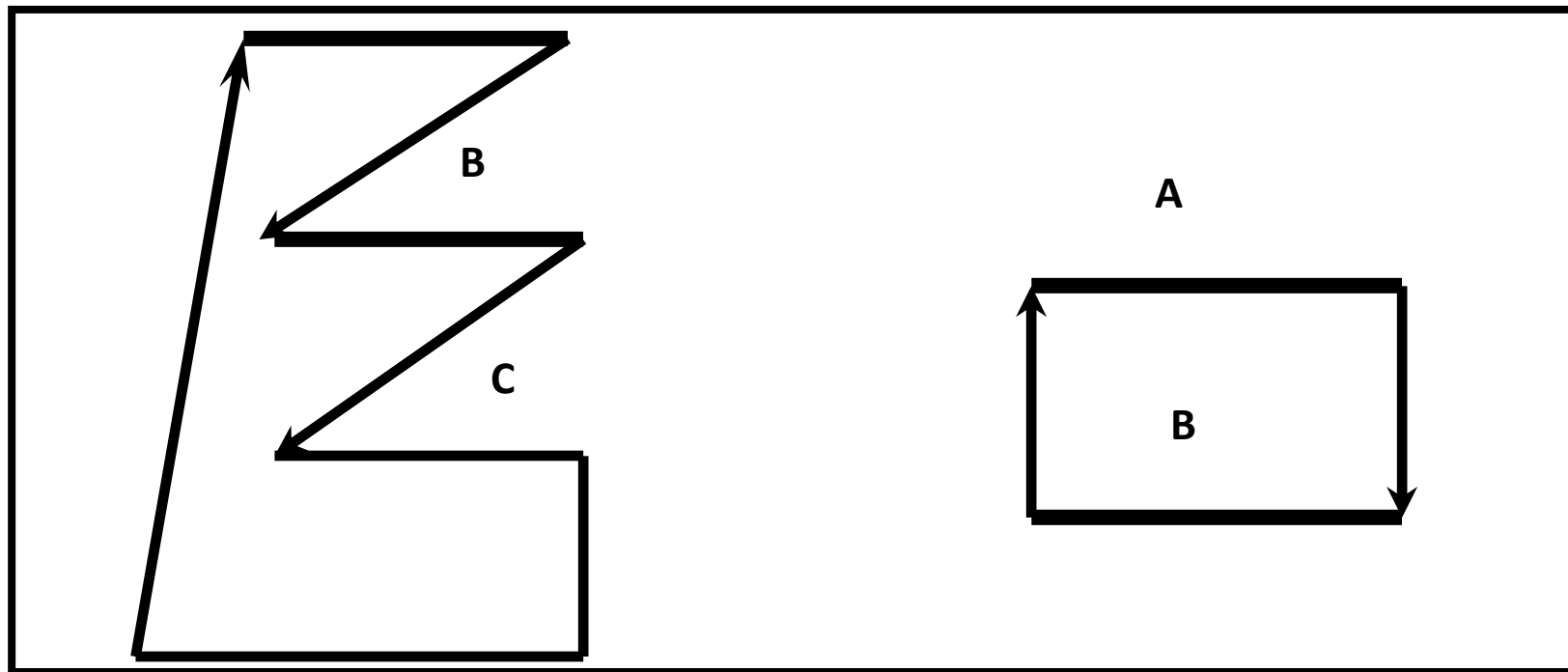
Lien Début à Fin

- La tâche B (le successeur) peut se terminer lorsque la tâche A (l'antécédent) est commencée
- Ces liens sont très rares dans les réseaux

2. Le formalisme réseau

Combinaisons de liens

- Tâches d'un réseau: reliées les unes aux autres par des liens
- Toutes les combinaisons de liens sont possibles sauf la boucle
- Exemples



3. Diagramme de Gantt

Objectifs

- Réaliser le diagramme de Gantt
- Définir les besoins en ressources à l'aide du diagramme de Gantt

3. Diagramme de Gantt

Les tâches ou activités sont ordonnées sur une échelle de temps en fonction des antériorités entre les tâches, de la disponibilité des moyens matériels...

Ce diagramme (ou planning) présente un certain nombre d'avantages :

- Lecture simple et accessible à tous.
- Le suivi peut s'effectuer facilement lors du déroulement du projet en comparant les dates prévues et les dates réelles.
- Les dates de début et de fin de chaque tâche sont lues directement sur l'échelle de temps.
- Il permet en affectant les ressources aux tâches d'établir le plan de charge.

3. Diagramme de Gantt

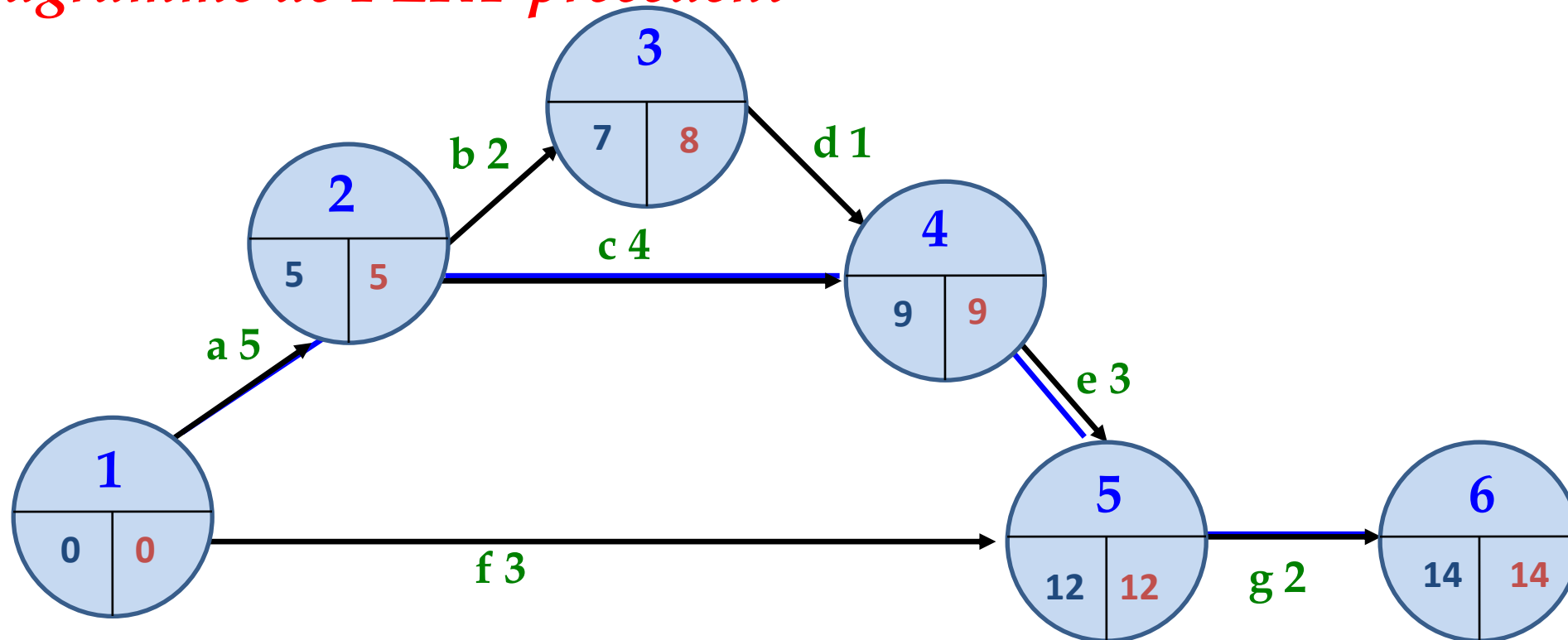
Par contre il possède un désavantage important : pas de mise en évidence des relations d'antériorité existant entre les tâches.

Cela entraîne les inconvénients suivants :

- en cours de déroulement du projet si une tâche prend du retard on ne peut déterminer si cela aura une influence sur la fin du projet.
- lors de la mise à jour du planning on décale les tâches en retard vers la droite on ne peut déterminer quelles sont les tâches.

3. Diagramme de Gantt

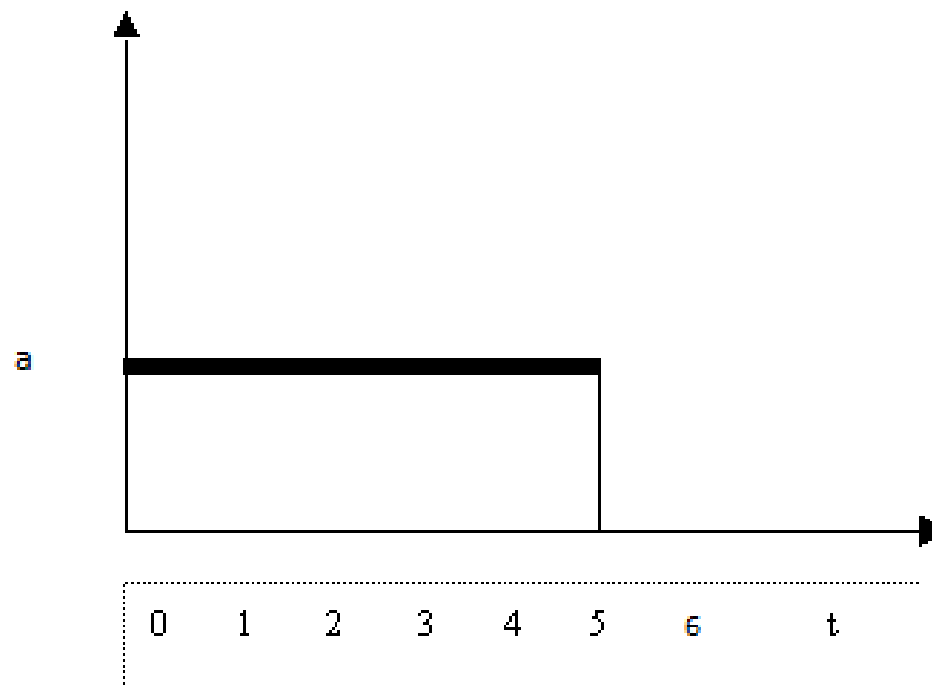
Soit le diagramme de PERT précédent



Pour réaliser le diagramme de Gantt au plus il suffit de reporter pour chaque tâche, sur un diagramme avec une échelle de temps des barres dont la longueur est proportionnelle à la durée et dont le début de la barre coïncide avec la date de début au plus tôt.

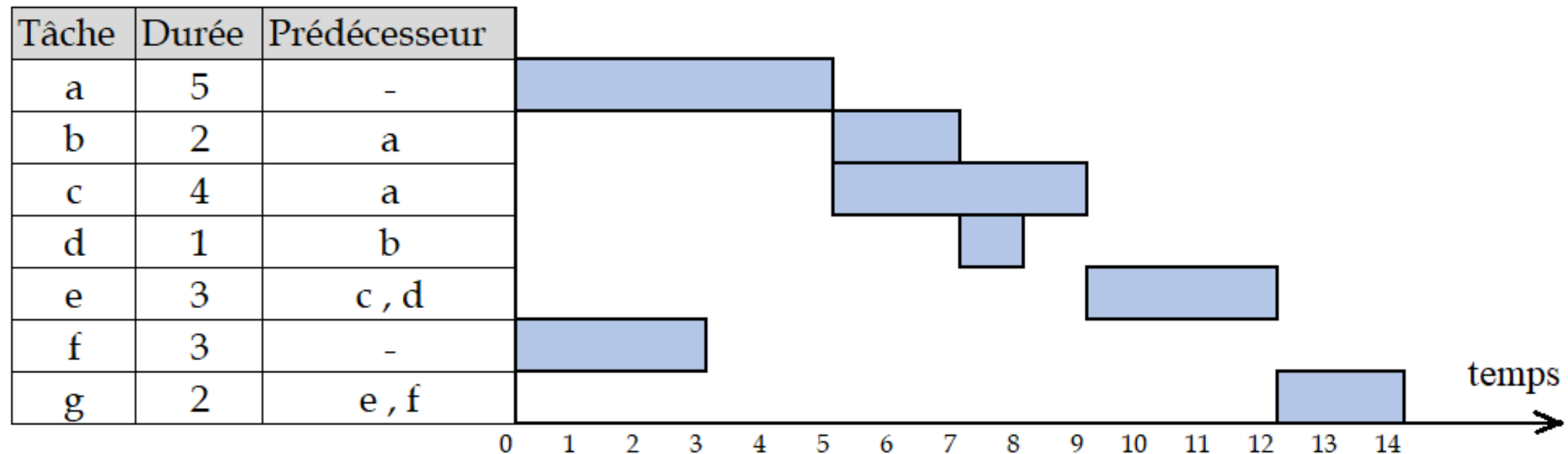
3. Diagramme de Gantt

Pour la tâche « a » elle a une durée de 5 minutes son début au plus tôt est 0



3. Diagramme de Gantt

Pour l'ensemble du Projet le diagramme de Gantt sera :



3. *Diagramme de Gantt*

Les ressources

Les ressources sont des mise à disposition pour mener à bien le projet.

- Des moyens humains,
- Des moyens matériels,
- Des matériaux...

Pour gérer les ressources, il faut définir pour chacune d'elles:

- ✓ Le coût par unité de temps,

exemple: ouvrier 250 DH/h

- ✓ La disponibilité,

exemple: ouvrier disponible 7h30 heures/jour

3. Diagramme de Gantt

Les ressources

L'optimisation du projet repose sur l'ordonnancement des tâches, mais aussi sur la gestion des ressources affectées aux tâches critiques. Il est ainsi possible:

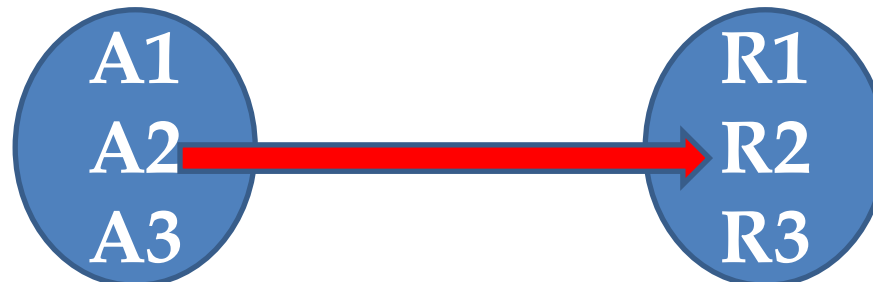
D'échanger des ressources avec des tâches non-critiques, d'affecter des ressources supplémentaires:

- Heures supplémentaires,
- Location de matériels,
- Recours à la sous-traitance
- Etc...

tâches

ressources

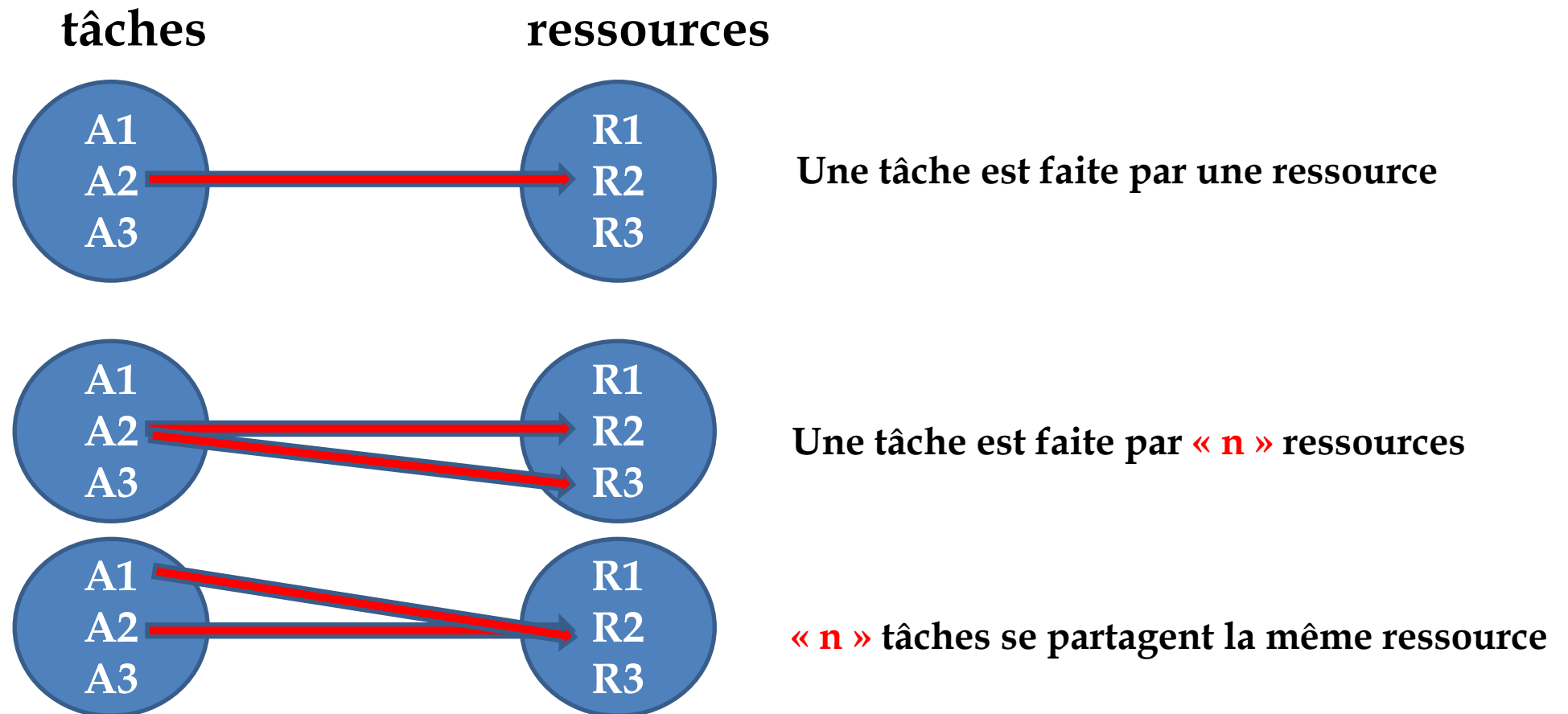
Affectation des ressources à des tâches



Une tâche est faite par une ressource

3. Diagramme de Gantt

Affectation des ressources à des tâches



3. Diagramme de Gantt

Capacité-Charge-Délai (Qualité-Coût-Délai=Triptyque)

Exemple1

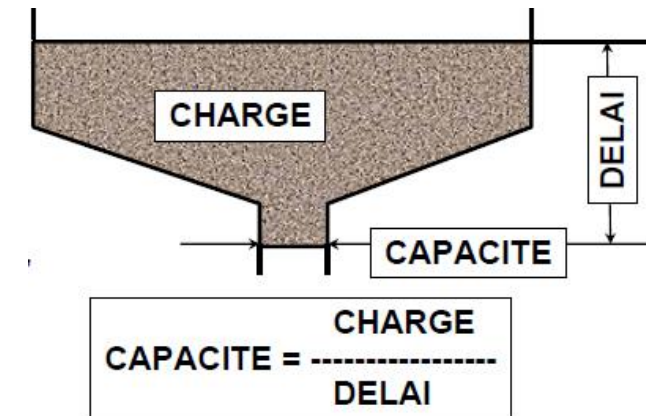
CHARGE= 300 heures de travail,
CAPACITE= 30 heures de travail par semaine,
DELA I= 10 semaines.

Exemple2

CHARGE= 15.000 produits à fabriquer,
CAPACITE= 1.000 produits par jour,
DELA I= 15 jours.

Exemple3

CHARGE= 40 km de câble à fabriquer,
CAPACITE= 500 m de câble par mois,
DELA I= 8 mois.



3. *Diagramme de Gantt*

Capacité-Charge-Durée

La durée de la tâche, la charge de travail nécessaire à la bonne réalisation de la tâche et la capacité allouée de la ressource affectée à la tâche sont liées par la relation:

$$\text{durée} \times \text{capacité} = \text{charge}$$

1. Si la durée de la tâche et la charge qu'elle représente sont connues alors on calcule la capacité nécessaire.
2. Si la durée de la tâche et la capacité de la ressource sont connues alors on calcule la charge correspondante.
3. Si la charge de la tâche et la capacité de la ressource sont connues alors on calcule la durée de la tâche.

3. Diagramme de Gantt

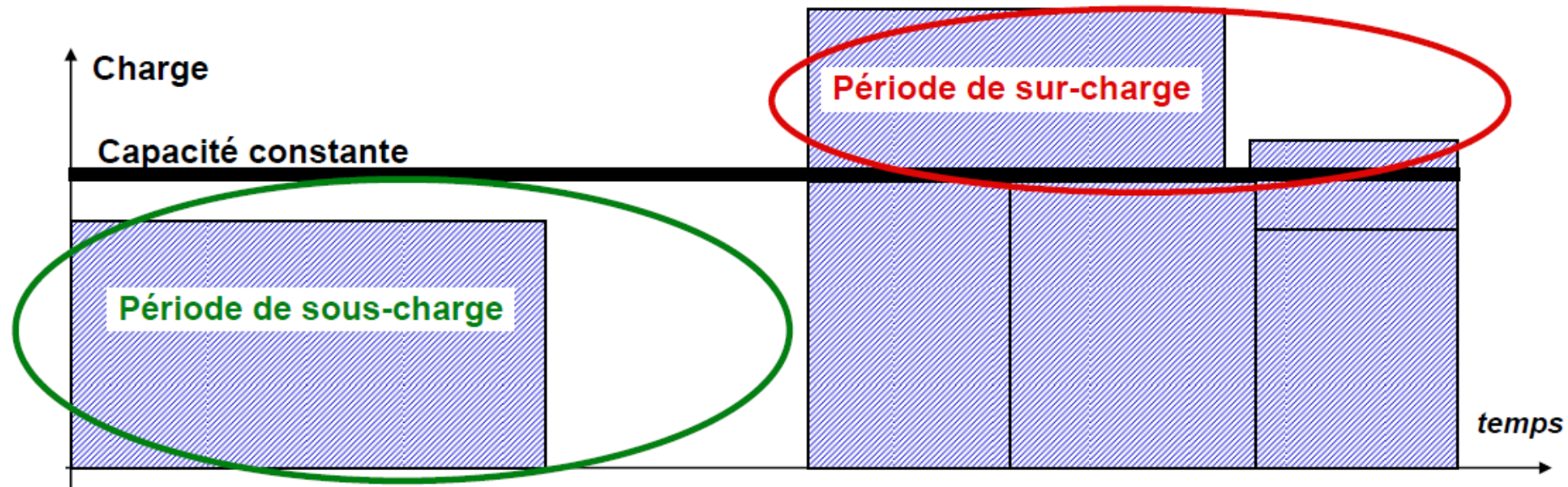
Les différentes modes d'affectation d'une ressource à une tâche

Lors de l'affectation d'une ressource à une tâche, il y a 3 possibilités:

1. TAUX FIXE: quand la capacité est connue.
2. CHARGE FIXEE: quand la charge de travail est connue.
3. PLAN DE CHARGE: quand la capacité allouée n'est pas uniforme pendant la durée de la tâche.

3. Diagramme de Gantt

Histogramme de charge et de capacité



➤ **Calcul de la charge globale:**

$\text{capacité} \times \text{temps} \geq \sum \text{aires hachurées} = \text{charge}$

➤ **Lissage de la charge:**

$\forall t \text{ on doit avoir: } \text{capacité}(t) \geq \text{charge}(t)$

3. Diagramme de Gantt

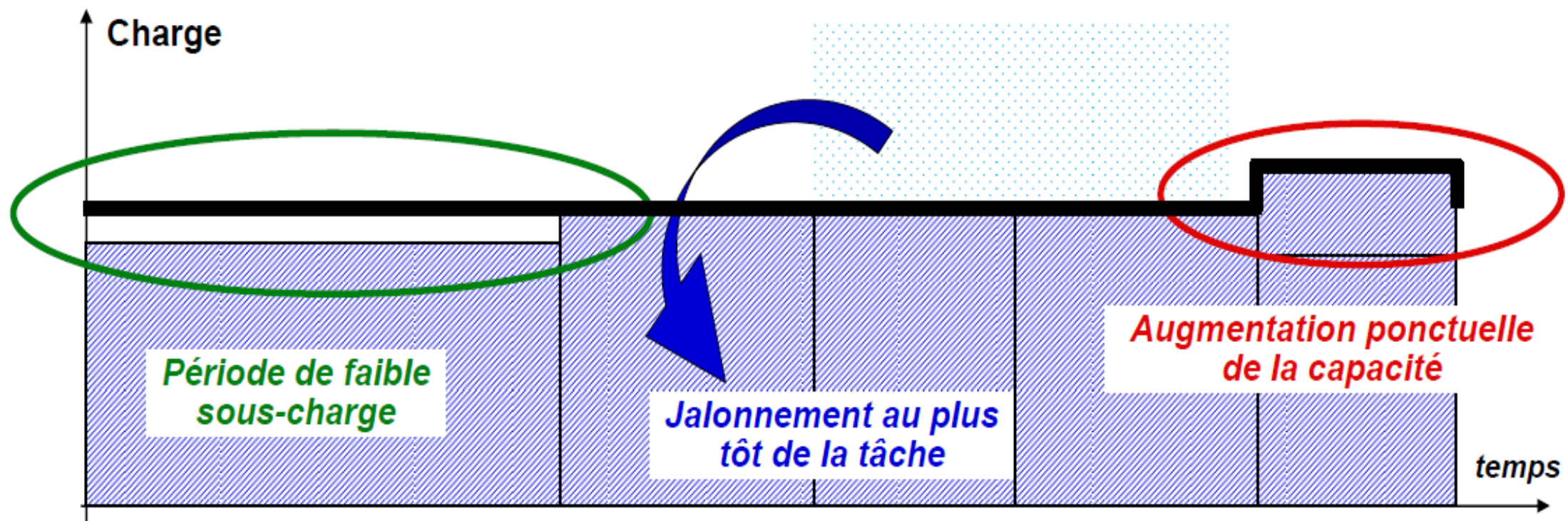
Histogramme de charge et de capacité

➤ Méthodes utilisées

1. Jalonner au plus tôt certaines tâches
2. Réduire la durée de certaines en augmentant les moyenne mise en œuvre.
3. Augmenter ponctuellement la capacité

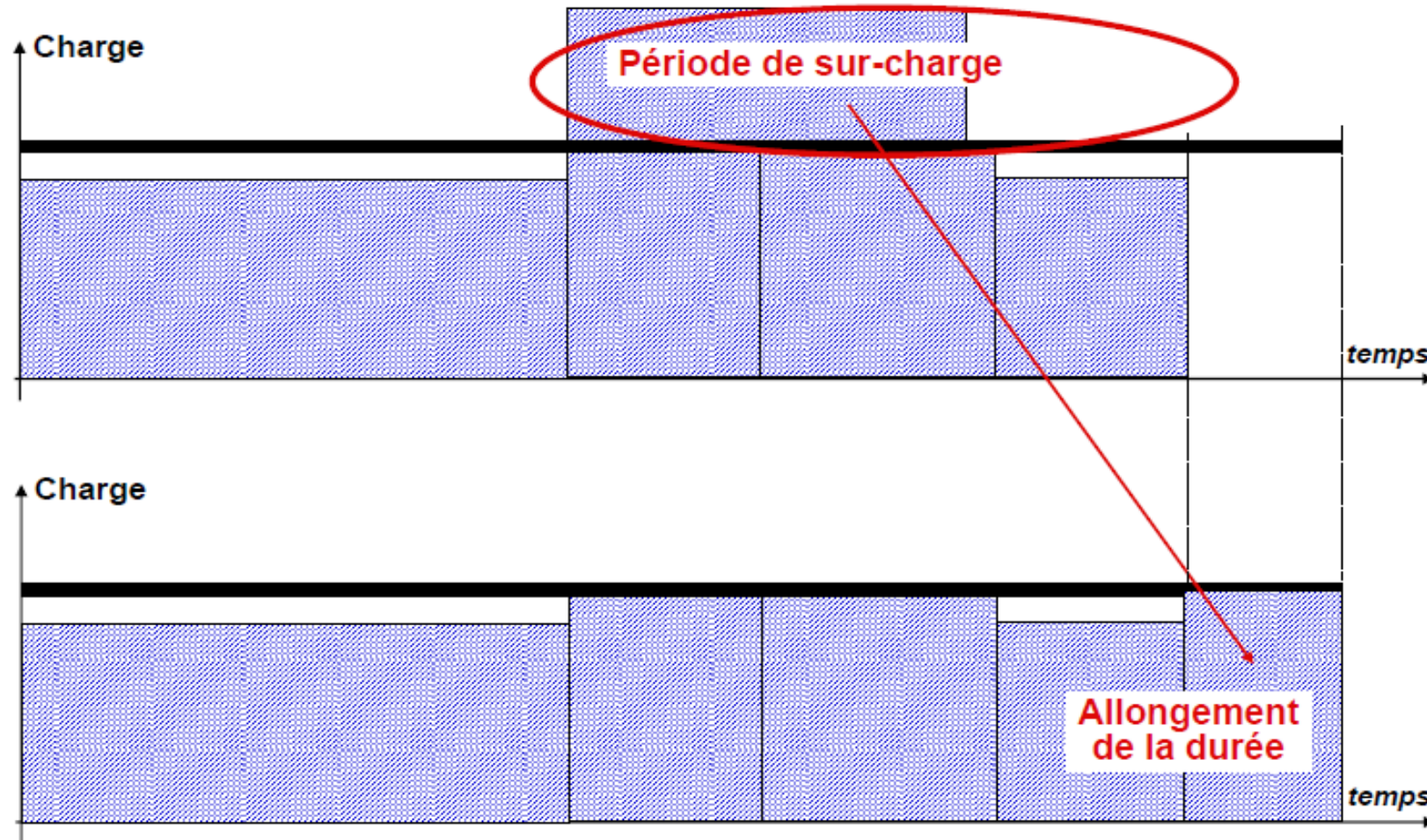
3. Diagramme de Gantt

Techniques de lissage de la charge



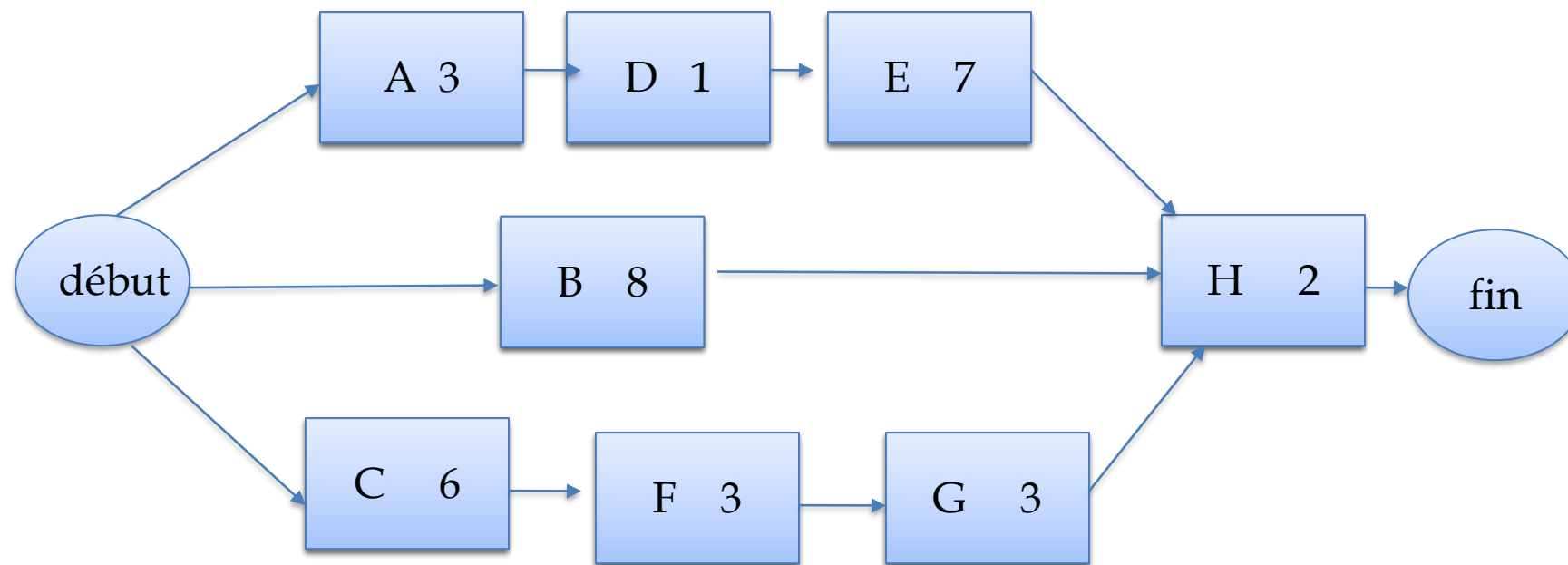
3. Diagramme de Gantt

Fonction de nivellement de ressource



3. Diagramme de Gantt

Exemples de nivellement et de lissage



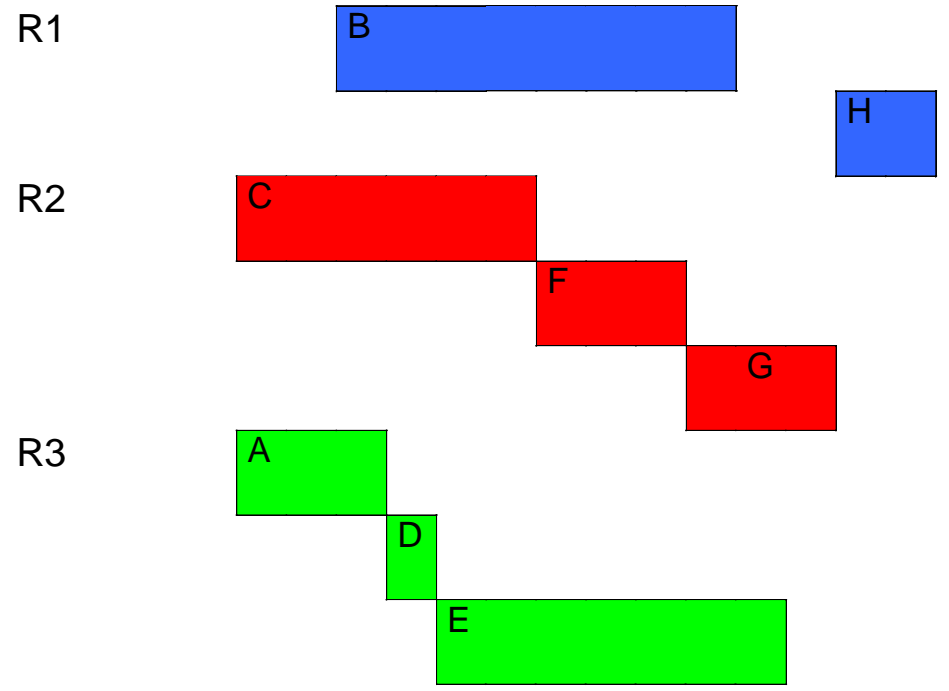
3. Diagramme de Gantt

Exemples de nivellement et de lissage

Périodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
										0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4

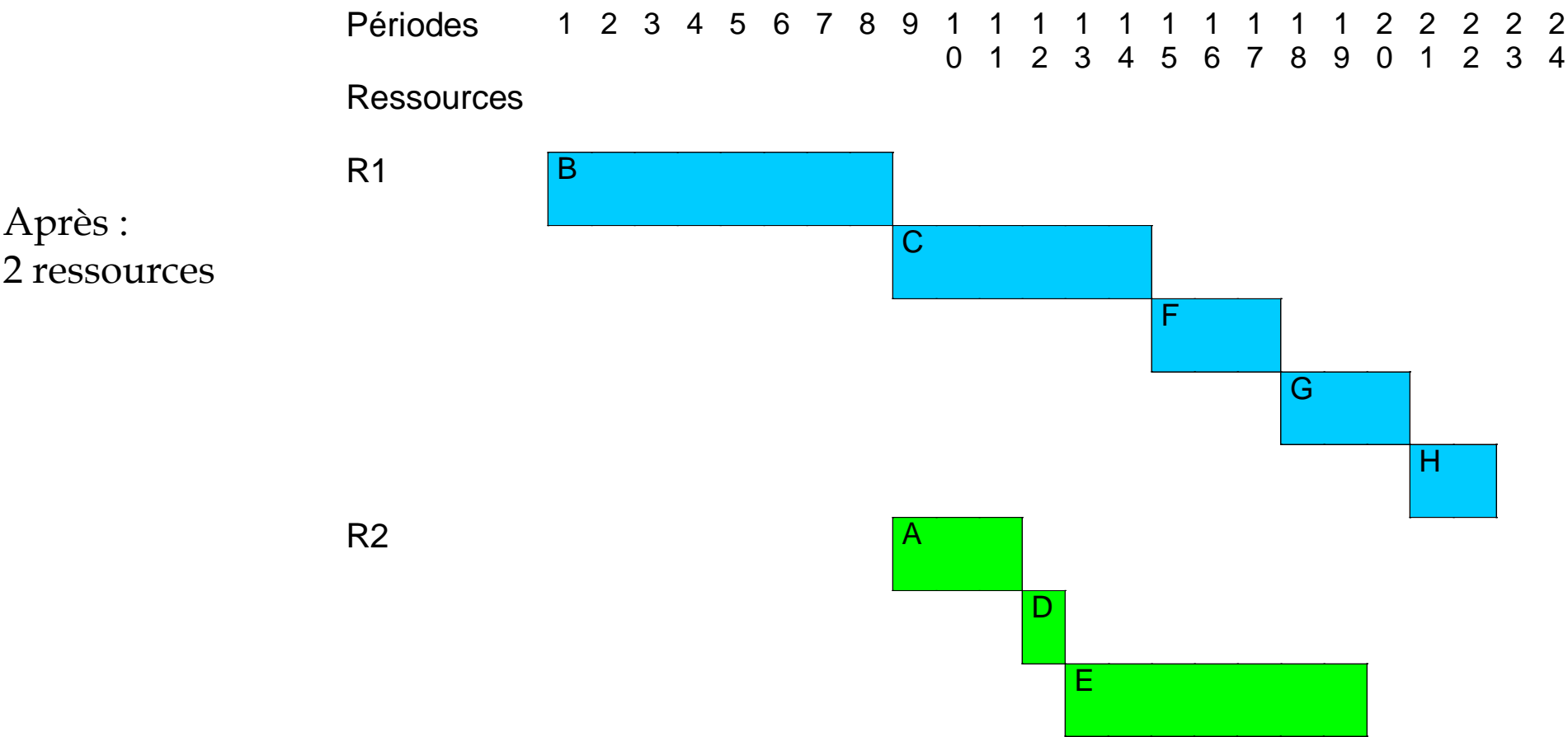
Ressources

Avant :
3 personnes



3. Diagramme de Gantt

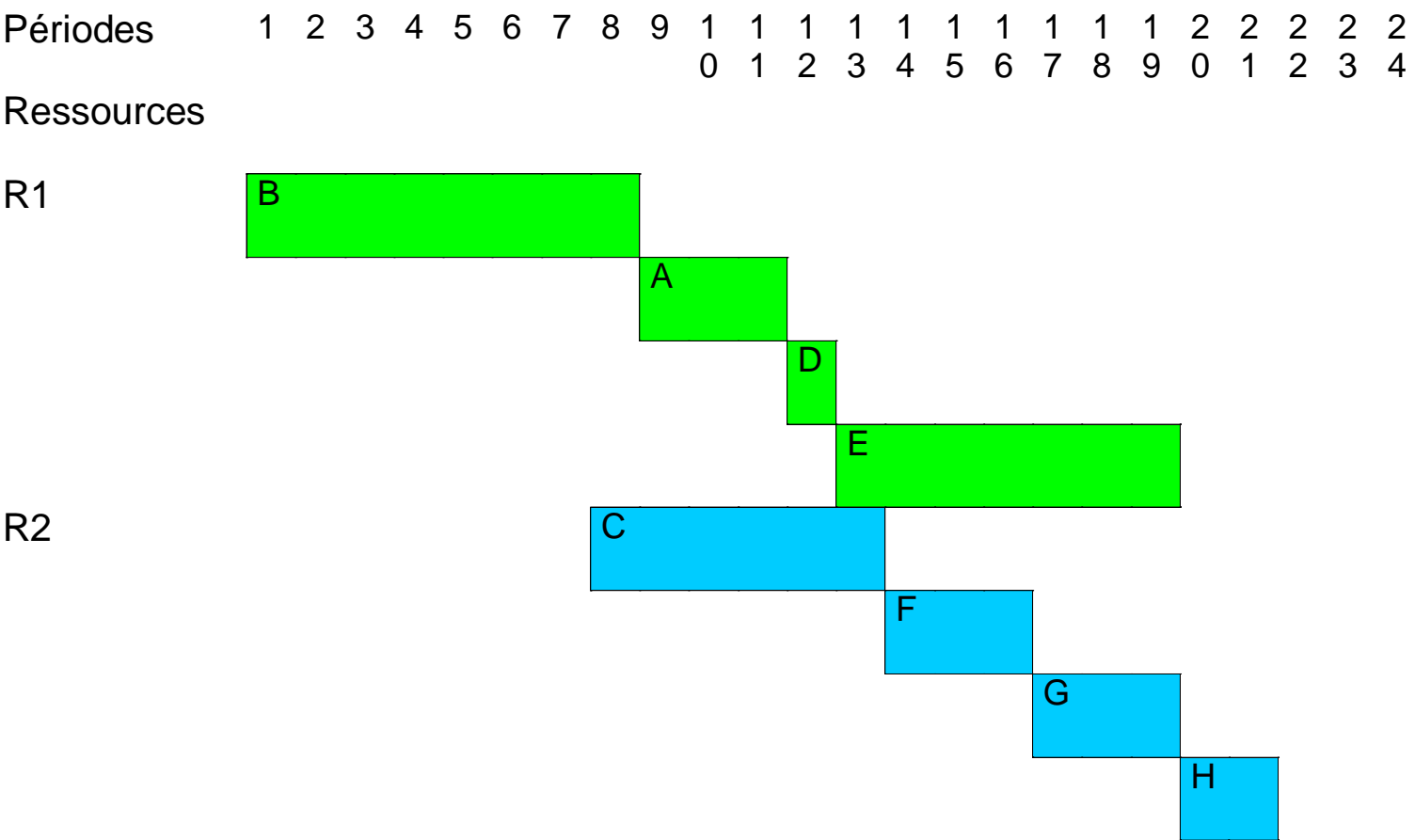
Exemple de nivellement



3. Diagramme de Gantt

Exemples de nivellement

Après :
2 personnes
variante



3. Diagramme de Gantt

Après lissage

