


Amplitude 第 2 回

$(I_{ij} = \{i, \dots, j\})$ — 前回の 1-1. $\left(\begin{array}{l} \text{また } (-p_1, \hat{h}) \text{ は } (-\hat{p}_{1j}, \hat{h}) \text{ の} \\ \text{対等な } (p_{1j}, \hat{h}) \text{ は } (\hat{p}_{1j}, -\hat{h}) \text{ の} \\ \text{対等な} \end{array} \right)$
 例 2 は 4 点の amplitude Σ である。

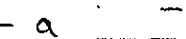
13.12.12, 4点の amplitude $\approx \frac{7}{8}$ 以下.

The diagram shows the decomposition of a four-point contact interaction into two three-point interactions. On the left, a single circle with a cross-hatch pattern has four external lines labeled 1^+ , 2^+ , 3^- , and 4^- . This is set equal to a sum over $\hat{h} = \pm$ of two terms. The first term shows two circles connected by a horizontal line labeled \hat{h} ; the left circle has lines 1^+ , 2^+ , and 4^- , while the right circle has lines 3^- and 4^- . The second term shows two circles connected by a horizontal line labeled $+$; the left circle has lines 2^+ and 1^+ , while the right circle has lines 3^- and 4^- .

② fact.



$$= \frac{[ab]^3}{[bc][ca]}$$



$$= \frac{\langle ab \rangle^3}{\langle bc \rangle \langle ca \rangle}$$

(証明 \rightarrow 2 回 ... 2 計算)

51).

$\lambda \in \mathbb{C}$. 正則基底 $\{e_1, \dots, e_n\}$ あり. $4(2|4), \langle 4|\alpha\rangle$
 $(\alpha \in \mathbb{Z} = \mathbb{Z} \cup i\mathbb{Z}, \lambda \mapsto \lambda \in S_{\lambda} \text{ あり. } \mathbb{Z} = \mathbb{Z} \cup i\mathbb{Z})$

$$A_4(1^+ 2^+ 3^- 4^-) = A_3(1^+ 2^+ - \hat{P}^-) \cdot \frac{1}{5} A_3(\hat{P}^+ 3^- 4^-)$$

$$(\hat{P}_{aa} \text{ の } \tau^2) = \frac{[12]^3}{[2-\hat{P}][1-\hat{P}]} \cdot \frac{1}{S} \cdot \frac{\langle 33 \rangle^3 \langle 44 \rangle^3}{\langle 34 \rangle^3 \langle 4\hat{P} \rangle \langle \hat{P}3 \rangle}$$

$$\hat{P} = \hat{P}_{12} = P_1 + P_2 + S_2 \lambda_4 \tilde{\lambda}_1 \quad S_2 = \frac{\langle 12 \rangle [12]}{\langle 41 + 21 \rangle}$$

$$= |1\rangle [1] + |2\rangle [2] - S_2 |4\rangle [1] = - \frac{\langle 12 \rangle}{\langle 42 \rangle}$$

$$\checkmark [2 - \hat{p}] = -[2 \hat{p}] \text{ である}$$

2.1.

$$\begin{aligned} A_4^{++--} &= \frac{[12]^3 \langle 34 \rangle^3}{[2 \hat{p}] (-\langle \hat{p} 4 \rangle) \cdot (-[1 \hat{p}] \langle \hat{p} 3 \rangle)} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{[12]^3 \langle 34 \rangle^3}{[21] \langle 14 \rangle [12] \langle 23 \rangle \langle 12 \rangle [12]} \quad (s = (p_1 + p_2)^2 = 2p_1 p_2 = \langle 12 \rangle [12]) \\ &= \frac{\langle 34 \rangle^3}{\langle 12 \rangle \langle 23 \rangle \langle 41 \rangle} : \text{Parke-Taylor amplitude} \end{aligned}$$

* MHV_n. 2点のみ $h=t$ で計算する。

or
2点のみ $h=-$ で計算する。

$$\hookrightarrow \text{Parke-Taylor} \quad \prod_{i=1}^n \left(\frac{\langle ab \rangle}{\langle i i+1 \rangle} \right) \quad \leftarrow a, b \text{ の helicity}$$

実は $A_4(1^+ 2^+ 3^- 4^-)$ の2点のみ。2点のみ $++$ のMHVではない。

$$A_4^{++--} = \frac{[12]^3}{[34][23][41]}$$

と書けるはずである。

☹ ~~6XXXXXX~~

$$\rightarrow -[2] [21] = [1] [1+3] [31] + [4] [41], \quad \langle 33 \rangle = [11] = 0.$$

$$\langle 23 \rangle = -\langle 32 \rangle = -\langle 32 \rangle \frac{[21]}{[21]} = \langle 34 \rangle \frac{[41]}{[21]}$$

$$\langle 41 \rangle = \langle 41 \rangle \frac{[12]}{[12]} = -\langle 43 \rangle \frac{[32]}{[12]} \quad \text{5)}$$

$$A_4^{++--} = \frac{\langle 34 \rangle^3 [21] [12]}{\langle 12 \rangle \langle 34 \rangle [32] \langle 34 \rangle [41]} = \frac{\langle 34 \rangle [21] [12]}{\langle 12 \rangle [32] [41]}$$

$$\langle 12 \rangle = \langle 12 \rangle \frac{[12]}{[12]} = \langle 34 \rangle \frac{[34]}{[12]} \quad \text{5)} \quad \left(\begin{aligned} \langle 12 \rangle [12] &= (p_1 + p_2)^2 \\ &= (p_3 + p_4)^2 = \langle 34 \rangle [34] \end{aligned} \right)$$

$$A_4^{++--} = \frac{[12]^3}{[23][34][41]} //$$

BCFW relation の証明:

$a, b \in 2$ の外線 である. $z \in \mathbb{C}$.

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_a \rightarrow \tilde{\lambda}_a(z) \equiv \tilde{\lambda}_a - z \tilde{\lambda}_b \\ \lambda_b \rightarrow \lambda_b(z) \equiv \lambda_b + z \lambda_a \end{cases}$$

a, b のみ である. ($p_a + p_b = p_a(z) + p_b(z)$, $p_a^2(z) = p_b^2(z) = 0$).

$z \in \mathbb{C}$, "変化した" amplitude $A_{ab} \equiv A(\{\tilde{\lambda}(z), \tilde{\lambda}(z), h\})$. z の analytic function.

i) z の有理関数 \leftarrow 1位の極

ii) 高々 ~~simple~~ pole (か $\in \mathbb{C}$), (generic 7d momentum 24(2)).

iii) $z \rightarrow \infty$ で 0

(Yang-Mills の場合. $a, b \in 2$)
 $z \rightarrow \infty$ で $A(z) = 0$
 1203 20 20 20 20

$z \tilde{\lambda}_b, z \lambda_a$ が $z \in \mathbb{C}$ である.

z^2 の項の係数は 0.

pole is propagator $1/p_{int}^2$ が $z \in \mathbb{C}$.

$$z_{pole} = - \frac{p_{int}(z=0)}{2g \cdot p_{int}(z=\infty)}$$

$$(g \equiv da \tilde{\lambda}_b)$$

以上の (i) ~ (iii) より

$$A(z) = \sum_{ij} \frac{\tilde{C}_{ij}}{z - z_{ij}} \quad (C_{ij} = \sum_{i=1}^n \tilde{C}_{ij} \left(\text{diagram} \right))$$

$$= \sum_{ij} \frac{C_{ij}}{p_{ij}(z)} \rightarrow A = A(z=0) = \sum \frac{C_{ij}}{p_{ij}^2}$$

$z, \bar{z} \in \mathbb{C}$.

@ $z \rightarrow w z$ の i - j 部分.

$$\Sigma_i^- \sim \frac{\partial \tilde{M}}{\partial \tilde{M}} \sim \begin{cases} G(z) & i=b \\ G(z^{-1}) & i=a \\ G(i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Sigma_i^+ \sim \begin{cases} G(z) & i=a \\ G(z^{-1}) & i=b \\ G(i) & \text{otherwise} \end{cases}$$

propagator, vertex は z と z^{-1} , z の $\frac{1}{2}$ だけ
 \rightarrow 合計 $G(z)$.

全部 $a, b \in z$.

$$\begin{cases} a^+ b^- & : G(z^2) \text{ だけ} \\ a^- b^+ & : G(z^{-1}) \\ \left. \begin{matrix} a^+ b^+ \\ a^- b^- \end{matrix} \right\} & : G(z) \text{ (partial amplitude に寄らずに } \pm 1 \text{ だけ } G(z^{-1})) \end{cases}$$

\rightarrow BCFW を使うときは, "1" と "n" の helicity を

適切に選んでおく必要がある