#### **PERTEMUAN 14**

### METODE PENUGASAN: JARINGAN KERJA

#### A. Tujuan Pembelajaran

Pada pertemuan ini akan dilakukan pembahasan tentang model penugasan dari Teknik Riset Operasional dalam kasus jaringan kerja. Mahasiswa harus mampu:

- 1. Memahami dan menguasai cara pembuatan jaringan kerja.
- 2. Melakukan pengendalian pekerjaan dengan bantuan analisis jaringan kerja.

## B. Uraian Materi

## 1. Pengertian Jaringan Kerja

Pada Teknik Riset Operasional ada satu teknik analisis yang sangat diperlukan dimanapun dan kapanpun, yaitu jaringan kerja. Teknik ini sangat membantu dalam masalah manajemen proyek mulai dari proses perencanaan, pengaturan jadwal pelaksanaan, pengawasan dan pengambilan keputusan pada proyek yang sedang dikerjakan. Pada dasarnya jaringan kerja merupakan hubungan saling ketergantungan antara kegiatan-kegiatan yang digambarkan dalam bentuk diagram.

Proyek adalah kumpulan dari kegiatan-kegiatan yang saling terhubung dengan urutan tertentu yang dilakukan untuk mencapai tujuan tertentu dan menggunakan suatu sumber daya tertentu. Kegiatan-kegiatan dari awal sampai akhir harus dikerjakan secara urut agar proyek dapat diselesaikan. Pada proyek, perlu adanya proses perencanaan, penjadwalan, dan pengendalian yang sangat perlu diperhitungkan menggunakan teknik analisis. Jalur Kritis atau CPM (*Critical Path Method*) dan metode PERT (*Project Evaluation and Review Technique*) merupakan teknik analisis yang paling sering digunakan.

# 2. Diagram Jaringan Kerja

Diagram jaringan kerja merupakan grafik yang digunakan untuk merencanakan dan melakukan evaluasi dari kegiatan-kegiatan suatu proyek. Dengan adanya diagram jaringan kerja, maka hubungan antar komponenkomponen kegiatan akan tergambar secara jelas dan arus operasi suatu proyek akan terinci dari awal sampai akhir. Ada dua metode pada proses penggambaran dari diagram jaringan kerja, yaitu sebagai berikut:

### a. Activity on Arrow (AOA)

Merupakan metode menggambar diagram jaringan kerja yang mana penempatan kegiatan ada pada bagian panah atau *arrow*. Untuk bagian lingkaran atau *node* digunakan sebagai peristiwa atau *event* dan setiap panah akan dihimpit oleh dua buah peristiwa. Terkadang metode ini membutuhkan kegiatan semu atau *dummy* dalam proses penggambarannya sehingga dalam proses penggambarannya akan lebih susah apabila dibandingkan dengan metode AON.

#### b. Activity on Node (AON)

Merupakan metode menggambar diagram jaringan kerja yang mana penempatan kegiatan ada pada bagian lingkaran atau *node*. Untuk bagian panah atau *arrow* hanya digunakan untuk menghubungkan kegiatan satu dengan kegiatan yang lain. Metode ini lebih mudah untuk digambarkan daripada metode AOA karena tidak memerlukan kegiatan semu atau *dummy*.

## 3. Simbol-Simbol pada Diagram Jaringan Kerja

Simbol-simbol yang biasa digunakan pada proses penggambaran diagram jaringan kerja adalah sebagai berikut:

### a. Anak Panah (Arrow)

Arrow merupakan garis anak panah yang digunakan untuk menghubungkan antara lingkaran (node) satu dengan yang lain pada penggambaran diagram jaringan kerja. Dalam metode AOA, arrow melambangkan sebuah kegiatan dan setiap arrow selalu dihimpit oleh dua lingkaran (node). Biasanya anak panah akan diberikan kode A, B, C, dan seterusnya beserta dengan nilai dari kegiatan tersebut. Pada metode AON, anak panah hanya digunakan untuk menghubungkan kegiatan-kegiatan atau dua buah lingkaran (node). Anak panah hanya digambar polos tanpa perlu diberikan kode apapun.



Gambar 22: Simbol anak panah (arrow)

### b. Lingkaran (Node)

Dalam metode AOA, lingkaran melambangkan suatu kejadian atau peristiwa (*event*) dan setiap kegiatan dalam jaringan kerja pasti diawali dan diakhiri oleh simbol lingkaran ini. Biasanya setiap lingkaran akan diberikan kode peristiwa dengan nomor urut mulai 1, 2, 3 dan seterusnya.

Pada metode AON, lingkaran melambangkan suatu kegiatan dan beberapa kegiatan akan dihubungkan oleh panah. Biasanya setiap lingkaran akan diberikan kode kegiatan A, B, C dan seterusnya beserta dengan nilai dari kegiatan tersebut.



Gambar 23: Simbol lingkaran (node)

### c. Anak Panah Putus Putus (Dummy)

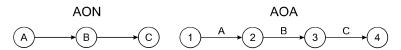
Melambangkan suatu kegiatan semu atau kegiatan tambahan yang mana nilai dari kegiatan tersebut adalah nol. Anak panah putus-putus hanya ada pada metode AOA biasanya digunakan untuk membantu proses penggambaran diagram jaringan kerja agar logika dan urutan kegiatan bisa tetap terjaga.



Gambar 24 : Simbol anak panah putus-putus (dummy)

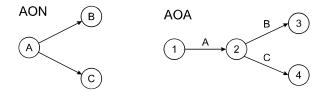
## 4. Aturan Diagram Jaringan Kerja

Berikut ini merupakan aturan-aturan dalam penggambaran diagram jaringan kerja beserta dengan perbedaan antara metode AON dan AOA.



Gambar 25 : Contoh diagram jaringan kerja 1

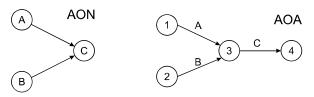
Sesudah kegiatan A selesai maka kegiatan B baru bisa mulai dikerjakan, dan sesudah kegiatan B selesai maka kegiatan C baru bisa mulai dikerjakan



Gambar 26 : Contoh diagram jaringan kerja 2

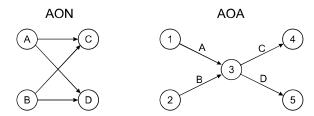
Sesudah kegiatan A selesai, maka kegiatan B dan kegiatan C baru bisa mulai dikerjakan.

Kegiatan B dan C didahului oleh kegiatan A atau kegiatan B dan C dapat mulai dikerjakan setelah kegiatan A selesai dikerjakan.



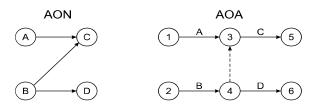
Gambar 27: Contoh diagram jaringan kerja 3

Sesudah kegiatan A dan kegiatan B selesai semua, maka kegiatan C baru bisa mulai dikerjakan.



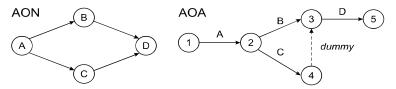
Gambar 28 : Contoh diagram jaringan kerja 4

Sesudah kegiatan A dan kegiatan B selesai semua, maka kegiatan C dan kegiatan D baru bisa mulai dikerjakan.



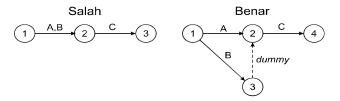
Gambar 29 : Contoh diagram jaringan kerja 5

Sesudah kegiatan A dan kegiatan B selesai semua, maka kegiatan C baru bisa mulai dikerjakan sedangkan kegiatan D baru bisa mulai dikerjakan sesudah kegiatan B selesai tanpa perlu menunggu kegiatan A selesai.



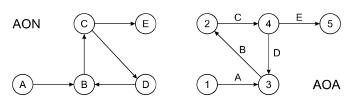
Gambar 30 : Contoh diagram jaringan kerja 6

Sesudah kegiatan A selesai, maka kegiatan B dan kegiatan C baru bisa mulai dikerjakan dan sesudah kedua kegiatan tersebut selesai maka kegiatan D baru bisa mulai dikerjakan.



Gambar 31 : Contoh diagram jaringan kerja 7

Khusus untuk penggambaran jaringan kerja dengan metode AOA, apabila ada dua kegiatan yang mana *node* awal dan *node* akhirnya sama maka tidak diperbolehkan untuk menggabungkan kedua kegiatan dalam satu anak panah. Solusinya dengan menambahkan satu *node* dan satu *dummy* pada salah satu kegiatan. Seperti contoh di atas, penambahan *dummy* bisa pada kegiatan B bisa pula pada kegiatan A.



Gambar 32 : Contoh diagram jaringan kerja perulangan

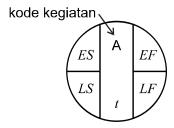
Terkadang karena urutan jaringan yang salah, terjadilah perulangan kegiatan seperti pada gambar di atas. Kegiatan B, C dan D membentuk satu putaran (siklus), hal ini tentu saja tidak diperbolehkan dalam jaringan kerja. Kegiatan B tidak dapat dimulai apabila kegiatan D belum selesai, sedangkan kegiatan D menunggu penyelesaian kegiatan C. Begitu pula kegiatan C yang menunggu penyelesaian kegiatan B. Dengan demikian, proses jaringan kerja

tidak dapat dilanjutkan. Situasi ini dapat dihindari dengan memeriksa hubungan prioritas dari kegiatan dan dengan menomori mereka dalam urutan yang logis.

#### 5. Metode Jalur Kritis

Untuk bisa memperkirakan berapa lama proyek selesai, berapa waktu pengerjaaan proyek paling cepat, berapa jumlah fleksibilitas jadwal pada jaringan kerja dalam model jadwal, maka diperlukan suatu metode untuk menghitungnya. Dengan metode jalur kritis inilah kita dapat melakukan perhitungan di atas. Pada metode ini kita bisa menghitung waktu mulai tercepat, waktu selesai tercepat, waktu mulai terlambat, dan waktu selesai terlambat dari suatu kegiatan dengan analisis Forward Pass dan Backward Pass pada penggambaran diagram jaringan kerja.

Jalur kritis merupakan urutan dari kegiatan-kegiatan yang mewakili jalur yang paling panjang atau yang paling lama dalam proses penyelesaian suatu proyek. Jadi jalur kritis inilah yang dijadikan acuan lama waktu pengerjaan proyek sampai proyek selesai. Untuk bisa mengetahui jalur kritis ini, diperlukan penghitungan-penghitungan untuk mencari nilai dari *ES, LS, EF, LF* dan *Slack*. Nilai-nilai tersebut nanti akan diikut sertakan dalam proses penggambaran diagram jaringan kerja seperti gambar berikut ini.



Gambar 33 : Simbol node dengan waktu kegiatan

## Keterangan:

- a. *ES (Earliest Start)* merupakan titik waktu yang paling cepat di mana suatu kegiatan bisa mulai dikerjakan.
- b. *EF (Earliest Finish)* merupakan titik waktu yang paling cepat di mana suatu kegiatan bisa diselesaikan.

- c. LS (Latest Start) merupakan titik waktu yang paling lambat di mana suatu kegiatan bisa mulai dikerjakan.
- d. *LF* (*Latest Finish*) merupakan titik waktu yang paling lambat di mana suatu kegiatan bisa diselesaikan.
- e. *t* (*Time*) merupakan nilai waktu dari kegiatan yang diperlukan dalam penyelesaian kegiatan tersebut.

Dalam mencari nilai dari variabel-variabel di atas, maka diperlukan dua metode , yaitu:

a. Forward Pass (Jalur Maju)

Forward Pass merupakan teknik yang ada dalam mencari jalur kritis yang digunakan untuk menghitung waktu mulai paling cepat (*ES*) dan selesai paling cepat (*EF*) dengan proses penjumlahan waktu kegiatan dimulai dari kegiatan awal sampai pada kegiatan akhir.

Rumusnya: 
$$EF = ES + t$$

b. Backward Pass (Jalur Mundur)

Backward Pass merupakan teknik yang ada dalam mencari jalur kritis yang digunakan untuk menghitung waktu mulai paling lambat (*LS*) dan selesai paling lambat (*LF*) dengan proses pengurangan waktu kegiatan dimulai dari kegiatan akhir sampai pada kegiatan awal.

Rumusnya: 
$$LS = LF - t$$

Slack atau disebut juga float merupakan banyaknya waktu dari suatu kegiatan yang dapat dilakukan penundaan dari tanggal mulai awal tanpa mempengaruhi waktu penyelesaian dari proyek dan tidak melebihi batasan waktu jadwal kegiatan yang ada. Jalur kritis adalah suatu jalur pada jaringan kerja yang mana kegiatan-kegiatan yang ada pada jalur tersebut tidak memiliki waktu luang sama sekali berarti memiliki nilai slack sama dengan nol.

Rumusnya: 
$$Slack = LF - EF$$
 atau  $Slack = LS - ES$ 

Adapun cara sederhana menentukan jalur kritis tanpa perlu menghitung *slack* yaitu dengan melihat diagram jaringan kerja yang sudah dibuat lalu cari kegiatan yang memiliki nilai ES = LS atau nilai EF = LF.

### **Contoh Kasus**

Ada sebuah proyek sederhana pemasangan baja untuk sebuah gudang dengan kegiatan sebagai berikut:

Tabel 166. Contoh kasus

Kode	Aktivitas	Aktivitas Pendahulu	Waktu (hari)
Α	Meninjau lokasi	-	2
В	Memasang pagar pembatas	-	3
С	Melakukan tekuk baja penguatan	Α	10
D	Menggali pondasi	В	6
Е	Membuat pekerjaan baja	Α	4
F	Memasang pilar beton	В	5
G	Menempatkan penguatan	C, D	7
Н	Membuat pondasi beton	F, G	9
I	Memasang pekerjaan baja	Е	7
J	Mengecat pekerjaan baja	H, I	8
K	Memberikan sentuhan akhir	J	4

Gambarlah diagram jaringan kerja lalu tentukanlah jalur kritis dan lama penyelesaian proyek di atas!

# Penyelesaian:

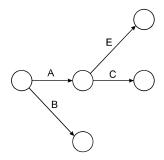
Di bawah ini akan diberikan contoh cara menggambar dengan metode AOA dan AON.

Penggambaran jaringan kerja menggunakan metode AOA.



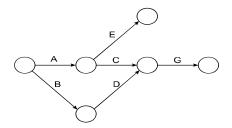
Gambar 34 : Diagram AOA kegiatan A dan kegiatan B

Kegiatan A dan kegiatan B tidak memiliki kegiatan pendahulu sehingga dapat digambarkan seperti gambar di atas.



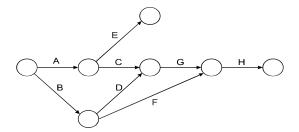
Gambar 35 : Diagram AOA kegiatan C dan kegiatan E

Setelah kegiatan A selesai, maka kegiatan C dan kegiatan E dapat dimulai. Jadi *node* akhir A merupakan *node* awal dari C dan *node* awal dari E.



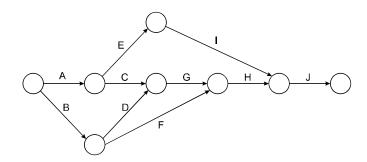
Gambar 36 : Diagram AOA kegiatan D dan G

Kegiatan C dan D merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan G sehingga kegiatan C dan D memiliki *node* akhir yang sama yang merupakan *node* awal dari kegiatan G.



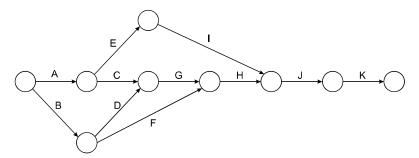
Gambar 37 : Diagram AOA kegiatan F dan H

Kegiatan F dan G merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan H sehingga kegiatan F dan G memiliki *node* akhir yang sama yang merupakan *node* awal dari kegiatan H.



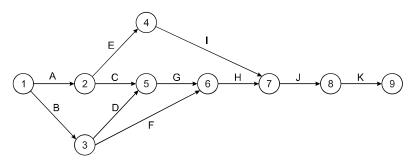
Gambar 38 : Diagram AOA kegiatan I dan J

Kegiatan I merupakan kegiatan yang dimulai setelah kegiatan E sehingga *node* awal kegiatan I sama dengan *node* akhir kegiatan E. Kemudian kegiatan H dan I merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan J sehingga kegiatan H dan I memiliki *node* akhir yang sama yaitu *node* awal dari kegiatan J.



Gambar 39 : Diagram AOA kegiatan K

Kegiatan K merupakan kegiatan yang dimulai setelah kegiatan J sehingga *node* awal kegiatan K sama dengan *node* akhir kegiatan J.



Gambar 40 : Penomoran node diagram AOA

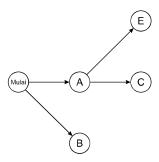
Tahap akhir penggambaran jaringan kerja dengan menggunakan metode AOA adalah dengan memberikan nomor urut pada *node* yang telah digambar.

Selanjutnya adalah cara penggambaran jaringan kerja menggunakan metode AON.



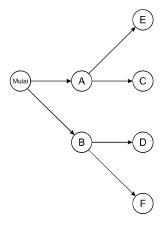
Gambar 41: Diagram AON kegiatan A dan kegiatan B

Dikarenakan tidak memiliki kegiatan pendahulu, maka kegiatan A dan kegiatan B dapat langsung digambarkan seperti gambar di atas diawali dengan *node* mulai atau *start*.



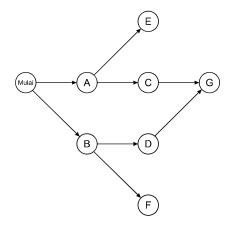
Gambar 42 : Diagram AON kegiatan C dan kegiatan E

Setelah kegiatan A selesai, maka kegiatan C dan kegiatan E dapat dimulai. Dari node A terdapat anak panah bercabang dua ke arah node C dan node E.



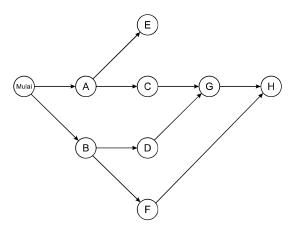
Gambar 43: Diagram AON kegiatan D dan F

Kegiatan D dan F merupakan kegiatan yang dimulai setelah kegiatan B selesai sehingga anak panah dari *node* B bercabang menjadi dua ke arah *node* D dan F.



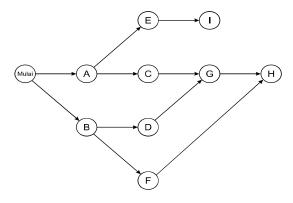
Gambar 44: Diagram AON kegiatan G

Kegiatan C dan D merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan G sehingga anak panah dari *node* C dan D bertemu di *node* G.



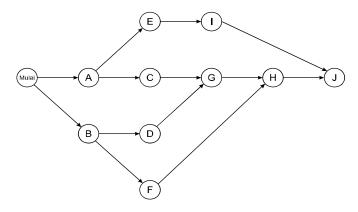
Gambar 45 : Diagram AON kegiatan H

Kegiatan F dan G merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan H sehingga anak panah dari *node* F dan G bertemu di *node* H.



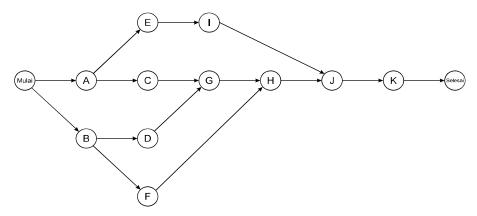
Gambar 46: Diagram AON kegiatan I

Kegiatan I merupakan kegiatan yang dimulai setelah kegiatan E selesai sehingga anak panah dari *node* E ke arah *node* I.



Gambar 47: Diagram AON kegiatan J

Kegiatan H dan I merupakan kegiatan pendahulu dari kegiatan J sehingga anak panah dari *node* H dan I bertemu di *node* J.



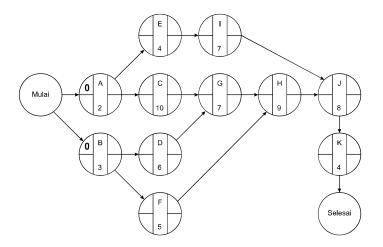
Gambar 48: Diagram AON kegiatan K

Kegiatan K merupakan kegiatan yang dimulai setelah kegiatan J selesai sehingga anak panah dari *node* J ke arah *node* K kemudian ditutup dengan *node* selesai atau *finish*.

Untuk pembelajaran selanjutnya akan digunakan metode AON dalam penggambaran jaringan kerja karena lebih mudah digambar dan dipahami.

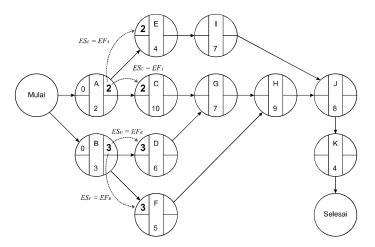
# **Penghitungan Forward Pass**

Lakukan penggambaran ulang pada diagram AON yang telah dibuat dengan membagi *node* menjadi 5 bagian seperti gambar di bawah ini.

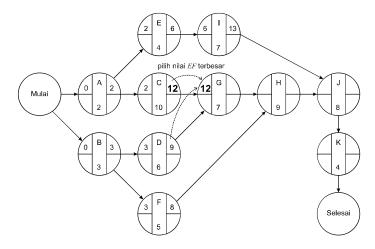


Gambar 49 : Menentukan nilai ES kegiatan paling awal

Untuk *ES* kegiatan A dan B diisi dengan angka 0 karena kegiatan A dan B tidak memiliki kegiatan pendahulu.



Gambar 50 : Menentukan nilai *EF* kegiatan pada jalur maju



Gambar 51 : Menentukan nilai EF dari persatuan percabangan

$$EF_A = ES_A + t_A = 0 + 2 = 2$$

$$EF_B = ES_B + t_B = 0 + 3 = 3$$

$$ES_C = EF_A$$

$$EF_C = ES_C + t_C = 2 + 10 = 12$$

$$ES_D = EF_B$$

$$EF_D = ES_D + t_D = 3 + 6 = 9$$

$$ES_E = EF_A$$

$$EF_E = ES_E + t_E = 2 + 4 = 6$$

$$ES_F = EF_B$$

$$EF_F = ES_F + t_F = 3 + 5 = 8$$

$$ES_G = EF_C$$

$$EF_G = ES_G + t_G = 12 + 7 = 19$$

$$ES_H = EF_G$$

$$EF_H = ES_H + t_H = 19 + 9 = 28$$

$$ES_I = EF_E$$

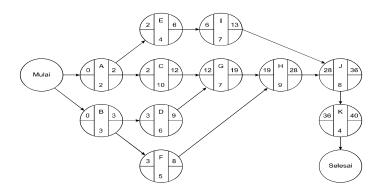
$$EF_{l} = ES_{l} + t_{l} = 6 + 7 = 13$$

$$ES_J = EF_H$$

$$EF_J = ES_J + t_J = 28 + 8 = 36$$

$$ES_K = EF_J$$

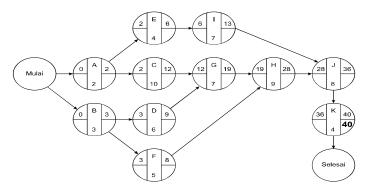
$$EF_K = ES_K + t_K = 36 + 4 = 40$$



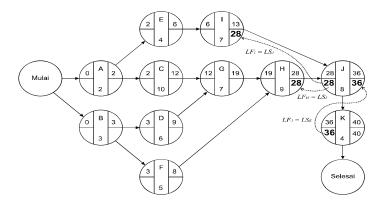
Gambar 52 : Penghitungan jalur maju selesai

# Penghitungan Backward Pass

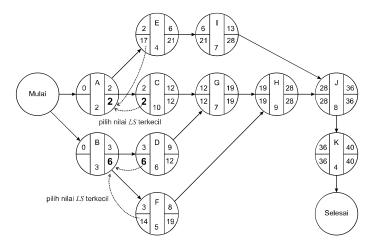
Penghitungan jalur mundur dimulai dari kegiatan yang paling akhir. Sebelum mulai penghitungan, LF dari kegiatan yang paling akhir harus ditentukan



Gambar 53 : Menentukan nilai LF kegiatan terakhir penghitungan jalur mundur Karena kegiatan K adalah kegitan terakhir, maka nilai LF = EF = 40



**Gambar 54** : Menentukan nilai *LF* kegiatan penghitungan jalur mundur



**Gambar 55**: Menentukan nilai *LF* dari percabangan

$$LS_K = LF_K - t_K = 40 - 4 = 36$$

$$LF_J = LS_K$$

$$LS_J = LF_J - t_J = 36 - 8 = 28$$

$$LF_I = LS_J$$

$$LS_{I} = LF_{I} - t_{I} = 28 - 7 = 21$$

$$LF_H = LS_J$$

$$LS_H = LF_H - t_H = 28 - 9 = 19$$

$$LF_I = LS_J$$

$$LS_G = LF_G - t_G = 19 - 7 = 12$$

$$LF_F = LS_H$$

$$LS_F = LF_F - t_F = 19 - 5 = 14$$

$$LF_E = LS_I$$

$$LS_E = LF_E - t_E = 21 - 4 = 17$$

$$LF_D = LS_G$$

$$LS_D = LF_D - t_D = 12 - 6 = 6$$

$$LF_C = LS_G$$

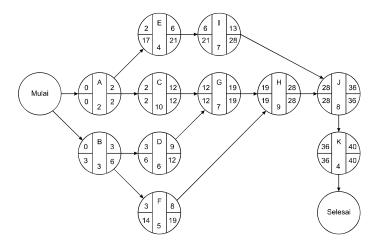
$$LS_C = LF_C - t_C = 12 - 10 = 2$$

$$LF_B = LS_D$$

$$LS_B = LF_B - t_B = 6 - 3 = 3$$

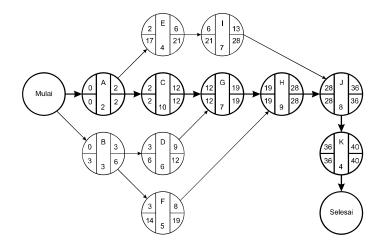
$$LF_A = LS_C$$

$$LS_A = LF_A - t_A = 2 - 2 = 0$$



Gambar 56 : Penghitungan jalur mundur selesai

Untuk penghitungan metode jalur mundur selesai sampai disini, selanjutnya menentukan jalur kritis diagram jaringan kerja



Gambar 57: Menentukan jalur kritis diagram jaringan kerja

Mencari jalur kritis dengan menggunakan Slack

$$Slack = LS - ES$$
 atau  $Slack = LF - EF$ 

Tabel 169: Menghitung slack dan menentukan jalur kritis

Kegiatan	ES	LS	EF	LF	Slack	Jalur Kritis
Α	0	0	2	2	0	ya
В	0	3	3	6	3	tidak
С	2	2	12	12	0	ya
D	3	6	9	12	3	tidak
Е	2	17	6	21	15	tidak
F	3	14	8	19	11	tidak
G	12	12	19	19	0	ya
Н	19	19	28	28	0	ya
I	6	21	13	28	15	tidak
J	28	28	36	36	0	ya
K	36	36	40	40	0	ya

Jadi dari diagram jaringan kerja di atas terdapat 1 jalur kritis yaitu A - C - G - H- J - K dengan jumlah waktu penyelesain proyek selama 40 hari.

# C. Soal Latihan/Tugas

Diketahui daftar kegiatan suatu proyek rumah sebagai berikut:

Tabel 170 : Soal Latihan

K	ode	Kegiatan	Kegiatan Pendahulu	Waktu (Hari)
	Α	Menggali	-	3
	В	Membuat Pondasi	А	5
	С	Pasang Tembok Kasar	В	11

D	Pasang Atap	С	7
Е	Pasang Pipa Eksterior	С	5
F	Pasang Pipa Interior	E	6
G	Pasang Pelapis Luar	D	8
Н	Pengecatan Eksterior	E,G	10
I	Lakukan Pekerjaan Kelistrikan	С	8
J	Pasang Papan Dinding	F,I	9
K	Lasang Lantai	J	5
L	Pengecatan Interior	J	6
М	Pasang Perlengkapan Eksterior	Н	3
N	Pasang Perlengkapan Interior	K,L	9

Buatlah diagram jaringan kerja dan tentukan jalur kritis dari kasus di atas!

### D. Referensi

- Andi, W. (2013). Pengantar Riset Operasi. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Carter, M. W. (2019). *Operations Research A Practical Introduction. Second Edition.*Boca Raton: CRC Press.
- Gupta, P. K. (2014). Operations Research. Seventh Edition. New Delhi: S. Chand & Company Pvt. Ltd.
- Heizer, J. d. (2015). Manajemen Operasi. Jakarta: Salemba Empat.
- Hillier, f. S. (2014). Introduction to Operations Research. Tenth Edition. New York: McGraw-Hill Education.

- Syaifudin, D. T. (2011). Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management). Malang: CV. Citra Malang.
- Taha, H. A. (2017). Operations Research: An Introduction. Harlow: Pearson Education Limited.