

PRÀCTICA DE DISSENY D'EXPERIMENTS EN SIMULACIÓ

Aplicació del disseny factorial 2^k en un sistema de màquines de vending



Hajweria Hussain Shaheen

Gemma Bachs Prim

Iker Díaz Tellez

13 d'abril de 2025

Índex

1	Introducció	2
2	Objectius	2
3	Identificació dels factors i de la variable resposta	2
4	Disseny de l'experiment	4
5	Descripció del model en GPSS	4
6	Càlcul de rèpliques i control del marge d'error	6
7	Algorisme de Yates	7
8	Conclusions	9
9	Bibliografia	10

1 Introducció

En aquesta pràctica es realitza un disseny d'experiments (DoE) aplicat a l'àmbit de la simulació de sistemes, utilitzant com a punt de partida el model desenvolupat a la pràctica anterior sobre l'ús de màquines de vending per part dels estudiants de la facultat. Aquest model simula la formació de cues als passadissos causada per l'afluència d'estudiants i el seu comportament davant les diferents màquines de servei.

L'objectiu principal és analitzar com diversos factors operacionals influeixen en la congestió generada i determinar quines configuracions poden ajudar a reduir significativament l'embús.

A partir de la simulació, s'ha dut a terme una anàlisi factorial de 2 nivells i 3 factors, que permet explorar diversos escenaris per identificar les combinacions més eficients. Aquesta metodologia facilita l'estudi dels efectes principals i les interaccions entre els factors, amb l'objectiu de fonamentar decisions basades en les dades obtingudes.

2 Objectius

Els objectius principals d'aquesta pràctica són:

- Aplicar un disseny d'experiments de 2^k nivells amb 3 factors per analitzar el comportament d'un sistema de cues generat per màquines de vending.
- Identificar quins factors i combinacions tenen un impacte significatiu en la reducció de la cua màxima total (variable resposta).
- Estimar, per a cada escenari, la mitjana, la variància i l'interval de confiança al 95% dels resultats obtinguts a partir de diverses rèpliques.
- Verificar si els intervals de confiança compleixen amb el criteri de tolerància del 5% respecte al valor mitjà, i recalculer les rèpliques si és necessari.
- Aplicar l'algorisme de Yates per determinar l'efecte de cada factor i interacció.
- Proposar una configuració òptima del sistema per minimitzar l'embús al passadís.

3 Identificació dels factors i de la variable resposta

En aquest experiment, la variable resposta seleccionada és el màxim de la suma de les dues cues que es formen davant les màquines de vending. Aquesta mesura reflecteix de manera directa el nivell de congestió al passadís i, per tant, constitueix un bon indicador per avaluar l'eficiència global del sistema.

Els factors escollits per a l'anàlisi són tres variables clau que poden influir significativament en la formació de cues.

Factor	Nivell 1	Nivell 2
Afluència estudiants	9 segons	6 segons
Temps de servei	40 segons	35 segons
Preferència de la màquina	60% snacks	70% snacks

Taula 1: Definició dels nivells dels factors experimentals.

A continuació es detallen els valors associats a cada nivell dels factors:

- **Afluència d'estudiants:** Al nivell 1, els estudiants arriben amb una freqüència mitjana de 9 segons, amb una variabilitat de ± 3 segons. Al nivell 2, la freqüència mitjana es redueix a 6 segons, mantenint també una variabilitat de ± 3 segons. Aquesta diferència representa una afluència més intensa al nivell 2.
- **Temps de servei:** El nivell 1 estableix un temps mitjà de servei de 40 segons, mentre que al nivell 2 aquest es redueix a 35 segons, indicant una màquina més eficient.
- **Preferència per la màquina:** Al nivell 1, un 60% dels estudiants prefereixen la màquina de snacks. Al nivell 2, aquest percentatge augmenta fins al 70%, fet que pot afectar la distribució de les cues entre màquines ja que hi ha 2 màquines de snacks i una de café.

4 Disseny de l'experiment

Per analitzar com afecten diferents factors a la mida de la cua, utilitzem un disseny factorial complet amb 3 factors i 2 nivells per cada factor, mencionats en l'apartat anterior. Amb tres factors a dos nivells, es generen un total de $2^3 = 8$ combinacions possibles, que corresponen als diferents escenaris experimentals. Aquestes combinacions es representen en una matriu de disseny mitjançant signes "–" que indica nivell 1 o baix i "+" que indica nivell 2 o alt, i on cada fila indica un escenari concret.

A més, s'ha afegit un escenari inicial anomenat Mean, que representa el cas base amb tots els factors al seu nivell 1. La matriu i els valors queden representats de la següent manera:

Escenari	Disseny de la matriu 2^k			Valors		
	Factor A	Factor B	Factor C	Afluència (s)	Servei (s)	Snacks (%)
Mean	–	–	–	9	40	60
A	+	–	–	6	40	60
B	–	+	–	9	35	60
AB	+	+	–	6	35	60
C	–	–	+	9	40	70
AC	+	–	+	6	40	70
BC	–	+	+	9	35	70
ABC	+	+	+	6	35	70

Taula 2: Disseny factorial 2^3 amb assignació de valors per a cada escenari experimental.

5 Descripció del model en GPSS

El diagrama mostrant el programa GPSS representa el model de simulació emprat per generar els valors de les rèpliques utilitzades en aquesta pràctica. Cada execució del model simula el comportament d'un conjunt d'estudiants que interactuen amb dues màquines de vending (cafè i snacks), tenint en compte la seva arribada, temps de servei i preferències. Els factors del disseny factorial s'han implementat dins el model GPSS de la següent manera:

- **Factor A (Afluència d'estudiants):** Controlat pel bloc **GENERATE**, que determina la freqüència d'arribada d'estudiants al sistema. Els valors utilitzats han estat 9 ± 3 segons per al nivell 1 i 6 ± 3 segons per al nivell 2.
- **Factor B (Temps de servei):** Representat pels blocs **ADVANCE** dins de cada estació de servei. Per la màquina de cafè (només n'hi ha una), el servei s'estructura amb blocs **SEIZE**, **ADVANCE**, i **RELEASE**. Per la màquina de snacks (hi ha dues unitats), s'utilitzen blocs **ENTER**, **ADVANCE**, i **LEAVE**, amb capacitat 2 a l'estació corresponent. Els valors del temps de servei han estat 40 ± 10 segons (nivell 1) i 35 ± 10 segons (nivell 2).
- **Factor C (Preferència per les màquines):** Controlat pel primer bloc **GOTO** amb una condició probabilística. S'ha utilitzat una probabilitat de 0,6 (nivell 1) i

0,7 (nivell 2) per determinar si l'estudiant es dirigeix a la màquina de snacks o de cafè.

Per tal d'obtenir les dades de l'experiment, s'han realitzat múltiples execucions del programa. Concretament, s'utilitzava la comanda:

START 100

per iniciar la simulació amb 100 entitats (estudiants), i després s'executava la instrucció:

RUN "nombre de rèpliques"TIMES

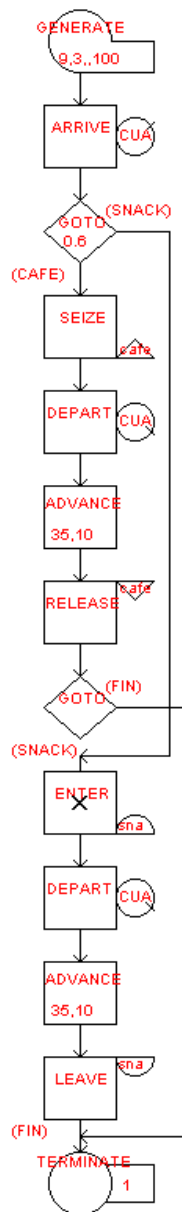


Figura 1: Programa GPSS de la simulació i rèpliques

6 Càlcul de rèpliques i control del marge d'error

Per tal de garantir la precisió estadística dels resultats obtinguts, s'ha realitzat un control del marge d'error associat a cada escenari experimental.

Inicialment, amb el programa GPSS es van generar 10 rèpliques per a cada escenari. A partir d'aquestes rèpliques es va calcular una sèrie d'estadístiques per columna. A continuació es detalla el significat i la fórmula de cada una de les columnes utilitzades en l'anàlisi.

- **Mitjana (\bar{x}):** És el valor mitjà de les rèpliques obtingudes per a cada escenari. Es calcula com:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

on x_i és el valor de la rèplica i , i n és el nombre total de rèpliques.

- **Variança (s^2):** Mesura la dispersió de les dades respecte de la mitjana. Es calcula amb:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- **Desviació estàndard (s):** Representa la desviació mitjana respecte la mitjana, i és l'arrel quadrada de la variança:

$$s = \sqrt{s^2}$$

- **Marge d'error (E):** Indica el rang d'incertesa en el càlcul de la mitjana amb un nivell de confiança del 95%. Es calcula amb la distribució t de Student:

$$E = t_{1-\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

on $\alpha = 0,05$, i t és el valor crític per al nivell de confiança i els graus de llibertat corresponents.

- **Límit inferior i superior de l'interval de confiança:** Defineixen l'interval dins del qual es troba la mitjana real amb una probabilitat del 95%:

$$\text{Límit inferior} = \bar{x} - E \quad \text{Límit superior} = \bar{x} + E$$

- **5% de tolerància:** Valor de referència que indica el màxim marge d'error admissible (5% de la mitjana):

$$\text{Tolerància} = 0,05 \cdot \bar{x}$$

- **Accepta?:** Aquesta columna indica si el marge d'error E és inferior o igual a la tolerància del 5%. Si $E \leq 0,05 \cdot \bar{x}$, l'escenari és considerat **acceptable**, en cas contrari, es marca com **no acceptable**.

En l'anàlisi inicial, els escenaris B i BC no complien la condició de tolerància del 5%. En conseqüència, es va aplicar la fórmula per calcular el nombre mínim de rèpliques necessàries per aconseguir un marge d'error acceptable.

$$n^* = n \left(\frac{h}{h^*} \right)^2$$

On:

- n és el nombre inicial de rèpliques (10)
- h és el marge d'error obtingut
- h^* és el marge màxim admès (5% de la mitjana)

Escenari	Nombre de rèpliques necessàries
B	17,76
BC	17,49

Taula 3: Estimació del nombre de rèpliques necessàries per assolir el marge d'error desitjat.

En ambdós casos, el càlcul es va fer amb els valors donats per les 10 rèpliques i va donar com a resultat 17 rèpliques necessàries. Així doncs, es van executar noves simulacions amb 17 rèpliques per als escenaris B i BC, i es va actualitzar la taula amb els nous valors.

Mitjana	Variança	Desv. Estàndard	Marge d'Error	Límit inf.	Límit sup.	5% Tol.
32,80	1,96	1,40	1,00	31,80	33,80	1,64
54,80	6,62	2,57	1,84	52,96	56,64	2,74
25,35	4,87	2,21	1,13	24,22	26,49	1,27
48,30	2,46	1,57	1,12	47,18	49,42	2,42
34,10	2,32	1,52	1,09	33,01	35,19	1,71
55,20	3,96	1,99	1,42	53,78	56,62	2,76
25,59	5,88	2,43	1,25	24,34	26,84	1,28
47,60	2,71	1,65	1,18	46,42	48,78	2,38

Taula 4: Estadístiques de les rèpliques per escenari i validació del marge d'error respecte la tolerància del 5%.

La mitjana de les rèpliques obtingudes per a cada escenari s'ha considerat com a variable resposta del sistema. Aquesta serà utilitzada posteriorment en l'algorisme de Yates per calcular els efectes dels factors i les seves interaccions.

7 Algorisme de Yates

Un cop obtingudes les respostes per a cada escenari experimental, s'aplica l'algorisme de Yates per calcular els efectes principals i les interaccions entre factors. Aquest algorisme es basa en una sèrie de transformacions sistemàtiques sobre els valors de resposta, seguint les passes següents:

1. Es parteix de la columna de respostes ordenades segons el disseny factorial (habitualment segons codi binari lexicogràfic: Mean, A, B, AB, C, AC, BC, ABC).
2. En cada iteració, es formen grups consecutius de dos valors i es calcula:
 - La suma del parell (es posa a la part superior)
 - La resta del parell (es col·loca a sota)
3. Aquest procés es repeteix successivament fins a obtenir la tercera columna auxiliar (última columna de l'algorisme de Yates).
4. Finalment, per obtenir els efectes dels diferents escenaris, es divideixen els valors d'aquesta tercera columna auxiliar de la manera següent:
 - El primer valor, que correspon a la mitjana general, es divideix entre 8.
 - La resta de valors, corresponents als factors i interaccions, es divideixen entre 4.

Escenari	Resposta	Auxiliars			Efecte
		1	2	3	
Mean	32,8	87,6	161,2529412	323,7411765	40,46764706
A	54,8	73,65294118	162,4882353	88,05882353	22,01470588
B	25,35294118	89,3	44,94705882	30,05882353	7,514705882
AB	48,3	73,18823529	43,11176471	-1,858823529	-0,4647058824
C	34,1	22	13,94705882	-1,235294118	-0,3088235294
AC	55,2	22,94705882	16,11176471	1,835294118	0,4588235294
BC	25,58823529	21,1	-0,9470588235	-2,164705882	-0,5411764706
ABC	47,6	22,01176471	-0,9117647059	-0,03529411765	-0,008823529412

Taula 5: Aplicació de l'algorisme de Yates per al càlcul dels efectes dels factors i interaccions.

8 Conclusions

Un cop aplicat l'algorisme de Yates per al càlcul dels efectes dels factors i les seves interaccions, hem obtingut una visió quantitativa de quins escenaris redueixen més eficientment la variable resposta: el màxim de la suma de les dues cues.

Els resultats mostren que l'escenari BC és el que presenta una reducció de cua més significativa, amb un efecte de -0,5411764706, el més baix de totes les combinacions analitzades. Aquest escenari es caracteritza per tenir els nivells següents en els factors:

- Factor A (Afluència d'estudiants): Nivell 1 → estudiants cada 9 segons
- Factor B (Temps de servei): Nivell 2 → servei de 35 segons
- Factor C (Preferència): Nivell 2 → 70% dels estudiants prefereixen la màquina de snacks

L'anàlisi de l'evolució del nivell d'ocupació en cada viatge del tren mostra una alta variabilitat, amb valors que fluctuen entre 5 i 28 passatgers. Aquest comportament indica que, tot i que en molts viatges el tren opera amb un nivell d'ocupació elevat, hi ha moments en què el nombre de passatgers és significativament més baix. Aquesta fluctuació pot ser conseqüència de la distribució aleatòria dels grups de passatgers, la dinàmica de la cua o possibles desercions de visitants que decideixen no esperar. En general, es pot observar que, en algunes fases de la simulació, el tren no arriba a la seva capacitat màxima de 28 persones, fet que podria suggerir ineficiències en la gestió de l'embarcament.

Aquestes condicions són coherents amb la lògica del sistema. Una afluència menor (cada 9 segons en lloc de 6) implica menys càrrega per minut. A més, un temps de servei més curt (35 segons vs. 40) permet processar més estudiants, i una preferència superior per les màquines de snacks optimitza l'ús del sistema, ja que n'hi ha dues màquines de snacks però només una de cafè.

Per contra, l'escenari A, amb un efecte de 22,01470588, és el menys favorable. Aquesta combinació genera més acumulació de cua, degut a la sobrecàrrega del sistema. Aquest escenari combina:

- Afluència alta (cada 6 segons),
- Temps de servei llarg (40 segons),
- I només un 60% de preferència per les màquines de snacks.

També cal destacar l'escenari AB, amb un efecte de -0,4647058824, com a segona millor opció. Aquest manté una afluència alta (6 segons), però millora el temps de servei (35 segons) i manté la preferència al 60%. Tot i que no tan òptim com BC, mostra una millora considerable respecte d'altres escenaris.

9 Bibliografia

Referències

- [1] Pau Fonseca i Casas. *Design of Experiments*. Presentació de classe, Facultat d'Informàtica de Barcelona (UPC), 2024. Disponible per correu: pau@fib.upc.edu