PERTEMUAN 3:
GRAPH TERAPAN

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai Terminologi graph, Anda harus mampu:

1.1 Mengerti apa itu Terminologi Graph

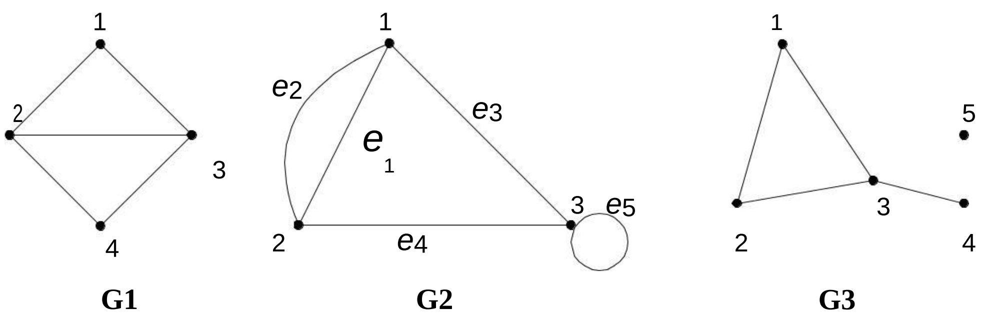
1.2 Dapat membedakan graph sederhana dan tak sederhana .

1.3 Dapat menggambar graph berarah dan tak berarah

B. URAIAN MATERI

Tujuan Pembelajaran 1.1:
Mengetahui Terminologi Graph

TERMINOLOGI GRAF



Gambar 1.3. Terminologi Graf

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)

Dua buah simpul (vertex) dikatakan *bertetangga* bila keduanya terhubung langsung oleh sisi.

Pada graf G_1 : simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3,

simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.

2. Bersisian (*Incidency*)

Untuk sembarang sisi $e = (v_i , v_j)$ dikatakan

e bersisian dengan simpul v_j , atau

e bersisian dengan simpul v_i

Pada graf G_2: e_2 bersisian dengan simpul 1 dan simpul 2 e_3

bersisian dengan simpul 1 dan simpul 3,

tetapi e_4 tidak bersisian dengan simpul 1.

3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

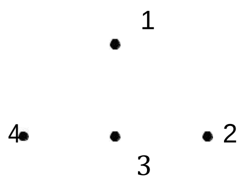
Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.

Tinjau graf G_3: simpul 5 adalah simpul terpencil.

4. Graf Kosong (*null graph* atau *empty graph*)

Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (N_n).

Dengan kata lain graf kosong adalah graf yang tidak memiliki sisi.



Gambar 1.4.. Graf kosong N_4

5. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi: $d(v)$

Tinjau graf G_1:

$d(1) = d(4) = 2$

$d(2) = d(3) = 3$

Tinjau graf G_3: $d(5) = 0$ → simpul terpencil

$d(4) = 1$ → simpul anting-anting (*pendant vertex*)

Tinjau graf G_2: $d(1) = 3$ → bersisian dengan sisi ganda

$d(3) = 4$ → bersisian dengan sisi gelang (*loop*)

Pada graf berarah,

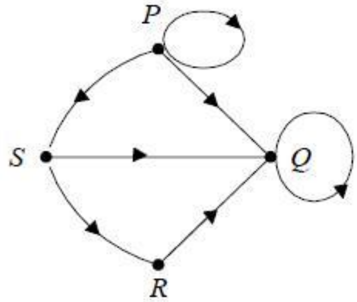
$d_{in}(v)$ = derajat-masuk (*in-degree*)

= jumlah busur yang masuk ke simpul v

$d_{out}(v)$ = derajat-keluar (*out-degree*)

= jumlah busur yang keluar dari simpul v

$d(v) = d_{\text{in}}(v) + d_{\text{out}}(v)$



Gambar 1.5. Derajat simpul graf berarah

Pada Gambar 1.5 :

$d_{\text{in}}(P) = 1$ dan $d_{\text{out}}(P) = 3$ maka $d\ (P) = 4$

$d_{\text{in}}(Q) = 4$ dan $d_{\text{out}}(Q) = 1$ maka $d\ (Q) = 5$

$d_{\text{in}}(R) = 1$ dan $d_{\text{out}}(R) = 1$ maka $d\ (R) = 2$

$d_{\text{in}}(S) = 1$ dan $d_{\text{out}}(S) = 2$ maka $d\ (S) = 3$

Lemma Jabat Tangan : *Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut.*

Dengan kata lain, jika $G = (V, E)$, maka :

$$\sum_{v \in V} d\ (v) = 2|E|$$

Tinjau graf G_1: $d(1) + d(2) + d(3) + d(4) = 2 + 3 + 3 + 2 = 10$
$= 2 \times$ jumlah sisi $= 2 \times 5$

Tinjau graf G_2: $d(1) + d(2) + d(3) = 3 + 3 + 4 = 10$
$= 2 \times$ jumlah sisi $= 2 \times 5$

Tinjau graf G_3: $d(1) + d(2) + d(3) + d(4) + d(5)$
$= 2 + 2 + 3 + 1 + 0 = 8$
$= 2 \times$ jumlah sisi $= 2 \times 4$

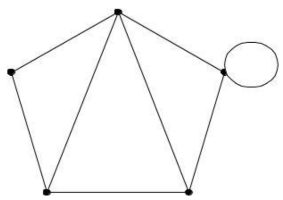
Contoh 5.2.

Diketahui graf dengan lima buah simpul. Dapatkah kita menggambar graf tersebut jika derajat masing-masing simpul adalah:

(a) 2, 3, 1, 1, 2
(b) 2, 3, 3, 4, 4

Penyelesaian:

(a) ***tidak dapat***, karena jumlah derajat semua simpulnya ganjil (2 + 3 + 1 + 1 + 2 = 9).
(b) ***dapat***, karena jumlah derajat semua simpulnya genap (2 + 3 + 3 + 4 + 4 = 16).



6. Lintasan (*Path*)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk v_0, e_1, v_1, e_2, v_2,... , v_{n-1}, e_n, v_n sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, ... , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G. Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G_1 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3).

Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G_1 memiliki panjang 3.

7. Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut **sirkuit** atau **siklus**.

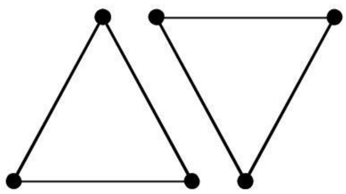
Pada graf G_1 : Lintasan 1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit.

Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit 1, 2, 3, 1 pada G_1 memiliki panjang 3.

8. Terhubung (*Connected*)

Dua buah simpul v_1 dan simpul v_2 disebut **terhubung** jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. G disebut **graf terhubung** (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j. Jika tidak, maka G disebut **graf tak-terhubung** (*disconnected graph*).

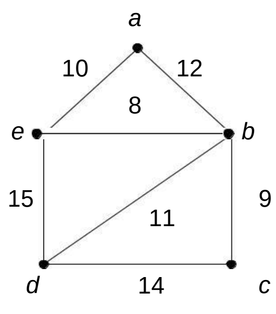
Contoh graf tak-terhubung:



Gambar 1.6.. Graf tak terhubung.

9. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).



Gambar 1.7. Graf berbobot.

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

DAFTAR PUSTAKA

Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika, 2005.

Siang, Jong Jek. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu komputer.* Yogyakarta: Andi Offset, 2004.

Wibisono, Samuel. *Matematika Diskrit.* Yogyakarta: Graha Ilmu, 2008.