

PERTEMUAN 17

TURUNAN DALAM ELEKTRONIKA

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu menguasai materi turunan dalam dunia elektronika dan kegunaannya.

B. URAIAN MATERI

1. Turunan pada Arus Listrik

Arus listrik adalah banyaknya muatan listrik yang mengalir pada suatu benda atau media dalam waktu tertentu. Muatan listrik tersebut mengalir karena adanya pergerakan elektron-elektron pada benda tersebut. Biasanya benda atau media dapat berupa sirkuit listrik. Arus listrik diukur dalam satuan Coulomb/detik atau Ampere. Contoh adanya arus listrik seperti aliran listrik dalam jaringan tubuh manusia dan hewan, biasanya dalam orde mikroAmpere (sangat lemah). Contoh lain adalah arus listrik pada saat terjadi petir sebesar 1-200 kiloAmpere (sangat kuat).

Besar arus listrik dituliskan dalam persamaan berikut:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Jika dituliskan dalam turunan maka

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Dimana I adalah arus listrik dalam Ampere, Q adalah muatan listrik dalam Coulomb, dan t adalah waktu dalam detik.

Contoh: Muatan listrik pada sebuah penghantar dengan mengalir dalam rumusan sebagai dirumuskan $Q = 2t^3 + 4t^2 - 7$; Hitunglah

- a. besar muatan listrik saat awal
- b. besar muatan listrik saat 2 detik
- c. Rumusan arus listrik
- d. Arus listrik pada saat awal
- e. Arus listrik pada saat 2 detik

Jawaban :

- a. Muatan listrik saat awal , $t = 0$ detik.

$$Q(0) = 2 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0^2 - 7$$
$$Q(0) = -7A$$

- b. Besar muatan listrik saat 2 detik

$$Q(2) = 2 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 - 7$$
$$Q(2) = 25 A$$

- c. c). Rumusan arus listrik

$$I(t) = 6t^2 + 8t$$
$$I(0) = 6 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 = 0 \text{ Ampere}$$

- d. d). Arus saat awal , $t = 0$ detik.

$$I(0) = 6 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 = 0 \text{ Ampere}$$

- e. Arus listrik pada saat 2 detik

$$I(2) = 6 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 = 40 \text{ Ampere}$$

2. Turunan pada sistem kendali

Sistem kendali banyak terdapat dalam elektronika, misalkan pada peralatan pabrik, industri otomotif dan lain lain. Sistem kendali misalkan PID (proporsional integral dan differensial)

Melibatkan penggunaan diferensial untuk pada perancangan nilai kendalinya.

Contoh

Dalam sistem kendali sebuah mesin mempunyai error yang dirumuskan dengan $e(t) = 4t^2 - 5t$, akan diberi pengendali Differential dengan $T_d = 3$ s. Berapa nilai aksi setelah diberi pengendali tersebut.

Jawab

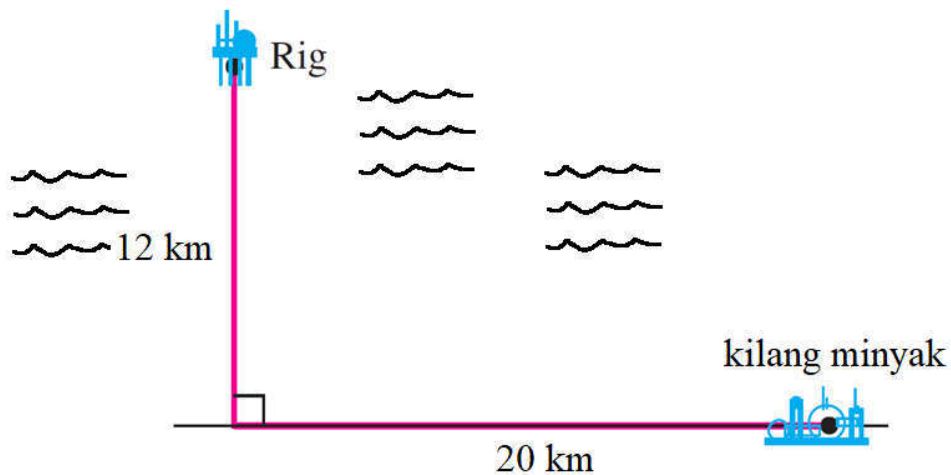
Respon sistem adalah hasil dari

$$u(t) = T_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = 3 \cdot (8t - 5)$$

3. Turunan pada pekerjaan pemasangan pipa minyak dari rig pengeboran ke kilang minyak

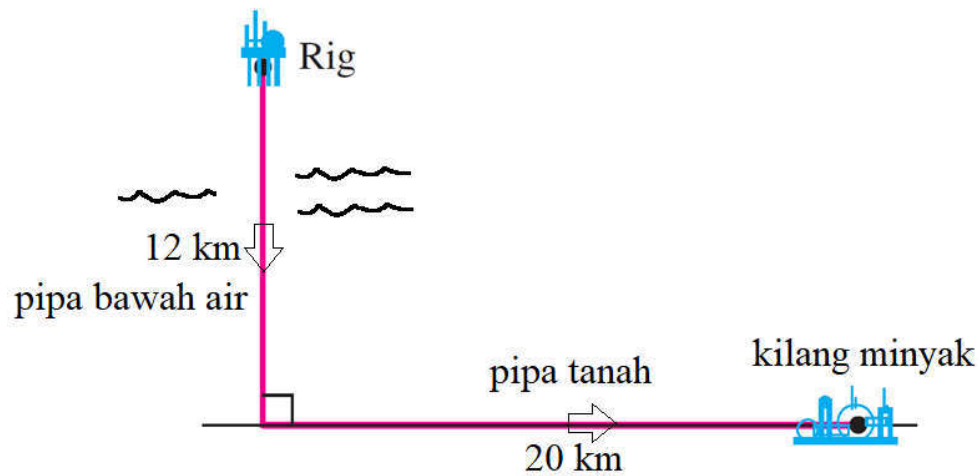
Sebuah rig pengeboran terletak 12 km lepas pantai akan dihubungkan dengan pipa ke kilang minyak yang terletak di pantai, yang pada jarak 20 km lurus horisontal ke pantai dari rig, seperti ditunjukkan gambar dibawah. Jika biaya pembangunan pipa bawah air adalah Rp 5.000.000.000,- per km dan pipa lewat tanah adalah 3.000.000.000,- per km. Hitunglah cara desain agar di peroleh biaya yang murah untuk memasang pipa tersebut.



Jawaban.

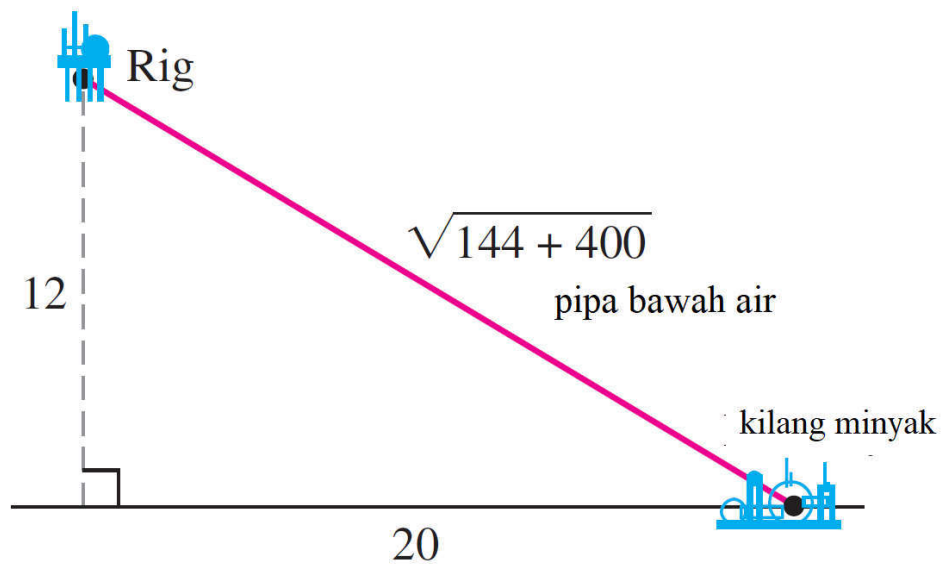
Untuk mengatasi masalah tersebut ada beberapa kemungkinan yang dihitung.

Desain 1: Menggunakan pipa bawah air sesedikit mungkin, karena pipa bawah air lebih mahal. Desainnya adalah pipa dipasang tegak lurus pantai 12 km, dan disambung pipa tanah 20 km ke kilang minyak.



$$\begin{aligned}
 \text{Biaya} &= 12 \cdot 5000\,000\,000 + 20 \cdot 3000\,000\,000 \\
 &= 120\,000\,000\,000, - \\
 &= \text{Rp } 120 \text{ Milyar}
 \end{aligned}$$

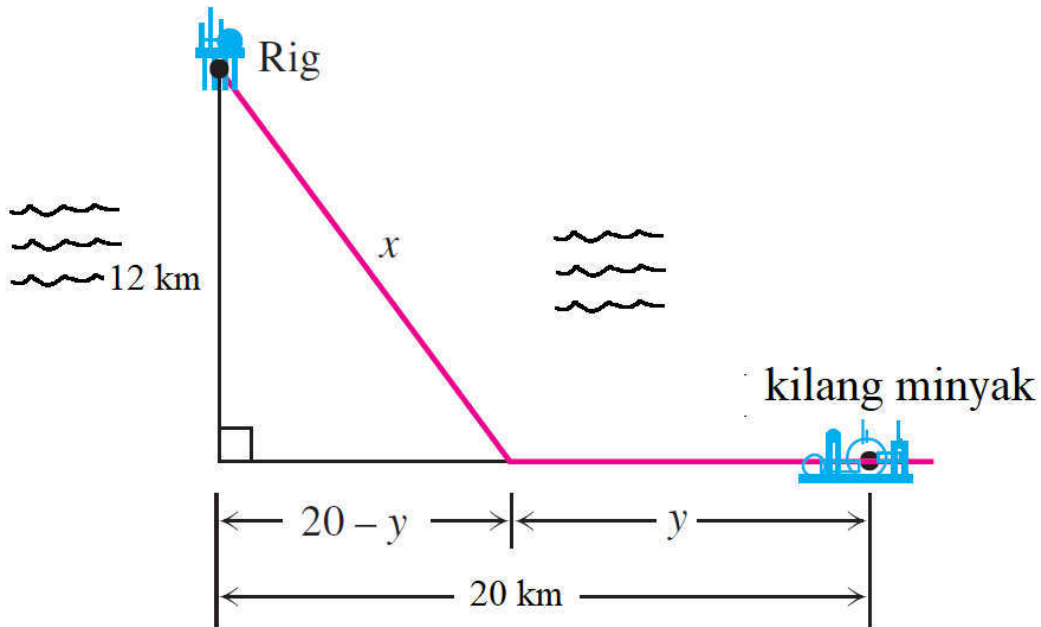
Desain 2: .Menggunakan pipa bawah air langsung ke arah kilang minyak membentuk diagonal, tanpa menggunakan pipa darat seperti gambar dibawah.



$$\begin{aligned}
 \text{Biaya} &= \sqrt{144 + 400} \cdot 5000\,000\,000 \\
 &= \sqrt{544} \cdot 5000\,000\,000 \cdot \\
 &= 116\,619\,000\,000
 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan menunjukkan biaya **Desain 1:** ini lebih kecil dari **Desain 2:**.

Desain 3: Menggunakan pipa bawah air sesedikit mungkin, karena pipa bawah air lebih mahal. Misalkan panjang x dari pipa bawah air dan panjang y dari pipa darat adalah y seperti gambar dibawah:



Menggunakan teorema Pythagoras didapatkan :

$$x^2 = 12^2 + (20 - y)^2$$

$$x = \sqrt{144 + (20 - y)^2}$$

Hanya akar positif memiliki bisa dipakai untuk desain ini, sehingga

$$\text{Biaya} = 5000\,000\,000x + 3000\,000\,000y$$

Kemudian nilai x disubstitusikan sehingga didapatkan:

$$c(y) = 5000\,000\,000 \cdot \sqrt{144 + (20 - y)^2} + 3000\,000\,000y$$

Langkah selanjutnya adalah menemukan nilai minimum $c(y)$ pada interval $0 \leq y \leq 20$. Turunan pertama dari $c(y)$ yang berhubungan dengan y menurut aturan rantai adalah

$$c' = 5000\,000\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2(20 - y)(-1)}{\sqrt{144 + (20 - y)^2}} + 3000\,000\,000$$

$$c' = -5000\,000\,000 \cdot \frac{20 - y}{\sqrt{144 + (20 - y)^2}} + 3000\,000\,000$$

Nilai minimum didapat saat $c'=0$; sehingga

$$0 = -5000\,000\,000 \cdot \frac{20 - y}{\sqrt{144 + (20 - y)^2}} + 3000\,000\,000$$

$$5000\,000\,000(20 - y) = 3000\,000\,000\sqrt{144 + (20 - y)^2}$$

$$\frac{5}{3}(20 - y) = \sqrt{144 + (20 - y)^2}$$

$$\frac{25}{9}(20 - y)^2 = 144 + (20 - y)^2$$

$$\frac{16}{9}(20 - y)^2 = 144$$

$$(20 - y) = \pm \frac{3}{4} \cdot 12$$

$$(20 - y) = \pm 9$$

$$y = 20 \pm 9$$

$$y = 11 \text{ atau } y = 29$$

Hanya nilai $y = 11$ yang memenuhi. Sehingga dimasukkan nilai tersebut, didapat

$$x^2 = 12^2 + (20 - 11)^2$$

$$x^2 = 144 + 81$$

$$x = \sqrt{225} = 15$$

$$Biaya = 5000\,000\,000 \cdot 15 + 3000\,000\,000 \cdot 11$$

$$Biaya = 108\,000\,000\,000$$

$$= \text{Rp } 108 \text{ Milyar}$$

Sehingga didapat desain pemasangan pipa sebesar Rp 108.000.000 000, dengan cara ke c, yaitu panjang pipa darat 11 km dan pipa bawah air sepanjang 15 km

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

1. Tangki silinder dengan alas dan tutup, terbuat dari pelat logam tipis. Volume silinder 4 m^3 . Berapakah diameter dan tinggi tangki agar luas permukaan logam dapat minimum.
2. Dalam sistem kendali sebuah mesin mempunyai error yang dirumuskan dengan $e(t) = 5t^2 - 2t$, akan diberi pengendali Differential dengan $T_d = 3 \text{ s}$. Berapa nilai aksi setelah diberi pengendali tersebut.
3. Diketahui fungsi sebagai berikut $y = NIM t^2 + NIM t - 7$.
Carilah $y'(3)$, $y''(3)$.
4. Posisi dua sinyal listrik pada suatu kabel memenuhi pada sumbu $s = \cos t$ dan $s_2 = \cos(t + \pi/4)$
5. Seorang pelanggan meminta anda untuk mendesain segi empat terbuka-atas tong stainless steel. Itu harus memiliki basis persegi dan volume untuk dilas dari piring seperempat inci, dan untuk menimbang tidak lebih dari yang diperlukan. Dimensi apa yang Anda rekomendasikan?

6.

D. DAFTAR PUSTAKA

Georhe B.Thomas Jr.; Calculus and Analytic Geometry; 4th edition; Addison Wesley; Publishing Company, Reading Massachussets printing, 1975

Thomas - Calculus 11e with Differential Equations HQ, Mathematics-for-physicists-and-engineers-fundamentals-and-interactive-study-guide