

PERTEMUAN 10

FUNGSI DAN KOMPOSISI

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu menguasai materi mengenai fungsi dan komposisi dalam matematika dan kegunaannya.

B. URAIAN MATERI

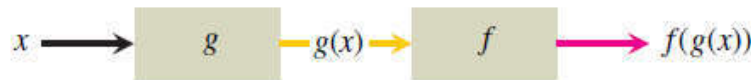
1. Fungsi dan Komposisi

Komposisi fungsi adalah metode penggabungan dua fungsi atau lebih secara berurutan sehingga menghasilkan sebuah fungsi baru.

Jika f dan g adalah fungsi, maka komposisi fungsi f ke g di definisikan sebagai berikut.

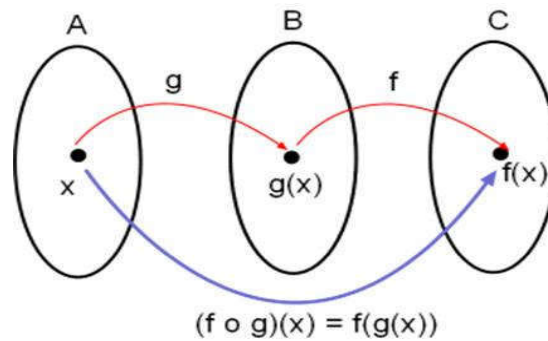
$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 10. 1. gabungan fungsi $f(x)$ dan $g(x)$

Dari Gambar 10.1 terlihat pemetaan x pada fungsi g menghasilkan $g(x)$, dan pemetaan $g(x)$ pada fungsi f menghasilkan $f(g(x))$



Gambar 10. 2. Fungsi $(f \circ g)$ yang didapatkan dari gabungan fungsi $f(x)$ dan $g(x)$

Contoh komposisi fungsi:

Diketahui $f(x) = x^2$ dan $g(x) = x+1$,

$$\begin{aligned} \text{maka } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1)^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(x^2) \\ &= x^2 + 1 \end{aligned}$$

2. Operasi Pada Fungsi

- a. $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- b. $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- c. $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- d. $(g \cdot f)(x) = g(x) \cdot f(x)$
- e. $(f \circ f)(x) = f(f(x))$
- f. $(g \circ g)(x) = g(g(x))$

Contoh

$$f(x) = \frac{x-2}{5} \text{ dan } g(x) = \frac{x^2}{5}$$

Carilah .

$$\begin{aligned} 1. (f + g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= \frac{x-2}{5} + \frac{x^2}{5} \\ &= \frac{x^2 + x - 2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. f(x) - 5g(x) &= \frac{x-2}{5} - 5 \cdot \frac{x^2}{5} \\ &= \frac{-5x^2 + x - 2}{5} \end{aligned}$$

Contoh

Diketahui fungsi $f(x) = \sqrt{x}$ dan $g(x) = 3x$; Maka

- a. $(f + g)(x) = \sqrt{x} + 3x$
- b. $(f - g)(x) = \sqrt{x} - 3x$
- c. $(f \circ g)(x) = \sqrt{3x}$
- d. $(g \circ f)(x) = 3\sqrt{x}$
- e. $(f \circ f)(x) = \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$
- f. $(g \circ g)(x) = 3(3x) = 9x$

3. Komposisi Fungsi tidak dapat balik

Suatu komposisi fungsi tidak dapat balik, seperti dijelaskan dalam contoh berikut ini:

$$f(x) = 2x + 3 \text{ dan } g(x) = \sqrt{x}$$

$$(f \circ g)(x) = (f(g(x))) = f(\sqrt{x}) = 2\sqrt{x} + 3$$

Sehingga

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

Contoh

Diketahui fungsi $f(x) = \sqrt{x}$ dan $g(x) = x + 1$; Carilah

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a. $(f \circ g)(x)$ | c. $(f \circ g)(x)$ |
| b. $(f \circ g)(x)$ | d. $(f \circ g)(x)$ |

Jawaban

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|--|
| a. $(f \circ g)(x) = (f(g(x)))$ | $= \sqrt{x+1}$ | dengan daerah asal (domain) = $[-1, \infty]$ |
| b. $(g \circ f)(x) = (g(f(x)))$ | $= \sqrt{x} + 1$ | dengan domain = $[0, \infty]$ |
| c. $(f \circ f)(x) = (f(f(x)))$ | $= \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$ | dengan domain = $[0, \infty]$ |
| d. $(g \circ g)(x) = (g(g(x)))$ | $= (x+1) + 1 = x+2$ | dengan domain = $[-\infty, \infty]$ |

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

1. Diketahui $f(x) = \sqrt{x}$ dan $g(x) = x + 1$, maka selesaikan :

- a) $f(x) \circ g(x)$
- b) $g(x) \circ f(x)$
- c) $f(x) \circ f(x)$
- d) $g(x) \circ g(x)$

2. Selesaikan soal berikut,

$f(x) = x^2 + 2x + 5$ dan $g(x) = 3x$ maka carilah

- a) $f(x) \circ g(x)$
- b) $g(x) \circ f(x)$
- c) $f(x) + g(x)$
- d) $g(x) - f(x)$

3. Diketahui $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = 2x - 3$, maka $(f \circ g)(x) = \dots$

Diketahui fungsi $f(x) = 3x - 1$ dan $g(x) = x^2 + 2x + 5$. Nilai dari komposisi fungsi

$(f \circ g)(1)$ dan $(g \circ f)(2)$

4. Diberikan dua buah fungsi:

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = x^2 + 2x + 3$$

Jika $(f \circ g)(a) = 33$, tentukan nilai dari $5a$

D. DAFTAR PUSTAKA

Thomas - Calculus 11e with Differential Equations HQ

Mathematics-for-physicists-and-engineers-fundamentals-and-interactive-study-guide