DESKRIPSI MATERI
PERTEMUAN 1: HIMPUNAN

Mata Kuliah Matematika Diskrit

PENGANTAR

Setiap mahasiswa diwajibkan untuk membaca dan mempelajari lebih dalam tentang matematika diskrit. Matematika Diskrit adalah salah satu ilmu yang memiliki banyak kegunaan dalam berbagai bidang ilmu lainnya. Matemtika Diskrit merupakan cabang matematika yang mempelajari tentang obyek-obyek diskrit. Dalam pembahasan kali ini kita akan mempelajari tentang himpunan, dimana ini sangat umum dipelajari oleh para pelajar teknik informatika. Pada pertemuan kali ini materi yang akan kita bahas adalah cara menyatakan himpunan, terminology himpunanan, operasi pada himpunan, hokum-hukum himpunan dan prinsip inklusi - eksklusi.

Himpunan (*set*) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas. Objek di dalam himpunan dinamakan unsur atau anggota himpunan. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi '$\in$'.

Contoh 1.1.

Misalkan himpunan $A = \{x, y, z\}$

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A.

$w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A.

TUJUAN PERKULIAHAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai himpunan. Setelah menyelesaikan perkuliahan, mahasiswa diharapkan mampu:

- Menjelaskan arti dari himpunan dan cara menyatakan himpunan tersebut.
- Mengetahui macam-macam himpunan, operasi pada himpunan serta hokum-hukum pada himpunan tersebut.
- Memberikan contoh dari masing-masing operasi pada himpunan.
- Memberikan contoh prinsip inklusi - eksklusi.

DESKRIPSI MATERI :

PENGERTIAN HIMPUNAN

Himpunan (*set*) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas. Objek di dalam himpunan dinamakan unsur atau anggota himpunan. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi '∈'.

Contoh 1.1.

Misalkan himpunan $A = \{x, y, z\}$

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A.

$w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A.

E. Prinsip Inklusi-Eksklusi

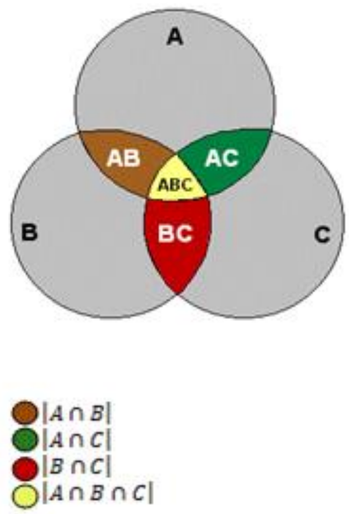
Prinsip Inklusi dan Eksklusi merupakan perluasan ide dalam Diagram Venn beserta operasi irisan dan gabungan.

Penggabungan dua buah himpunan menghasilkan himpunan baru yang elemen-elemennya berasal dari berasal dari himpunan A dan himpunan B. Himpunan A dan himpunan B mungkin saja memiliki elemen-elemen yang sama. Banyaknya elemen bersama A dan B adalah . Setiap unsur yang sama itu telah dihitung dua kali, sekali pada dan sekali pada , meskipun ia seharusnya dianggap sebagai satu buah elemen di dalam . Karena itu, jumlah elemen hasil penggabungan seharusnya adalah jumlah elemen di masing-masing himpunan dikurangi dengan jumlah elemen di dalam irisannya, atau prinsip ini dikenal dengan nama **prinsip inklusi-eksklusi.**

Prinsip inklusi-eksklusi dapat dirampatkan untuk operasi lebih dari dua buah himpunan. **Untuk tiga buah himpunan** A, B, dan C berlaku teorema berikut.

Misalkan A, B, dan C adalah himpunan berhingga, maka berhingga dan

Bukti:



Untuk dua himpunan A dan B berlaku :

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$

$$|\boldsymbol{A} \oplus \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| - 2|\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}|$$

Contoh 1.17.

Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

<u>Penyelesaian</u>:

A = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

B = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dari 3 dan 5, yaitu 15),

Ditanyakan $|A \cup B|$?

$|A| = \frac{100}{3} = 33$ $\quad$ $|B| = \frac{100}{5} = 20$ $\quad$ $|A \cap B| = \frac{100}{15} = 6$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = \mathbf{47}$$

*Jadi, ada **47** buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.*

Untuk tiga buah himpunan A, B, dan C, berlaku :

$$|\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}| = |\boldsymbol{A}| + |\boldsymbol{B}| + |\boldsymbol{C}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}| - |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{C}| - |\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}| + |\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}|$$

Untuk himpunan A_1, A_2, …, A_r, berlaku :

$$|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_r| = \sum_{i} |A_i| - \sum_{1 \le i \le j \le r} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \le i \le j \le k \le r} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \ldots + (-1)^{r-1} |A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_r|$$