

PERTEMUAN 14

MESIN TURING DAN MESIN MOORE

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pada bab ini akan dibahas bagaimana suatu model mesin abstrak awal mesin turing dan model mesin dengan output Mesin Moore, sebagai bentuk implementasi dari mesin otomata berhingga. Bagaimana kedua model mesin abstrak tersebut dapat memproses suatu input string bahkan untuk mesin Moore menghasilkan output, serta pemahaman pola dari kedua model mesin tersebut.

Setelah mengikuti perkuliahan pada bab ke 14 (delapan) ini, diharapkan mahasiswa mampu :

- 1) Menjabarkan definisi mesin turing
- 2) Menjabarkan transisi mesin turing
- 3) Menganalisa proses input string ke suatu mesin turing
- 4) Menjabarkan definisi mesin Moore
- 5) Menjabarkan transisi mesin moore
- 6) Menganalisa proses input string ke suatu mesin Moore

B. URAIAN MATERI

1. Definisi Mesin Turing

Seperti sudah disinggung pada pengantar, bahwa mesin turing merupakan suatu model “ kemungkinan dari sebuah komputasi “ yang dikenal berasal dari pendahuluan konsep automata berhingga dan automata pushdown. Mesin turing merupakan sebuah mesin abstrak yang terdiri dari simbol – simbol untuk menyelesaikan suatu masalah secara otomatis. Untuk mendefinisikan mesin turing dapat kita buat dengan notasi mirip dengan notasi pada automata pushdown, yakni terdiri dari 7 (tujuh) unsur :

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, S, \Delta, F, \delta)$$

Arti dari setiap notasi adalah sebagai berikut:

Q : himpunan berhingga dari state yang mengontrol posisi

Σ : himpunan berhingga simbol masukan

Γ : himpunan simbol pita, dimana Σ merupakan himpunan bagian dari Γ , $\Sigma \in \Gamma$

S : state awal, $S \in Q$

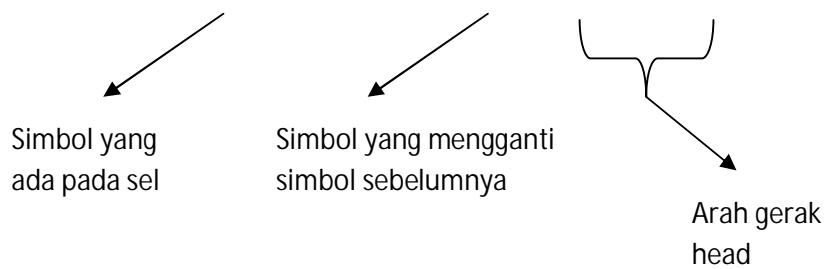
Δ : simbol kosong (blank). Simbol ini terdapat pada Γ , namun tidak pada Σ

F : himpunan state akhir atau state penerima, $F \in Q$

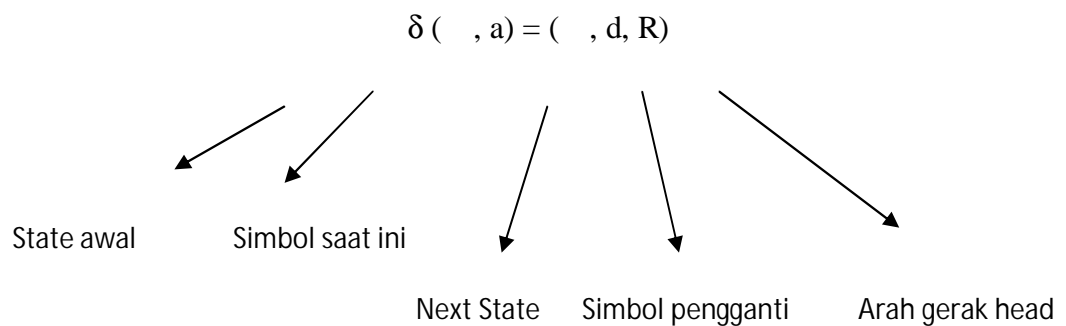
δ : fungsi transisi.

Fungsi Transisi mesin turing :

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$$



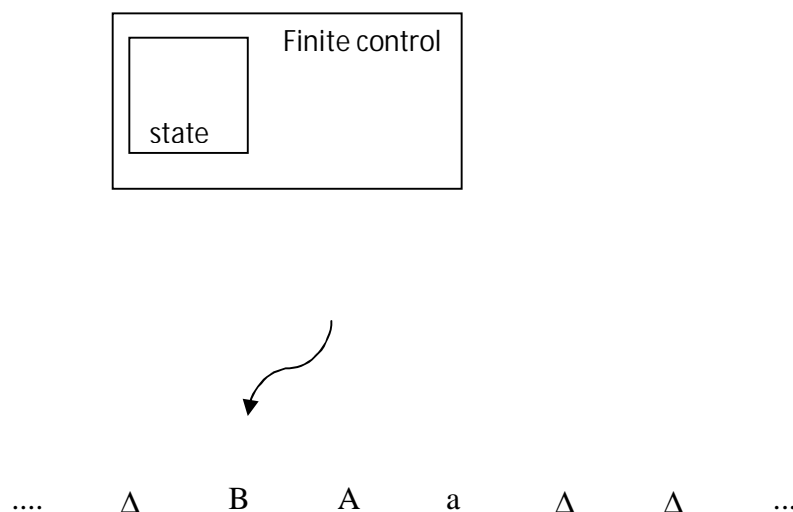
Contoh :



Jika pernyataan dari $\delta(q, a)$ adalah sebuah state q dan sebuah simbol tape a . Hasil dari $\delta(q, a)$ ditentukan dari tiga kondisi (p, Y, D)

1. p adalah state selanjutnya, dari Q
2. Y adalah simbol. Pada Γ . Ditulis dalam tape dan akan mengganti setiap simbol yang ada dalam tape
3. D adalah arah, baik L atau R, untuk L adalah “left” dan R adalah “right”, sebagai penunjuk arah dari pergerakan tape head

Agar mudah membayangkan pola dari mesin turing dapat ditampilkan secara visual sebagai berikut :



Gambar 8.1 visual sebuah mesin turing

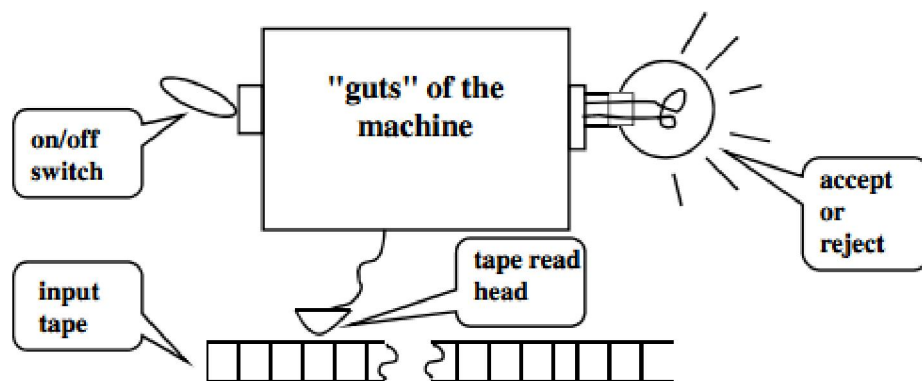
Seperti terlihat pada gambar 10.1 terdapat program petunjuk yang merupakan finite control (pengatur ini kedudukan pada state mana saja). Tape digambarkan dalam bentuk kotak – kotak atau sel, setiap sel dapat berisi satu simbol masukan.

Awalnya, setiap simbol masukan ditempatkan pada tape. Sel dari tape memanjang sisi kiri dan kanan nya terdapat simbol kosong, maupun simbol input

lainnya. Ada sebuah tape head yang berperan sebagai pemberi perintah untuk melakukan penelusuran terhadap simbol tape yang ditunjuk oleh tape head tersebut. Posisi awal tape head berada pada sel paling kiri. Tape head bergeser ke kiri dan kanan dengan kecepatan yang tak terbatas, head membaca dan menulis data pada tape. Panjang tape tidak terbatas.

Suatu perpindahan transisi pada mesin turing maksudnya adalah suatu fungsi dari kedudukan finite control dan simbol tape yang ditelusuri. Pada satu perpindahan, mesin turing akan :

- 1) Mengubah kedudukan state. Ada kemungkinan State selanjutnya masih sama dengan state sebelumnya
- 2) Menuliskan simbol tape pada sel yang ditelusuri. Simbol tape akan menggantikan apapun isi simbol yang ada pada sel yang sudah ditelusuri. Ada kemungkinan simbol tape yang dituliskan masih sama dengan simbol yang ada sebelumnya.
- 3) Menggeser tape head ke kiri atau kanan. Sehingga meninggalkan posisi sebelumnya.

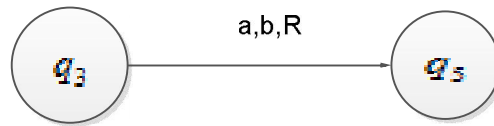


Gambar 8.2 contoh implementasi mesin turing

Jika kita lihat gambar 10.2 terdapat suatu program untuk menyalakan lampu dengan menggunakan switch on atau off yang bereaksi berdasarkan hasil yang diberikan oleh tape head. Tape head akan berubah sesuai pada state yang ditunjuk setelah menerima input tertentu dari input tape.

2. Transisi pada mesin turing

Berdasarkan definisi di atas dapat kita lihat cara membaca fungsi transisi yang benar dari mesin turing. Marilah kita lihat bagaimana jika kita terapkan dalam contoh input string terhadap suatu mesin turing :



Gambar 8.3 transisi antara suatu state

Transisi pada gambar 10.3 dapat diartikan sebagai berikut :

- ü Berpindah dari state q_3 ke state q_5
- ü Pada tape simbol akan terjadi perubahan dari abjad “a” menjadi abjad “b” ($a \rightarrow b$)
- ü Tape head bergeser ke kanan satu kali karena ditunjukkan kondisi R = Right (\dots, R)

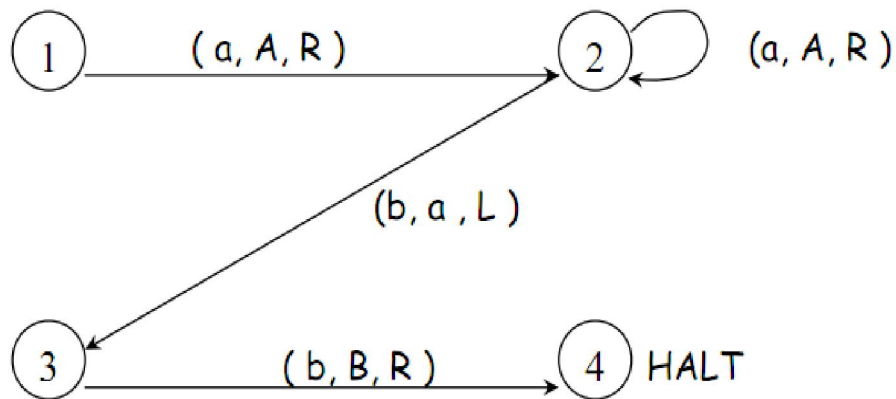
Catatan :

- Ø Sebuah mesin turing akan menerima suatu untai string jika berhenti pada kondisi HALT
- Ø Untai ditolak jika kondisi :
 - Pada saat petunjuk (tape head) berada pada left most, mendapat perintah untuk berpindah ke kiri
 - Proses terhenti karena simbol yang diamati bukan salah satu dari simbol yang berdefinisi

3. Proses input untai string ke mesin turing

Seperti pembahasan pada bab sebelumnya (DFA dan NFA), kita juga mampu memproses input ke suatu mesin turing. Agar dapat memahami apa saja yang perlu dilakukan dalam proses input string, perhatikan contoh berikut :

Contoh diketahui sebuah mesin turing sebagai berikut :



Definisi dari mesin turing tersebut adalah

$$Q = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Gamma = \{a, A, b, B\}$$

$$S = \{1\}$$

$$F = \text{halt } \{4\}$$

Dapat kita peroleh transisi nya seperti :

$$\delta(1, a) = (2, A, R)$$

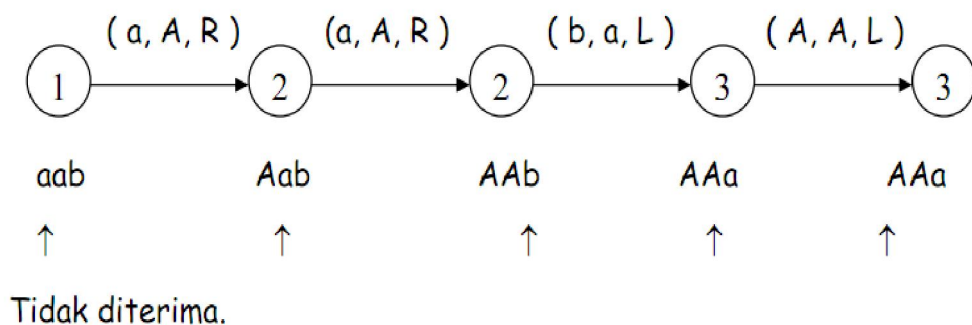
$$\delta(2, a) = (2, A, R)$$

$$\delta(2, b) = (3, a, L)$$

$$\delta(3, b) = (4, B, R)$$

Jika mesin turing tersebut kita berikan input untai string aab, maka proses nya akan melalui langkah – langkah sebagai berikut :

- 1) Dimulai dari state awal 1, yakni $\delta(1,a) = (2, A, R)$, artinya akan berpindah ke state 2 dan tape akan digantikan dari aab menjadi Aab dengan arah tape head ke kanan (R adalah right)
- 2) Hasil dari proses pertama tape head menunjuk pada posisi state 2, maka untuk proses kedua untuk input string a adalah $\delta(2,a) = (2, A, R)$. Artinya kedudukan state tetap pada state 2, tape akan digantikan dari Aab menjadi AAa dengan arah tape head ke kanan
- 3) Untuk proses ketiga akan kita input string b, terhadap state 2 (karena hasil dari proses kedua menunjuk state 2) dengan transisi $\delta(2,b) = (3, a, L)$. Artinya kedudukan state tetap pada state 3, tape akan digantikan dari AAa menjadi AAAa dengan arah tape head ke kiri (L = left)
- 4) Untuk proses selanjutnya, dikarenakan tape head ke arah kiri, hasil menunjukkan bahwa tape akan berisi AAAa dengan posisi pada state 3 dengan arah left. Maka pada posisi ini string aab tidak dikenali oleh mesin turing tersebut. Seperti pada gambar 10.4.



Gambar 8. 4 contoh proses input string untuk untai string aab

4. Definisi Mesin Moore

Pada suatu mesin abstrak (automata hingga), proses pembacaan string dengan pengekseskuan instruksi – instruksi yang mengisyaratkan perpindahan state pada

mesin abstrak tertentu. Kemudian muncul pertanyaan apakah mungkin jika pada proses mesin abstrak kita peroleh suatu pencetakan dari hasil proses pengolahan suatu input string yakni berupa output dengan panjang terbatas? Atau pun dengan pencetakan output dengan hasilnya yang cukup panjang?

Inilah pertanyaan yang dihadapi dengan kondisi dari model matematika otomata berhingga (finite state automata) sebagai representasi mesin fisik. Otomata berhingga hanya terbatas pada pemberian keputusan akan suatu input string apakah dikenali mesin atau tidak dikenali. Jenis otomata inilah yang disebut Language Acceptor atau Recognizer (pengenal atau mengingat bahasa).

Pada tahun 1956 E.F Moore sudah menemukan model bentukan model matematika yang mampu menghasilkan suatu output, dengan tujuan penemuan ini sebagai desain model matematika bagi penerapan sirkuit sekuensial yang merupakan model untuk komponen kerja komputer secara fisik.

Kita dapat sebut dengan Finite State Transducer, untuk Otomata state berhingga yang memiliki keputusan beberapa keluaran atau output. Output pada mesin moore akan berasosiasi dengan state. Berikut ini adalah definisi dari suatu mesin moore dengan 6 (enam) tuple, $M = (Q, \Sigma, \delta, S, \Delta, \lambda)$ untuk masing – masing :

Q = Himpunan state

Σ = Himpunan simbol input

δ = fungsi transisi

S = state awal

Δ = Himpunan output

λ = fungsi output untuk setiap state

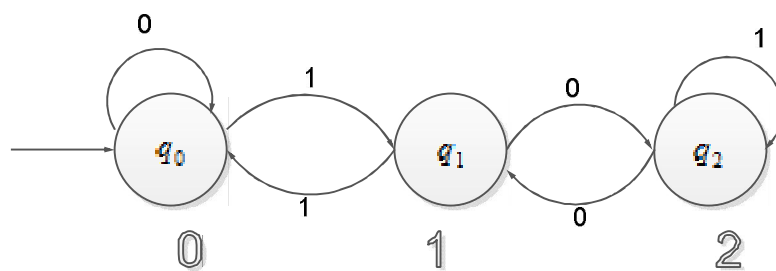
Catatan : state akhir atau state penerima yang terdapat dalam DFA ataupun NFA tidak ada, karena keputusan dimunculkan sebagai output.

Pada proses awal mesin moore selalu mencetak karakter yang berada pada state awal. Setiap input string menghasilkan output string dan tidak terdapat final state, maka mesin moore tidak mendefinisikan suatu bahasa dalam menerima untai string.

Jika input alfabet terakhir sudah dibaca maka proses akan berhenti dan output terakhir akan dicetak. Untuk input string dengan n abjad, maka output string nya adalah n+1 alfabet karena terdapat n+1 state yang akan dilalui dalam prosesnya.

5. Transisi pada mesin moore

Pada contoh berikut ini kita akan menerapkan mesin moore untuk menghasilkan suatu nilai sisa hasil bagi (modulus) dari suatu bilang dengan 3. Proses akan berlangsung dengan menyatakan input string dalam bentuk biner sebelumnya.



Gambar 8.5 contoh diagram transisi mesin moore untuk sisa hasil bagi dengan bilangan 3

Dengan keterangan sebagai berikut :

$$Q = \{ \quad , \quad , \quad \}$$

$$\Sigma = \{0, 1\} \text{ (input dalam biner)}$$

$$S =$$

$\Delta = \{0, 1, 2\}$ (output pada contoh modulus bilangan dengan 3 maka kemungkinan sisanya adalah 0, 1, 2)

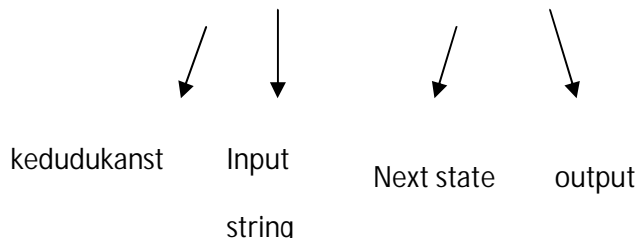
$$\lambda(\quad) = 0,$$

$$\lambda(\quad) = 1,$$

$$\lambda(\quad) = 2$$

Dan transisi secara formal untuk mesin moore pada gambar 10.5 adalah sebagai berikut :

$$\delta(\quad , 0) = \{ \quad , 0 \}$$



$$\delta(\quad , 1) = \{ \quad , 1 \}$$

$$\delta(\quad , 0) = \{ \quad , 2 \}$$

$$\delta(\quad , 1) = \{ \quad , 0 \}$$

$$\delta(\quad , 0) = \{ \quad , 1 \}$$

$$\delta(\quad , 1) = \{ \quad , 2 \}$$

Pembahasan selanjutnya akan kita terapkan proses input ke dalam mesin moore modulus bilangan 3.

6. Proses input untai string ke mesin moore

Setelah melihat transisi pada contoh gambar 10.5, maka kita dapat melakukan proses input string ke mesin moore dengan melalui langkah – langkah detail sebagai berikut :

Misalkan kita ingin mengetahui hasil modulus 3 dari beberapa bilang berikut ini (selanjutnya kita sebut modulus dengan mod¹) :

$$\emptyset \quad 2 \bmod 3 = ?$$

$$\emptyset \quad 13 \bmod 3 = ?$$

$$\emptyset \quad 32 \bmod 3 = ?$$

¹ Mod adalah singkatan modulus dan biasa digunakan dalam aritmetika ataupun keyword dari beberapa bahasa pemrograman untuk memproses modulus suatu bilangan

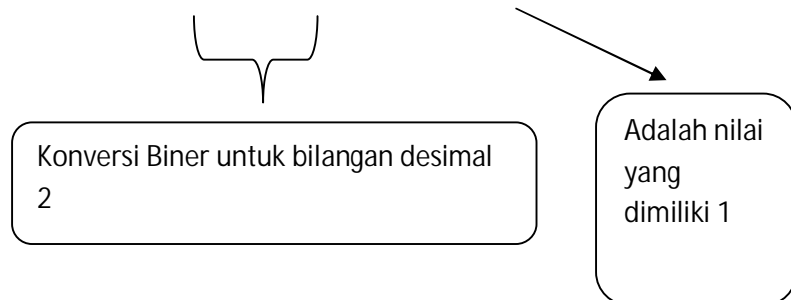
Pembahasan :

$$\emptyset \ 2 \bmod 3$$

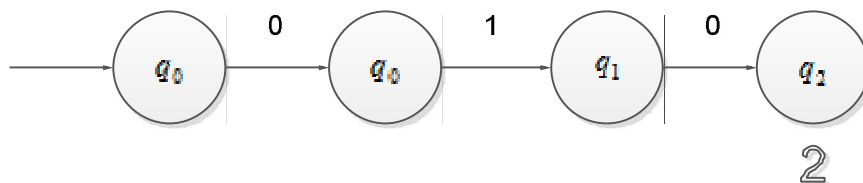
- 1) Sebelum memasukkan input 2 ke dalam mesin moore, maka langkah pertama adalah melakukan konversi bilangan 2 ke bilangan biner, yakni

$$2 \quad 2 \quad 2$$

$$010 = 2 = 2$$



- 2) Masukan 010 ke dalam mesin moore modulus bilangan 3, maka akan didapat proses pada gambar 10.6
- 3) Dan akan didapatkan output 2, artinya adalah $2 \bmod 3 = 2$

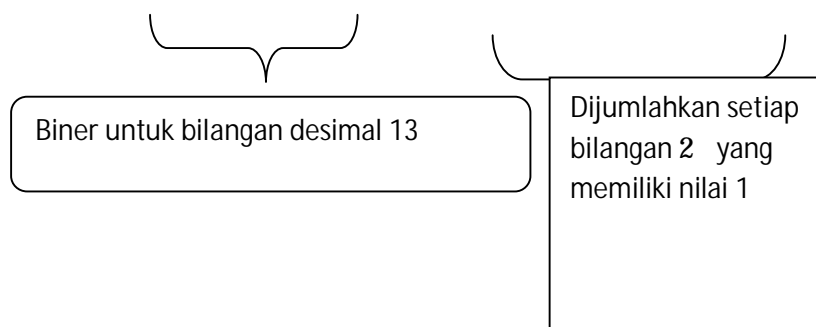


$$\emptyset \ 13 \bmod 3$$

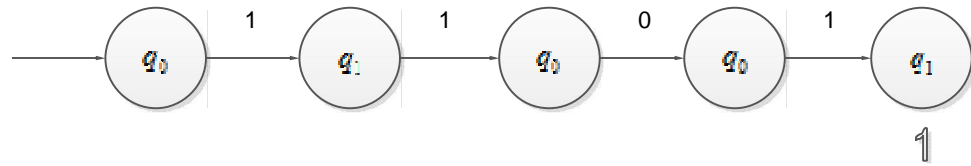
- 1) Sebelum memasukkan input 13 ke dalam mesin moore, maka langkah pertama adalah melakukan konversi bilangan 13 ke bilangan biner, yakni.

$$2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

$$1 \ 1 \ 0 \ 1 = 2 + 2 + 2 = 13$$

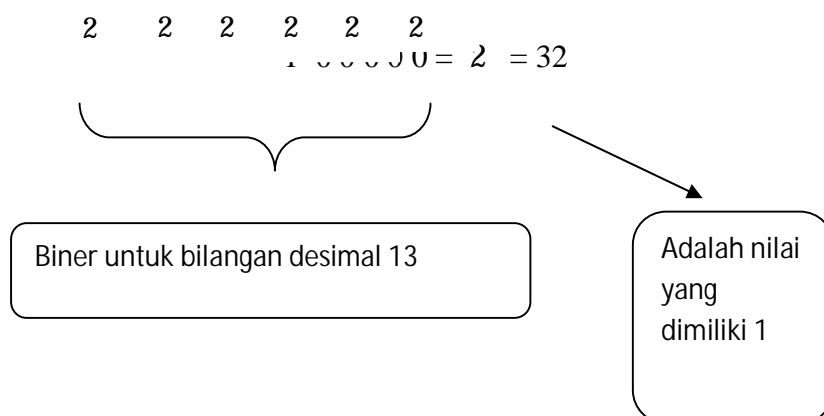


- 2) Masukan 1101 ke dalam mesin moore modulus bilangan 3, maka akan didapat proses pada gambar 10.7
- 3) Dan akan didapatkan output 1, artinya adalah $13 \bmod 3 = 1$

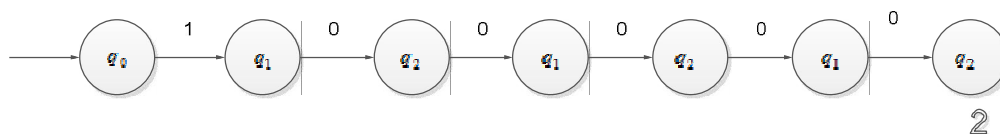


$$0 \quad 32 \bmod 3$$

- 4) Sebelum memasukkan input 32 ke dalam mesin moore, maka langkah pertama adalah melakukan konversi bilangan 32 ke bilangan biner, yakni.

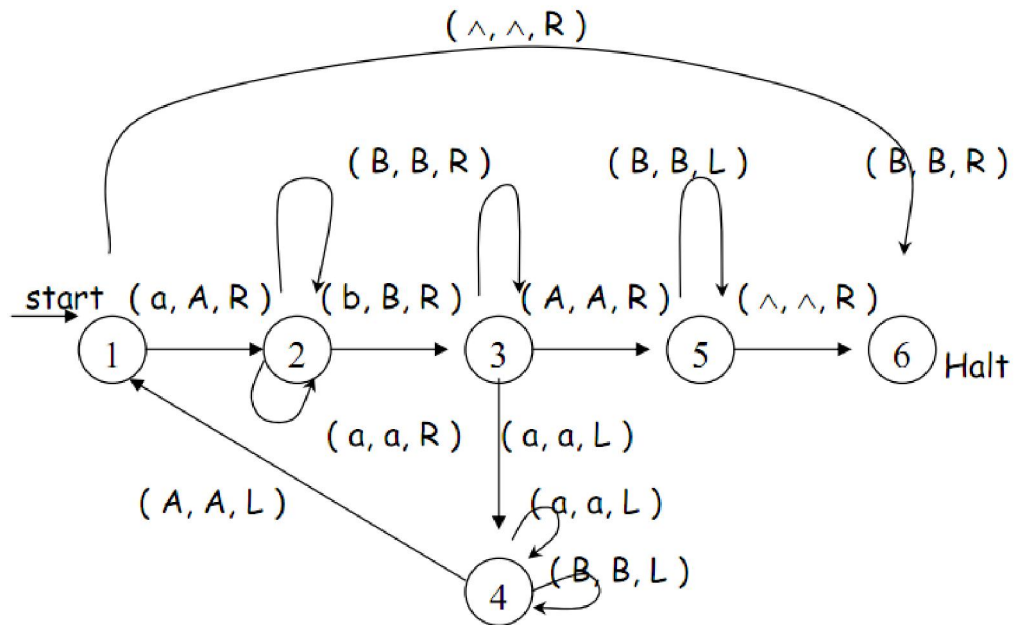


- 5) Masukan 10000 ke dalam mesin moore modulus bilangan 3, maka akan didapat proses pada gambar 10.8
- 6) Dan akan didapatkan output 2, artinya adalah $32 \bmod 3 = 2$



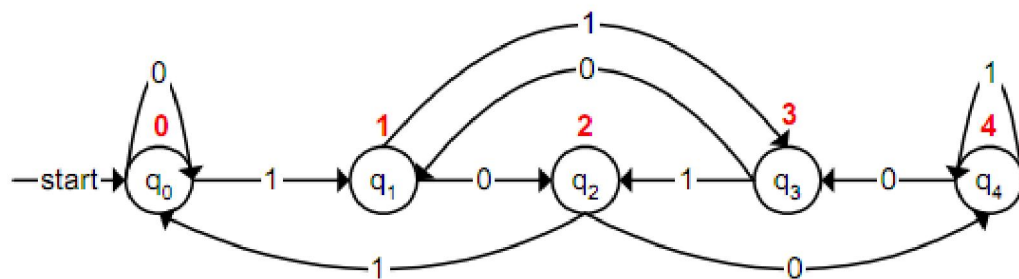
C. SOAL LATIHAN 13 DAN TUGAS

- a. Diketahui sebuah mesin turing berikut



Tentukan transisi masing – masing state dengan menggunakan tabel transisi mesin turing.

- Berdasarkan mesin turing pada latihan no. 1, maka tentukan apakah string berikut diterima atau tidak
 - abaaAabB
 - abABB[^]
 - abaaBA[^]
 - aaabBABB
- Perhatikan gambar diagram mesin Moore berikut



Tentukan output dan langkah - langkah untuk masing input string berikut ini:

- 42
- 103
- 59
- 154

D. DAFTAR PUSTAKA

- Hopcroft, John. E., etc. 2001. Second edition. Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation. US America : Pearson
- Martin, John C. 2010. Fourth Edition. Introduction to Language and The Theory of Computation. United State America : McGraw-Hill
- Subiyanto, Ari eka. 2009. “Automata dan Bahasa Formal “Praktika Finite Automata dengan Output””. Kuliah Umum IlmuKomputer.com. Jakarata
- Widhi, Hananto. “Mesin Moore dan Mealy”. ITB : Departmen Teknik Informatika
- Kussigit, Santoso. Handout Teori Bahasa dan Otomata.