

**Pokok Bahasan : Keseimbangan dan Pusat Massa**  
**Pertemuan : 14**

**TIU** : Mahasiswa dapat menjelaskan tentang syarat-syarat keseimbangan dan dapat menghitung pusat massa serta titik berat Tujuan Instruksional Khusus :

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa dapat :

- ❖ Menerangkan pengertian momentum, impuls dan tumbukan..
- ❖ Memahami penggunaan hukum kekekalan Momentum.
- ❖ Dapat menentukan tumbukan dalam satu, dua atau tiga dimensi.

Konsep keseimbangan benda tegar merupakan pengetahuan dasar yang sangat penting dan mempunyai banyak penerapan dalam kehidupan sehari-hari, khususnya bidang teknik. Suatu benda disebut sebagai bendategar jika jarak antara setiap bagian benda itu selalu sama. Dalam hal ini, setiap benda bisa kita anggap tersusun dari partikel-partikel atau titik-titik, di mana jarak antara setiap titik yang tersebar di seluruh bagian benda selalu sama. Dalam kenyataannya, setiap benda bisa berubah bentuk (menjadi tidak tegar), jika pada benda itu dikenai gaya atau torsi. Misalnya beton yang digunakan untuk membangun jembatan bisa bengkok, bahkan patah jika dikenai gaya berat yang besar (ada kendaraan raksasa yang lewat di atasnya). Dalam hal ini benda-benda itu mengalami perubahan bentuk. Jika bentuk benda berubah, maka jarak antara setiap bagian pada benda itu tentu saja berubah alias benda menjadi tidak tegar lagi. Untuk menghindari hal ini, maka kita perlu mempelajari faktor-faktor apa saja yang dibutuhkan agar sebuah benda tetap tegar.

**Keseimbangan Translasi**

Benda ini dikatakan berada dalam keadaan diam, karena jumlah semua gaya yang bekerja pada benda = 0. Secara matematis dapat ditulis ::

$$\Sigma F = 0$$

Perjumlahan gaya tersebut ditinjau secara horizontal dan vertikal.

**Gaya yang bekerja pada komponen horizontal (sumbu x)**

$$\Sigma F_x = 0$$

**Gaya yang bekerja pada komponen vertikal (sumbu y)**

$$\Sigma F_y = 0$$

**Keseimbangan Rotasi**

Dalam dinamika rotasi, kita belajar bahwa jika terdapat torsi total yang bekerja pada sebuah benda (benda dianggap sebagai benda tegar), maka benda akan melakukan gerak rotasi. Dengan demikian, agar benda tidak berotasi (baca : tidak bergerak), maka torsi total harus = 0. Torsi total = jumlah semua torsi yang bekerja pada benda. Secara matematis bisa ditulis sebagai berikut :

Persamaan Hk. Newton II untuk gerak rotasi :

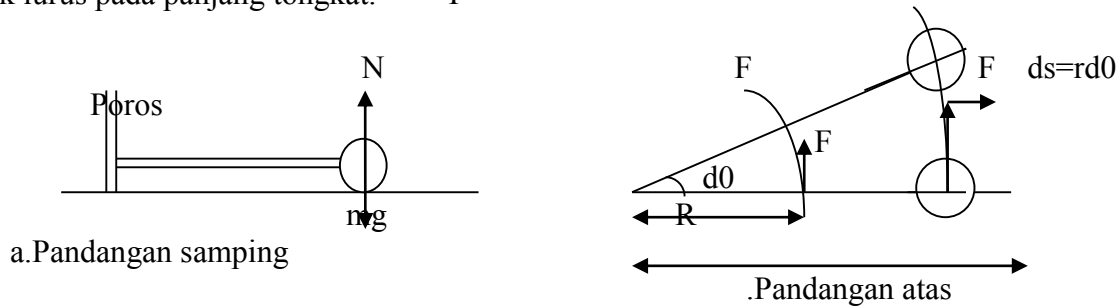
$$\Sigma \tau = I\alpha \quad ; \alpha = 0$$

Ketika sebuah benda diam (tidak berotasi), benda tidak punya percepatan sudut (alfa). Karena percepatan sudut = 0, maka persamaan di atas berubah menjadi

$$\Sigma \tau = 0$$

**MOMEN INERSIA**

Jika sebatang tongkat ringan dan kaku yang massanya diabaikan (lihat gambar 7.1) dimana ujung yang satu dilekatkan titik materi bermassa  $m$  dan ujung tongkat yang lain diengselkan pada sumbu tegak lurus pada panjang tongkat.  $F$



Sistem ini terletak diatas permukaan datar tanpa gesekan, sehingga gaya gravitasi diimbangi oleh tekanan keatas dari permukaan. Misalkan sistem ini berputar dengan kecepatan sudut  $\omega$  terhadap poros. Selama selang waktu  $dt$  di tongkat berputar melalui sudut  $d\theta$  dan kecepatan sudutnya bertambah sebesar  $d\omega$ .

$$\begin{aligned} \text{Kerja } dW \text{ yang dilakukan gaya } F &= F \cdot ds \\ &= F \cdot R \cdot d\theta. \end{aligned}$$

Oleh karena  $F \cdot R$  adalah momen putar terhadap poros, maka,  $dW = T d\theta$   
Kecepatan massa  $m$  adalah  $v = r \omega$

Energy rotasi kinetik adalah :

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

Bila kecepatan sudutnya bertambah dengan  $d\omega$ , maka tambahan energy kinetiknya adalah :

$$dE_k = m r^2 \omega d\omega$$

Karena kerja yang diberikan sama dengan tambahan energy kinetik, maka :

$$\begin{aligned} dW &= dE_k \\ T d\theta &= m r^2 \omega d\omega \\ T &= m r^2 (\omega d\omega / d\theta) \\ T &= m r^2 \end{aligned}$$

Besaran  $m r^2$  disebut momen kelembapan (momen inersia) massa terhadap poros dan biasa diberi symbol  $I$ . Persamaan momen putar diatas dapat dituliskan dalam bentuk,

$$T = I \alpha$$

Dan energy kinetik rotasi dapat dinyatakan dalam bentuk,

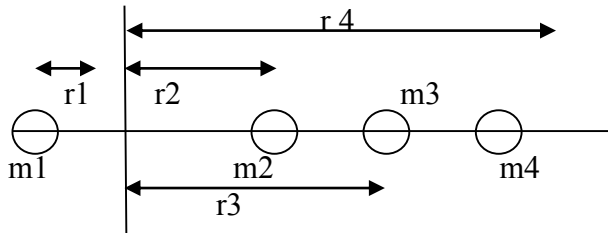
$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Untuk sistem yang terdiri dari sejumlah titik bermassa yang satu sama lain saling dihubungkan, maka momen inersia sistem itu adalah jumlah momen inersia dari masing-masing titik (lihat gambar dibawah), jadi :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2$$

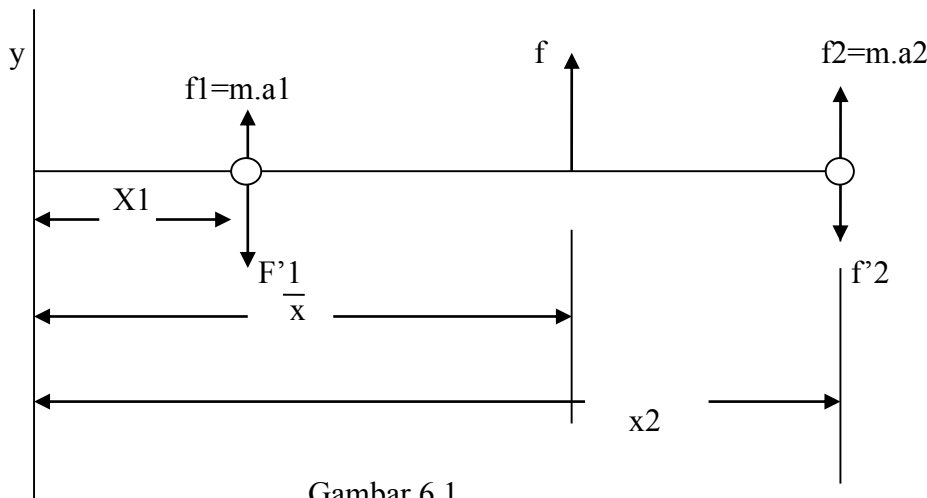
$$I = \sum m r^2$$



### TITIK PUSAT MASSA

Apabila sejumlah gaya bekerja pada suatu benda sehingga resultan gaya-gaya itu melalui titik pusat massa benda maka benda itu akan bergerak dengan kecepatan translasi murni tanpa rotasi. Titik pusat massa ini dapat ditentukan letaknya dalam sistem koordinat. Sebagai contoh, sebuah sistem yang terdiri dari dua partikel massanya diabaikan.

Demikian pula gaya-gaya gesekan dan gravitasi diabaikan.



Gambar 6.1.

Gaya luar  $F$  bekerja melalui pusat massa yang koordinatnya akan ditentukan, misalnya  $x$ . Koordinatnya  $m_1$  dan  $m_2$  berturut-turut adalah  $x_1$  dan  $x_2$ . Tongkat melakukan gaya  $f_1$  terhadap  $m_1$  dan gaya  $f_2$  terhadap  $m_2$ . Oleh karena gaya  $f$  bekerja melalui titik pusat massa maka sistem bergerak dengan percepatan translasi murni,  $a$ . Berdasarkan hukum Newton kedua,  $f_1 = m_1 \cdot a$  dan  $f_2 = m_2 \cdot a$ . Gaya  $f'_1$  dan  $f'_2$  merupakan gaya reaksi terhadap gaya  $f_1$  dan  $f_2$  yang dikerjakan oleh massa  $m_1$  dan  $m_2$  terhadap tongkat. Oleh karena :

$$F = f_1 + f_2$$

$$\begin{aligned} \text{maka } F &= m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \\ &= (m_1 + m_2) \cdot a \end{aligned}$$

$$\text{atau : } a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

Sistem itu bergerak translasi murni tanpa berotasi, maka moment gaya pada tongkat harus sama dengan nol. Jika dihitung moment gaya terhadap titik pusat koordinat, diperoleh :

$$F.x = f_1'.\bar{x}_1 + f_2'.x_2$$

Oleh karena  $f_1' = f_1 = m_1.a$  dan  $f_2' = f_2 = m_2.a$

Maka  $F.\bar{x} = m_1.x_1.a + m_2.x_2.a$

$$= (m_1x_1 + m_2x_2) .a$$

$$F.\bar{x} = (m_1x_1 + m_2x_2) \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} .$$

dengan cara yang sama dapat diperoleh :

$$\bar{y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} .$$

Persamaan diatas dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\bar{x} = \frac{\sum mx}{\sum m} \quad \text{dan} \quad \bar{y} = \frac{\sum my}{\sum m}$$

Untuk benda benda yang tidak tertentu bentuknya maka benda itu dapat dibagi menjadi unsur-unsur dengan massa  $dm$  yang tak terhingga banyaknya dan koordinat dari unsur  $dm$  itu adalah  $x$  dan  $y$  maka titik pusat massa benda itu adalah :

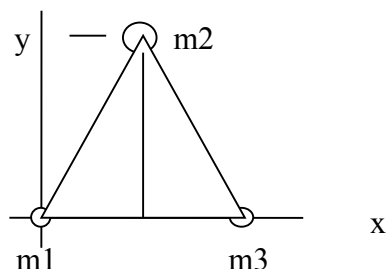
$$\bar{x} = \frac{\int x dm}{\int m}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dm}{\int m}$$

Contoh soal :

Tentukanlah letak titik pusat massa dari tiga partikel dengan massa  $m_1 = 8 \text{ kg}$  ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$  ,  $m_3 = 6 \text{ kg}$  yang terletak pada titik-titik sudut sebuah segitiga sama sisi dengan panjang sisi 0,8 m.

Pilihlah sumbu  $x$  pada salah satu sisi dari segitiga seperti pada gambar dibawah ini



Penyelesaian :

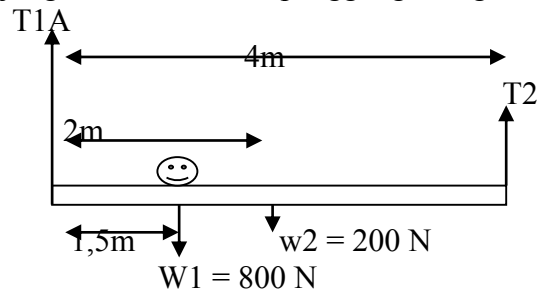
$$\bar{x} = \frac{mx}{m} = \frac{(8)(0) + (3)(0,4) + (6)(0,8)}{8 + 3 + 6} = 6/17 \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{my}{m} = \frac{(8)(0) + (3)(0,7) + (6)(0)}{8 + 3 + 6} = 2,1/17 \text{ m}$$

### SOAL-SOAL LATIHAN

1. Sebuah bobot digantungkan dari bagian tengah tali yang mempunyai ujung berada pada ketinggian yang sama. Apakah mungkin dengan ketegangan dalam tali yang cukup besar untuk menghindarkan tali dari lenturan pada seluruh bagian ?
2. Sebuah blok panjang 4 m mempunyai berat 250 N pada satu ujung dan balok lainnya pada 100 N pada ujung lain. Berat balok sendiri diabaikan. Tentukanlah titik keseimbangan pada balok . !!!
3. Panggung kayu 4 m digantungkan dari atas sebuah rumah dengan tali dihubungkan ke ujungnya. Tukang cat dengan berat 800 N berdiri 1,5 m dari ujung sebelah kiri dari panggung yang beratnya 200 N. tentukan tegangan dalam tiap tali...!!!

Dengan ujung sebelah kiri dari panggung sebagai titik pusat (lihat gambar)



### Daftar Pustaka:

1. Sutrisno & Tan Ik Gie; Fisika Dasar, Jurusan Fisika FMIPA UI, 1984.
2. Dauglas C.Giancoli; General Physics; ITB, 1979; 1984.
3. Resnniick & Hallidday; Fisika; Erlangga, 1986.
4. D.L. Tobing, Fisika Dasar I, Gramedia Pustaka Utama, 1996
5. Sears & Zemansky, 1981, University Phisics.