PERTEMUAN 7

METODE SIMPLEKS: MINIMASI

A. Tujuan Pembelajaran

Pertemuan 7 menjelaskan cara menyelesaikan masalah minimasi dengan metode simpleks. Setelah proses pembelajaran selesai, anda harus mampu memahami masalah minimasi.

B. Uraian Materi

1. Uraian Masalah Minimasi

Masalah minimalisasi umumnya mempunyai kendala pertidaksamaan tipe ≥. Permasalahan minimisasi memakai langkah yang tidak berbeda dengan permasalahan maksimasi, tetapi membutuhkan sejumlah pengadaptasian. Untuk batasan ketidaksetaraan tipe ≤, variabel slack ditambahkan untuk menggunakan sumber daya yang dipakai pada batasan. Metode ini tidak bisa digunakan di kendala pertidaksamaan ≥ serta kendala persamaan (=).

Pada poin ini, akan membahas pemecahan masalah LP secara meminimalkan fungsi tujuan. Pembahasan akan diawali dengan merumuskan masalah berdasarkan standar simpleks, kemudian mengulang atau mengoreksi tabel hingga mencapai kondisi terbaik. Dalam topik ini, akan membahas pemecahan masalah LP dengan meminimalkan fungsi tujuan. Dalam masalah minimisasi, biasanya menemui tanda-tanda ≥ dalam fungsi kendala. Namun, fungsi kendala mungkin memiliki simbol =.

Saat menggunakan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah LP, langkah pertama yang perlu dilaksanakan yakni menyelaraskan rumus masalah dengan standar simpleks. Memiliki maksud lain, harus mengubah tanda pertidaksamaan menjadi persamaan.

Dalam fungsi kendala bertanda ≤, harus menambah variabel slack untuk menunjukkan kapasitas yang tidak terpakai di departemen. Hal itu sebab berkemungkinan semua kapasitas yang ada tidak digunakan selama proses produksi. Dalam masalah minimisasi, akan menemukan fungsi kendala yang memiliki simbol ≥, yang berarti bisa memakai lebih banyak sumber daya daripada sumber daya yang ada. Pertanyaan yang timbul yakni, berapa banyak keunggulan sumber daya yang dipakai dari sumber daya yang ada? Guna menunjukkan bahwa lebih banyak sumber daya yang dipakai daripada yang ada, harus menggunakan surplus variabel untuk mengurangi batasan ini. Surplus variabel biasanya dinamakan slack variabel negatif.

Sebab nilai penyelesaian masalah LP haruslah non-negatif, untuk menyelesaikan persoalan ini, harus menambah variabel buatan (A). Variabel artistik secara fisik tidak berarti serta hanya dipakai guna tujuan kalkulasi.

Agar lebih mengetahui masalah, mari amati masalah Perusahaan Kimia Galuh. Perusahaan Kimia Galuh harus memproduksi 1.000 unit campuran fosfat serta kalium. Biaya per unit fosfat yaitu \$ 5, sedangkan biaya per unit kalium adalah \$ 6. Jumlah fosfat yang bisa dipakai tidak melebihi 300 unit, dan minimal harus dipakai 150 unit kalium. Untuk meminimalkan biaya total, berapa banyak fosfat dan kalium yang harus digunakan?

Masalah Perusahaan Kimia Galuh dapat dinyatakan sebagai LP

Fungsi Tujuan:

Minimalisasikan Cost $Z = 5X_1 + 6\ X_2$

Fungsi kendala:

$X_1 + X_2 = 1000$

$X_1 \leq 300$

$X_2 \geq 150\ X_1, X_2 \geq 0$

Ket:

X_1 = jumlah fosfat pada unit X_2 = jumlah kalium pada unit

Menggunakan metode simpleks untuk memecahkan masalah ini harus merumuskan kembali masalah tersebut sesuai dengan standar metode simpleks. Merumuskan rumus berdasarkan standar simpleks berarti harus mengubah tanda pertidaksamaan (≤ dan ≥) menjadi persamaan. Bagi batasan yang memiliki tanda =, hanya ditambah variabel buatan. Jadi kendala pertama adalah:

$X_1 + X_2 + A_1 = 1000$

Kendala ke-2, $X_1 \leq 300$, tambahkan slack variabel kemudian menjadi:

$X_1 + S_1 = 300$

Sementara kendala ke-3, $X_2 \geq 150$, harus dikurangkan dengan surplus variabel serta ditambahkan dengan artificial variabel, kemudian menjadi:

$X_2 – S_2 + A_2 = 150$

Terakhir, menulis fungsi objektif. Sebab ada variabel buatan pada fungsi kendala, dan memberikan koefisien + M untuk variabel buatan dalam fungsi tujuan. Koefisien + M mewakili angka yang sangatlah besar, kemudian berdasarkan hal ini bisa diartikan sebagai biaya yang sangatlah besar. Fungsi tujuan pada masalah Galuh Chemical Company adalah:

Minimalisasi kan biaya $Z = 5 X_1 + 6X_2 + 0 S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$

Rumus standar simpleks menurut soal lengkap Galuh Chemical Company yakni:

Fungsi Tujuan:

Minimalisasikan biaya: $Z = 5 X_1 + 6X_2 + 0 S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$

Fungsi kendala:

$X_1 + X_2 + A1 = 1000X_1 + S_1 = 300$

$X_2 – S_2 + A2 = 150$

$X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$

Jika fungsi kendala berisi variabel buatan, sementara fungsi tujuan dimaksimalkan, koefisien variabel buatan dalam fungsi tujuan yakni -M.

Langkah selanjutnya dalam menyelesaikan masalah LP menggunakan metode simpleks yakni menyusun tabel awal, dasarnya menyusun tabel awal untuk masalah minimisasi sama dengan masalah maksimisasi. Hanya sebab terhadap masalah Galuh Chemical Company, kami menyadari bahwa variabel lain selain variabel slack yaitu variabel residual dan variabel artifisial, maka variabel yang dapat dimasukkan ke dalam kolom product mix tabel awal adalah variabel slack dan variabel artifisial. Bentuk awal pertanyaan Galuh Chemical Company bisa diamati di Tabel.

Tabel 30 : Bentuk Awal

	Cj	5	6	0	0	+M	+M	
Product Mix		X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	Q
A_1	+M	1	1	0	0	1	0	1000
S_1	0	1	0	1	0	0	0	300
A_2	+M	0	1	0	-1	0	1	150
	Zj	+M	2M	0	-M	+M	+M	1050M
	Cj-Zj	5-M	6-2M	0	M	0	0	

Angka-angka di baris Cj (5, 6, 0, 0, + M, + M) merupakan koefisien dari fungsi tujuan. Angka di baris A1 (1, 1, 0, 0, 1, 0) dan angka-angka di baris S1 (1, 0, 1, 0 0, 0) serta angka (0, 1, 0, -1, 0) , 1) di baris A2 merupakan koefisien kendala 1, 2 ,3. Angka-angka di baris Zj (+ M, 2M, 0, -M, + M, + M) didapatkan dengan mengalikan kolom Cj dan kolom yang bersangkutan. Misalnya, kita bisa menetapkan nilai Zj kolom X_1 = (M x 1) + (0 x 1) + (M x 0) = M. Menggunakan cara tidak berbeda, kita mendapatkan nilai Zj di kolom lainnya. Bilangan di baris Cj-Zj didapatkan dengan mengurangkan bilangan di baris Zj memiliki bilangan di baris Cj. Misalnya, kita hendak menghitung nilai Cj-Zj di kolom X1 = 5 (angka di baris Cj) -M (angka di baris Zj) = 5-M. Begitu pula, guna menghitung nilai Cj-Zj kolom lain, gunakan metode yang sama.

Cara lainnya untuk menyelesaikan masalah LP dengan fungsi objektif adalah dengan meminimalkannya. Ada dua cara untuk menyelesaikannya yaitu:

a. Mengubah fungsi tujuan serta persamaan selanjutnya menuntaskannya sebagaipersoalan maksimasi.

b. Bila semua NBV di baris nol memiliki koefisien yang berharga nonpositif, artinya BFS telah optimal.

c. Bila di baris nol masih terdapat variabel yang memiliki koefisien positif, pilih salah satu variabel yang berharga paling positif di baris nol tersebut, guna menjadi EV.

Contoh: Minimumkan: $z = 2X_1 – 3X_2$

berlandaskan

$2X_1 + X_2 < 4$

$X_1 - X_2 < 6$

$X_1, X_2 > 0$

Konversi bentuk standar:

minimumkan: $z = 2X_1 + 3X_2$

Berdasarkan:

$X_1 + X_2 + S_1 = 4$

$X_1 - X_2 + S_2 = 6$

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-2	3	0	0	0
S1	0	1	1	1	0	4
S2	0	1	-1	0	1	6

Menentukan BFS $X_1 = X_2 = 0$

BV = {z, S_1, S_2} NBV= { X_1, X_2}

BFS = $Z - 2X_1 + 3X_2 = 0$

$X_1 + X_2 + S_1 = 4X_1 - X_2 \quad + S_2 = 6$

$z = 0$, $S_1 = 4$, $S_2 = 6$

Bentuk Tabel

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-2	3	0	0	0
S1	0	1	1	1	0	4
S2	0	1	-1	0	1	6

Dilihat dari Z maka X2 yang memiliki koefisien paling positif

EV

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-2	3	0	0	0
S1	0	1	1	1	0	4
S2	0	1	-1	0	1	6

Menghitung rasio:

EV

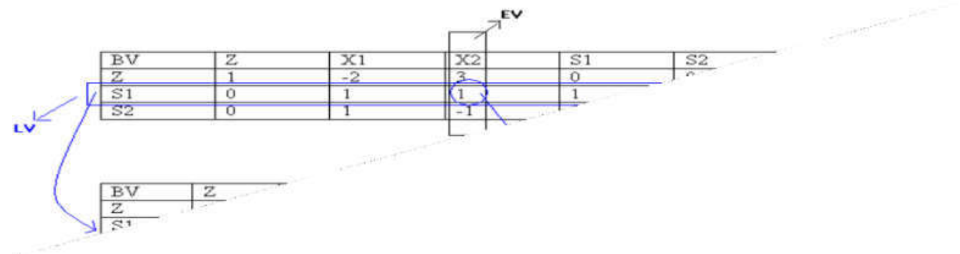
BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

Menentukan LV ⟶ rasio terbesar: 4 maka

EV

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

LV



EV

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

LV

Pivot

Baris ke-2 untuk pivotnya: 1/1 = 1

Nilai baris untuk kolom ke-2

Baris 1: -2-(3*1)

= -2-3 = -5

Baris 3: 1-(-1*1)

1 + 1 = 2

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z		-5	0			
X2	0	1	1	1	0	4
S2		2	0			

Nilai basis untuk kolom1: Baris 1: 1 - (3*0)

= 1 – 0 = 1

Baris 3: 0 - (-1*0)

= 0 – 0 = 0

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-5	0			
X2	0	1	1	1	0	4
S2	0	2	0			

Nilai basis untuk kolom 4: Baris 1: 0 – (3*1)

= 0 – 3 = -3

Baris 3: 0 – (-1 * 1) = 1

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi	Rasio
Z	1	-2	3	0	0	0	-
S1	0	1	1	1	0	4	4
S2	0	1	-1	0	1	6	-6

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-5	0	-3		
X2	0	1	1	1	0	4
S2	0	2	0	1		

Hasil Akhir

BV	Z	X1	X2	S1	S2	Solusi
Z	1	-5	0	-3	0	-12
X2	0	1	1	1	0	4
S2	0	2	0	1	1	0

Selesaikanlah permasalahan program linier di bawah memakai metode simpleks minimalisasi

Fungsi tujuan

Maks $Z = 3X_1 + 5X_2$

Dengan Kendala:

$2X_1 \leq 8$

$3X_2 \leq 15$

$6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Penyelesaian

Langkah 1: Mengubah fungsi tujuan serta batasan

- Fungsi tujuan

  $z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi $z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

- Fungsi batasan

  (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

  (1) $2X_1 \leq 8$ menjadi $2X_1 + X_3 = 8$

  (2) $3X_2 \leq 15$ menjadi $3X_2 + X_4 = 15$

  (3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$ menjadi $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

  Sehingga fungsi tujuan dan batasan menjadi:

- Fungsi tujuan:

$$z - 3X_1 - 5X_2 = 0$$

- Dengan kendala:

$$2X_1 + X_3 = 8$$

$$3X_2 + X_4 = 15$$

$$6X_1 + X_5 = 30$$

Langkah 2: Susun persamaan pada tabel. Sejumlah istilah pada metode simpleks

NK merupakan nilai persamaan yang benar, yakni nilai setelah tanda (=). Bagi batas 1 adalah 8, batas 2 adalah 15, serta batas 3 adalah 30.

- Variabel dasar merupakan variabel yang memiliki nilai sama dengan ruas kanan persamaan. Di rumus $2X_1 + X_3 = 8$, jika tidak terdapat aktivitas artinya nilai $x_1 = 0$, serta seluruh kemampuan masih tidak terpakai, artinye terdapat tingkat pengangguran 8 unit, atau $X_3 = 8$. Dalam tabel, nilai variabel dasar (x_1, x_2, x_3) di fungsi objektif pada tabel awal haruslah nol. Serta nilai di batasan harus positif

  a. Tabel simpleks pertama:

Tabel 31 : Simpleks Pertama

Variabel Dasar	Z	x1	x2	x3	x 4	x5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
....							....
x3	0	2	0	1	0	0	8
....							....
x4	0	0	3	0	1	0	15
	0	6	5	0	0	1	
x5							30

Kolom kunci merupakan dasar guna melakukan perubahan pada tabel sederhana. Pilih kolom dengan *nilai paling negatif di baris fungsi tujuan*. Berdasar hal ini, kolom X_2 dengan nilai pada baris persamaan target adalah –5. Seperti yang ditunjukkan di tabel dibawah, letakkan persegi panjang di kolom X_2.

b. Tabel simpleks: pemilihan kolom kunci pada tabel pertama

Tabel 32 : Tabel Simpleks Lanjutan

Variabel dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Ket. (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	0	30	

Langkah 3: Memilih baris kunci

- *Baris kunci* merupakan dasar guna mengubah tabel sederhana Indeks setiap baris ditemukan secara membagikan nilai di kolom NK dan nilai baris di kolom kunci, sehingga mengubah tabel simpleks.
- Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)

  Bagi baris pembatas 1, ukuran indeks = 8/0 = ~, baris pembatas 2 = 15/3 = 5, baris pembatas 3 = 30/5 = 6. Pilihlah baris dengan indeks positif paling kecil. Berdasarkan hal ini, batas kedua dipilih sebagai garis kunci. Tempatkan persegi panjang di garis kunci. Nilai yang dimasukkan di kolom kunci serta dimasukkan pula di baris kunci dinamakan nomor kunci.

Langkah 4: Mengubah nilai baris kunci

Seperti yang ditunjukkan pada Tabel 3, ubah nilai baris kunci dengan membaginya dengan nomor kunci. Bagian bawah (0/3 = 0; 3/3 = 1; 0/3 = 0; 1/3 = 1/3; 0/3 = 0; 15/3 = 5). Ganti variabel dasar di baris dengan variabel pada bagian atas kolom kunci (x2).

Tabel 33 : Tabel simpleks: Cara mengubah nilai baris kunci

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Ket. (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	8/0=~
X_4	0	0	3	0	1	0	15	15/3=5
X_5	0	6	5	0	0	1	30	30/5=6
Z								
X_3								
X_2	0	0	1	0	1/3	0	15/3	
X_5								

0/3 0/3 1/3 0/3 1/3 0/3 15/3

Langkah 5:

Mengubah nilai kecuali di baris kunci

Rumus:

Baris baru = baris lama – (koefisien di kolom kunci) x nilai baru baris kunci, kemudian ada perubahan yaitu: Baris pertama (Z)

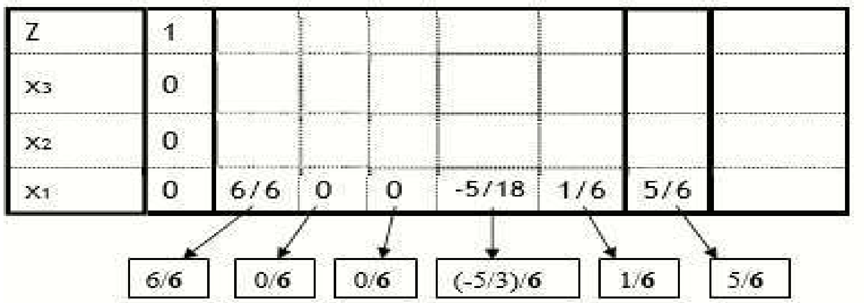
	[-3	-5	0	0	0,	0]	
(-5)	[**0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai baru =	[-3	0	0	5/3	0,	25]	

Baris ke-2 (batasan 1)

	[2	0	1	0	0,	8]	
(0)	[**0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai =	[2	0	1	0	0,	8]	

Baris ke-4 (batasan 3)

	[6	5	0	0	1,	30]	
(5)	**[0**	**1**	**0**	**1/3**	**0,**	**5**]	(-)
Nilai =	[6	0	0	-5/3	1,	5]	



Nilai baru

	[-3	0	0	5/3	0,	25]
(-3)	**[1**	**0**	**0**	**•5/18**	**1/6,**	**5/6**] (-)
Nilai baru =	[0	0	0	5/6	½,	$27^1/2$]

Baris ke-2 (batasan 1)

	[2	0	1	0	0,	8]	
(2)	**[1**	**0**	**0**	**•5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru =	0	0	1	5/9	-1/3,	$6^1/3$]	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

	[0	1	0	1/3	0,	5]	
(0)	**[1**	**0**	**0**	**•5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru =	0	1	0	1/3	0,	5]	

Tabel 34 : Tabel simpleks hasil perubahan

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	5/6	½	$27^1/2$
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	$6^1/3$
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5
X_1	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

Baris pertama (Z) bukan lagi angka negatif, kemudian tabel tidak bisa memaksimumkan kembali, serta tabel adalah hasil terbaik.

Diperoleh dari tabel terakhir:

X1 = 5/6, X_2 = 5 dan nilai z maksimum = $27^1/_2$

C. Soal Latihan/Tugas

1. Meminimumkan

   $Z = 22\ X_1 + 6X_2$

   Fungsi kendala:

   $11X_1 + 3X_2 \geq 33$

   $8X_1 + 5X_2 2 \leq 40$

   $7X_1 + 10X_2 \leq 70$ dan $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$

2. Meminimumkan

   $Z = 22X_1 + 6X_2$

   Fungsi Kendala

   $11X_1 + 3X_2 - 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 33$

   $8X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 40$

   $7X_1 + 10X_2 + 0S_1 + 0\ S_2 + 1\ S_3 = 70$,

   dan X_1 , X_2 , S_1 , S_2 , $S_3 \geq 0$

3. Contoh Metode Simpleks terkecil Perusahaan Maju Terus berencana menanamkan investasi terbesar sebesar Rp. 1.200.000.00. Uang ini akan diinvestasikan di dua cabang bisnis P serta Q. masing-masing unit P membutuhkan Rp. 50.000.00, bisa memberi tingkat pengembalian 10% per unit per tahun, sementara masing-masing unit Q membutuhkan uang Rp 100.000, tetapi tingkat pengembalian per unit per tahun adalah 4%. Perusahaan berkeyakinan target tingkat pengembalian kedua perusahaan tersebut minimal Rp 60.000 per tahun. Selanjutnya, hasil analisis perusahaan menunjukkan bahwa indeks risiko masing-masing unit P dan Q adalah 8 serta 3. Nyatanya,, perusahaan tidak bersedia jika terlalu banyak mengambil risiko. Kebijakan lain yang diharapkan pimpinan, khususnya bagi unit bisnis P adalah investasi minimal Rp 200.000. Jika perusahaan berniat untuk terus berinvestasi, maka permasalahan di atas harus diselesaikan dengan cara mengurangi atau meminimalkan risiko sebanyak mungkin. Berapa banyak unit yang dapat diinvestasikan setiap perusahaan ?

D. Referensi

Richard, L. (1992). *Quantitative Approaches to Management, eight editiion.* New York: McGraw-Hill Publishing Company.

Widodo, U. R. (2014). *Pemrograman Linear.* Bengkulu: Badan Penerbitan Fakultas UNIB.