Dasar-Dasar Logika

Pentingkah Logika?

- Banyak teorema di dalam Ilmu Komputer/Informatika yang membutuhkan pemahaman logika.

- Contoh:

1. Dua buah bilangan bulat a dan b dikatakan relatif prima jika $gcd(a, b) = 1$.

2. Syarat cukup graf dengan n simpul mempunyai sirkuit Hamilton adalah derajat tiap simpul $\geq n/2$.

3. $A=B$ jika dan hanya jika $C=D$.

- Pondasi dasar algoritma dan pemrograman.

- Contoh:

```
if x > y then
 begin
    temp:=x;
    x:=y;
    y:=temp;
 end;
```

Proposisi

- Logika didasarkan pada pada hubungan antara kalimat pernyataan (*statements*).

- Hanya kalimat yang bernilai benar atau salah saja yang menjadi tinjauan → **proposisi**

- **Proposisi**: pernyataan yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.

- Proposisi dilambangkan dengan huruf kecil *p*, *q*, *r*,..

Contoh

"y > 7"

"Tolong untuk tidak ribut selama kuliah"

"Sekarang tahun 2017 dan 31 < 8."

Apakah ini sebuah pernyataan?

Apakah ini sebuah proposisi?

$$\text{“}y > 7\text{”}$$

Apakah ini sebuah pernyataan? YA

Apakah ini sebuah proposisi? TIDAK

Nilai kebenaran dari pernyataan tersebut bergantung pada y, tapi nilainya belum ditentukan.

Pernyataan jenis ini kita sebut sebagai **fungsi proposisi** atau **kalimat terbuka**.

"Tolong untuk tidak rebut selama kuliah"

Apakah ini sebuah pernyataan? TIDAK

Ini adalah sebuah permintaan.

Apakah ini sebuah proposisi? TIDAK

Hanya pernyataanlah yang bisa menjadi proposisi.

Kesimpulan: Proposisi adalah kalimat berita

Contoh-contoh proposisi lainnya:

(a) 13 adalah bilangan ganjil

(b) Hari ini adalah hari Rabu

(c) $1 + 1 = 2$

(d) $8 \geq$ akar kuadrat dari $8 + 8$

(e) Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka $2n$ adalah bilangan genap

(f) $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil

Contoh-contoh di bawah ini *bukan* proposisi

(a) Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?

(b) Isilah gelas tersebut dengan air!

(c) $x + 3 = 8$

(d) $x > 3$

- Pernyataan yang melibatkan peubah (*variable*) disebut **predikat**, **kalimat terbuka**, atau **fungsi proposisi**

  Contoh: “ $x > 3$”, “$y = x + 10$”

  Notasi: $P(x)$, misalnya $P(x)$: $x > 3$

- Predikat dengan *quantifier*: $\forall x\, P(x)$

Bentuk-bentuk Proposisi

- Proposisi dapat dinyatakan dalam empat bentuk:
    1. Proposisi atomik
    2. Proposisi majemuk
    3. Implikasi
    4. Bi-implikasi

Proposisi Atomik

- Proposisi tunggal

- Contoh:

(a) Orang Indonesia belum tentu bisa Bahasa Indonesia

(b) $2n$ selalu genap untuk n=0, 1, 2, …

Proposisi Majemuk

- Misalkan *p* dan *q* adalah proposisi atomik.
- Ada empat macam proposisi majemuk:

1. **Konjungsi** (*conjunction*): *p* dan *q*
   Notasi $p \wedge q$,
2. **Disjungsi** (*disjunction*): *p* atau *q*
   Notasi: $p \vee q$
3. **Ingkaran** (*negation*) dari *p*: tidak *p*
   Notasi: $\sim p$
4. **Disjungsi eksklusif**: *p* atau *q* tapi bukan keduanya
   Notasi: $p \oplus q$

Contoh-contoh proposisi majemuk:

p : Hari ini hujan

q : Siswa masuk sekolah

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan siswa masuk sekolah

semakna dengan

Hari ini hujan namun siswa masuk sekolah

$\sim p$: Tidak benar hari ini hujan

(atau: Hari ini *tidak* hujan)

p : Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun

q : Pemilih dalam Pilkada sudah menikah

$p \vee q$: Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun atau sudah menikah

Latihan. Diketahui proposisi-proposisi berikut:

p : Mahasiswa itu tinggi
q : Mahasiswa itu pendiam

Nyatakan dalam bentuk simbolik:

(a) Mahasiswa itu tinggi dan pendiam
(b) Mahasiswa itu tinggi tapi banyak bicara
(c) Mahasiswa itu tidak tinggi maupun pendiam
(d) Tidak benar bahwa mahasiswa itu pendek atau banyak bicara
(e) Mahasiswa itu tinggi, atau pendek dan pendiam
(f) Tidak benar bahwa mahasiswa itu pendek maupun pendiam

Penyelesaian:

(a) $p \wedge q$
(b) $p \wedge \sim q$
(c) $\sim p \wedge \sim q$
(d) $\sim(\sim p \vee \sim q)$
(e) $p \vee (\sim p \wedge q)$
(f) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

Tabel Kebenaran

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	$\sim p$
T	F
F	T

Disjungsi Eksklusif

Kata "atau" (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:

1. Inclusive or

"atau" berarti "*p* atau *q* atau keduanya"

Contoh: "Tenaga IT yang dibutuhkan harus menguasai Bahasa C++ **atau** Java".

2. Exclusive or

"atau" berarti "*p* atau *q* tetapi bukan keduanya".

Contoh: "Ia dihukum 5 tahun **atau** denda 10 juta".

Operator logika disjungsi eksklusif: *xor*

Notasi: $\oplus$

Tabel kebenaran:

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

- Nilai kebenaran proposisi majemuk dapat ditentukan dengan menggunakan “tabel kebenaran”
- Contoh proposisi majemuk: $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
- Tabel kebenaran:

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

- Proposisi majemuk disebut **tautologi** jika ia benar untuk semua kasus

- Proposisi majemuk disebut **kontradiksi** jika ia salah untuk semua kasus.

$p \vee \sim(p \wedge q)$ adalah sebuah tautologi

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ adalah sebuah kontradiksi

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

Dua buah proposisi majemuk, $P(p, q, ..)$ dan $Q(p, q, ..)$ disebut **ekivalen** secara logika jika keduanya mempunyai tabel kebenaran yang identik.

Notasi: $P(p, q, \ldots) \Leftrightarrow Q(p, q, \ldots)$

Contoh. Hukum De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

Hukum-hukum Logika

Disebut juga **hukum-hukum aljabar proposisi**.

1. Hukum identitas: – $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$ – $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$	2. Hukum *null*/dominasi: – $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$ – $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$
3. Hukum negasi: – $p \vee {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{T}$ – $p \wedge {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{F}$	4. Hukum idempoten: – $p \vee p \Leftrightarrow p$ – $p \wedge p \Leftrightarrow p$
5. Hukum involusi (negasi ganda): – ${\sim}({\sim}\mathrm{p}) \Leftrightarrow p$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): – $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ – $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

7. Hukum komutatif: – $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ – $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	8. Hukum asosiatif: – $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ – $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
9. Hukum distributif: – $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ – $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	10. Hukum De Morgan: – $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ – $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Latihan. Tunjukkan bahwa $p \vee {\sim}(p \vee q) \Leftrightarrow p \vee {\sim}q$

Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
p \vee {\sim}(p \vee q) &\Leftrightarrow p \vee ({\sim}p \wedge {\sim}q) && \text{(Hukum De Morgan)} \\
&\Leftrightarrow (p \vee {\sim}p) \wedge (p \vee {\sim}q) && \text{(Hukum distributif)} \\
&\Leftrightarrow \mathrm{T} \wedge (p \vee {\sim}q) && \text{(Hukum negasi)} \\
&\Leftrightarrow p \vee {\sim}q && \text{(Hukum identitas)}
\end{aligned}
$$

Latihan. Buktikan hukum penyerapan: $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

<u>Penyelesaian</u>:

$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee \mathrm{F}) \wedge (p \vee q)$ (Hukum Identitas)

$\Leftrightarrow p \vee (\mathrm{F} \wedge q)$ (Hukum distributif)

$\Leftrightarrow p \vee \mathrm{F}$ (Hukum *Null*)

$\Leftrightarrow p$ (Hukum Identitas)

Latihan

Diberikan pernyataan “Tidak benar bahwa dia belajar Algoritma tetapi tidak belajar Matematika”.

(a) Nyatakan pernyataan di atas dalam notasi simbolik (ekspresi logika)

(b) Berikan pernyataan yang ekivalen secara logika dengan pernyataan tsb (Petunjuk: gunakan hukum De Morgan)

Penyelesaian

Misalkan

p : Dia belajar Algoritma

q : Dia belajar Matematika

maka,

(a) Tidak benar bahwa dia belajar Algoritma tetapi tidak belajar Matematika: $\sim (p \wedge \sim q)$

(b) $\sim (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$ (Hukum De Morgan)

dengan kata lain: "Dia tidak belajar Algoritma atau belajar Matematika"

Implikasi

- Disebut juga proposisi bersyarat
- Bentuk proposisi: “jika p, maka q”
- Notasi: $p \to q$

- p disebut **hipotesis**, **antesenden**, **premis**, atau **kondisi**
- q disebut **konklusi** (atau **konsekuen**).

Contoh-contoh implikasi

a. Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah dari Ayah
b. Jika suhu mencapai 80°C, maka *alarm* akan berbunyi
c. Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri

Tabel kebenaran implikasi

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Penjelasan (dengan contoh)

Dosen: “Jika nilai ujian akhir anda 80 atau lebih, maka anda akan mendapat nilai A untuk kuliah ini”.

Apakah dosen anda mengatakan kebenaran atau dia berbohong? Tinjau empat kasus berikut ini:

Kasus 1: Nilai ujian akhir anda di atas 80 (hipotesis benar) dan anda mendapat nilai A untuk kuliah tersebut(konklusi benar).

$\therefore$ pernyataan dosen benar.

Kasus 2: Nilai ujian akhir anda di atas 80 (hipotesis benar) tetapi anda tidak mendapat nilai A (konklusi salah).

$\therefore$ dosen berbohong (pernyataannya salah).

Kasus 3: Nilai ujian akhir anda di bawah 80 (hipotesis salah) dan anda mendapat nilai A (konklusi benar).

$\therefore$ dosen anda tidak dapat dikatakan salah (Mungkin ia melihat kemampuan anda secara rata-rata bagus sehingga ia tidak ragu memberi nilai A).

Kasus 4: Nilai ujian akhir anda di bawah 80 (hipotesis salah) dan anda tidak mendapat nilai A (konklusi salah).

$\therefore$ dosen anda benar.

- Perhatikan bahwa dalam implikasi yang dipentingkan nilai kebenaran premis dan konsekuen, bukan hubungan sebab dan akibat diantara keduanya.

- Beberapa implikasi di bawah ini valid meskipun secara bahasa tidak mempunyai makna:

  “Jika 1 + 1 = 2 maka Paris ibukota Perancis”

  “Jika *n* bilangan bulat maka hari ini hujan”

Cara-cara mengekspresikan implikasi $p \rightarrow q$:

- Jika p, maka q (*if p, then q*)
- Jika p, q (*if p, q*)
- p mengakibatkan q (*p implies q*)
- q jika p (*q if p*)
- p hanya jika q (*p only if q*)
- p syarat cukup untuk q (*p is sufficient condition for q*)
- q syarat perlu bagi p (*q is necessary condition for q*)
- q bilamana p (*q whenever p*)
- q mengikuti dari p (*q follows from p*)

Contoh. Proposisi-proposisi berikut adalah implikasi dalam berbagai bentuk:

1. Jika hari hujan, maka tanaman akan tumbuh subur.
2. Jika tekanan gas diperbesar, mobil melaju kencang.
3. Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
4. Orang itu mau berangkat jika ia diberi ongkos jalan.
5. Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal hanya jika ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.
6. Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
7. Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
8. Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi.

Latihan.

Ubahlah proposisi di bawah ini dalam bentuk standard “jika *p* maka *q*”:

1) Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.

2) Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

Jawaban

1) Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.”

Ingat: $p \rightarrow q$ **dapat dibaca** p syarat cukup untuk q

Susun sesuai format:

Percikan api dari rokok adalah syarat cukup agar pom bensin meledak.”

Identifikasi proposisi atomik:

p : Api memercik dari rokok

q : Pom bensin meledak

Notasi standard: Jika p, maka q

Jika api memercik dari rokok, maka pom bensin meledak.

2) Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

Ingat: $p \rightarrow q$ **dapat dibaca** q syarat perlu untuk p

Susun sesuai format:

Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia

Identifikasi proposisi atomik:

q: Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan

p: Indonesia ikut Piala Dunia

Notasi standard: Jika p, maka q

Jika Indonesia ikut Piala Dunia, maka Indonesia mengontrak pemain asing kenaman.

- Implikasi Dalam Bahasa Pemrograman

```
if c then S
```

`c`: ekspresi logika yang menyatakan syarat/kondisi
`S`: satu atau lebih pernyataan.

`S` dieksekusi jika `c` benar,
`S` tidak dieksekusi jika `c` salah.

- Struktur *if-then* pada bahasa pemrograman berbeda dengan implikasi *if-then* yang digunakan dalam logika.
- Pernyataan *if-then* dalam bahasa pemrograman bukan proposisi karena tidak ada korespondensi antara pernyataan tersebut dengan operator implikasi ($\rightarrow$).
- *Interpreter* atau *compiler* tidak melakukan penilaian kebenaran pernyataan *if-then* secara logika. *Interpreter* hanya memeriksa kebenaran kondisi `c`, jika `c` benar maka `S` dieksekusi, sebaliknya jika `c` salah maka `S` tidak dieksekusi.

Contoh. Misalkan di dalam sebuah program yang ditulis dalam Bahasa Pascal terdapat pernyataan berikut:

```
if x > y then y:=x+10;
```

Berapa nilai *y* setelah pelaksanaan eksekusi if-then jika:

(i) $x = 2$, $y = 1$

(ii) $x = 3$, $y = 5$?

Penyelesaian:

(i) `x = 2` dan `y = 1`

Ekspresi `x > y` bernilai benar

Pernyataan `y:=x+10` dilaksanakan

Nilai *y* sekarang menjadi $y = 2 + 10 = 12$.

(ii) `x = 3` dan `y = 5`

Ekspresi `x > y` bernilai salah

Pernyataan `y:=x+10` tidak dilakukan

Nilai `y` tetap seperti sebelumnya, yaitu 5.

Ekivalensi bentuk $p \rightarrow q$

- Implikasi $p \rightarrow q$ ekivalen dengan $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	**T**	**T**
T	F	F	**F**	**F**
F	T	T	**T**	**T**
F	F	T	**T**	**T**

- Kita dapat membuat negasi dari implikasi dengan menggunakan bentuk ekivalensinya tersebut:

$$\sim (p \rightarrow q) \ \Leftrightarrow \sim (\sim p \vee q) \ \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

- Contoh: Jika anda berusia 17 tahun, maka anda boleh memiliki SIM

  Negasinya: Anda berusia 17 tahun tetapi anda tidak boleh memiliki SIM.

Varian Proposisi Bersyarat

Konvers (kebalikan): $q \rightarrow p$

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Implikasi $p \rightarrow q$	Konvers $q \rightarrow p$	Invers $\sim p \rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Contoh. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari:

"Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya"

<u>Penyelesaian</u>:

Konvers : Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil

Invers : Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya

Kontraposisi: Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil

Latihan. Tentukan kontraposisi dari pernyataan:

(a) Jika dia bersalah maka ia dimasukkan ke dalam penjara.
(b) Jika 6 lebih besar dari 0 maka 6 bukan bilangan negatif.
(c) Iwan lulus ujian hanya jika ia belajar.
(d) Hanya jika ia tdk terlambat maka ia akan mendapat pekerjaan.
(e) Perlu ada angin agar layang-layang bisa terbang.
(f) Cukup hari hujan agar hari ini dingin.

Penyelesaian:

(a) Jika ia tidak dimasukkan ke dalam penjara, maka ia tidak bersalah.

(b) Jika 6 bilangan negatif, maka 6 tidak lebih besar dari 0.

(c) "Jika Iwan lulus ujian maka ia sudah belajar".
Kontraposisi: "Jika Iwan tidak belajar maka ia tidak lulus ujian"

(d) "Jika ia mendapat pekerjaan maka ia tidak terlambat"
Kontraposisi: "Jika ia terlambat maka ia tidak akan mendapat pekerjaan itu"

(e) "Ada angin adalah syarat perlu agar layang-layang bisa terbang" ekivalen dengan "Jika layang-layang bisa terbang maka hari ada angin". Kontraposisi: "Jika hari tidak ada angin, maka layang-layang tidak bisa terbang".

(f) "Hari hujan adalah syarat cukup agar hari ini dingin",
Ekivalen dengan "Jika hari hujan maka hari ini dingin".
Kontraposisi: "Jika hari ini tidak dingin maka hari tidak hujan".

Bi-implikasi

- Bentuk proposisi: “p jika dan hanya jika q”
- Notasi: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

- $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

- Dengan kata lain, pernyataan "*p* jika dan hanya jika *q*" dapat dibaca "Jika *p* maka *q* dan jika *q* maka *p*".

- Contoh teorema dalam bentuk biimplikasi:

Teorema: $|x| < a$ jika dan hanya jika $-a < x < a$, yang dalam hal ini $a > 0$

- Cara-cara menyatakan bikondisional $p \leftrightarrow q$:
  (a) p jika dan hanya jika q.
  (b) p adalah syarat perlu dan cukup untuk q.
  (c) Jika p maka q, dan sebaliknya.
  (d) p *iff* q

Contoh. Proposisi majemuk berikut adalah bi-implikasi:

(a) 1 + 1 = 2 jika dan hanya jika 2 + 2 = 4.

(b) Syarat cukup dan syarat perlu agar hari hujan adalah kelembaban udara tinggi.

(c) Jika anda orang kaya maka anda mempunyai banyak uang, dan sebaliknya.

(d) Bandung terletak di Jawa Barat *iff* Jawa Barat adalah sebuah propinsi di Indonesia.

- Bila dua proposisi majemuk yang ekivalen di-bikondisionalkan, maka hasilnya adalah tautologi.

Teorema:

- Dua buah proposisi majemuk, $P(p, q, ..)$ dan $Q(p, q, ..)$ disebut ekivalen secara logika, dilambangkan dengan $P(p, q, \ldots) \Leftrightarrow Q(p, q, \ldots)$, jika $P \leftrightarrow Q$ adalah tautologi.

Argumen

- Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai

$$
\begin{array}{ll}
 & p_1 \\
 & p_2 \\
 & \vdots \\
 & p_n \\
\hline
\therefore & q
\end{array}
$$

yang dalam hal ini, p_1, p_2, …, p_n disebut hipotesis (atau premis), dan q disebut konklusi.

- Sering ditulis dalam bentuk: $p_1, p_2, ..., p_n \Rightarrow q$

- Konklusi biasanya ditandai dengan kata “Jadi”, “Oleh karen itu”, “Dengan demikian, “, dll

Definisi. Sebuah argumen dikatakan sahih jika konklusi benar bilamana semua hipotesisnya benar; sebaliknya argumen dikatakan palsu (*fallacy* atau *invalid*).

Jika argumen sahih, maka kadang-kadang kita mengatakan bahwa secara logika konklusi mengikuti hipotesis atau sama dengan memperlihatkan bahwa implikasi

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

adalah benar (yaitu, sebuah tautologi). Argumen yang palsu menunjukkan proses penalaran yang tidak benar.

Latihan

Perlihatkan bahwa argumen berikut:

Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang.

adalah sahih.

Penyelesaian:

Misalkan:

p : Air laut surut setelah gempa di laut

q : Tsunami datang:

Argumen:

$$\begin{array}{ll} & p \to q \\ & \underline{p \qquad\qquad\qquad} \\ \therefore & q \end{array}$$

Ada dua cara yang dapat digunakan untuk membuktikan kesahihan argumen ini.

Cara 1: Bentuklah tabel kebenaran untuk p, q, dan $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	
T	**T**	**T**	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	T	T	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

Argumen dikatakan sahih jika semua hipotesisnya benar, maka konklusinya benar. Kita periksa apabila hipotesis p dan $p \rightarrow q$ benar, maka konklusi q juga benar sehingga argumen dikatakan benar. Periksa tabel, p dan $p \rightarrow q$ benar secara bersama-sama pada baris 1. Pada baris 1 ini q juga benar. Jadi, argumen di atas **sahih**.

Cara 2: Perlihatkan dengan tabel kebenaran apakah

$$[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$$

merupakan tautologi. Tabel 1.16 memperlihatkan bahwa $[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$ suatu tautologi, sehingga argumen dikatakan sahih.

Tabel 1.16 $[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$ adalah tautologi

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Perhatikanlah bahwa penarikan kesimpulan di dalam argumen ini menggunakan modus ponen. Jadi, kita kita juga telah memperlihatkan bahwa modus ponen adalah argmen yang sahih. ■

Beberapa argumen yang sudah terbukti sahih

1. Modus ponen

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore\ q$$

2. Modus tollen

$$p \to q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

3. Aturan transitif

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

3. Silogisme disjungtif/kontrapositif

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \text{----------} \\ \therefore\ q \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \\ \text{---------} \\ \therefore\ p \end{array}$$

4. Simplifikasi konjungtif

$p \wedge q$

$\therefore\ p$

$p \wedge q$

$\therefore\ q$

5. Penjumlahan disjungtif

p

$\therefore p \vee q$

6. Konjungsi

p

q

$\therefore\ p \wedge q$

- Selain menggunakan Cara 1 dan Cara 2 di atas, sebuah argumen juga dapat dibuktikan kesahihannya dengan menggunakan campuran hukum-hukum logika dan metode penarikan kesimpulan yang sudah terbukti sahih (modus ponen, modus tollen, dsb).

- Perhatikan contoh berikut ini.

- **Contoh**: Buktikan bahwa argumen berikut benar:

  $\sim p \vee q$, $s \vee p$, $\sim q \Rightarrow s$

  Bukti:

  (1) $\sim p \vee q$ Premis

  (2) $\sim q$ Premis

  (3) $\sim p$ Silogisme disjungtif (1) dan (2)

  (4) $s \vee p$ Premis

  (5) s Silogisme disjungtif (3) dan (4)

- **Contoh**: Buktikan bahwa argumen berikut benar:

  $p \to r\ ,\ q \to s,\ p \vee q\ \Rightarrow s \vee r$

  <u>Bukti</u>:

  (1) $p \vee q$ Premis

  (2) $\sim p \to q$ Ekivalensi bentuk (1)

  (3) $q \to s$ Premis

  (4) $\sim p \to s$ Aturan transitif (2) dan (3)

  (5) $\sim s \to p$ Ekivalensi bentuk (4)

  (6) $p \to r$ Premis

  (7) $\sim s \to r$ Aturan transitif (5) dan (6)

  (8) $s \vee r$ Ekivalensi bentuk (7)

PROBLEM

Sebagian besar orang percaya bahwa harimau Jawa sudah lama punah. Tetapi, pada suatu hari Amir membuat pernyataan-pernyataan kontroversial sebagai berikut:

(a) Saya melihat harimau di hutan.

(b) Jika saya melihat harimau di hutan, maka saya juga melihat srigala.

Misalkan kita diberitahu bahwa Amir kadang-kadang suka berbohong dan kadang-kadang jujur (bohong: semua pernyataanya salah, jujur: semua pernyataannya benar). Gunakan tabel kebenaran untuk memeriksa apakah Amir benar-benar melihat harimau di hutan?

PROBLEM

Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan *poligraph*:

Indra berkata : Ical bersalah dan Parry tidak bersalah

Ical berkata : Jika indra bersalah maka Parry bersalah

Parry berkata : Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah.

Tentukan siapa sajakah yang bersalah, bila tes *poligraph* menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran!

PROBLEM

Sebuah pulau didiami oleh dua suku asli. Penduduk suku pertama selalu mengatakan hal yang benar, sedangkan penduduk dari suku lain selalu mengatakan kebohongan. Anda tiba di pulau ini dan bertanya kepada seorang penduduk setempat apakah di pulau tersebut ada emas atau tidak. Ia menjawab, "Ada emas di pulau ini jika dan hanya jika saya selalu mengatakan kebenaran". Apakah ada emas di pulau tersebut?