ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HCM

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA**

--------------------

**NGUYỄN TUẤN HÙNG**

#### THIẾT KẾ PHẦN CỨNG XỬ LÝ NTT VÀ INTT CHO MÃ HOÁ LƯỢNG TỬ CRYSTALS-KYBER

Chuyên ngành : Điện Tử

Mã số : 8520203

**LUẬN VĂN THẠC SĨ**

TP. HỒ CHÍ MINH, tháng 01 năm 2022

CÔNG TRÌNH ĐƯỢC HOÀN THÀNH TẠI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA –ĐHQG -HCM

Cán bộ hướng dẫn khoa học :

(Ghi rõ họ, tên, học hàm, học vị và chữ ký)

Cán bộ chấm nhận xét 1 :

(Ghi rõ họ, tên, học hàm, học vị và chữ ký)

Cán bộ chấm nhận xét 2 :

(Ghi rõ họ, tên, học hàm, học vị và chữ ký)

Luận văn thạc sĩ được bảo vệ tại Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG Tp. HCM ngày . . . . . tháng . . . . năm . . . . .

Thành phần Hội đồng đánh giá luận văn thạc sĩ gồm:

(Ghi rõ họ, tên, học hàm, học vị của Hội đồng chấm bảo vệ luận văn thạc sĩ)

1.

2.

3.

4.

5.

Xác nhận của Chủ tịch Hội đồng đánh giá LV và Trưởng Khoa quản lý chuyên ngành sau khi luận văn đã được sửa chữa (nếu có).

**CHỦ TỊCH HỘI ĐỒNG TRƯỞNG KHOA**

**- Trang 3:** Tờ nhiệm vụ luận văn thạc sĩ

**- Trang 4:**  Lời cám ơn

**- Trang 5:** Tóm tắt luận văn thạc sĩ (Tiếng Việt và Tiếng Anh).

- **Trang 6**: Lời cam đoan của tác giả LV

**- Mục lục**

**- Toàn bộ nội dung luận văn (thực hiện theo đề cương đã bảo vệ)**

**- Tài liệu tham khảo**

**- Phụ lục** (nếu có)

**PHẦN LÝ LỊCH TRÍCH NGANG**

Họ và tên: Nguyễn Tuấn Hùng

Ngày, tháng, năm sinh: 11/06/1997 Nơi sinh: TP. Hồ Chí Minh

Địa chỉ liên lạc: 110/44/22 Tô Hiệu, P. Hiệp Tân, Q. Tân Phú, TP. HCM

##### QUÁ TRÌNH ĐÀO TẠO

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Từ** | **Đến** | **Chương trình đào tạo** | **Nơi đào tạo** | **Thành tích** |
| 2015 | 2019 | Kỹ Sư | Trường Đại học Bách Khoa – Đại học Quốc Gia TP.HCM | XL: Giỏi |

##### QUÁ TRÌNH CÔNG TÁC

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Từ** | **Đến** | **Chức vụ** | **Nơi công tác** | **Thành tích** |
| 2018 | 2019 | Kỹ Sư | Công ty Arrive Technologies Việt Nam |  |

***LỜI CẢM ƠN***

***Học viên xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến quý thầy cô, cha mẹ và bạn bè đã giúp đỡ và ủng hộ trong suốt quá trình hoàn thành luận văn. Sự giúp đỡ đó có ý nghĩa tinh thần rất lớn đối với học viên.***

***Xin được gửi lời cảm ơn chân thành đến thầy TS. Trần Hoàng Linh. Người hết lòng giúp đỡ, dạy bảo, và tạo điều kiện thuận lợi cho học viên trong suốt quá trình thực hiện luận văn tốt nghiệp. Cảm ơn thầy đã định hướng, góp ý và giúp em có thể hoàn thành luận văn một cách tốt nhất.***

***Xin cảm ơn các quý thầy cô trong Khoa Điện – Điện tử, trường Đại học Bách Khoa Thành phố Hồ chí Minh. Kết quả em đạt được ngày hôm nay đều nhờ sự chỉ dạy của các thầy cô.***

*Tp. Hồ Chí Minh, ngày 05 tháng 12 năm 2021.*

**Sinh viên**

**Nguyễn Tuấn Hùng**

**TÓM TẮT LUẬN VĂN**

Vòng thứ 3 của quá trình tiêu chuẩn hóa mật mã lượng tử NIST đã công bố CRYSTALS-Kyber là một trong những ứng viên lọt vào vòng chung kết. Là một dạng mã hóa dựa trên Lattice, CRYSTALS-Kyber đặt nặng yêu cầu xử lý vào NTT và INTT để nhân đa thức. Luận văn này trình bày một thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT cho mã hoá lượng tử CRYSTALS-Kyber. Trong đó tập trung vào việc thiết kế và tối ưu hóa kiến trúc bộ tăng tốc NTT với các thông số phù hợp cho CRYSTALS-Kyber. Nghiên cứu bao gồm việc sửa đổi các mô-đun tính toán và các Butterfly Unit nhằm giảm độ phức tạp tính toán. Kết quả là thiết kế đạt được 232 MHz *f*max khi tổng hợp trên Intel FPGA Cyclone V với Quartus. Việc cân bằng thanh ghi giữa các mạch tổ hợp cho phép thiết kế pipeline đạt được tốc độ mạch tối ưu.

**ABSTRACT**

NIST post-quantum cryptography standardization round 3 announced CRYSTALS-Kyber as one of the finalists. As a lattice-based cryptography scheme, CRYSTALS-Kyber relies heavily on polynomial multiplication efficiency. This paper presents a high-speed and pipelined hardware number theoretic transform (NTT) and INTT accelerator for CRYSTALS-Kyber. Our work centers around designing and optimizing the NTT accelerator architecture with suitable parameter for hardware implementations of CRYSTALS-Kyber. The work includes modifying the modular arithmetic modules and butterfly units with an efficient low complexity algorithm. As a result, our design achieved 232 MHz *f*max synthesized on Intel FPGA Cyclone V with Quartus. Resources utilization through combinational logic path rebalances allowed us to efficiently pipelining between hardware modules.

**MỤC LỤC**

[1. MỞ ĐẦU 1](#_Toc90907030)

[1.1 Lý do chọn đề tài 1](#_Toc90907031)

[1.2 Mục đích 1](#_Toc90907032)

[1.3 Đối tượng và phạm vi nghiên cứu 1](#_Toc90907033)

[1.4 Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài nghiên cứu 1](#_Toc90907034)

[2. TỔNG QUAN 2](#_Toc90907035)

[2.1 Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước 2](#_Toc90907036)

[2.2 Nhiệm vụ đề tài 2](#_Toc90907037)

[3. NHỮNG NGHIÊN CỨU LÝ THUYẾT 2](#_Toc90907038)

[3.1 Lý thuyết về CRYSTALS-Kyber 2](#_Toc90907039)

[3.2 Lý thuyết về Number Theoretic Transform (NTT) 2](#_Toc90907040)

[3.3 Lý thuyết về phép toán rút gọn modulo Exact-KRED 2](#_Toc90907041)

[3.4 Lý thuyết về bộ nhớ BRAM M10K trên FPGA Cyclone V 2](#_Toc90907042)

[3.5 Xử lý tính toán lý thuyết trên phần mềm máy tính 2](#_Toc90907043)

[4. TRÌNH BÀY, ĐÁNH GIÁ VÀ BÀN LUẬN KẾT QUẢ 2](#_Toc90907044)

[4.1 Thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT cho CRYSTALS-Kyber 2](#_Toc90907045)

[4.2 Kết quả tổng hợp và mô phỏng 2](#_Toc90907046)

[4.3 Đánh giá, bàn luận và so sánh kết quả 2](#_Toc90907047)

[5. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO 2](#_Toc90907048)

[5.1 Các hướng tối ưu thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT 2](#_Toc90907049)

[5.2 Thiết kế phần cứng xử lý CRYSTALS-Kyber 3](#_Toc90907050)

[5.3 Thiết kế lõi phần cứng xử lý bảo mật chung cho hệ thống 3](#_Toc90907051)

[6. DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ 3](#_Toc90907052)

[7. DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO 3](#_Toc90907053)

[8. PHỤ LỤC 5](#_Toc90907054)

[8.1 Các phần tối ưu cần lưu ý ở phần mềm Quartus 5](#_Toc90907055)

[8.2 Sơ đồ thiết kế chính theo Quartus 5](#_Toc90907056)

[8.3 Các phần thiết kế chính trên Verilog 5](#_Toc90907057)

[8.4 Các công thức Excel chính đã sử dụng 5](#_Toc90907058)

DANH SÁCH HÌNH MINH HỌA

[Hình 1 Minh họa mã hóa bất đối xứng [23] 6](#_Toc92203537)

[Hình 2 Minh họa gốc toán học phức tạp của phép toán lưới mà Kyber dựa trên 7](#_Toc92203538)

[Hình 3 Ring-learning with errors (RLWE) 7](#_Toc92203539)

[Hình 4 Module-learning with errors (MLWE) 7](#_Toc92203540)

[Hình 5 Quy trình tạo khóa, mã hóa và giải mã của dạng mã hóa lưới 8](#_Toc92203541)

[Hình 6 Ba giải thuật tao mã, mã hóa và giải mã của Kyber 8](#_Toc92203542)

[Hình 7 NTT trong giải thuật tạo mã của Kyber 9](#_Toc92203543)

[Hình 8 NTT trong giải thuật mã hóa của Kyber 9](#_Toc92203544)

[Hình 9 NTT trong giải thuật giải mã của Kyber 10](#_Toc92203545)

[Hình 10 NWC NTT và INT với xử lý trước và xử lý sau 12](#_Toc92203546)

[Hình 11 Mô hình của các Butterfly Unit (BU). (1) Cooley - Tukey Butterfly. (2) Gentleman - Sande Butterfly 12](#_Toc92203547)

[Hình 12 Sơ đồ khối của bộ rút gọn Modulo Exact-KRED 16](#_Toc92203548)

[Hình 13 Bộ Butterfly Unit kết hợp CT/GS cho thuật toán độ phức tạp thấp 18](#_Toc92203549)

[Hình 14 Sơ đồ khối bộ xử lý NTT/INTT 20](#_Toc92203550)

[Hình 15 Bộ SIPO Writeback vào nối tiếp ra song song với các ô nhớ 12-bit 20](#_Toc92203551)

[Hình 16 Thứ tự địa chỉ truy xuất và thứ tự dữ liệu sắp xếp tại RAM cho NTT (n=128, 40 cycles đầu tiên) 21](#_Toc92203552)

[Hình 17 Thứ tự địa chỉ truy xuất tại ROM cho NTT (n=128, 40 cycles đầu tiên) 22](#_Toc92203553)

[Hình 18 Thứ tự địa chỉ truy xuất và thứ tự dữ liệu sắp xếp tại RAM cho INTT (n=128, 40 cycles đầu tiên) 23](#_Toc92203554)

**DANH SÁCH BẢNG SỐ LIỆU**

[Bảng 1 Thông số của từng phiên bản Kyber 10](#_Toc92203555)

[Bảng 2 Phần thứ tự truy xuất và thứ tự hệ số phương trình gốc trong bộ nhớ RAM cho NTT 29](#_Toc92203556)

[Bảng 3 Phần thứ tự truy xuất và thứ tự hệ số phương trình gốc trong bộ nhớ RAM cho INTT 32](#_Toc92203557)

[Bảng 4 Thứ tự truy xuất hệ số Twiddle Factor từ ROM cho cấu hình 2 x 2 BU 35](#_Toc92203558)

[Bảng 5 Bảng giá trị Twiddle Factor 38](#_Toc92203559)

# MỞ ĐẦU

## Lý do chọn đề tài

Tổ chức National Institute of Standards and Technology (NIST) đã tổ chức thực hiện quy trình chuẩn hoá mã hoá sau lượng tử (Post-Quantumn Cryptography hay PQC) hay mã hoá lượng tử từ 2016 [1]. Đây là dạng mã hóa mới nhằm thay thế các dạng mã hóa bất đối xứng hiện tại.

NIST mô tả lý do thực hiện chuẩn hoá của họ là để tìm ra một loại mã hoá mới an toàn trước sự phát triển tương lai của máy tính lượng tử. Điều này dựa trên các nghiên cứu gần đây cho thấy mã hoá bất đối xứng hiện đại (ECDSA, RSA, …) đang được sử dụng sẽ không còn an toàn trước máy tính lượng tử. Các thông tin đang được mã hoá sẽ không còn bí mật trong tương lai gần. Nhu cầu phát triển chuẩn mã hoá để sử dụng cho thời kỳ hậu lượng tử hoá là rất cấp thiết.

Cho đến vòng 3 của quy trình chuẩn hoá mã hoá lượng tử, có 5 ứng cử viên được lựa chọn cho vòng tiếp theo. Trong đó bao gồm 4 ứng cử viên thuộc dòng mã hoá lưới (lattice-based) và 1 ứng cử viên thuộc dòng mã hoá code-based. Dòng mã hoá lattice-based đang chứng tỏ mình là một trong những dòng mã hoá của tương lai với khả năng bảo mật trước máy tính lượng tử và hiệu quả tính toán rất khả thi.

Trong 4 ứng cử viên mã hoá lattice-based, CRYSTALS-Kyber hay Kyber là ứng cử viên đầu tiên và được đánh giá rất triển vọng để được chuẩn hoá trong tương lai [2]. Kyber đòi hỏi nỗ lực tính toán nghiêm túc, chủ yếu là phép nhân các đa thức trên một vành đa thức có kích thước không đổi. Dạng mã hoá trên mạng mô-đun (module lattice) này mang lại sự cân bằng tốt giữa hiệu quả và bảo mật. Tuy nhiên, quá trình tạo, mã hóa và giải mã khóa có thể chiếm một tỷ lệ lớn trong khả năng tính toán và chu kỳ đồng hồ của bộ vi xử lý. Kyber sử dụng một kỹ thuật hỗ trợ tốc độ phép tinh nhân có tên là Number-Theoretic Transform (NTT) và chọn các tham số để hỗ trợ kỹ thuật này. Để triển khai Kyber một cách hiệu quả, việc tối ưu hóa NTT và NTT nghịch đảo (INTT) là rất quan trọng.

Nhiều nhà nghiên cứu triển khai mã hoá lattice-based trên phần mềm để chứng minh khái niệm cho nghiên cứu của họ và cũng một phần thể hiện tốc độ tính toán của giải thuật được nghiên cứu. Tuy vậy, khi có một dòng mã hoá được chuẩn hoá, các ứng dụng thực tế thường được tối ưu khi triển khai diện rộng bằng phần cứng. Tiêu biểu có thể kể đến AES-NI [3], RSA/ECC co-processor [4],… Nhiều nghiên cứu về mã hóa lượng tử gần đây cũng được thực hiện trên ASIC, FPGA dưới dạng độc lập hoặc làm bộ xử lý phụ cho các CPU RISC V, ARM, x86,… Trong đó, các chip FPGA là nền tảng tốt để phát triển các nghiên cứu lý thuyết và đánh giá sức mạnh giải thuật.

Để thiết kế phần cứng trên FPGA, ngôn ngữ mô tả phần cứng được sử dụng rất phổ biến. Đây là phương pháp thiết kế mạch kỹ thuật số chính xác, giúp người thiết kế có được phần lớn quyền quyết định các kết quả thiết kế với công cụ từ các nhà phát triển FPGA như Intel hay Xillinx.

Trên đây là tổng quan về các lý do để học viên thực hiện đề tài nghiên cứu thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT trên nền tảng FPGA, bằng ngôn ngữ Verilog, cho mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber.

## Mục đích

Mục đích nghiên cứu là xây dựng phần cứng xử lý NTT và INTT trên nền tảng FPGA, bằng ngôn ngữ Verilog, cho mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber. Qua đó, đánh giá và bàn luận các kết quả cũng như bàn luận về các hướng nghiên cứu chuyên sâu để ứng dụng mã hóa lượng tử trên phần cứng.

## Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

## Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu của luận văn là thuật toán NTT và INTT với các thông số phù hợp với mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber, sử dụng ngôn ngữ mô tả phần cứng Verilog và đánh giá trên nền tảng FPGA.

## Phạm vi nghiên cứu

Phạm vi nghiên cứu của luận văn là thuật toán NTT và INTT với các thông số phù hợp với mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber, tập trung chủ yếu vào việc tối ưu cách áp dụng NTT và INTT trên phần cứng qua ngôn ngữ mô tả phần cứng.

## Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài nghiên cứu

## Ý nghĩa khoa học

Đề tài đóng góp về ý nghĩa khoa học trong việc nghiên cứu cách ứng dụng hiệu quả của dạng mã hóa lượng tử lattice-based, vốn đang còn rất mới và vẫn đang được chuẩn hóa.

## Ý nghĩa thực tiễn

Đề tài đóng góp về ý nghĩa thực tiễn trong quá trình chuẩn hóa mã hóa lượng tử để bảo mật thông tin kỹ thuật số trong tương lai. Ngoài ra, đề tài còn giúp đánh giá mức độ khả thi trong việc ứng dụng của mã hóa CRYSTALS-Kyber trên các thiết bị điện tử sau này. Ứng dụng này có thể dưới dạng tích hợp như một phần của vi xử lý chính của các thiết bị đó hoặc dưới dạng một dạng vi xử lý phụ độc lập.

# TỔNG QUAN

# Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước

# Tình hình nghiên cứu ngoài nước

Trong các nghiên cứu trước đây, một trong những triển khai phần cứng hoàn toàn sớm nhất của mã hóa lượng tử [5] là dành cho một dạng mã hóa lượng tử lattice-based có tên Round5. Nghiên cứu này bao gồm thiết kế phần cứng của hàm băm SHA-3 Keccak, AES-GCM và thuật toán Round5. Sự đơn giản từ lợi thế của mô-đun Round5 được sử dụng hiệu quả trên phần cứng, cho thấy tương lai của việc ứng dụng mã hóa lượng tử trên phần cứng. Một phần để tiếp nối việc xử lý mã hóa trên phần cứng như trước đây với mã hóa hiện đại, một phần để giảm tải yêu cầu về tài nguyên xử lý cho các vi xử lý tác vụ chính.

Nghiên cứu [6] trình bày một thiết kế phần cứng đầy đủ tương tự của CRYSTALS-Kyber, giúp tăng tốc hiệu suất 129 lần so với việc triển khai bộ xử lý Cortex-M4 [7]. Trong [8], Jati và cộng sự trình bày thiết kế chống tấn công kênh ngoại (side-channel attack) đầu tiên của CRYSTALS-Kyber trên phần cứng với hiệu suất ấn tượng.

Zhao và cộng sự [9] phân tích mã phần mềm để tối ưu hóa thiết kế của chúng, mang lại kết quả tích cực. Các cách triển khai khác của Kyber khác nhau, từ bộ xử lý lai giữa phần cứng và phần mềm [10] [11] [12] đến phần cứng thuần túy [7] [8] [13] [14]. Các nghiên cứu gần đây về triển khai phần cứng CRYSTALS-Kyber hầu hết tối ưu hóa quá trình xử lý giải thuật NTT và INTT, do các phần còn lại của Kyber đều dựa trên mã hóa hiện đại thuần túy có thể tái sử dụng từ các nghiên cứu trước.

Trong các nghiên cứu đó, nhiều hướng tối ưu khác nhau được trình bày. Nghiên cứu [15] trình bày một kỹ thuật tính số dư modulo mới được gọi là K2-RED cho cấu trúc NTT của họ, giúp cải thiện hiệu suất đáng kể so với cách tính số dư bằng kỹ thuật Barret hay Montgomery. Một kỹ thuật tính số dư modulo khác được sử dụng trong [16], [17] được sửa đổi với các hằng số được tính toán trước.

Zhang và cộng sự [18] trình bày sơ đồ truy cập bộ nhớ kiểu ping-pong để truy cập RAM hiệu quả. Đây cũng là một hướng tối ưu ứng dụng phần cứng của mã hóa lượng tử, giải tắc nghẽn ở phần truy cập bộ nhớ. Bên cạnh đó, Poppelmann và cộng sự [19] giới thiệu cấu trúc chủ-tớ cho nhiều bộ nhân đa thức kết hợp xử lý tính toán cho các phần cần sức mạnh xử lý tính toán lớn.

# Tình hình nghiên cứu trong nước

Nghiên cứu về mã hóa lượng tử trong nước chưa có nhiều trong thời gian này. Tuy vậy, các nghiên cứu về phần cứng ứng dụng trên công nghệ FPGA và các nghiên cứu về thuật toán Fast Fourier Tranform đã phát triển từ nhiều năm trở lại đây.

Nghiên cứu [20] thiết kế hệ thống tính toán Fast Fourier Transform (FFT) 2048 điểm xây dựng trên nền tảng FPGA. Nghiên cứu phù hợp để tham khảo về FFT và cách thực hiện phép nhân hiệu quả trên FPGA. Nghiên cứu [21] cũng sử dụng bộ nhân CORDIC tương tự [20] để tính toán FFT, cấu trúc bộ nhân sử dụng thanh ghi dịch (bộ nhân xoay góc thích nghi) cũng là một hướng tối ưu để tham khảo. Nghiên cứu [22] thể hiện một ứng dụng thực tiễn của việc sử dụng biến đổi Fourier nhanh (FFT). Biến đổi Fourier là một giải thuật quan trọng sử dụng trong nhiều mặt của đời sống, trong xử lý tín hiệu, hình ảnh, … và giờ đây được ứng dụng trong mã hóa lượng tử.

# Nhiệm vụ đề tài

Nhiệm vụ đề tài bao gồm các mục được sau đây, nhằm để thực hiện mục đích đề tài đã đề ra, kết quả cần đạt và giới hạn đề tài. Qua đó trình bày các kết quả nghiên cứu đã được thực hiện.

Nội dung 1: Tìm hiểu lý thuyết mã hóa bất đối xứng, mã hóa lượng tử, NTT, các thành phần toán học cần thiết để thiết kế phần cứng.

Nội dung 2: Xây dựng thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT cho mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber, tổng hợp thiết kế và mô phỏng kiểm tra.

Nội dung 3: Đánh giá, bàn luận về thiết kế. So sánh kết quả đạt được với các nghiên cứu trước.

Nội dung 4: Bàn luận về hướng phát triển tương lai và kết luận cho nghiên cứu.

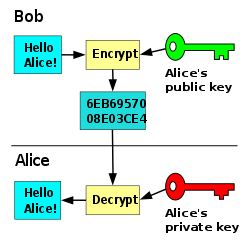
Trong đó, phần tiếp theo của luận văn sẽ thể hiện nội dung 1. Phần 4 của luận văn trình bày các phần được nêu trong nội dung 2. Ở phần 4 của luận văn, học viên trình bày nội dung 3. Học viên thực hiện kết luận và bàn luận hướng phát triển theo nội dung 4 ở phần 5 của luận văn. Phần 6 là danh mục các công trình nghiên cứu của học viên. Phần 7 là danh mục tài liệu tham khảo. Phần 8 là phụ lục, gồm các ghi chú về từ ngữ sử dụng trong luận văn và các thông tin thêm.

# NHỮNG NGHIÊN CỨU LÝ THUYẾT

Trong phần này, học viên trình bày các nghiên cứu lý thuyết có liên quan đến đề tài. Qua đó lựa chọn các nền tảng lý thuyết cần để xây dựng phần cứng. Các nghiên cứu lý thuyết đi từ mã hóa bất đối xứng, mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber, Number Theoretic Transform (NTT) đến các giải thuật chuyên sâu để tối ưu trên phần cứng tốt hơn.

# Lý thuyết về mã hóa bất đối xứng

Mã hóa bất đối xứng là dạng mã hóa gồm 2 chìa khóa mã: chìa khóa công khai mà chìa khóa bí mật. Chìa khóa bí mật có thể dùng để mã hóa một văn bản mà chỉ chìa khóa công khai mới xác nhận và giải mã được hoặc một cơ chế tương tự ngược lại. Mã hóa bất đối xứng thường dựa trên một vấn đề toán học phức tạp chỉ có thể giải được một chiều. Có thể lấy ví dụ từ mã hóa RSA dựa trên độ phức tạp của việc phân tích kết quả mã hóa công khai (vốn là một hằng số mũ với chìa khóa bí mật) ra các thừa số.



Hình Minh họa mã hóa bất đối xứng [23]

Hình 1 minh họa cấu trúc của một mô hình mã hóa bất đối xứng. Bao gồm một chìa khóa công khai và một chìa khóa bí mật, được giữ bởi 2 đầu của cuộc đối thoại, Bob và Alice, tương xứng.

# Lý thuyết về CRYSTALS-Kyber

Lý thuyết về CRYSTALS-Kyber chủ yếu được trình bày bởi tác giả Avanzi và cộng sự tại [2] và tại trang web của CRYSTALS-Kyber cho những phiên bản mới nhất. Bởi vì CRYSTALS-Kyber là kiểu mã hóa lượng tử chưa chuẩn hóa và vẫn đang cập nhật liên tục. Phiên bản CRYSTALS-Kyber được lựa chọn trong nghiên cứu là phiên bản 3 [2].

CRYSTALS-Kyber là mô hình mật mã dựa trên bài toán Module Learning With Errors (MLWE [24]). Chi tiết về Kyber có thể được tìm thấy trong nghiên cứu ban đầu của Avanzi và cộng sự [25]. Kyber có hai phần: mã hóa công khai chống được phương pháp tấn công chọn văn bản hoặc CPAPKE, cơ chế đóng gói khóa bảo mật hoặc CCAKEM. CPAPKE được bao gồm trong CCAKEM như một bước bắt buộc để tạo mã khóa và mã hóa cũng như giải mã. Trong khi CPAPKE có ba bước khác nhau (tạo khóa, mã hóa và giải mã), cả ba bước đều yêu cầu một bước nhân đa thức lớn có độ phức tạp Về bản chất, CRYSTALS-Kyber hiểu đơn giản là mã hóa bất đối xứng, bao gồm một phép toán có độ phức tạp lớn (MLWE) và giao thức trao đổi kết quả từ phép toán đó. Hình 2 trình bày độ phức tạp của phép toán trên lưới mà Kyber dựa trên, đơn giản hóa. Bài toán cho ma trận A thuộc miền giới hạn , nhiễu thuộc phân phối nhiễu và , tìm . Các phương pháp được trình bày sau nhằm để tinh chỉnh độ phức tạp và hiệu quả của giải thuật.

Shape

Description automatically generated

Hình Minh họa gốc toán học phức tạp của phép toán lưới mà Kyber dựa trên

Hình 3 thể hiện Ring-learning with errors (RLWE), một cách để giảm lưu trữ phần tử ma trận xuống còn phần tử ma trận. Đây là tiền đề của MLWE của Kyber.

A picture containing graphical user interface

Description automatically generated

Hình Ring-learning with errors (RLWE)

Hình 4 là dạng Module-learning with errors (MLWE) mà Kyber sử dụng. Kyber dùng thông số k để nâng độ phức tạp của ma trận A, tăng tính linh hoạt cho giải thuật.

Diagram

Description automatically generated

Hình Module-learning with errors (MLWE)

Cơ chế giao tiếp, đóng gói và chuyển đổi từ văn bản gốc m sang văn bản đã được mã hóa c cũng được thể hiện trong hình 5. Với Alice và Bob là hai đầu thực hiện giao tiếp mã hóa Kyber. Alice tạo chìa khóa mã (bao gồm chìa khóa công khai và chìa khóa bí mật ). Bob sử dụng chìa khóa công khai để mã hóa văn bản gốc m. Alice giải mã từ văn bản đã mã hóa về lại m từ chìa khóa riêng tư .

Chart, waterfall chart

Description automatically generated

Hình Quy trình tạo khóa, mã hóa và giải mã của dạng mã hóa lưới

Kyber dựa trên rất nhiều phép nhân đa thức. Trong ngôn ngữ lập trình thông thường, các đa thức của Kyber được thể hiện dưới dạng các hệ số của đa thức, sắp xếp theo bậc. Ba giải thuật tao mã, mã hóa và giải mã của Kyber thể hiện ở hình 6.

Graphical user interface, text, application

Description automatically generated

Hình Ba giải thuật tao mã, mã hóa và giải mã của Kyber

Một cách rất hiệu quả để xử lý các phép nhân đa thức là Number Theoretic Transform (NTT). Vì lý do đó, NTT được bao gồm trong định nghĩa của Kyber, và các thông số của các phiên bản Kyber được tinh chỉnh để được tính toán hiệu quả với NTT. Hình 7,8,9 thể hiện vai trò của NTT xuất hiện trong giải thuật tạo khóa, mã hóa và giải mã chi tiết của Kyber.

Graphical user interface, text, application, email

Description automatically generated

Hình NTT trong giải thuật tạo mã của Kyber

Graphical user interface, text, application

Description automatically generated

Hình NTT trong giải thuật mã hóa của Kyber

Graphical user interface, text

Description automatically generated

Hình NTT trong giải thuật giải mã của Kyber

Bảng 1 thể hiện thông số của từng phiên bản Kyber, các thông số này đã được tinh chỉnh để phù hợp với việc sử dụng NTT. Phiên bản được chú trọng nghiên cứu tập trung cho thông số n = 256 của Kyber.

Bảng 1 Thông số của từng phiên bản Kyber

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Version | n | k | q | η­1 | η2 | (du,dv) | δ |
| Kyber512 | 256 | 2 | 3329 | 3 | 2 | (10,4) | 2-139 |
| Kyber768 | 256 | 3 | 3329 | 2 | 2 | (10,4) | 2-164 |
| Kyber1024 | 256 | 4 | 3329 | 2 | 2 | (11,5) | 2-174 |

Như vậy, NTT đóng vai trò rất quan trọng trong thuật toán mã hóa CRYSTALS-Kyber. Phần tiếp theo trình lý thuyết NTT, INTT và giải thuật NTT, INTT được sử dụng để nghiên cứu.

# Lý thuyết về Number Theoretic Transform (NTT)

Như đã đề cập ở trên, yếu tố thiết yếu của mã hóa CRYSTALS-Kyber là NTT và nghiên cứu [25] mô tả chi tiết về phép nhân đa thức trong Kyber và vị trí cần sử dụng các thuật toán NTT và INTT. Trong đó NTT là phép biển đổi Number Theoretic Transform và INTT hay NTT-1 là phép biển đổi ngược Inverse Number Theoretic Transform.

# NTT/INTT và độ phức tạp so với phép nhân đa thức

Để biểu thị một đa thức trên máy tính, dạng biểu diễn coefficient representation hay biểu diễn hệ số được sử dụng. Dạng hiển thị này lưu các hệ số của phương trình dưới dạng dãy hệ số trên máy tính như sau:

Một dạng biểu diễn khác của đa thức là dạng biểu diễn giá trị (value representation), với đa thức bậc *d*, ta cần *d+1* điểm để biểu diễn đa thức dưới dạng này. Điểm đặc biệt của dạng biểu diễn này việc nhân đa thức trở nên dễ dàng hơn. Để chuyển một đa thức từ dạng hệ số sang dạng giá trị và ngược lại, kỹ thuật Fast Fourier Transform (FFT) và Inverse FFT (IFFT) được sử dụng. [26]

Kỹ thuật FFT và IFFT có độ phức tạp từ O( Đây là một cải thiện rất lớn so với độ phức tạp O( của Discrete Fourier Transform. [25,29]

Đối với trường hợp một trường giới hạn trong một vành như Kyber trong trường , việc thay đổi dạng biểu diễn của đa thức sử dụng kỹ thuật Number Theoretic Tranform (NTT) và Inverse NTT ( hoặc INTT) [25].

Kết quả nhân đa thức có thể được tính với NTT và INTT như phương trình bên dưới:

(1)

Phiên bản cổ điển của NTT là phương trình như sau [29]:

Phiên bản cổ điển của INTT là phương trình như sau [29]:

Với là primitive nth root of unity.

# Phiên bản NTT/INTT tối ưu được sử dụng

Kyber có . Với các kết quả ma trận A hay phương trình h có 256 phần tử hệ số như (1), yêu cầu giải thuật xử lý NTT cho f và g từ 128 phần tử hệ sổ thành 256 phần tử hệ số với 128 phần tử hệ số đệm là 0. Để tránh phải đệm thêm các phần tử hệ số 0 vào f và g, cần sử dụng phiên bản thuật toán NTT có Negative Wrapped Convolution (NWC) [19].

Được mô tả bởi Poppelman và cộng sự trong [19] từ định lý toán học 1 và 2 như sau.

Định lý 1: Gọi là th primitive root of unity thuộc tập hữu hạn . Cho và là các vectơ có độ dài n với các phần tử thuộc tập hữu hạn Zp và các vectơ tương ứng có độ dài , trong đó các thành phần theo sau là chứa đầy các số không. Với có nghĩa là phép nhân thành phần hệ số thì

Định lý 2: Gọi là n-th primitive rooth of unity thuộc tập hữu hạn và . Gọi và là các vectơ có độ dài với các phần tử thuộc Zp.

1. Tích từng thành phần hệ số bọc dương của và là .

2. Gọi là tích hệ số bọc âm của và . Cho được xác định là ,và Khi đó

Ở bài nghiên cứu này, ta định nghĩa với là primitive nth root of unity và. Vì Kyber số nguyên tố thỏa mãn và với Kyber thuộc vành đa thức là vành , kết quả NTT/INTT của Kyber có thể được tính bằng tích hệ số bọc âm tức phần 2 của định lý 2 (NWC).

Chúng ta cần áp dụng quy trình xử lý trước và xử lý sau cho các hệ số đa thức đầu vào và đầu ra, nhân chúng với và tương ứng như được mô tả trong hình 10. Qua đó sẽ loại bỏ được các thành phần , đưa bài toán trở về lại kết quả .

N-point NTT

N-point INTT

a

a

Pre-processing

Post-processing

Hình 10 NWC NTT và INT với xử lý trước và xử lý sau

Phiên bản NWC của NTT là phương trình như sau :

Phiên bản NWC của INTT là phương trình như sau :

Để tính toán chi tiết NTT, các butterfly unit (BU) của Fast Fourier Transform (FFT) [25] [26] được sử dụng, trong đó NTT được thực hiện với BU Cooley-Tuckey (CT) và INTT được thực hiện với BU Gentleman-Sande (GS). Các đơn vị BU CT và GS là các phương pháp hiệu quả để thiết kế NTT cho phần cứng có thể lập trình được. Hình 11 mô tả sơ đồ chung cho các BU này.

Diagram

Description automatically generated

Hình 11 Mô hình của các Butterfly Unit (BU). (1) Cooley - Tukey Butterfly. (2) Gentleman - Sande Butterfly

Cách tiếp theo để tối ưu hóa cho thuật toán NTT là thuật toán NTT / INTT độ phức tạp thấp từ nghiên cứu [22]. Độ phức tạp của thuận toán NTT cổ điển với NWC là , là độ phức tạp của NTT và N bước nhân ban đầu với . Sử dụng kết quả của phương trình (3) từ [22] như sau:

Sử dụngkết quả của (3) thay cho sẽ giảm bớt bước tiền xử lý xử lý và độ phức tạp của giải thuật NTT xuống còn .

Tương tự như NTT, độ phức tạp ban đầu của INTT là . Ta cũng thực hiện nhân và vào phương trình INTT gốc.

Độ phức tạp cuối cùng được giảm xuống còn . Để loại bỏ bước xử lý hậu kỳ nhân 1/N, [29] cũng đề xuất phương pháp chia nửa kết quả từ BU GS.

Phiên bản NWC của NTT là phương trình như sau :

Phiên bản NWC của INTT là phương trình như sau :

Thuật toán 1 và 2 trình bày các phép toán NTT và INTT tương ứng. Đây là phiên bản cơ sở mà học viên sử dụng để xây dựng thiết kế phần cứng của mình. Bao gồm những sửa đổi nhỏ để phù hợp với thiết kế của mình, theo [5] [19] [22]. Thuật toán 1 trình bày giải thuật NTT độ phức tạp thấp bằng cách sử dụng BU Cooley - Tukey. Hàm đảo ngược bit bit-reverse là hàm đảo thứ tệ hệ số theo trình tự đảo bit cho các hệ số của đa thức. Thuật toán 2 trình bày giải thuật INTT sử dụng BU Gentleman – Sande.

|  |
| --- |
| **Thuật toán 1.** Low complexity NTT operation with Cooley – Tuckey butterfly |
| **Input:** polynomial as, is the N-th primitive root of unity, and  **Output:**  1:  2: **for** ( **do**  3:  4: **for (** **do**  5:  6: **for (** **do**  7:  8:  9:  10:  11: **end for**  12: **end for**  13: **end for**  14: **return** |

|  |
| --- |
| **Thuật toán 2.** Low complexity INTT operation with Gentleman – Sande butterfly |
| **Input:** polynomial as, is the n-th primitive root of unity, and  **Output:**  1: **for** ( **do**  2:  3: **for (** **do**  4:  5: **for (** **do**  6:  7:  8:  9:  10: **end for**  11: **end for**  12: **end for**  13:  14: **return** |

# Lý thuyết về phép toán rút gọn modulo Exact-KRED

Phiên bản rút gọn modulo được sử dụng là một phiên bản cải tiến từ thiết kế KRED, K-RED-2x [23] và K2-RED [13], được gọi là Exact-KRED. KRED là một tùy biến của bộ rút gọn modulo Montgomery nhưng được thiết kế để hoạt động cho một dạng modulus đặc biệt được mô tả trong phương trình sau:

(5)

Với Kyber có modulus là số nguyên tố q = 3329 thỏa (5), k = 13 và m = 8. Sử dụng KRED, K-RED-2x trên một số đầu vào C cho kết quả là . Sử dụng K2-RED tạo ra kết quả . Nghiên cứu [13] cho thấy K2-RED tiết kiệm bộ nhớ hơn và phù hợp với mô-đun 12-bit hơn so với K-RED-2x [23]. Đơn vị mô-đun được thực hiện sau bước nhân trong BU. Đề bù phần dư trong kết quả , cần xử lý trước thành .

Thuật toán 3 trình bày thuật toán Exact-KRED cho Kyber. Trong đó, *zero-extend* và *signed-extend* là chức năng mở rộng theo độ dài bit với phần đệm tương ứng là 0 và theo dấu của số nhị phân. Chiều dài bit của phần mở rộng được ghi chú sau hàm. Trong [20], giải thuật KRED nói rằng có những trường hợp kết quả bị tràn với một số giá trị nhất định. Trong quá trình triển khai K2-RED, kết quả tràn khi lớn hơn modulus *q*. Tình trạng này xảy ra do lúc đó là số âm và hiển thị dưới dạng một số không dấu công Để khắc phục tình trạng này, một phép cộng có điều kiện cho được thêm vào sau dòng 6 của thuật toán 3.

|  |
| --- |
| **Algorithm 3.** Exact-KRED for Kyber NTT/INTT accelerator |
| **Input:** *q* modulus = 3329, binary number C = , *k* = 13, *m* = 8  **Output:**  1: Cl zero-extend to 16-bit  2: Ch  3: C’ ((Cl<<3) – Ch) + (Cl<<2+Cl)  4: Cl’ zero-extend to 12-bit  5: Ch’signed-extend to 12-bit  6: C’’ ((Cl’<<3) – Ch’) + (Cl’<<2+Cl’)  7: **If** C’’ q  8: S C’’ + q  9: **Else**  10: S C’’  11: **return** S |

# Lý thuyết về bộ nhớ BRAM M10K trên FPGA Cyclone V

Bộ nhớ BRAM M10K trên FPGA Cyclone V [30] cho nhiều chế độ sử dụng từ Simple Dual Port tới True Dual Port. Với việc nhắm đến thực hiện cấu hình BU 2x2 với 2 đầu vào 24-bit cho 2 BU, chế độ Simple Dual Port là đủ để phục vụ nhu cầu.

Một điều lưu ý như nghiên cứu

# Xử lý tính toán lý thuyết trên phần mềm máy tính

Phần giải thuật NTT/INTT và các Twiddle Factor được xử lý và tính toán trước trên máy tính bằng phần mềm Microsoft Excel.

# TRÌNH BÀY, ĐÁNH GIÁ VÀ BÀN LUẬN KẾT QUẢ

# Thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT cho CRYSTALS-Kyber

Chúng tôi mô tả thiết kế phần cứng của bộ gia tốc NTT và INTT đa thức cho Kyber trong hai phần. Đầu tiên, chúng tôi trình bày cấu trúc phần cứng của đơn vị cánh bướm đã sửa đổi được điều chỉnh theo thuật toán 1 và 2. Sau đó, chúng tôi trình bày kiến trúc tổng thể của bộ gia tốc với cấu hình đơn vị cánh bướm 2x2 và phần cứng giảm mô-đun được cải tiến.

# Thiết kế butterfly unit xử lý CT/GS

# Thiết kế bộ xử lý rút gọn modulo Exact-KRED

Bộ rút gọn modulo Exact-KRED được thiết kế dành cho của Kyber. Bao gồm 5 tầng pipeline xử lý rút gọn modulo liên tục. Chia ra làm 3 quy trình như đã trình bày ở thuật toán 3. Quy trình đầu tiên bao gồm xử lý đầu vào 24-bit từ bộ nhân DSP sang ngõ ra 16-bit. Quy trình thứ hai lặp lại xử lý ngõ vào 16-bit thành ngõ ra 12-bit. Quy trình cuối cũng là bộ cộng có điều kiện để xử lý các trường hợp kết quả bị tràn. Bộ cộng có điều kiện này với *q* có độ dài 12-bit cho mức tiêu thụ tài nguyên thấp, chỉ gồm một bộ cộng, bộ so sánh và một bộ mux lựa chọn điều kiện.

Hình 12 là sơ đồ khối bộ rút gọn modulo Exact-KRED. Bộ rút gọn modulo qua mỗi quy trình phân nhánh ngõ vào thành các dải bit cao và bit thấp. Dải bit thấp kèo theo bộ dịch để thực hiện *zero-extend* và *signed-extend.* Quy trình đầu sử dụng 2 clock, quy trình sau tương tự sử dụng tiếp tục 2 clock và bộ cộng có điều kiện kiểm tra kết quả trước khi pipeline sang ngõ ra.

Diagram

Description automatically generated

Hình 12 Sơ đồ khối của bộ rút gọn Modulo Exact-KRED

# Bộ rút gọn modulo chia nửa

Theo thuật toán 2, kết quả của bộ GS cần chia nửa (modulus q) [22]. Thực hiện chia nửa một số theo modulo q có hai trường hợp. Kết quả ngõ vào của bộ chia nửa này đã là một số modulo *q*. Với số chẵn, chỉ cần dịch phải để ra được kết quả. Với số lẻ, kết quả chia nửa modulo *q* được tính như sau:

Vì nếu rút gọn tiếp tục không phải là số tiện lợi để xử lý. Với q là số nguyên tố, với của Kyber cho kết quả là hằng số 1665. Phương trình sau trình cho kết quả:

Bộ rút gọn modulo chia nửa chỉ bao gồm một bộ mux, một bộ cộng và một bộ dịch phải 1 vì Bộ này được pipeline 2 tầng để tăng tốc độ của mạch.

# Thiết kế butterfly unit xử lý CT/GS

Ngoài hai thành phần là bộ rút gọn modulo nêu trên, các thành phần còn lại của bộ BU gồm hai bộ cộng trừ modulo. Bộ cộng trừ modulo là những bộ cộng trừ đơn giản sắp xếp bù *q* cho kết quả cộng trừ 12-bit. Mỗi bộ được pipeline 3 tầng để tăng tốc độ của mạch. Bộ nhân 12-bit sang 24-bit sử dụng 1 đơn vị DSP của FPGA. Các thành phần nhỏ gồm mux và các thanh ghi.

Từ hình 11, chúng tôi thiết kế bộ bướm phần cứng phù hợp cho cả giải thuật CT và GS. Tài nguyên của bộ BU này bao gồm bộ cộng số học modulo (một cộng, một trừ), một bộ nhân DSP và một bộ rút gọn modulo Exact-KRED, và hai bộ rút gọn modulo chia nửa. Bộ rút gọn modulo chia nửa cho mức tiêu thụ tài nguyên không đáng kể. Ngõ ra của bộ nhân nối trực tiếp vào ngõ vào của bộ Exact-KRED.

Hình 13 cung cấp cấu trúc chi tiết của thiết bị. Độ trễ của bộ nhân DSP và đơn vị Exact-KRED có 7 chu kỳ trễ. Độ trễ đường dẫn chặn đường dẫn dữ liệu và được điều chỉnh theo tổng độ trễ. Tổng độ trễ cho mỗi quy trình thực hiện giải thuật CT / GS trên thiết bị cánh bướm là 13 chu kỳ, với đầu vào và đầu ra đã được pipeline. Tín hiệu Sel được sử dụng để chọn chế độ hoạt động. Phép cộng và phép trừ mô-đun với hai bộ cộng mô-đun không ảnh hưởng đáng kể đến hiệu suất tốc độ do số nguyên tố q 12-bit nhỏ.

Đối với giải thuật CT, tín hiệu theo đường dẫn trên của mux được thực hiện, trong đó bộ cộng mong đợi kết quả nhân mô-đun sẽ đến sau 11 clock kể từ thời điểm nhập dữ liệu. Độ trễ 2 clock được thêm vào giải thuật CT để phù hợp với độ trễ thực hiện giải thuật GS.

Đối với giải thuật GS, đường dẫn bên dưới của mux được thực hiện. Bộ rút gọn modulo chia nửa trong giải thuật GS tốn 2 clock. Tổng độ trễ khi bộ BU được sử dụng trong hoạt động GS là 13 clock.

Diagram

Description automatically generated

Hình 13 Bộ Butterfly Unit kết hợp CT/GS cho thuật toán độ phức tạp thấp

# Thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT cho CRYSTALS-Kyber

Hình 14 cho thấy cấu trúc chung của bộ gia tốc NTT / INTT cho Kyber. Đối với kiến ​​trúc tổng thể, bộ gia tốc NTT/INTT phần cứng của sử dụng hai loại bộ nhớ. Một RAM để lưu trữ các phần tử hệ số của phương trình gốc cần thực hiện NTT / INTT. Ba ROM dùng để lưu. RAM sử dụng Intel Cyclone V M10K ở chế độ simple dual-port, cho phép truy cập đọc ghi đồng thời vào hai địa chỉ bộ nhớ khác nhau. Bộ gia tốc sử dụng thiết kế 4 BU sắp xếp ở cấu hình 2 x 2, cấu hình này có đặc điểm tính toán với chẵn rất tốt. Với lẻ, 2 BU ở tầng đầu được bypass và giá trị hệ số đi thẳng đến 2 BU (BU 3 và BU4) sau.

Dữ liệu được đọc từ RAM dưới dạng một data bus 48-bit, gồm 4 phần tử hệ số cho hai bộ BU song song. Dữ liệu từ data bus bắt chéo với là 12 bit đầu,  là 12 bit tiếp theo,  là 12 bit kế tiếp và , là 12 bit cuối cùng.

Dữ liệu tính toán trên mỗi ngõ ra của 2 BU hàng sau được đặt trên một thanh ghi dịch nối tiếp 12-bit sang song song 48-bit (SIPO). Sau 4 chu kỳ đầu tiên có kết quả là một chuỗi 48-bit ở mỗi đầu ,,, *,* kết quả sẽ được ghi lần lượt trở lại vào RAM từ thanh ghi đầu tiên. Mỗi chu kỳ ghi hết 4 clock, sau đó 4 kết quả mới đã vào vị trí để ghi tiếp theo. Các thanh ghi sipo ở vị trí ,,được dời thêm 1, 2, 3 clock theo độ trễ tương ứng. Hình 15 trình bày chi tiết quá trình dữ liệu dịch vào SIPO Writeback.

Các ROM cũng cung cấp cho các đơn vị cánh bướm với hệ số twiddle factor tương ứng cho mỗi hoạt động. Giá trị được tính toán và lưu trữ trước. Để phù hợp với thứ tự twiddle factor được sử dụng ở cấu hình BU 2x2, twiddle factor được đọc theo thứ tự cycle, từ cycle chỉ đến địa chỉ chứa twiddle factor tương ứng. Thứ tự twiddle factor được sắp xếp trước vào ROM. Một ROM phụ chuyển đổi thứ tự cycle thành thứ tự twiddle factor Các thứ tự này đi đến địa chỉ của 3 ROM chứa giá trị twiddle factor tương ứng.

Mỗi phép tính NTT / INTT tốn 30 xung nhịp cho đến khi dữ liệu được ghi trở lại RAM. Độ trễ này là phù hợp để tránh xung đột đọc và ghi dữ liệu vào địa chỉ chưa được truy xuất để tính toán trước đó. Trong đó độ trễ của 2 BU là 26 clock, 2 clock từ truy xuất RAM và 2 clock độ trễ điều khiển.

Thuật toán 4 và thuận toán 5 thể hiện giải thuật NTT và INTT được sử dụng cho thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT này. Các bộ BU cũng được sử dụng trong chế độ Cooley - Tuckey () hoặc Gentleman – Sande ( tương ứng. Các giá trị mũ của và cùng với việc nhân với để bù phần dư trong giải thuật Exact-KRED được tính trước và lưu trên hệ thống ROM.

Thuật toán 4 và thuận toán 5 thực hiện đầy đủ với số lớp NTT/INTT chẵn. Với trường hợp NTT/INTT trên số lớp lẻ (), phần 2 BU đầu tiên của cấu hình 2 x 2 BU được bỏ qua, dữ liệu đi thẳng đến 2 BU sau.

Truy xuất RAM và thứ tự truy xuất ROM của thuật toán 4 được thể hiện ở hình 16 và hình 17. Truy xuất RAM và thứ tự truy xuất ROM của thuật toán 5 được thể hiện ở hình 18 và hình 19.

Như thuật toán 1 và 2 ban đầu, thứ tự của phương trình gốc vào thuật toán 4 là thứ tự chuẩn, và thứ tự của phương trình ra là *bit-reverse.* Thứ tự của phương trình gốc vào thuật toán 5 là thứ tự *bit-reverse* và thứ tự của phương trình ra là chuẩn. Với hình 17 và hình 19, giá trị trong ô của hệ số phương trình chỉ thứ tự ban đầu của giá trị hệ số đó.

Diagram, schematic

Description automatically generated

Hình 14 Sơ đồ khối bộ xử lý NTT/INTT

Diagram

Description automatically generated

Hình 15 Bộ SIPO Writeback vào nối tiếp ra song song với các ô nhớ 12-bit

A picture containing table

Description automatically generated

Hình 16 Thứ tự địa chỉ truy xuất và thứ tự dữ liệu sắp xếp tại RAM cho NTT (n=128, 40 cycles đầu tiên)

Hình 16 thể hiện sắp xếp bộ nhớ RAM với , và thứ tự địa chỉ truy xuất cho đến cycle 40. Cột đầu tiên là thứ tự cycle khi bắt đầu thực hiện tính toán NTT, Cột Seq là địa chỉ cần truy xuất tại Cycle đó. Bên phải từ Address đến A1, A2, A3, A4 là vị trí các hệ số của phương trình trong bộ nhớ RAM.

Chart

Description automatically generated with medium confidence

Hình Thứ tự địa chỉ truy xuất tại ROM cho NTT (n=128, 40 cycles đầu tiên)

Hình 17 thể hiện thứ tự địa chỉ truy xuất ROM cho NTT với n = 128 tại 40 cycle đầu tiên. Các giá trị truy xuất theo thứ tự

A picture containing table

Description automatically generated

Hình Thứ tự địa chỉ truy xuất và thứ tự dữ liệu sắp xếp tại RAM cho INTT (n=128, 40 cycles đầu tiên)

Hình 18 thể hiện sắp xếp bộ nhớ RAM với , và thứ tự địa chỉ truy xuất cho đến cycle 40. Cột đầu tiên là thứ tự cycle khi bắt đầu thực hiện tính toán INTT, Cột Seq là địa chỉ cần truy xuất tại Cycle đó. Bên phải từ Address đến A1, A2, A3, A4 là vị trí các hệ số của phương trình trong bộ nhớ RAM.

|  |
| --- |
| **Thuật toán 4** Proposed NTT operation with Cooley – Tuckey butterfly for Kyber |
| **Input:** polynomial as, is the n-th primitive root of unity, and ,  **Output:**  1: **for** ( **do**  2:  3:  4: **for (** **do**  5: **for** ( **do**  6: ,  7: ,  8: (*pre-computed*)  9: (  10: (  11: (*pre-computed*)  12: (*pre-computed*)  13: (  14: (  15:  16:  17: **end for**  18: **end for**  19: **end for**  20: **return** (x) |

|  |
| --- |
| **Thuật toán 5** Proposed INTT operation with Gentleman – Sande butterfly for Kyber |
| **Input:** polynomial as, is the n-th primitive root of unity, and  **Output:**  1: **for** ( **do**  2:  3: **for (** **do**  4: **for** ( **do**  5: **for** ( **do**  6: ,  7: ,  8: (*pre-computed*)  9: (  10: (  11: (*pre-computed*)  12: (*pre-computed*)  13: (  14: (  15:  16:  17: **end for**  18: **end for**  19: **end for**  20: **return** (x) |

# Kết quả tổng hợp và mô phỏng

# Đánh giá, bàn luận và so sánh kết quả

# KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ NHỮNG NGHIÊN CỨU TIẾP THEO

# Các hướng tối ưu thiết kế phần cứng xử lý NTT và INTT

Thiết kế còn nhiều hướng tối ưu cho tác vụ xử lý NTT và INTT. Không chỉ với các dòng mã hóa Lattice mà các dòng mã hóa lượng tử sau này cũng mang nhiều kỹ thuật cần sử dụng phép nhân tối ưu cho hệ số của các phương trình. Một số hướng tối ưu tiêu biểu là:

* Tận dụng tính tinh chỉnh thông số linh hoạt của ngôn ngữ mô tả phần cứng Verilog. Đưa ra giải pháp chung khi thay đổi thiết kế gốc dễ dàng hơn. Trong đó có thể bao gồm tinh chỉnh thông số để thay đổi *n*, thay đổi số BU, số RAM.
* Phát triển hệ thống câu lệnh điều khiển (instruction set). Hướng thay đổi này phù hợp để tích hợp phần xử lý vào các cấu trúc vi xử lý, dưới dạng một vi xử lý mã hóa phụ.
* Thử các phương pháp tấn công phân tích dữ liệu phụ. Bản thân thiết kế mang giải thuật không thay đổi thời gian tính toán, chống phân tích thời gian xử lý. Tuy vậy, các vấn đề về phân tích năng lượng xử lý, cần được nghiên cứu thêm.

# Thiết kế phần cứng xử lý CRYSTALS-Kyber

Thiết kế phần cứng xử lý toàn bộ mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber là một trong những mục đích chính để ứng dụng thiết kế phần cứng xử lý NTT/INTT. Kyber là một ứng cử viên có khả năng cao được chuẩn hóa thành mã hóa bất đối xứng tiêu chuẩn trong tương lai. So với các dòng mã hóa bất đối xứng RSA, ECDSA, dòng mã hóa lattice-based của Kyber tương đối mới. Trong trường hợp của Kyber, nhóm nghiên cứu cũng đang đưa ra nhiều cập nhật thông số để tìm hiểu hiệu suất xử lý và bảo mật của dạng mã hóa lượng tử này. Một trong những điều lưu ý trong ứng dụng thiết kế phần cứng xử lý NTT/INTT là:

* Phiên bản NTT/INTT của Kyber sử dụng thông số n = 256 không thực sự phân tích ra phương trình bậc 0.
* Thiết kế của Kyber hiện tại có hai phiên bản sử dụng Keccak và 90s (SHA-2). Keccak được đánh giá là hàm băm chuẩn hóa và có thể tối ưu cho phần cứng. Tuy vậy

# Kết luận

Mã hóa sau lượng tử hay mã hóa lượng tử là một hướng phát triển quan trọng của khoa học điện tử. Vai trò của hướng nghiên cứu này rất quan trọng cho sự phát triển vượt bậc của máy tính điện tử, và sau này là máy tính lượng tử. Các chuẩn mã hóa không ngừng được cải tiến để phục vụ nhiều mục đích bảo mật và truyền thông. Trong đó, mã hóa bằng phần cứng là một nhánh nghiên cứu thiết yếu để tránh các cuộc tấn công phân tích tài nguyên xử lý, gia tăng mức độ bảo mật và hiệu quả của các giải thuật mã hóa.

Học viên đề xuất thiết kế phần cứng của bộ xử lý NTT và INTT cho mã hóa lượng tử CRYSTALS-Kyber. Thiết kế bao gồm phần cứng rút gọn modulo được cải tiến, thiết kế BU CT/GS tiết kiệm tài nguyên có độ phức tạp thấp và kiến trúc bộ xử lý NTT/INTT. Nghiên cứu này cũng cung cấp thêm thông tin trong quá trình tìm hiểu bản chất của các dạng mã hóa như Kyber và các thông số của dạng mã hóa này, góp phần vào công cuộc chuẩn hóa mã hóa lượng tử.

Trong các nghiên cứu trong tương lai, học viên sẽ tối ưu hóa hơn nữa trình tự truy cập bộ nhớ cần thiết để thực hiện hoạt động NTT và INTT. Giảm thiểu trường hợp phải sắp xếp lại bộ nhớ để thực hiện tính toán. Các hướng nghiên cứu chuyên sâu hơn cũng đã được phân tích ở các phần trên.

# DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ

1. Nguyen Trinh, Anh Le Thi Kim, Hung Nguyen, Linh Tran, *“Algorithmic TCAM on FPGA with data collision approach”*, Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 22, No. 1, 89-96, 2021
2. Nguyễn Tuấn Hùng, Vương Đình Hưng, GVHD: TS. Trần Hoàng Linh, *“Bộ Mã Hóa Đường Cong Nghệ 256 Bit Sử Dụng FPGA”*, Luận Văn Tốt Nghiệp Đại Học, Tháng 06 Năm 2019, DTU-182-17
3. Hung Nguyen, Linh Tran, “Design of polynomial NTT and INTT accelerator for Post-Quantum Cryptography CRYSTALS-Kyber”

# DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NIST, “Post-Quantum Cryptography Standardization”, csrc.nist.gov, https://csrc.nist.gov/Projects/post-quantum-cryptography.
2. Bos, Joppe, Léo Ducas, Eike Kiltz, Tancrède Lepoint, Vadim Lyubashevsky, John M. Schanck, Peter Schwabe, Gregor Seiler, and Damien Stehlé, "CRYSTALS-Kyber: a CCA-secure module-lattice-based KEM." In 2018 IEEE European Symposium on Security and Privacy (EuroS&P), pp. 353-367. IEEE, 2018, doi: 10.1109/EuroSP.2018.00032.
3. Intel, “Intel® Data Protection Technology with AES-NI and Secure Key”, <https://www.intel.com/content/www/us/en/architecture-and-technology/advanced-encryption-standard-aes/data-protection-aes-general-technology.html>
4. Eberle, Hans, Nils Gura, Sheueling Chang Shantz, Vipul Gupta, Leonard Rarick, and Shreyas Sundaram. "A public-key cryptographic processor for RSA and ECC." In Proceedings. 15th IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors, 2004., pp. 98-110. IEEE, 2004, doi: [10.1109/ASAP.2004.1342462](https://doi.org/10.1109/ASAP.2004.1342462)
5. Andrzejczak, Michal, Farnoud Farahmand, and Kris Gaj, "Full Hardware Implementation of the Post-Quantum Public-Key Cryptography Scheme Round5." In 2019 International Conference on ReConFigurable Computing and FPGAs (ReConFig), pp. 1-2. IEEE, 2019, doi: 10.1109/ReConFig48160.2019.8994765.
6. Huang, Yiming, Miaoqing Huang, Zhongkui Lei, and Jiaxuan Wu, "A pure hardware implementation of crystals-kyber PQC algorithm through resource reuse." IEICE Electronics Express (2020) ID: 17-20200234, doi: 10.1587/elex.17.20200234.
7. Botros, Leon, Matthias J. Kannwischer, and Peter Schwabe, "Memory-efficient high-speed implementation of Kyber on Cortex-M4." In International Conference on Cryptology in Africa, pp. 209-228. Springer, Cham, 2019, doi: 10.1007/978-3-030-23696-0\_11.
8. Jati, Arpan, Naina Gupta, Anupam Chattopadhyay, and Somitra Kumar Sanadhya, "A Configurable Crystals-Kyber Hardware Implementation with Side-Channel Protection." Cryptology ePrint Archive (2021).
9. Zhao, Yixuan, Zhiteng Chao, Jing Ye, Wen Wang, Yuan Cao, Shuai Chen, Xiaowei Li, and Huawei Li, "Optimization Space Exploration of Hardware Design for CRYSTALS-KYBER." In 2020 IEEE 29th Asian Test Symposium (ATS), pp. 1-6. IEEE, 2020. doi: 10.1109/ATS49688.2020.9301498.
10. Albrecht, Martin R., Christian Hanser, Andrea Hoeller, Thomas Pöppelmann, Fernando Virdia, and Andreas Wallner, "Implementing RLWE-based schemes using an RSA co-processor." Cryptology ePrint Archive (2018).
11. Sanal, Pakize, Emrah Karagoz, Hwajeong Seo, Reza Azarderakhsh, and Mehran Mozaffari-Kermani. "Kyber on ARM64: Compact Implementations of Kyber on 64-bit ARM Cortex-A Processors." Cryptology ePrint Archive (2021).
12. Seo, Hwa-jeong, Hyeok-dong Kwon, Kyoung-bae Jang, and Hyunjun Kim, "Optimized implementation of scalable multi-precision multiplication method on RISC-V processor for high-speed computation of post-quantum cryptography." Journal of the Korea Institute of Information Security & Cryptology 31, no. 3 (2021): 473-480, doi: 10.13089/JKIISC.2021.31.3.473.
13. Xing, Yufei, and Shuguo Li, "A compact hardware implementation of CCA-secure key exchange mechanism CRYSTALS-KYBER on FPGA." IACR Transactions on Cryptographic Hardware and Embedded Systems (2021): 328-356, doi: 10.46586/tches.v2021.i2.328-356.
14. Guo, Wenbo, Shuguo Li, and Liang Kong, "An Efficient Implementation of KYBER." IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs (2021), doi: 10.1109/TCSII.2021.3103184.
15. Bisheh-Niasar, Mojtaba, Reza Azarderakhsh, and Mehran Mozaffari-Kermani, "High-Speed NTT-based Polynomial Multiplication Accelerator for CRYSTALS-Kyber Post-Quantum Cryptography." Cryptol. ePrint Arch., Tech. Rep 563 (2021): 2021.
16. Yarman, Ferhat, Ahmet Can Mert, Erdinç Öztürk, and Erkay Savaş, "A hardware accelerator for polynomial multiplication operation of CRYSTALS-KYBER PQC scheme." In 2021 Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE), pp. 1020-1025. IEEE, 2021, doi: 10.23919/DATE51398.2021.9474139
17. Chen, Zhaohui, Yuan Ma, Tianyu Chen, Jingqiang Lin, and Jiwu Jing, "Towards efficient Kyber on FPGAs: A processor for vector of polynomials." In 2020 25th Asia and South Pacific Design Automation Conference (ASP-DAC), pp. 247-252. IEEE, 2020, doi: 10.1109/ASP-DAC47756.2020.9045459.
18. Zhang, Cong, Dongsheng Liu, Xingjie Liu, Xuecheng Zou, Guangda Niu, Bo Liu, and Quming Jiang, "Towards Efficient Hardware Implementation of NTT for Kyber on FPGAs." In 2021 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), pp. 1-5. IEEE, 2021, doi: 10.1109/ISCAS51556.2021.9401170.
19. Pöppelmann, Thomas, and Tim Güneysu, "Towards efficient arithmetic for lattice-based cryptography on reconfigurable hardware." In International conference on cryptology and information security in Latin America, pp. 139-158. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012, doi: 10.1007/978-3-642-33481-8\_8
20. Linh, Đàm & Hoang, Trong-Thuc & Tú, Bùi & Vũ, Đinh. (2014). “Hiện thực và so sánh các thiết kế FFT 2048 điểm xây dựng trên nền tảng FPGA.”
21. Trương Thị Như Quỳnh, Võ Thị Phương Thảo, Hoàng Trọng Thức & Lê Đức Hùng. (2017). “Thiết kế FFT 2048-điểm trên FPGA dựa trên thuật toán CORDIC xoay góc thích nghi với độ chính xác dấu chấm động đơn”
22. Phạm Ngọc Bách, Nguyễn Văn Hiệp. (2018). “Sử dụng biến đổi nhanh fourier (FFT) nghiên cứu cấu trúc bão và sự phát triển xoáy bão trong sơ đồ ban đầu hóa xoáy động lực “
23. Wikimedia Foundation. (2021, December 9). Public-key cryptography. Wikipedia., from https://en.wikipedia.org/wiki/Public-key\_cryptography
24. Langlois, Adeline, and Damien Stehlé, "Worst-case to average-case reductions for module lattices." Designs, Codes and Cryptography 75, no. 3 (2015): 565-599. Avanzi, Roberto, et al. "CRYSTALS-Kyber algorithm specifications and supporting documentation." *NIST PQC Round* 2.4 (2017), doi: 10.1007/s10623-014-9938-4
25. Avanzi, Roberto, Joppe Bos, Léo Ducas, Eike Kiltz, Tancrède Lepoint, Vadim Lyubashevsky, John M. Schanck, Peter Schwabe, Gregor Seiler, and Damien Stehlé, "CRYSTALS-Kyber algorithm specifications and supporting documentation." NIST PQC Round 2, no. 4 (2017).
26. The Fast Fourier Transform (FFT): Most Ingenious Algorithm Ever?, Reducible, 14 Nov. 2020, https://www.youtube.com/watch?v=h7apO7q16V0. Accessed 2021.
27. Bisheh-Niasar, Mojtaba, Reza Azarderakhsh, and Mehran Mozaffari-Kermani, "A Monolithic Hardware Implementation of Kyber: Comparing Apples to Apples in PQC Candidates." In International Conference on Cryptology and Information Security in Latin America, pp. 108-126. Springer, Cham, 2021, doi: 10.1007/978-3-030-88238-9\_6.
28. Becker, Hanno, Vincent Hwang, Matthias J. Kannwischer, Bo-Yin Yang, and Shang-Yi Yang, "Neon NTT: Faster Dilithium, Kyber, and Saber on Cortex-A72 and Apple M1." Cryptology ePrint Archive (2021).
29. Zhang, Neng, Bohan Yang, Chen Chen, Shouyi Yin, Shaojun Wei, and Leibo Liu, "Highly efficient architecture of NewHope-NIST on FPGA using low-complexity NTT/INTT." IACR Transactions on Cryptographic Hardware and Embedded Systems (2020): 49-72, doi: 10.13154/tches.v2020.i2.49-72.
30. Longa, Patrick, and Michael Naehrig, "Speeding up the number theoretic transform for faster ideal lattice-based cryptography." In International Conference on Cryptology and Network Security, pp. 124-139. Springer, Cham, 2016, doi: 10.1007/978-3-319-48965-0\_8.
31. Intel, "Cyclone V Device Datasheet," CV-51002 datasheet, Nov. 2019.
32. Nguyen, Duc Tri, Viet B. Dang, and Kris Gaj. "High-Level Synthesis in Implementing and Benchmarking Number Theoretic Transform in Lattice-Based Post-Quantum Cryptography Using Software/Hardware Codesign." In ARC, pp. 247-257. 2020. doi: 10.1007/978-3-030-44534-8\_19.
33. Nguyen Trinh, Anh Le Thi Kim, Hung Nguyen, Linh Tran, “Algorithmic TCAM on FPGA with data collision approach”, Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 22, No. 1, 89-96, 2021

# PHỤ LỤC

# Các phần tối ưu cần lưu ý ở phần mềm Quartus

Phiên bản chính dùng để thực hiện nghiên cứu trong bài

# Sơ đồ thiết kế chính theo Quartus

Sơ đồ thiết kế Netlist Viewer cho cái nhìn tổng quan về thiết kế được tổng hợp trên Quartus.

# Phần truy xuất RAM, ROM đầy đủ

Bảng Phần thứ tự truy xuất và thứ tự hệ số phương trình gốc trong bộ nhớ RAM cho NTT

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Cycle #** | **Seq** | **Address** | **A4** | **A3** | **A2** | **A1** |
| **1** | 0 | 0 | 96 | 64 | 32 | 0 |
| **2** | 8 | 1 | 97 | 65 | 33 | 1 |
| **3** | 16 | 2 | 98 | 66 | 34 | 2 |
| **4** | 24 | 3 | 99 | 67 | 35 | 3 |
| **5** | 1 | 4 | 100 | 68 | 36 | 4 |
| **6** | 9 | 5 | 101 | 69 | 37 | 5 |
| **7** | 17 | 6 | 102 | 70 | 38 | 6 |
| **8** | 25 | 7 | 103 | 71 | 39 | 7 |
| **9** | 2 | 8 | 104 | 72 | 40 | 8 |
| **10** | 10 | 9 | 105 | 73 | 41 | 9 |
| **11** | 18 | 10 | 106 | 74 | 42 | 10 |
| **12** | 26 | 11 | 107 | 75 | 43 | 11 |
| **13** | 3 | 12 | 108 | 76 | 44 | 12 |
| **14** | 11 | 13 | 109 | 77 | 45 | 13 |
| **15** | 19 | 14 | 110 | 78 | 46 | 14 |
| **16** | 27 | 15 | 111 | 79 | 47 | 15 |
| **17** | 4 | 16 | 112 | 80 | 48 | 16 |
| **18** | 12 | 17 | 113 | 81 | 49 | 17 |
| **19** | 20 | 18 | 114 | 82 | 50 | 18 |
| **20** | 28 | 19 | 115 | 83 | 51 | 19 |
| **21** | 5 | 20 | 116 | 84 | 52 | 20 |
| **22** | 13 | 21 | 117 | 85 | 53 | 21 |
| **23** | 21 | 22 | 118 | 86 | 54 | 22 |
| **24** | 29 | 23 | 119 | 87 | 55 | 23 |
| **25** | 6 | 24 | 120 | 88 | 56 | 24 |
| **26** | 14 | 25 | 121 | 89 | 57 | 25 |
| **27** | 22 | 26 | 122 | 90 | 58 | 26 |
| **28** | 30 | 27 | 123 | 91 | 59 | 27 |
| **29** | 7 | 28 | 124 | 92 | 60 | 28 |
| **30** | 15 | 29 | 125 | 93 | 61 | 29 |
| **31** | 23 | 30 | 126 | 94 | 62 | 30 |
| **32** | 31 | 31 | 127 | 95 | 63 | 31 |
| **33** | 0 | 0 | 24 | 16 | 8 | 0 |
| **34** | 2 | 1 | 25 | 17 | 9 | 1 |
| **35** | 4 | 2 | 26 | 18 | 10 | 2 |
| **36** | 6 | 3 | 27 | 19 | 11 | 3 |
| **37** | 1 | 4 | 28 | 20 | 12 | 4 |
| **38** | 3 | 5 | 29 | 21 | 13 | 5 |
| **39** | 5 | 6 | 30 | 22 | 14 | 6 |
| **40** | 7 | 7 | 31 | 23 | 15 | 7 |
| **41** | 8 | 8 | 56 | 48 | 40 | 32 |
| **42** | 10 | 9 | 57 | 49 | 41 | 33 |
| **43** | 12 | 10 | 58 | 50 | 42 | 34 |
| **44** | 14 | 11 | 59 | 51 | 43 | 35 |
| **45** | 9 | 12 | 60 | 52 | 44 | 36 |
| **46** | 11 | 13 | 61 | 53 | 45 | 37 |
| **47** | 13 | 14 | 62 | 54 | 46 | 38 |
| **48** | 15 | 15 | 63 | 55 | 47 | 39 |
| **49** | 16 | 16 | 88 | 80 | 72 | 64 |
| **50** | 18 | 17 | 89 | 81 | 73 | 65 |
| **51** | 20 | 18 | 90 | 82 | 74 | 66 |
| **52** | 22 | 19 | 91 | 83 | 75 | 67 |
| **53** | 17 | 20 | 92 | 84 | 76 | 68 |
| **54** | 19 | 21 | 93 | 85 | 77 | 69 |
| **55** | 21 | 22 | 94 | 86 | 78 | 70 |
| **56** | 23 | 23 | 95 | 87 | 79 | 71 |
| **57** | 24 | 24 | 120 | 112 | 104 | 96 |
| **58** | 26 | 25 | 121 | 113 | 105 | 97 |
| **59** | 28 | 26 | 122 | 114 | 106 | 98 |
| **60** | 30 | 27 | 123 | 115 | 107 | 99 |
| **61** | 25 | 28 | 124 | 116 | 108 | 100 |
| **62** | 27 | 29 | 125 | 117 | 109 | 101 |
| **63** | 29 | 30 | 126 | 118 | 110 | 102 |
| **64** | 31 | 31 | 127 | 119 | 111 | 103 |
| **65** | 0 | 0 | 6 | 4 | 2 | 0 |
| **66** | 1 | 1 | 7 | 5 | 3 | 1 |
| **67** | 2 | 2 | 14 | 12 | 10 | 8 |
| **68** | 3 | 3 | 15 | 13 | 11 | 9 |
| **69** | 4 | 4 | 22 | 20 | 18 | 16 |
| **70** | 5 | 5 | 23 | 21 | 19 | 17 |
| **71** | 6 | 6 | 30 | 28 | 26 | 24 |
| **72** | 7 | 7 | 31 | 29 | 27 | 25 |
| **73** | 8 | 8 | 38 | 36 | 34 | 32 |
| **74** | 9 | 9 | 39 | 37 | 35 | 33 |
| **75** | 10 | 10 | 46 | 44 | 42 | 40 |
| **76** | 11 | 11 | 47 | 45 | 43 | 41 |
| **77** | 12 | 12 | 54 | 52 | 50 | 48 |
| **78** | 13 | 13 | 55 | 53 | 51 | 49 |
| **79** | 14 | 14 | 62 | 60 | 58 | 56 |
| **80** | 15 | 15 | 63 | 61 | 59 | 57 |
| **81** | 16 | 16 | 70 | 68 | 66 | 64 |
| **82** | 17 | 17 | 71 | 69 | 67 | 65 |
| **83** | 18 | 18 | 78 | 76 | 74 | 72 |
| **84** | 19 | 19 | 79 | 77 | 75 | 73 |
| **85** | 20 | 20 | 86 | 84 | 82 | 80 |
| **86** | 21 | 21 | 87 | 85 | 83 | 81 |
| **87** | 22 | 22 | 94 | 92 | 90 | 88 |
| **88** | 23 | 23 | 95 | 93 | 91 | 89 |
| **89** | 24 | 24 | 102 | 100 | 98 | 96 |
| **90** | 25 | 25 | 103 | 101 | 99 | 97 |
| **91** | 26 | 26 | 110 | 108 | 106 | 104 |
| **92** | 27 | 27 | 111 | 109 | 107 | 105 |
| **93** | 28 | 28 | 118 | 116 | 114 | 112 |
| **94** | 29 | 29 | 119 | 117 | 115 | 113 |
| **95** | 30 | 30 | 126 | 124 | 122 | 120 |
| **96** | 31 | 31 | 127 | 125 | 123 | 121 |
| **97** | 0 | 0 | 9 | 8 | 1 | 0 |
| **98** | 1 | 1 | 11 | 10 | 3 | 2 |
| **99** | 2 | 2 | 13 | 12 | 5 | 4 |
| **100** | 3 | 3 | 15 | 14 | 7 | 6 |
| **101** | 4 | 4 | 25 | 24 | 17 | 16 |
| **102** | 5 | 5 | 27 | 26 | 19 | 18 |
| **103** | 6 | 6 | 29 | 28 | 21 | 20 |
| **104** | 7 | 7 | 31 | 30 | 23 | 22 |
| **105** | 8 | 8 | 41 | 40 | 33 | 32 |
| **106** | 9 | 9 | 43 | 42 | 35 | 34 |
| **107** | 10 | 10 | 45 | 44 | 37 | 36 |
| **108** | 11 | 11 | 47 | 46 | 39 | 38 |
| **109** | 12 | 12 | 57 | 56 | 49 | 48 |
| **110** | 13 | 13 | 59 | 58 | 51 | 50 |
| **111** | 14 | 14 | 61 | 60 | 53 | 52 |
| **112** | 15 | 15 | 63 | 62 | 55 | 54 |
| **113** | 16 | 16 | 73 | 72 | 65 | 64 |
| **114** | 17 | 17 | 75 | 74 | 67 | 66 |
| **115** | 18 | 18 | 77 | 76 | 69 | 68 |
| **116** | 19 | 19 | 79 | 78 | 71 | 70 |
| **117** | 20 | 20 | 89 | 88 | 81 | 80 |
| **118** | 21 | 21 | 91 | 90 | 83 | 82 |
| **119** | 22 | 22 | 93 | 92 | 85 | 84 |
| **120** | 23 | 23 | 95 | 94 | 87 | 86 |
| **121** | 24 | 24 | 105 | 104 | 97 | 96 |
| **122** | 25 | 25 | 107 | 106 | 99 | 98 |
| **123** | 26 | 26 | 109 | 108 | 101 | 100 |
| **124** | 27 | 27 | 111 | 110 | 103 | 102 |
| **125** | 28 | 28 | 121 | 120 | 113 | 112 |
| **126** | 29 | 29 | 123 | 122 | 115 | 114 |
| **127** | 30 | 30 | 125 | 124 | 117 | 116 |
| **128** | 31 | 31 | 127 | 126 | 119 | 118 |

Bảng Phần thứ tự truy xuất và thứ tự hệ số phương trình gốc trong bộ nhớ RAM cho INTT

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Cycle #** | **Seq** | **Address** | **A4** | **A3** | **A2** | **A1** |
| **1** | 0 | 0 | 9 | 8 | 1 | 0 |
| **2** | 1 | 1 | 11 | 10 | 3 | 2 |
| **3** | 2 | 2 | 13 | 12 | 5 | 4 |
| **4** | 3 | 3 | 15 | 14 | 7 | 6 |
| **5** | 4 | 4 | 25 | 24 | 17 | 16 |
| **6** | 5 | 5 | 27 | 26 | 19 | 18 |
| **7** | 6 | 6 | 29 | 28 | 21 | 20 |
| **8** | 7 | 7 | 31 | 30 | 23 | 22 |
| **9** | 8 | 8 | 41 | 40 | 33 | 32 |
| **10** | 9 | 9 | 43 | 42 | 35 | 34 |
| **11** | 10 | 10 | 45 | 44 | 37 | 36 |
| **12** | 11 | 11 | 47 | 46 | 39 | 38 |
| **13** | 12 | 12 | 57 | 56 | 49 | 48 |
| **14** | 13 | 13 | 59 | 58 | 51 | 50 |
| **15** | 14 | 14 | 61 | 60 | 53 | 52 |
| **16** | 15 | 15 | 63 | 62 | 55 | 54 |
| **17** | 16 | 16 | 73 | 72 | 65 | 64 |
| **18** | 17 | 17 | 75 | 74 | 67 | 66 |
| **19** | 18 | 18 | 77 | 76 | 69 | 68 |
| **20** | 19 | 19 | 79 | 78 | 71 | 70 |
| **21** | 20 | 20 | 89 | 88 | 81 | 80 |
| **22** | 21 | 21 | 91 | 90 | 83 | 82 |
| **23** | 22 | 22 | 93 | 92 | 85 | 84 |
| **24** | 23 | 23 | 95 | 94 | 87 | 86 |
| **25** | 24 | 24 | 105 | 104 | 97 | 96 |
| **26** | 25 | 25 | 107 | 106 | 99 | 98 |
| **27** | 26 | 26 | 109 | 108 | 101 | 100 |
| **28** | 27 | 27 | 111 | 110 | 103 | 102 |
| **29** | 28 | 28 | 121 | 120 | 113 | 112 |
| **30** | 29 | 29 | 123 | 122 | 115 | 114 |
| **31** | 30 | 30 | 125 | 124 | 117 | 116 |
| **32** | 31 | 31 | 127 | 126 | 119 | 118 |
| **33** | 0 | 0 | 6 | 4 | 2 | 0 |
| **34** | 2 | 1 | 7 | 5 | 3 | 1 |
| **35** | 4 | 2 | 14 | 12 | 10 | 8 |
| **36** | 6 | 3 | 15 | 13 | 11 | 9 |
| **37** | 1 | 4 | 22 | 20 | 18 | 16 |
| **38** | 3 | 5 | 23 | 21 | 19 | 17 |
| **39** | 5 | 6 | 30 | 28 | 26 | 24 |
| **40** | 7 | 7 | 31 | 29 | 27 | 25 |
| **41** | 8 | 8 | 38 | 36 | 34 | 32 |
| **42** | 10 | 9 | 39 | 37 | 35 | 33 |
| **43** | 12 | 10 | 46 | 44 | 42 | 40 |
| **44** | 14 | 11 | 47 | 45 | 43 | 41 |
| **45** | 9 | 12 | 54 | 52 | 50 | 48 |
| **46** | 11 | 13 | 55 | 53 | 51 | 49 |
| **47** | 13 | 14 | 62 | 60 | 58 | 56 |
| **48** | 15 | 15 | 63 | 61 | 59 | 57 |
| **49** | 16 | 16 | 70 | 68 | 66 | 64 |
| **50** | 18 | 17 | 71 | 69 | 67 | 65 |
| **51** | 20 | 18 | 78 | 76 | 74 | 72 |
| **52** | 22 | 19 | 79 | 77 | 75 | 73 |
| **53** | 17 | 20 | 86 | 84 | 82 | 80 |
| **54** | 19 | 21 | 87 | 85 | 83 | 81 |
| **55** | 21 | 22 | 94 | 92 | 90 | 88 |
| **56** | 23 | 23 | 95 | 93 | 91 | 89 |
| **57** | 24 | 24 | 102 | 100 | 98 | 96 |
| **58** | 26 | 25 | 103 | 101 | 99 | 97 |
| **59** | 28 | 26 | 110 | 108 | 106 | 104 |
| **60** | 30 | 27 | 111 | 109 | 107 | 105 |
| **61** | 25 | 28 | 118 | 116 | 114 | 112 |
| **62** | 27 | 29 | 119 | 117 | 115 | 113 |
| **63** | 29 | 30 | 126 | 124 | 122 | 120 |
| **64** | 31 | 31 | 127 | 125 | 123 | 121 |
| **65** | 0 | 0 | 24 | 16 | 8 | 0 |
| **66** | 8 | 1 | 25 | 17 | 9 | 1 |
| **67** | 16 | 2 | 26 | 18 | 10 | 2 |
| **68** | 24 | 3 | 27 | 19 | 11 | 3 |
| **69** | 1 | 4 | 28 | 20 | 12 | 4 |
| **70** | 9 | 5 | 29 | 21 | 13 | 5 |
| **71** | 17 | 6 | 30 | 22 | 14 | 6 |
| **72** | 25 | 7 | 31 | 23 | 15 | 7 |
| **73** | 2 | 8 | 56 | 48 | 40 | 32 |
| **74** | 10 | 9 | 57 | 49 | 41 | 33 |
| **75** | 18 | 10 | 58 | 50 | 42 | 34 |
| **76** | 26 | 11 | 59 | 51 | 43 | 35 |
| **77** | 3 | 12 | 60 | 52 | 44 | 36 |
| **78** | 11 | 13 | 61 | 53 | 45 | 37 |
| **79** | 19 | 14 | 62 | 54 | 46 | 38 |
| **80** | 27 | 15 | 63 | 55 | 47 | 39 |
| **81** | 4 | 16 | 88 | 80 | 72 | 64 |
| **82** | 12 | 17 | 89 | 81 | 73 | 65 |
| **83** | 20 | 18 | 90 | 82 | 74 | 66 |
| **84** | 28 | 19 | 91 | 83 | 75 | 67 |
| **85** | 5 | 20 | 92 | 84 | 76 | 68 |
| **86** | 13 | 21 | 93 | 85 | 77 | 69 |
| **87** | 21 | 22 | 94 | 86 | 78 | 70 |
| **88** | 29 | 23 | 95 | 87 | 79 | 71 |
| **89** | 6 | 24 | 120 | 112 | 104 | 96 |
| **90** | 14 | 25 | 121 | 113 | 105 | 97 |
| **91** | 22 | 26 | 122 | 114 | 106 | 98 |
| **92** | 30 | 27 | 123 | 115 | 107 | 99 |
| **93** | 7 | 28 | 124 | 116 | 108 | 100 |
| **94** | 15 | 29 | 125 | 117 | 109 | 101 |
| **95** | 23 | 30 | 126 | 118 | 110 | 102 |
| **96** | 31 | 31 | 127 | 119 | 111 | 103 |
| **97** | 0 | 0 | 96 | 64 | 32 | 0 |
| **98** | 1 | 1 | 97 | 65 | 33 | 1 |
| **99** | 2 | 2 | 98 | 66 | 34 | 2 |
| **100** | 3 | 3 | 99 | 67 | 35 | 3 |
| **101** | 4 | 4 | 100 | 68 | 36 | 4 |
| **102** | 5 | 5 | 101 | 69 | 37 | 5 |
| **103** | 6 | 6 | 102 | 70 | 38 | 6 |
| **104** | 7 | 7 | 103 | 71 | 39 | 7 |
| **105** | 8 | 8 | 104 | 72 | 40 | 8 |
| **106** | 9 | 9 | 105 | 73 | 41 | 9 |
| **107** | 10 | 10 | 106 | 74 | 42 | 10 |
| **108** | 11 | 11 | 107 | 75 | 43 | 11 |
| **109** | 12 | 12 | 108 | 76 | 44 | 12 |
| **110** | 13 | 13 | 109 | 77 | 45 | 13 |
| **111** | 14 | 14 | 110 | 78 | 46 | 14 |
| **112** | 15 | 15 | 111 | 79 | 47 | 15 |
| **113** | 16 | 16 | 112 | 80 | 48 | 16 |
| **114** | 17 | 17 | 113 | 81 | 49 | 17 |
| **115** | 18 | 18 | 114 | 82 | 50 | 18 |
| **116** | 19 | 19 | 115 | 83 | 51 | 19 |
| **117** | 20 | 20 | 116 | 84 | 52 | 20 |
| **118** | 21 | 21 | 117 | 85 | 53 | 21 |
| **119** | 22 | 22 | 118 | 86 | 54 | 22 |
| **120** | 23 | 23 | 119 | 87 | 55 | 23 |
| **121** | 24 | 24 | 120 | 88 | 56 | 24 |
| **122** | 25 | 25 | 121 | 89 | 57 | 25 |
| **123** | 26 | 26 | 122 | 90 | 58 | 26 |
| **124** | 27 | 27 | 123 | 91 | 59 | 27 |
| **125** | 28 | 28 | 124 | 92 | 60 | 28 |
| **126** | 29 | 29 | 125 | 93 | 61 | 29 |
| **127** | 30 | 30 | 126 | 94 | 62 | 30 |
| **128** | 31 | 31 | 127 | 95 | 63 | 31 |

Bảng Thứ tự truy xuất hệ số Twiddle Factor từ ROM cho cấu hình 2 x 2 BU

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Cycle** | **w00** | **w10** | **w11** |
| 1 | 64 | 32 | 96 |
| 2 | 64 | 32 | 96 |
| 3 | 64 | 32 | 96 |
| 4 | 64 | 32 | 96 |
| 5 | 64 | 32 | 96 |
| 6 | 64 | 32 | 96 |
| 7 | 64 | 32 | 96 |
| 8 | 64 | 32 | 96 |
| 9 | 64 | 32 | 96 |
| 10 | 64 | 32 | 96 |
| 11 | 64 | 32 | 96 |
| 12 | 64 | 32 | 96 |
| 13 | 64 | 32 | 96 |
| 14 | 64 | 32 | 96 |
| 15 | 64 | 32 | 96 |
| 16 | 64 | 32 | 96 |
| 17 | 64 | 32 | 96 |
| 18 | 64 | 32 | 96 |
| 19 | 64 | 32 | 96 |
| 20 | 64 | 32 | 96 |
| 21 | 64 | 32 | 96 |
| 22 | 64 | 32 | 96 |
| 23 | 64 | 32 | 96 |
| 24 | 64 | 32 | 96 |
| 25 | 64 | 32 | 96 |
| 26 | 64 | 32 | 96 |
| 27 | 64 | 32 | 96 |
| 28 | 64 | 32 | 96 |
| 29 | 64 | 32 | 96 |
| 30 | 64 | 32 | 96 |
| 31 | 64 | 32 | 96 |
| 32 | 64 | 32 | 96 |
| 33 | 16 | 8 | 72 |
| 34 | 16 | 8 | 72 |
| 35 | 16 | 8 | 72 |
| 36 | 16 | 8 | 72 |
| 37 | 16 | 8 | 72 |
| 38 | 16 | 8 | 72 |
| 39 | 16 | 8 | 72 |
| 40 | 16 | 8 | 72 |
| 41 | 80 | 40 | 104 |
| 42 | 80 | 40 | 104 |
| 43 | 80 | 40 | 104 |
| 44 | 80 | 40 | 104 |
| 45 | 80 | 40 | 104 |
| 46 | 80 | 40 | 104 |
| 47 | 80 | 40 | 104 |
| 48 | 80 | 40 | 104 |
| 49 | 48 | 24 | 88 |
| 50 | 48 | 24 | 88 |
| 51 | 48 | 24 | 88 |
| 52 | 48 | 24 | 88 |
| 53 | 48 | 24 | 88 |
| 54 | 48 | 24 | 88 |
| 55 | 48 | 24 | 88 |
| 56 | 48 | 24 | 88 |
| 57 | 112 | 56 | 120 |
| 58 | 112 | 56 | 120 |
| 59 | 112 | 56 | 120 |
| 60 | 112 | 56 | 120 |
| 61 | 112 | 56 | 120 |
| 62 | 112 | 56 | 120 |
| 63 | 112 | 56 | 120 |
| 64 | 112 | 56 | 120 |
| 65 | 4 | 2 | 66 |
| 66 | 4 | 2 | 66 |
| 67 | 68 | 34 | 98 |
| 68 | 68 | 34 | 98 |
| 69 | 36 | 18 | 82 |
| 70 | 36 | 18 | 82 |
| 71 | 100 | 50 | 114 |
| 72 | 100 | 50 | 114 |
| 73 | 20 | 10 | 74 |
| 74 | 20 | 10 | 74 |
| 75 | 84 | 42 | 106 |
| 76 | 84 | 42 | 106 |
| 77 | 52 | 26 | 90 |
| 78 | 52 | 26 | 90 |
| 79 | 116 | 58 | 122 |
| 80 | 116 | 58 | 122 |
| 81 | 12 | 6 | 70 |
| 82 | 12 | 6 | 70 |
| 83 | 76 | 38 | 102 |
| 84 | 76 | 38 | 102 |
| 85 | 44 | 22 | 86 |
| 86 | 44 | 22 | 86 |
| 87 | 108 | 54 | 118 |
| 88 | 108 | 54 | 118 |
| 89 | 28 | 14 | 78 |
| 90 | 28 | 14 | 78 |
| 91 | 92 | 46 | 110 |
| 92 | 92 | 46 | 110 |
| 93 | 60 | 30 | 94 |
| 94 | 60 | 30 | 94 |
| 95 | 124 | 62 | 126 |
| 96 | 124 | 62 | 126 |
| 97 |  | 9 | 1 |
| 98 |  | 11 | 3 |
| 99 |  | 13 | 5 |
| 100 |  | 15 | 7 |
| 101 |  | 25 | 17 |
| 102 |  | 27 | 19 |
| 103 |  | 29 | 21 |
| 104 |  | 31 | 23 |
| 105 |  | 41 | 33 |
| 106 |  | 43 | 35 |
| 107 |  | 45 | 37 |
| 108 |  | 47 | 39 |
| 109 |  | 57 | 49 |
| 110 |  | 59 | 51 |
| 111 |  | 61 | 53 |
| 112 |  | 63 | 55 |
| 113 |  | 73 | 65 |
| 114 |  | 75 | 67 |
| 115 |  | 77 | 69 |
| 116 |  | 79 | 71 |
| 117 |  | 89 | 81 |
| 118 |  | 91 | 83 |
| 119 |  | 93 | 85 |
| 120 |  | 95 | 87 |
| 121 |  | 105 | 97 |
| 122 |  | 107 | 99 |
| 123 |  | 109 | 101 |
| 124 |  | 111 | 103 |
| 125 |  | 121 | 113 |
| 126 |  | 123 | 115 |
| 127 |  | 125 | 117 |
| 128 |  | 127 | 119 |

Bảng Bảng giá trị Twiddle Factor

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **STT** |  |  |  |  |
| **0** | 1 | 1 | 2285 | 2285 |
| **1** | 892 | 2549 | 872 | 2044 |
| **2** | 1848 | 2304 | 1508 | 1491 |
| **3** | 1455 | 723 | 2333 | 871 |
| **4** | 1432 | 630 | 3042 | 1422 |
| **5** | 1041 | 1212 | 1779 | 3021 |
| **6** | 1052 | 2617 | 282 | 961 |
| **7** | 1239 | 2308 | 1465 | 644 |
| **8** | 1089 | 2094 | 1602 | 1017 |
| **9** | 1868 | 319 | 602 | 3193 |
| **10** | 1795 | 1977 | 247 | 3321 |
| **11** | 554 | 2662 | 870 | 587 |
| **12** | 2760 | 1919 | 1474 | 622 |
| **13** | 314 | 1092 | 1755 | 1799 |
| **14** | 2009 | 1435 | 3203 | 3239 |
| **15** | 863 | 1651 | 1187 | 778 |
| **16** | 1355 | 2447 | 205 | 2004 |
| **17** | 3061 | 2298 | 156 | 1097 |
| **18** | 2102 | 331 | 2652 | 652 |
| **19** | 2444 | 2761 | 1807 | 430 |
| **20** | 1600 | 1729 | 758 | 2571 |
| **21** | 568 | 885 | 2899 | 1522 |
| **22** | 2998 | 1227 | 2677 | 677 |
| **23** | 1031 | 268 | 2232 | 3173 |
| **24** | 882 | 1974 | 1325 | 3124 |
| **25** | 1678 | 2466 | 2551 | 2142 |
| **26** | 1894 | 1320 | 90 | 126 |
| **27** | 2237 | 3015 | 1530 | 1574 |
| **28** | 1410 | 569 | 2707 | 1855 |
| **29** | 667 | 2775 | 2742 | 2459 |
| **30** | 1352 | 1534 | 8 | 3082 |
| **31** | 3010 | 1461 | 136 | 2727 |
| **32** | 1235 | 2240 | 2312 | 1727 |
| **33** | 1021 | 2090 | 2685 | 1864 |
| **34** | 712 | 2277 | 2368 | 3047 |
| **35** | 2117 | 2288 | 308 | 1550 |
| **36** | 2699 | 1897 | 1907 | 287 |
| **37** | 2606 | 1874 | 2458 | 996 |
| **38** | 1025 | 1481 | 1838 | 1821 |
| **39** | 780 | 2437 | 1285 | 2457 |
| **40** | 3273 | 535 | 1871 | 732 |
| **41** | 2377 | 2773 | 1846 | 1218 |
| **42** | 461 | 2513 | 1421 | 3009 |
| **43** | 1179 | 3281 | 854 | 177 |
| **44** | 69 | 193 | 1202 | 1577 |
| **45** | 1173 | 403 | 460 | 2051 |
| **46** | 3296 | 807 | 1162 | 3058 |
| **47** | 2768 | 2789 | 3109 | 1159 |
| **48** | 450 | 1339 | 2918 | 264 |
| **49** | 992 | 2037 | 3000 | 603 |
| **50** | 219 | 3253 | 1065 | 2777 |
| **51** | 394 | 583 | 1460 | 555 |
| **52** | 40 | 2580 | 1517 | 2970 |
| **53** | 680 | 2110 | 2486 | 958 |
| **54** | 1573 | 2474 | 2314 | 448 |
| **55** | 109 | 733 | 2719 | 418 |
| **56** | 1853 | 2393 | 2946 | 1787 |
| **57** | 1540 | 2099 | 147 | 2455 |
| **58** | 2877 | 2865 | 2499 | 1711 |
| **59** | 2303 | 756 | 2535 | 3038 |
| **60** | 2532 | 2786 | 3147 | 962 |
| **61** | 3096 | 1143 | 235 | 1819 |
| **62** | 2697 | 1438 | 666 | 107 |
| **63** | 2572 | 1847 | 1335 | 2552 |
| **64** | 447 | 3046 | 2721 | 2500 |
| **65** | 941 | 375 | 2980 | 1322 |
| **66** | 2681 | 1197 | 725 | 2036 |
| **67** | 2300 | 1637 | 2338 | 2078 |
| **68** | 2481 | 2642 | 3127 | 1493 |
| **69** | 2229 | 1722 | 3224 | 3221 |
| **70** | 1274 | 2647 | 1544 | 2931 |
| **71** | 1684 | 939 | 2945 | 1739 |
| **72** | 1996 | 1426 | 130 | 2648 |
| **73** | 642 | 1063 | 2210 | 2114 |
| **74** | 927 | 650 | 951 | 516 |
| **75** | 2443 | 1409 | 2851 | 422 |
| **76** | 1583 | 1062 | 1861 | 3158 |
| **77** | 279 | 2804 | 1676 | 2144 |
| **78** | 1414 | 2319 | 1860 | 2476 |
| **79** | 735 | 1703 | 1659 | 3083 |
| **80** | 2508 | 296 | 1571 | 573 |
| **81** | 2688 | 1584 | 75 | 817 |
| **82** | 2419 | 289 | 1275 | 1223 |
| **83** | 1175 | 17 | 1701 | 2226 |
| **84** | 1 | 1 | 2285 | 2285 |
| **85** | 17 | 1175 | 2226 | 1701 |
| **86** | 289 | 2419 | 1223 | 1275 |
| **87** | 1584 | 2688 | 817 | 75 |
| **88** | 296 | 2508 | 573 | 1571 |
| **89** | 1703 | 735 | 3083 | 1659 |
| **90** | 2319 | 1414 | 2476 | 1860 |
| **91** | 2804 | 279 | 2144 | 1676 |
| **92** | 1062 | 1583 | 3158 | 1861 |
| **93** | 1409 | 2443 | 422 | 2851 |
| **94** | 650 | 927 | 516 | 951 |
| **95** | 1063 | 642 | 2114 | 2210 |
| **96** | 1426 | 1996 | 2648 | 130 |
| **97** | 939 | 1684 | 1739 | 2945 |
| **98** | 2647 | 1274 | 2931 | 1544 |
| **99** | 1722 | 2229 | 3221 | 3224 |
| **100** | 2642 | 2481 | 1493 | 3127 |
| **101** | 1637 | 2300 | 2078 | 2338 |
| **102** | 1197 | 2681 | 2036 | 725 |
| **103** | 375 | 941 | 1322 | 2980 |
| **104** | 3046 | 447 | 2500 | 2721 |
| **105** | 1847 | 2572 | 2552 | 1335 |
| **106** | 1438 | 2697 | 107 | 666 |
| **107** | 1143 | 3096 | 1819 | 235 |
| **108** | 2786 | 2532 | 962 | 3147 |
| **109** | 756 | 2303 | 3038 | 2535 |
| **110** | 2865 | 2877 | 1711 | 2499 |
| **111** | 2099 | 1540 | 2455 | 147 |
| **112** | 2393 | 1853 | 1787 | 2946 |
| **113** | 733 | 109 | 418 | 2719 |
| **114** | 2474 | 1573 | 448 | 2314 |
| **115** | 2110 | 680 | 958 | 2486 |
| **116** | 2580 | 40 | 2970 | 1517 |
| **117** | 583 | 394 | 555 | 1460 |
| **118** | 3253 | 219 | 2777 | 1065 |
| **119** | 2037 | 992 | 603 | 3000 |
| **120** | 1339 | 450 | 264 | 2918 |
| **121** | 2789 | 2768 | 1159 | 3109 |
| **122** | 807 | 3296 | 3058 | 1162 |
| **123** | 403 | 1173 | 2051 | 460 |
| **124** | 193 | 69 | 1577 | 1202 |
| **125** | 3281 | 1179 | 177 | 854 |
| **126** | 2513 | 461 | 3009 | 1421 |
| **127** | 2773 | 2377 | 1218 | 1846 |

# Các thuật ngữ được sử dụng

|  |  |
| --- | --- |
| **Thuật ngữ** | **Định nghĩa** |
| NTT | Number Theoretic Transform |
| INTT | Inverse Number Theoretic Transform hay còn được viết là |
| FFT/IFFT | Fast Fourier Transform |
| NTT/FFT layer/lớp | Số lớp chỉ tất cả các phép toán trên cũng một tầng trên cây tính toán NTT/FFT. Khi nói đến gộp lớp, ý chỉ là thực hiện nhiều tính toán trên nhiều tầng khác nhau dùng nhiều BU |
| Rút gọn Modulo | Trong mã hóa điện tử, số học luôn luôn thực hiện trên các số nguyên. Mặc dù tất cả các giá trị này phải được biểu diễn theo modulo *q*, tại một số thời điểm các số nguyên có thể trở nên lớn đến mức chúng sẽ làm tràn thanh ghi.  Một bước giảm làm cho các số nhỏ trở lại, nhưng đảm bảo duy trì rằng chúng vẫn giữ nguyên giá trị modulo *q* gọi là phép rút gọn Modulo.  Thông thường, hai thuật toán khác nhau được sử dụng: Barett và Montgomery. |
| Butterfly Unit (BU) | Là khối tính toán của FFT/IFFT, hay còn có định nghĩa là tính toán DIT và DIF |
| Miền thời gian (Time Domain) |  |
| *q* | Số Modulo giới hạn vành. Trong trường hợp của Kyber, *q = 3329.* |
| *n* | Độ dài đa thức, trường hợp Kyber,  *n = 256* |
| n-th primitive root of unity | Gốc hội tụ nguyên thủy thứ n hay n-th primitive root of unity trong miền là một số sao cho . |
| Twiddle Factor | Một thuật ngữ chỉ một số là kết quả của phép mũ của primitive root of unity với một số nguyên dương. |
| Miền NTT/ Miền tần số | Miền NTT là miền mà các kết quả thuộc về sau khi qua phép biến đổi NTT.  Miền tần số, miền thời gian là một cách gọi quen thuộc của phép toán FFT/IFFT phổ biến. |
| Miền thời gian | Miền gốc ban đầu, chưa qua biến đổi NTT |