DESKRIPSI MATERI

Pertemuan Ke 9 : FUNGSI

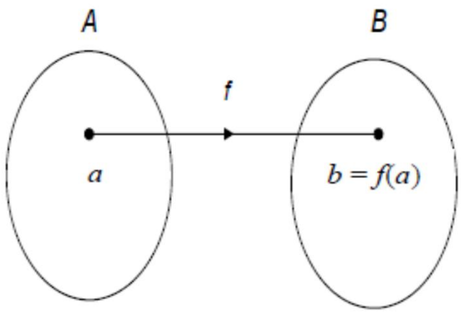
Mata Kuliah : Matematika Diskrit
Dosen Pengampu :

Misalkan A dan B merupakan himpunan. Suatu fungsi f dari A ke B merupakan sebuah aturan yang mengkaitkan satu (tepat satu) unsur di B untuk setiap unsur di A. Kita dapat menuliskan $f(a) = b$, jika b merupakan unsur di B yang dikaitkan oleh f untuk suatu a di A. Ini berarti bahwa jika $f(a) = b$ dan $f(a) = c$ maka $b = c$.
Jika f adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B, kita dapat menuliskan dalam bentuk :

$$f : A \rightarrow B$$

artinya : f memetakan himpunan A ke himpunan B.
A dinamakan daerah asal (*domain*) dari f dan B dinamakan daerah hasil (*codomain*) dari f. Nama lain untuk fungsi adalah pemetaan atau transformasi.

Misalkan $f(a) = b$, maka b dinamakan bayangan (*image*) dari a dan a dinamakan pra-bayangan (*pre-image*) dari b. Himpunan yang berisi semua nilai pemetaan f dinamakan jelajah (*range*) dari f. Perhatikan bahwa jelajah dari f adalah himpunan bagian (mungkin *proper subset*) dari B.



Contoh 1 :

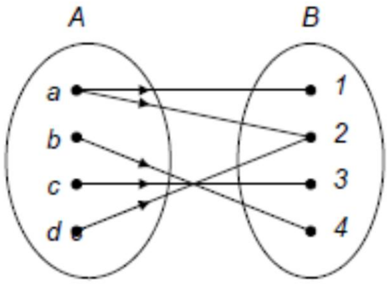
Misalkan f : **R** (Riil) → **R** didefinisikan oleh :

$$f(x) = x^2.$$

Daerah asal dan daerah hasil dari f adalah himpunan bilangan Riil, sedangkan jelajah dari f merupakan himpunan bilangan Riil tidak-negatif.

Contoh 2:

Dibawah ini contoh suatu relasi yang bukan merupakan fungsi :



Berikut ini adalah beberapa contoh fungsi dalam berbagai cara penyajiannya, yaitu :

1. Himpunan pasangan terurut.

   Misalkan fungsi kuadrat pada himpunan {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} maka fungsi itu dapat dituliskan dalam bentuk :

   $f = \{(2, 4), (3, 9)\}$

2. Formula pengisian nilai (*assignment*).

   Contoh 3 :

   $f(x) = x^2 + 10,$

   $f(x) = 5x,$

3. Kata-kata

   Contoh 4 :

   "*f* adalah fungsi yang memetakan jumlah bilangan bulat menjadi kuadratnya".

4. Kode program (*source code*)

   Contoh 5 :

   Fungsi menghitung $|x|$ (harga mutlak dari).

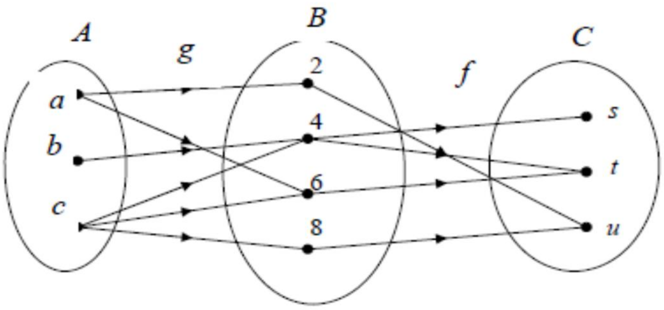
```
function abs(x:integer):integer;
begin
if x > 0 then
abs := x
else
abs := –x;
end;
```

A. Komposisi Fungsi

Misalkan g merupakan fungsi dari himpunan A ke himpunan B, dan f merupakan fungsi dari himpunan B ke himpunan C. Fungsi komposisi f dan g, dinotasikan dengan $f \circ g$, merupakan fungsi dari A ke C yang didefinisikan oleh :

$(f \circ g)(a) = f(g(a))$, untuk suatu a di A.

Perhatikan ilustrasi fungsi komposisi dibawah ini :



Contoh 6 :

Misalkan $f : Z \rightarrow Z$ dan $g : Z \rightarrow Z$, diberikan fungsi $f(x) = x + 1$ dan $g(x) = x^2$.

Tentukan $f \circ g$ dan $g \circ f$.

Jawab :

(i) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1$.

(ii) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$.

B. Jenis Fungsi

Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan **satu-ke-satu** (*one-to-one*) atau **injektif** (*injective*) jika tidak ada dua unsur himpunan A yang memiliki bayangan sama pada himpunan B.

Contoh 7 :

Misalkan $f : Z \rightarrow Z$ dan $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.

Tentukan apakah $f(x) = x^2$ dan $g(x) = x + 1$ merupakan fungsi satu-ke-satu?

Jawab :

a. $f(x) = x^2$ bukan fungsi satu-ke-satu,
karena $f(2) = f(-2) = 4$ padahal $-2 \neq 2$.

b. $g(x) = x + 1$ adalah fungsi satu-ke-satu karena untuk $a \neq b$, $a + 1 \neq b + 1$.
Misalnya untuk $x = 1$, $g(1) = 2$. Sementara itu, untuk $x = 2$, $g(2) = 3$.

Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan **pada** (*onto*) atau **surjektif** (*surjective*) jika setiap unsur pada himpunan B merupakan bayangan dari satu atau lebih unsur himpunan A. Dengan kata lain seluruh unsur B merupakan jelajah dari f. Fungsi f disebut fungsi **pada** himpunan B.

Contoh 8:

Misalkan $f : Z \rightarrow Z$ dan $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.

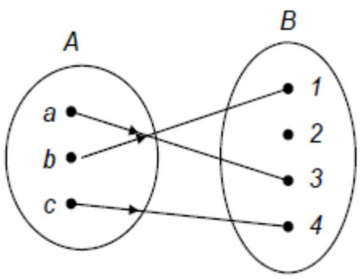
Tentukan apakah $f(x) = x^2$ dan $g(x) = x + 1$ merupakan fungsi pada !

Jawab :

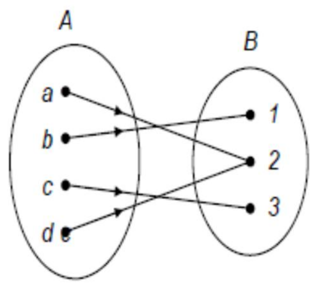
a. $f(x) = x^2$ bukan fungsi pada,
karena tidak semua nilai bilangan bulat merupakan jelajah dari f, yaitu
bilangan bulat negatif.

b. $g(x) = x + 1$ adalah fungsi pada karena untuk setiap bilangan Riil y, selalu ada nilai x yang memenuhi, yaitu $y = x + 1$.

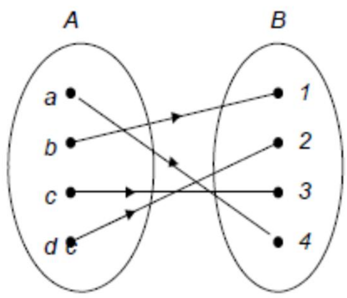
Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan **berkoresponden satu-ke-satu** atau **bijeksi** (*bijection*) jika fungsi tersebut **satu-ke-satu** dan juga **pada**.
Agar mendapatkan pengertian yang lebih baik, perhatikan ilustrasi berikut :



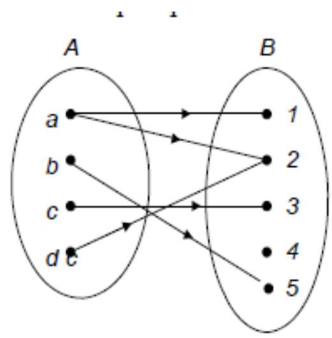
Fungsi satu-ke-satu,
bukan pada



Fungsi pada,
bukan satu-ke-satu



Fungsi satu-ke-satu dan pada



Bukan fungsi