Pertemuan 12

LIMIT ALJABAR DAN ALJABAR TAK TENTU

1. Menentukan Limit fungsi Aljabar

a. Berbentuk $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
Contoh:

a) Hitung $\lim_{x\to 4}(x + 7)$
Penyelesaian:

$\lim_{x\to 4}(x + 7) = 4 + 7 = 11$

b) Hitung $\lim_{x\to 2}(2x - 7)$
Penyelesaian:

$\lim_{x\to 2}(2x - 7) = 2(2) - 7 = -3$

c) Hitung $\lim_{x\to -5} \sqrt{4x + 24}$
Penyelesaian:

$\lim_{x\to -5} \sqrt{4x + 24} = \sqrt{4(-5) + 24} = \sqrt{4} = 2$

b. Jika fungsi polinom F(*x*) dan G(*x)* bernilai nol untuk *x* = *a* maka

$$\lim_{x\to a} \frac{F(x)}{G(x)} = \lim_{x\to a} \frac{(x-a)f(x)}{(x-a)g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)}$$

Contoh:

1. Tentukan hasil dari $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}x+2=2+2=4$$

2. Tentukan hasil dari $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

   Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-3}{x+2}$$
$$=\frac{2-3}{2+2}$$

   = - ¼

3. Tentukan hasil dari $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-5x^2+7x-30}{x^2+x-12}$

   Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-5x^2+7x-30}{x^2+x-12}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x^2+x+10)}{(x-3)(x+4)}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{2x^2+x+10}{(x+4)}=\frac{2(3)^2+3+10}{3+4}=\frac{31}{7}$$

c. Rasionalisasi bentuk akar

   Contoh: 1. Tentukan hasil dari $\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

   Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4}$$

$\lim_{x\to 4}\sqrt{x}+2=\sqrt{4}+2=2+2=4$

   Contoh 2: Tentukan hasil dari $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x+x^2}-1\right)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)}{x\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x+x^2)-1}{x(\sqrt{1+x+x^2}+1}=\lim_{x\to 0}\frac{x+x^2}{x(\sqrt{1+x+x^2}+1}=\lim_{x\to 0}\frac{x(1+x)}{x(\sqrt{1+x+x^2}+1)}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+x}{\sqrt{1+x+x^2}+1}=\frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1}=\frac{1}{\sqrt{1}+1}=\frac{1}{2}$$

o. Diketahui f(x) polinom berderajat tiga,

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-4 \quad dan \quad \lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=5$$

Tentukan *f(x)*

p. Hitunglah $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x}$

q. Hitunglah $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

r. Hitunglah $\lim_{x\to 0}\frac{|2x-1|-|2x+1|}{x}$

d. Berbentuk $\lim_{x\to\infty} f(x)$

1. Bentuk $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$

   Contoh :

   a. Tentukan $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x-8}{6x^2-6}$

   Penyelesaian:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2}{x^2}+\frac{5x}{x^2}-\frac{8}{x^2}}{\frac{6x^2}{x^2}-\frac{6}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{3+0-0}{6-0} = 3/6 = ½$$

$$b.\ \lim_{x\to\infty}\frac{x+8}{x^2-6}=\ldots.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{x^2}+\frac{8}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{6}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{0+0}{1-0} = 0$$

e. Berbentuk $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)})$
   Contoh:

   Hitunglah nilai limitn berikut $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-4})$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-4})$$

$$=\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-4})).\frac{(\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x-4})}{(\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x-4})}$$

$$\lim_{x\to}\frac{(3x+1)-(3x-4)}{\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x-4)}}=\lim_{x\to\infty}\frac{5}{\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x-4}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{5}{\sqrt{x}}}{\sqrt{\frac{3x}{x}+\frac{1}{x}}+\sqrt{\frac{3x}{x}-\frac{4}{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{0}{\sqrt{3+0}+\sqrt{3-0}}=0$$