PERTEMUAN 6

MATRIKS ECHELON, EKIVALEN, ELEMENTER DAN RANK MATRIKS

A. Tujuan Pembelajaran

Pada akhir pertemuan ini Mahasiswa mampu menyelesaikan persoalan tentang matriks echelon, ekivalen, elementer dan rank matriks.

B. Uraian Materi

1. Matriks Echelon

Matriks echelon adalah setiap baris yang dimana semua unsurnya bernilai nol (apabila ada) maka terletak sebuah baris yang mempunyai suatu unsur yang bernilai bukan nol. Dimana pada setiap baris yang memiliki nilai suatu elemen tidak nol maka elemen yang bukan nol yang pertama harus terletak pada kolom sebelah kanan elemen yang bukan nol pada baris sebelumnya.

Sebuah matriks dapat dikatakan echelon baris apabila memenuhi persyaratan sebagai berikut:

a. Pada setiap baris angka pertama selain 0 harus bernilai 1 (*leading* 1).
b. Jika terdapat baris yang semua nilainya bernilai 0 maka harus dikelompokkan pada baris akhir dari sebuah matriks.
c. Jika terdapat baris pada *leading* 1 maka *leading* 1 pada bagian bawah harus berada di bagian kanan dari leading 1 diatasnya.
d. Apabila kolom yang memiliki *leading* 1 adalah angka selain satu adalah nol maka matriks tersebut disebut sebagai matriks echelon tereduksi.

Misal:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 7 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dimana 2, -2, 5 disebut sebagai elemen privot dari suatu matriks A.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dimana 3, 7 merupakan elemen privot dari suatu matriks B.

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Dimana 2, 3, 5 merupakan elemen privot dari suatu matriks C.

Contoh:

1) Ubahlah matriks dibawah ini menjadi bentuk matriks echelon baris tereduksi:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Jawab:

Langkah pertama adalah kita harus membuat matriks segitiga bawah. Maka kita harus mengubah baris kedua menjadi pertama karena baris pertama harus bernilai satu.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -4 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

setelah itu kita harus mengenolkan baris kedua, maka:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -4 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} b_2 \text{ - } 2b_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2-2.1 & 0-2.1 & -4-(2.-2) & 6-2.4 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2-2 & 0-2 & -4+4 & 6-8 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Lalu kita menge- nolkan baris 3 dimana:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} b_3 \text{ - } 4b_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 4-4.1 & 2-4.1 & 0-(4.-2) & 2-(4.4) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix}$$

lalu kita mengubah baris kedua lagi menjadi satu karena diagonal harus bernilai satu, yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix} - 1/2b_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -\frac{1}{2}x-2 & -\frac{1}{2}x0 & -\frac{1}{2}x-2 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix}$$

lalu kita mengenolkan baris 1 kolom 2 dan baris 3 kolom 2, yaiu:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix} b_1$ - $b_2 \begin{bmatrix} 1 & 1-1 & -2-0 & 4-1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 8 & -14 \end{bmatrix} b_3$ + $2b_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2+2.1 & 8+2.0 & -14+2.1 \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & -12 \end{bmatrix}$

lalu pada baris ketiga nilai 8 diubah menjadi nilai 1, yaitu:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & -12 \end{bmatrix} 1/8b_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/8x8 & \frac{1}{8}x-12 \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3/2 \end{bmatrix} b_1$ + $2b_3 \begin{bmatrix} 1+2.0 & 0+0.0 & -2+2.1 & 3+3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3/2 \end{bmatrix}$

Maka bentuk echelon baris tereduksi dari matriks diatas adala:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 9/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3/2 \end{bmatrix}$

2) Selesaikan persamaan berikut menjadi matriks ekselon baris tereduksi

2x – y + z = 6

x – 3y + z = -2

x + 2y – z = 3

Jawab:

$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} 2b_2$ - b_1 = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix}$

lalu kita membuat baris ketiga menjadi nol

sehingga:

$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix} 2b_3$ - b_1 = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}$

lalu kita mengubah baris pertamamenjadi nol

sehingga:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix} 5b_1 \text{ - } b_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

lalu ubah baris ketiga pada kolom kedua menjadi nol.

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix} b_3 + b_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix}$$

lalu kita mengubah baris pertama pada kolom ketiga menjadi nol, sehingga:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix} b_1 + 2b_3 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix}$$

lalu mengubah baris kedua kolom tiga menjadi nol,

sehingga:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix} 2b_2 + b_3 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -30 \\ -10 \end{bmatrix}$$

lalu mengubah baris pertama kolom pertama menjadi satu,

sehingga:

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -30 \\ -10 \end{bmatrix} 1/10b_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -30 \\ -10 \end{bmatrix}$$

lalu mengubah baris kedua kolom dua menjadi 1,

sehingga:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -30 \\ -10 \end{bmatrix} - 1/10b_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix}$$

lalu mengubah baris ketiga kolom ketiga menjadi nol,

sehingga:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix} - 1/2b_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Maka hasil matriks ekselon baris tereduksi adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Ekivalen

Dua buah matriks A dan matriks B dapat dikatakan ekivalensi apabila salah satunya diperoleh dari matrik yang lain dengan suatu operasi transformasi atau peprindahan suatu nilai elementer terhadap baris dan kolom suatu matriks. Apabila transformasi hanya terjadi pada baris matriks saja maka disebut sebagai elementer baris. Dan apabila transformasi hanya terjadi pada kolom matriks saja maka disebut sebagai elementer kolom.

Misal:

A = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Dari dua buah matriks diatas yaitu matriks A dan matriks B disebut sebagai ekivalensi baris. Karena jika kita menukarkan baris baris pertama dengan baris kedua pada matriks A atau H_{12}(A) , maka akan diperoleh matriks B.

Contoh:

A = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ dan A = $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriks A dan B Ekivlen, buktikan!

Jawab:

A = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} K_{13^1}$ = $\begin{bmatrix} 4 + (0x1) & 2 & 0 & 1 \\ 3 + (1x1) & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} K_{43^{-1}}$ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 + (0x - 1) \\ 4 & 3 & 1 & 1 + (1x - 1) \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

A = $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} H_{12}$ = $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. Matriks Elementer

Matriks elementer merupakan suatu matriks bujursangkar yang dapat diperoleh dari sebuah matriks satuan yang sesuai dan menggunakan operasi baris elementer. Matriks elementer merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk memperoleh hasil invers dari suatu matriks.

Contoh:

$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

artinya E_1 didapatkan dari sebuah matriks satuan yang memiliki ordo 2 x 2 yang digunakan satu operasi baris elementer pertama, yaitu dengan mengalikan baris kedua dengan konstanta -3.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

artinya E_2 didapatkan dari sebuah matriks satuan yang memiliki ordo 3 x 3 yang digunakan satu operasi baris elementer kedua, yaitu dengan cara menukarkan posisi baris kedua dengan baris ketiga.

$E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

artinya E_3 dikenai oleh operasi baris elementer yang ketiga, yaitu dengan menjumlahkan kelipatan -5 pada baris ketiga dengan baris pertama.

4. Rank Matriks

Rank matriks adalah jumlah maksimum vektor – vektor pada baris dan kolom yang bebas linier. Dimana untuk mencari suatu rank matriks, menggunakan seuatu operasi transformasi elementer yaitu dengan mengubah sebanyak mungkin pada baris dan kolom menjadi sebuah vektor nol.

Adapun langkah-langkah menentukan suatu rank matriks adalah sebagai berikut:

a. Menentukan elemen pivot
b. Jadikan semua elemen bernilai nol yang sebaris atau sekolom dengan privot tersebut.
c. Perhatikan kembali baris dan kolom yang tertinggal atau tanpa baris dan kolom yang terdapat sebuah privot.
d. Jika tersisa dua baris ataupun dua kolom maka periksa apakah pada baris dan kolom tersebut merupakan suatu kelipatan. Jika ya maka salah satu dari baris ataupun nol bisa dijadikan nol. Jika tidak ada kelipatan maka proses disebut selesai.
e. Apabila masih terdapat lebih dari dua baris maupun kolom, maka ulangi kembali langkah diatas

Contoh:

1) Tentukanlah rank matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

Jawab:

Pertama pilihlah privot 1 dan lakukan transformasi elementer kemudian ubah setiap elemen pada baris kedua kolom pertama menjadi nol dan kemudian baris ketiga dan keempat menggunakan operasi transformasi operasi baris elementer.

Maka:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix} b_2 - b_{1^2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2-2 & 3-4 & 1-6 & 4-2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix} b_3 - b_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1-1 & 4-2 & 2-3 & 3-1 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

lalu mengubah baris keempat menjadi o, b_4 - b_1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1-1 & 3-2 & -3-3 & 5-1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Karena masih tersisa baris 3 dan kolom 3 pda baris 1 kolom 1 yang menjadi privot maka kita mengulangi langka awal. Sehingga diperoleh matriks berikut:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -6 & 4 \end{bmatrix} b_3 + b_{2^2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0+0 & 2-2 & -1-10 & 2+4 \\ 0 & 1 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0 & 1 & -6 & 4 \end{bmatrix} b_4 + b_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0+0 & 1-1 & -6-5 & 4+2 \end{bmatrix}$$

Setelah proses selesai dilakukan maka diperoleh matriks

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \end{bmatrix}$$

lalu lakukan kembali operasi elemeneter pada baris ke empat, yaitu:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \end{bmatrix} b_4 - b_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & -11-(-11) & 6-6 \end{bmatrix}$$

Maka menjadi $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

maka diperoleh rank matriks A = 3

2) Tentukan rank matriks dari $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

Jawab:

Untuk mencari rank dari matriks A dengan menggunakan minor matriks maka tentukan terlebih dahulu determinan matriks yang berukuran 3 x 3 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Maka det (A) = (1 x 4 x -2) + (2 x 3 x 3) + (3 x -2 x 1) – (3 x 4 x 3) – (1 x 3 x 1) – (-2 x -2 x 2)

= -8 + 18 – 6 – 24 – 3 – 8

= -31

Karena hasil determinan adalah – 31 dan tidak sama dengan 0 maka nilai rank matriks adalah 3.

C. Latihan Soal/Tugas

1. Ubahlah matriks A = $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & -2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ ke dalam matriks ekselon baris tereduksi?

2. Tunjukkan bahwa A adalah matrik ekselon tereduksi, A = $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

3. Diketahui A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, matrik B dihasilkan dari sederetan transformasi elementer $H_{31}^{(-1)}$,$H_{2}^{(2)}$, H_{12}, $K_{41}^{(1)}$, $K_{3}^{(2)}$ terhadap A.

4. Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 6 & 5 \\ -3 & 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ selesaikanlah matriks berikut ke dalam matriks elementer?

5. Berapakah Rank dari matriks A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

D. Daftar Pustaka

Anton, Howard. (2010). Elementary Linear Algebra: Applications Version (10^{th} ed). John Wiley & Sons. Inc, New Your, NY.

Atmadja, J., Bandung, I. T., & Bandung, J. G. (2016). Penerapan Aljabar Lanjar pada Grafis Komputer, 1–9.

Kusumawati, Ririen (2006). Diktat Aljabar Liniear dan Matriks. Malang: Jurusan Teknik Informatika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.

Lay, David C. (2000). Linear Algebra and Its Aplication (2^{nd} ed). Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass.