

## PERTEMUAN 11

### FUNGSI INVERS

#### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu menguasai materi fungsi invers dalam matematika dan kegunaannya.

#### B. URAIAN MATERI

##### 1. Definisi Invers Fungsi:

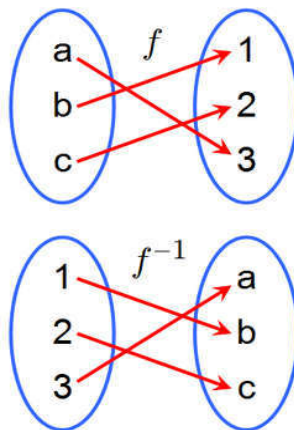
Fungsi Invers (fungsi kebalikan) adalah fungsi yang merupakan kebalikan aksi dari suatu fungsi.

Misalnya  $f$  adalah sebuah fungsi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$ . Dan hubungan  $A$  ke  $B$  satu satu, maka invers fungsi dari  $f$  definisikan sebagai  $f^{-1}$ .

Dimana jika fungsi  $g$  dari himpunan  $B$  ke himpunan  $A$  sedemikian, sehingga  $g(f(a)) = a$  dan  $f(f(b)) = b$  untuk setiap  $a$  dalam  $A$  dan  $b$  dalam  $B$ , maka  $g$  disebut fungsi invers dari  $f$ . Suatu bilangan itu jika dioperasikan dengan inversnya, maka akan menghasilkan identitas atau 1. Untuk lebih memahami invers dari suatu maka dilihat pada Gambar 11.1

Diperlihatkan bahwa domain  $(a,b,c)$  dimasukkan dalam fungsi  $f$  menghasilkan  $(1,2,3)$ .

Sebaliknya jika  $(1,2,3)$  dimasukkan dalam suatu fungsi maka hasilnya  $(a,b,c)$ , fungsi pembalik tersebut adalah invers dari fungsi  $f$ .



Gambar 11. 1. Hubungan fungsi dan inversnya.

Jika  $f$  adalah fungsi satu satu pada domain  $D$  dalam range  $R$ . Maka invers fungsi  $f^{-1}$  didefinisikan sebagai berikut:

$$f^{-1}(a) = b \text{ jika } f(b) = a$$

Domain  $f^{-1}$  adalah  $R$  dan range dari  $f^{-1}$  adalah  $D$ .

## 2. Menemukan Fungsi Invers

Invers dari fungsi  $f$  adalah relasi kebalikan dari fungsi  $f$ . Maka hubungan suatu fungsi  $f$  akan mengkawankan kodomain dari fungsi  $f$  terhadap domain dari fungsi  $f$  dengan pasangan yang sama.

### Contoh

Carilah invers dari fungsi

$$f(x) = x + 5$$

### Jawab

$$f(x) = x + 5$$

rubahlah .

$$y = x + 5$$

$$-x = -y + 5$$

$$x = y - 5$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$f^{-1}(x) = x - 5.$$

Membuktikan hasil invers:

$$f(x) = x + 5$$

$$x = 1 \text{ ----} \rightarrow f(x) = 1 + 5 = 6$$

Invers dari  $f(x)$  adalah

$$f^{-1}(x) = x - 5$$

maka

$$f^{-1}(6) = 6 - 5 = 1$$

terbukti

.

### Contoh 2

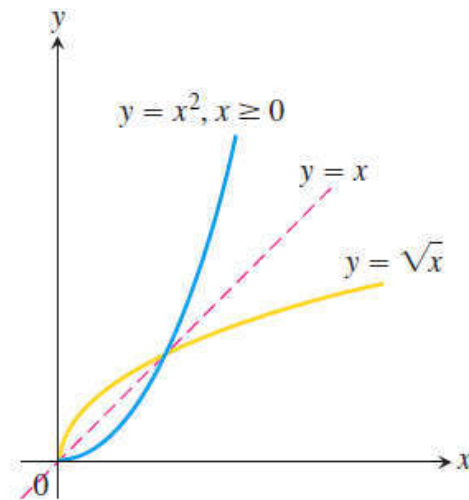
Carilah invers fungsi berikut :

$$y = x^2, x \geq 0$$

Jawab

$$\sqrt{y} = x^2$$

Fungsi tersebut dan hasil inversnya dapat digambarkan dalam Gamba



Gambar 11. 2. Grafik fungsi dan inversnya.

### Contoh 3

Carilah invers fungsi berikut:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad ; \text{ untuk } x \neq -d/c$$

Pertama ditulis kembali

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{ax + b}{cx + d} \\y(cx + d) &= ax + b \\ycx + yd &= ax + b \\x(yd - a) &= -yd + b \\x &= \frac{-dy + b}{cy - a}\end{aligned}$$

Sehingga

$$f^{-1} = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

#### Contoh 4

Carilah fungsi invers soal berikut :

$$f(x) = \frac{4x - 3}{2x + 1}$$

Jawab

$$f^{-1}(x) = -\frac{-x - 3}{2x - 4}$$

**C. SOAL LTIHAN/TUGAS**

1. Tentukan fungsi invers dari

$$f(x) = \frac{4x - 3}{2x + 1}$$

2. Invers dari fungsi

$$f(x) = \frac{3x - 2}{5x + 8}, x \neq -\frac{8}{5}$$

3. Tentukan fungsi invers dari

$$f(x) = \frac{8x + 3}{2 - 4x}$$

4. Jika  $f(x) = 2x - 6$  maka carilah  $f^{-1}(x)$

5. Fungsi invers didefinisikan sebagai  $f(x) = (x - 3) / (2x + 5)$ ,  $x \neq -5/2$  dan  $f^{-1}(x)$  adalah invers dari fungsi  $f(x)$ . Rumus dari  $f^{-1}(x)$  adalah...

**D. DAFTAR PUSTAKA**

1. Thomas (2005), Calculus 11e with Differential Equations, Pearson Wesley
2. Weltner, Klaus (2009), Mathematics-for-physicists-and-engineers-fundamentals-and-interactive-study-guide, Springer