

PERTEMUAN 12

METODE PENUGASAN: TABEL KELAYAKAN

A. Tujuan Pembelajaran

Pada pertemuan ini akan dilakukan pembahasan tentang model penugasan dari Teknik Riset Operasional dalam membuat tabel kelayakan. Mahasiswa harus mampu memahami serta menguasai cara alokasi pekerjaan dalam pembuatan tabel kelayakan.

B. Uraian Materi

Dalam pertemuan sebelumnya, telah dibahas metode simpleks dan metode transportasi untuk memecahkan masalah pemrograman linier. Namun, ada beberapa kasus khusus dari masalah pemrograman linier yang solusinya dapat diperoleh dengan teknik khusus. Masalah ini lebih mudah diterapkan dan sangat mengurangi pekerjaan komputasi yang dibutuhkan oleh metode simpleks dan metode transportasi. Pada pertemuan ini membahas satu kasus khusus, yaitu dengan metode penugasan.

1. Definisi Metode Penugasan

Pada metode transportasi terdapat bentuk khusus yaitu metode penugasan. Terdapat kasus-kasus khusus yang akan lebih mudah diselesaikan dengan metode penugasan dari pada metode transportasi. Pada metode penugasan banyak diterapkan dalam alokasi dan penjadwalan, misalnya dalam menugaskan beberapa karyawan untuk menyelesaikan beberapa pekerjaan, salesman untuk pergi ke berbagai wilayah, kendaraan dan pengemudi ke berbagai rute, produk ke pabrik, pekerjaan ke mesin, kontrak ke penawar dan penelitian masalah untuk tim dan lain-lain. Metode penugasan umumnya dilakukan atas dasar satu ke satu dan jika ada lebih banyak pekerjaan yang harus dilakukan, seseorang dapat memutuskan pekerjaan mana yang akan ditinggalkan atau sumber daya apa yang akan ditambahkan.

Masalah penugasan berkaitan dengan apa yang terjadi pada fungsi efektivitas ketika kita mengasosiasikan masing-masing dari sejumlah asal

dengan masing-masing jumlah tujuan yang sama. Setiap sumber daya atau fasilitas (asal) harus dikaitkan dengan satu dan hanya satu pekerjaan (tujuan) dan asosiasi yang dibuat sedemikian rupa untuk memaksimalkan atau meminimalkan total efektivitas. Jadi syarat-syarat bisa digunakannya metode penugasan adalah yaitu:

- Banyaknya pekerja harus sama dengan banyaknya pekerjaan.
- Setiap pekerja hanya bisa menerima satu pekerjaan.
- Masing-masing pekerjaan hanya bisa dilakukan oleh 1 pekerja.
- Terdapat biaya c_{ij} yang terkait dengan pekerja i ($i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$) melakukan pekerjaan j ($j_1, j_2, j_3, \dots, j_n$)
- Tujuannya adalah untuk menentukan bagaimana semua n penugasan harus dilakukan untuk meminimalkan total biaya atau memaksimalkan keuntungan.

Metode penugasan dapat didefinisikan sebagai n pekerja dan n pekerjaan serta efektivitas masing-masing pekerja untuk setiap pekerjaan. penugasan dari n pekerja ke n pekerjaan dengan c_{ij} adalah biaya penugasan dari pekerja i apabila melakukan pekerjaan j . Angka satu di samping kanan tabel mengisyaratkan setiap baris akan terpilih satu dan angka satu di bawah tabel mengisyaratkan setiap kolom akan terpilih satu.

		Pekerjaan					
		1	2	3	...	n	
Pekerja	1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1n}	1
	2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2n}	1
	3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...	C_{3n}	1

	n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}	...	C_{nn}	1
		1	1	1	...	1	

Gambar 26. Bentuk Umum Dari Tabel Penugasan

Dengan demikian masalah penugasan dapat direpresentasikan dengan matriks $n \times n$ yang merupakan $n!$ cara yang mungkin untuk membuat tugas. Satu cara yang jelas untuk menemukan solusi optimal adalah dengan menulis semua $n!$ pengaturan yang memungkinkan, evaluasi biaya masing-masing dan pilih salah satu yang melibatkan biaya minimum. Namun, metode pencacahan ini

sangat lambat dan memakan waktu bahkan untuk nilai n yang kecil. Misalnya, untuk $n = 10$, pada umumnya banyak kemungkinan susunannya adalah $10! = 3.628.800$. Perhitungan tersebut akan memakan waktu yang sangat lama. Hal tersebut menegaskan kebutuhan akan teknik perhitungan yang efisien untuk memecahkan masalah tersebut

2. Tabel Kelayakan dan Solusi Optimal

Untuk menentukan solusi optimal dari permasalahan penugasan adalah memakai n metode Hungarian yang memiliki langkah yakni:

- a. Buat tabel untuk proses penugasan dari kasus yang ada. Lalu periksa kasus tersebut apakah kasus tersebut termasuk kasus minimalisasi atau kasus maksimisasi. Apabila kasus termasuk kasus minimalisasi, maka bisa lanjut ke langkah selanjutnya. Karena kasus minimalisasi menjadi bentuk standar dalam masalah penugasan. Kasus minimalisasi biasanya berupa biaya, waktu, pemborosan dan lain-lain. Apabila kasus termasuk kasus maksimisasi, maka tabel yang telah dibuat perlu diubah menjadi bentuk minimalisasi. Kasus maksimisasi biasanya berupa untung, jumlah produksi dan lain-lain. Untuk mengubah tabel kasus maksimisasi menjadi bentuk minimalisasi ada dua cara (pilih salah satunya), yaitu:
 - 1) Carilah nilai terbesar yang ada di dalam tabel, lalu kurangi nilai tersebut dengan setiap nilai yang ada dalam tabel.
 - 2) Kalikan semua nilai yang ada dalam tabel dengan minus satu (-1).
- b. Lakukan pemeriksaan jumlah dari baris dan jumlah dari kolom, jika jumlah dari kolom sama dengan jumlah dari baris maka bisa lanjut ke langkah selanjutnya. Tetapi jika jumlah dari kolom berbeda dengan jumlah dari baris, maka perlu ditambah baris *dummy* atau kolom *dummy* supaya memiliki jumlah baris dan kolom sama. Untuk baris atau kolom *dummy* diisi dengan nilai 0.
- c. Lakukan pengurangan baris yaitu dengan mengurangi setiap angka di baris tersebut dengan angka paling kecil di baris itu serta lakukan pengurangan baris pada semua baris.
- d. Periksa setiap kolom apakah sudah mempunyai nilai 0, apabila sudah maka lanjut ke langkah selanjutnya. Apabila terdapat kolom yang belum mempunyai nilai 0, maka lakukan proses pengurangan kolom yaitu dengan mengurangi setiap angka di kolom tersebut dengan angka paling kecil di kolom itu.

- e. Gambarlah garis-garis secara vertical maupun horizontal pada kolom dan baris yang mempunyai nilai 0. Penggambaran garis harus dilakukan seminimal mungkin.
- f. Lakukan pemeriksaan jumlah garis yang digambar, jika banyaknya garis sama dengan banyaknya kolom ataupun baris, kita telah memperoleh tabel kelayakan optimal. Apabila banyaknya garis tidak sama atau kurang dari banyaknya kolom atau baris, maka ubah nilai tabel dengan cara sebagai berikut:
 - 1) Dari angka-angka yang tidak dilalui oleh garis, pilihlah angka yang memiliki nilai paling kecil.
 - 2) Lakukan pengurangan terhadap angka-angka yang tidak dilalui oleh garis yang telah digambar tadi dengan angka terkecil.
 - 3) Lakukan penjumlahan terhadap angka-angka yang dilalui oleh dua garis yang telah digambar tadi dengan angka terkecil.
- g. Ulangi langkah 5!
- h. Buat penugasan satu per satu di posisi yang mempunyai angka 0. Mulailah dengan kolom ataupun baris yang hanya memiliki satu 0. Karena masing-masing baris dan setiap kolom hanya bisa menerima satu tugas yang tepat, maka coret angka 0 yang lain yang tidak terpilih pada baris dan kolom angka 0 terpilih setiap penugasan dibuat. Lanjutkan proses tersebut hingga setiap baris dan setiap kolom memiliki satu tugas yang tepat. Kumpulan tugas lengkap yang dibuat dengan cara ini merupakan solusi optimal untuk masalah tersebut. Khusus untuk langkah 8 akan dibahas pada pertemuan 13.

Contoh Kasus 1 (Minimalisasi)

Perusahaan A mempunyai 7 tenaga pemasaran untuk 7 kota dan biaya penugasan (dalam juta rupiah) sebagai berikut:

Tabel 105 : Contoh Kasus 1

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	1,5	2	1	1,5	2	3	4
	B	3	3	1,5	2	2,5	3	2
	C	2	1	4	2	1	1	1
	D	1,5	1,5	2	3	3	1	1,5
	E	4	3	3	1,5	1,5	3	1
	F	2	2	3	2	4	1,5	2
	G	2,5	2,5	1,5	1	1,5	2	1,5

Tentukan penugasan optimal dari kasus di atas!

Penyelesaian:

Langkah 1

Periksa apakah kasus di atas termasuk kasus minimalisasi atau maksimisasi. Karena termasuk kasus minimalisasi maka langsung lanjut ke langkah selanjutnya.

Langkah 2

Periksa apakah jumlah kolom dan jumlah baris sama atau tidak. Karena jumlah kolom dan jumlah baris sudah sama maka langsung lanjut ke langkah selanjutnya.

Langkah 3

Lakukanlah proses pengurangan baris, caranya dengan mencari angka yang bernilai paling kecil untuk setiap baris lalu lakukan pengurangan pada setiap angka pada baris tersebut dengan angka terkecil dari baris tersebut.

Tabel 106 : Mencari Nilai Terkecil pada Setiap Baris

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	1,5	2	1	1,5	2	3	4
	B	3	3	1,5	2	2,5	3	2
	C	2	1	4	2	1	1	1
	D	1,5	1,5	2	3	3	1	1,5
	E	4	3	3	1,5	1,5	3	1
	F	2	2	3	2	4	1,5	2
	G	2,5	2,5	1,5	1	1,5	2	1,5

Tabel 107 : Proses Pengurangan dengan Nilai Terkecil pada Setiap Baris

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	1,5 - 1	2 - 1	1 - 1	1,5 - 1	2 - 1	3 - 1	4 - 1
	B	3 - 1,5	3 - 1,5	1,5 - 1,5	2 - 1,5	2,5 - 1,5	3 - 1,5	2 - 1,5
	C	2 - 1	1 - 1	4 - 1	2 - 1	1 - 1	1 - 1	1 - 1
	D	1,5 - 1	1,5 - 1	2 - 1	3 - 1	3 - 1	1 - 1	1,5 - 1
	E	4 - 1	3 - 1	3 - 1	1,5 - 1	1,5 - 1	3 - 1	1 - 1
	F	2 - 1,5	2 - 1,5	3 - 1,5	2 - 1,5	4 - 1,5	1,5 - 1,5	2 - 1,5
	G	2,5 - 1	2,5 - 1	1,5 - 1	1 - 1	1,5 - 1	2 - 1	1,5 - 1

Tabel 108 : Hasil Pengurangan Baris dengan Angka Terkecil

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0,5	1	0	0,5	1	2	3
	B	1,5	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	1	0	3	1	0	0	0
	D	0,5	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	3	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0,5	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1,5	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Langkah 4

Lakukan pemeriksaan apakah ada kolom yang belum mempunyai nilai nol. Karena kolom satu belum mempunyai nilai nol, maka lakukan proses pengurangan kolom. Caranya dengan mencari angka yang bernilai terkecil pada kolom satu lalu lakukan pengurangan pada setiap angka yang ada pada kolom satu dengan angka terkecil tersebut.

Tabel 109 : Pemeriksaan Nilai Nol Pada Setiap Kolom

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0,5	1	0	0,5	1	2	3
	B	1,5	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	1	0	3	1	0	0	0
	D	0,5	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	3	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0,5	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1,5	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Tabel 110 : Mencari Nilai Terkecil Pada Kolom Kota 1

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0,5	1	0	0,5	1	2	3
	B	1,5	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	1	0	3	1	0	0	0
	D	0,5	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	3	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0,5	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1,5	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Tabel 111 : Proses Pengurangan Dengan Nilai Terkecil Pada Kolom Kota 1

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0,5 - 0,5	1	0	0,5	1	2	3
	B	1,5 - 0,5	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	1 - 0,5	0	3	1	0	0	0
	D	0,5 - 0,5	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	3 - 0,5	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0,5 - 0,5	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1,5 - 0,5	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Tabel 112 : Hasil Pengurangan Dengan Nilai Terkecil Pada Kolom Satu

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	1	0	0,5	1	2	3
	B	1	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	0,5	0	3	1	0	0	0
	D	0	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	2,5	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Langkah 5

Lakukan pemeriksaan untuk kelayakan dan keoptimalan dari penugasan, caranya dengan menggambar garis secara vertical dan secara horizontal yang melewati angka-angka nol seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 113 : Pemeriksaan Solusi Optimal Tabel Kelayakan

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	1	0	0,5	1	2	3
	B	1	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	0,5	0	3	1	0	0	0
	D	0	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	2,5	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5
		(1)		(2)			(3)	(4)

Dari penggambaran garis di atas, diperoleh bahwa jumlah garis yang terbentuk (ada enam) tidak sama atau kurang dari jumlah kolom atau baris (ada tujuh), sehingga solusi optimal belum diperoleh dan harus dilanjutkan ke langkah selanjutnya.

Langkah 6

Pilihlah angka dengan nilainya paling kecil dari angka-angka yang tidak dilalui oleh garis, lalu lakukan pengurangan pada angka-angka yang tidak dilalui oleh garis dengan angka yang paling kecil tadi. Lakukan juga pejumlahan pada angka-angka yang dilalui oleh dua garis (persimpangan garis) dengan angka yang paling kecil tadi. Untuk sisa angka-angka lainnya dibiarkan saja.

Tabel 114 : Mencari Nilai Terkecil dari Angka Tidak Tertutup Garis

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	1	0	0,5	1	2	3
	B	1	1,5	0	0,5	1	1,5	0,5
	C	0,5	0	3	1	0	0	0
	D	0	0,5	1	2	2	0	0,5
	E	2,5	2	2	0,5	0,5	2	0
	F	0	0,5	1,5	0,5	2,5	0	0,5
	G	1	1,5	0,5	0	0,5	1	0,5

Tabel 115 : Proses Pengurangan dan Pejumlahan dengan Nilai Angka Terkecil

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	1 - 0,5	0	0,5 - 0,5	1 - 0,5	2	3
	B	1	1,5 - 0,5	0	0,5 - 0,5	1 - 0,5	1,5	0,5
	C	0,5 - 0,5	0	3 + 0,5	1	0	0 + 0,5	0 + 0,5
	D	0	0,5 - 0,5	1	2 - 0,5	2 - 0,5	0	0,5
	E	2,5	2 - 0,5	2	0,5 - 0,5	0,5 - 0,5	2	0
	F	0	0,5 - 0,5	1,5	0,5 - 0,5	2,5 - 0,5	0	0,5
	G	1 + 0,5	1,5	0,5 - 0,5	0	0,5	1 + 0,5	0,5 - 0,5

Tabel 116 : Hasil Pengurangan Dan Pejumlahan Dengan Nilai Angka Terkecil

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	0,5	0	0	0,5	2	2,5
	B	1	1	0	0	1	1,5	0
	C	1	0	4	1	0	1	0
	D	0	0	1	1	1	0	0
	E	3	2	2,5	0,5	0,5	3	0
	F	0	0	1	0	2	0	0
	G	1,5	1,5	1	0	0,5	1,5	0,5

Langkah 7

Lakukan pemeriksaan kembali untuk kelayakan dan keoptimalan dari penugasan, caranya dengan menggambar garis secara vertical dan secara horizontal yang melewati angka-angka nol seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 117 :Pemeriksaan Solusi Optimal Tabel Kelayakan

		KOTA						
		1	2	3	4	5	6	7
PEKERJA	A	0	0,5	0	0	0,5	2	2,5 ⁽⁷⁾
	B	1	1	0	0	1	1,5	0 ⁽⁶⁾
	C	1	0	4	1	0	1	0 ⁽⁵⁾
	D	0	0	1	1	1	0	0 ⁽⁴⁾
	E	3	2	2,5	0,5	0,5	3	0
	F	0	0	1	0	2	0	0 ⁽³⁾
	G	1,5	1,5	1	0 ⁽¹⁾	0,5	1,5	0,5 ⁽²⁾

Dari penggambaran garis di atas, diperoleh bahwa jumlah garis yang terbentuk (ada tujuh) sudah sama dengan jumlah kolom atau baris (ada tujuh), sehingga solusi optimal telah berhasil diperoleh. Langkah pembuatan tabel kelayakan selesai sampai di sini.

Contoh Kasus 2 (Maksimisasi)

Sebuah perusahaan memiliki tim pemasaran yang terdiri dari empat kelompok salesman dan ada empat kota di mana perusahaan ingin memulai bisnisnya. Setelah memperhitungkan kemampuan salesman dan keadaan kota, perusahaan tersebut memperkirakan keuntungan per hari dalam juta rupiah untuk setiap salesman di tiap kota melalui tabel berikut.

Tabel 118 : Contoh Kasus Maksimisasi

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	16	10	14	11
	B	14	11	15	15
	C	15	15	13	12
	D	13	12	14	15

Buatlah tabel kelayakan untuk penugasan salesman ke berbagai kota agar perusahaan mendapatkan keuntungan yang maksimal!

Penyelesaian

Langkah 1

Periksa apakah kasus di atas termasuk kasus minimalisasi atau maksimisasi. Karena termasuk kasus maksimisasi, maka tabel di atas harus diubah dulu menjadi tabel jenis minimalisasi sebelum dapat diselesaikan dengan metode Hungarian. Caranya dengan mencari nilai terbesar di dalam tabel, lalu mengurangnya dengan setiap nilai yang ada dalam tabel.

Tabel 119 : Mencari Nilai Terbesar dalam Tabel

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	16	10	14	11
	B	14	11	15	15
	C	15	15	13	12
	D	13	12	14	15

Tabel 120 : Pengurangan Nilai Terbesar dengan Setiap Nilai dalam Tabel

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	16 - 16	10 - 16	14 - 16	11 - 16
	B	14 - 16	11 - 16	15 - 16	15 - 16
	C	15 - 16	15 - 16	13 - 16	12 - 16
	D	13 - 16	12 - 16	14 - 16	15 - 16

Tabel 121 : Hasil Pengurangan Nilai Terbesar

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	0	6	2	5
	B	2	5	1	1
	C	1	1	3	4
	D	3	4	2	1

Langkah 2

Periksa apakah jumlah kolom dan jumlah baris sama atau tidak. Karena jumlah kolom dan jumlah baris sudah sama maka langsung lanjut ke langkah selanjutnya.

Langkah 3

Laksanakanlah pengurangan baris dengan mencari nilai angka terkecil di masing-masing baris lalu kurangkan setiap angka di baris tersebut dengan angka paling kecil di baris itu.

Tabel 122 : Mencari Nilai Terkecil dari Setiap Baris

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	0	6	2	5
	B	2	5	1	1
	C	1	1	3	4
	D	3	4	2	1

Tabel 123 : Proses Pengurangan dengan Nilai Terkecil Pada Setiap Baris

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	0 - 0	6 - 0	2 - 0	5 - 0
	B	2 - 1	5 - 1	1 - 1	1 - 1
	C	1 - 1	1 - 1	3 - 1	4 - 1
	D	3 - 1	4 - 1	2 - 1	1 - 1

Tabel 124 : Hasil Pengurangan dengan Nilai Terkecil Pada Setiap Baris

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	0	6	2	5
	B	1	4	0	0
	C	0	0	2	3
	D	2	3	1	0

Langkah 4

Periksa apakah ada kolom yang belum mempunyai nilai 0. Karena seluruh kolom sudah mempunyai nilai 0, maka lanjut ke langkah selanjutnya.

Langkah 5

Periksalah keoptimalan serta kelayakan penugasan secara menggambar garis vertical dan horizontal yang melewati angka 0 seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 125 : Pemeriksaan Solusi Optimal

		KOTA			
		1	2	3	4
SALESMAN	A	0	6	2	5
	B	1	4	0	0 ⁽⁴⁾
	C	0	0	2	3 ⁽³⁾
	D	2	3	1	0 ⁽²⁾
		(1)			

Dari penggambaran garis di atas, jumlah garis yang terbentuk adalah 4 garis. Sebab jumlah garis sama dengan jumlah kolom ataupun baris (yaitu 4), solusi optimal sudah diperoleh. Langkah pembuatan tabel kelayakan selesai sampai di sini.

Contoh Kasus 3 (Minimalisasi Dengan Dummy)

Sebuah perusahaan memiliki kelebihan satu truk di masing-masing kota A, B, C, D serta E di kota 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 mengalami kekurangan satu truk. Jarak antara kota-kota dalam kilometer ditampilkan dalam tabel di bawah ini.

Tabel 126 : Contoh Soal Minimalisasi dengan Dummy

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	12	10	15	22	18	8
	B	10	18	25	15	16	12
	C	11	10	3	8	5	9
	D	6	14	10	13	13	12
	E	8	12	11	7	13	10

Carilah penugasan dari kota-kota yang kelebihan truk ke kota-kota yang mengalami kekurangan truk sehingga jarak total yang ditempuh kendaraan minimal!

Penyelesaian

Langkah 1

Periksa apakah kasus di atas termasuk kasus minimalisasi atau maksimisasi. Karena termasuk kasus minimalisasi maka langsung lanjut ke langkah selanjutnya.

Langkah 2

Periksa apakah jumlah kolom dan jumlah baris sama atau tidak. Karena jumlah kota dan jumlah truk tidak sama, berarti truk harus ditambahkan *dummy* (bisa di simbolkan dengan huruf *d*) agar jumlah kota dan truk sama. Karena tidak adanya nilai antara *dummy* dengan kota terkait, maka nilai *dummy* diisi dengan nol.

Tabel 127 : Penambahan Dummy Pada Tabel

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	12	10	15	22	18	8
	B	10	18	25	15	16	12
	C	11	10	3	8	5	9
	D	6	14	10	13	13	12
	E	8	12	11	7	13	10

Langkah 3

Laksanakan pengurangan baris dengan mencari nilai angka terkecil di masing-masing baris lalu kurangkan setiap angka di baris tersebut dengan angka paling kecil di baris itu.

Tabel 128 : Pencarian Angka Terkecil Dari Tiap Baris

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	12	10	15	22	18	8
	B	10	18	25	15	16	12
	C	11	10	3	8	5	9
	D	6	14	10	13	13	12
	E	8	12	11	7	13	10
	d	0	0	0	0	0	0

Tabel 129 : Proses Pengurangan Baris

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	12 - 8	10 - 8	15 - 8	22 - 8	18 - 8	8 - 8
	B	10 - 10	18 - 10	25 - 10	15 - 10	16 - 10	12 - 10
	C	11 - 3	10 - 3	3 - 3	8 - 3	5 - 3	9 - 3
	D	6 - 6	14 - 6	10 - 6	13 - 6	13 - 6	12 - 6
	E	8 - 7	12 - 7	11 - 7	7 - 7	13 - 7	10 - 7
	d	0	0	0	0	0	0

Tabel 130 : Hasil Pengurangan Baris

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	4	2	7	14	10	0
	B	0	8	15	5	6	2
	C	8	7	0	5	2	6
	D	0	8	4	7	7	6
	E	1	5	4	0	6	3
	d	0	0	0	0	0	0

Langkah 4

Periksa apakah ada kolom yang belum mempunyai nilai 0. Karena seluruh kolom sudah mempunyai nilai 0, maka lanjut ke langkah selanjutnya.

Tabel 131 : Pemeriksaan Nilai Nol Pada Setiap Kolom

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	4	2	7	14	10	0
	B	0	8	15	5	6	2
	C	8	7	0	5	2	6
	D	0	8	4	7	7	6
	E	1	5	4	0	6	3
	d	0	0	0	0	0	0

Langkah 5

Periksa kelayakan dan keoptimalan penugasan dengan menggambarkan garis vertical dan horizontal yang melewati angka 0 seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 132 : Pemeriksaan Solusi Optimal

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	4	2	7	14	10	0 ⁽⁵⁾
	B	0	8	15	5	6	2
	C	8	7	0	5	2	6 ⁽⁴⁾
	D	0	8	4	7	7	6
	E	1	5	4	0	6	3 ⁽³⁾
	d	0	0	0	0	0	0 ⁽²⁾

(1)

Dari penggambaran garis di atas, maka jumlah garis yang terbentuk adalah 5 garis. Karena jumlah garis tidak sama dengan jumlah baris/kolom (yaitu 6), maka solusi optimal belum diperoleh. Lanjutkan ke langkah selanjutnya.

Langkah 6

Carilah nilai terkecil dari angka-angka yang tidak dilewati oleh garis! Lakukan pengurangan pada angka yang tidak dilewati oleh garis dengan angka terkecil tadi. Lalu lakukan pejumlahan pada angka yang dilewati oleh dua garis (persimpangan garis) dengan angka terkecil tadi. Untuk sisa angka-angka lainnya dibiarkan.

Tabel 133 : Mencari Nilai Terkecil dari Angka Tidak Tertutup Garis

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	4	2	7	14	10	0
	B	0	8	15	5	6	2
	C	8	7	0	5	2	6
	D	0	8	4	7	7	6
	E	1	5	4	0	6	3
	d	0	0	0	0	0	0

Tabel 134 : Proses Pengurangan dan Pejumlahan dengan Angka Terkecil

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	4 - 2	2	7	14	10	0
	B	0	8 - 2	15 - 2	5 - 2	6 - 2	2 - 2
	C	8 - 2	7	0	5	2	6
	D	0	8 - 2	4 - 2	7 - 2	7 - 2	6 - 2
	E	1 - 2	5	4	0	6	3
	d	0 - 2	0	0	0	0	0

Tabel 135 : Hasil Pengurangan dan Pejumlahan dengan Angka Terkecil

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	2	7	14	10	0
	B	0	6	13	3	4	0
	C	10	7	0	5	2	6
	D	0	6	2	5	5	4
	E	3	5	4	0	6	3
	d	2	0	0	0	0	0

Langkah 7

Periksa kembali kelayakan dan keoptimalan penugasan dengan menggambarkan garis vertical dan horizontal yang melewati angka 0 seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 136 : Pemeriksaan Solusi Optimal Tabel Kelayakan

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	2	7	14	10	0
	B	0	6	13	3	4	0
	C	10	7	0	5	2	6
	D	0	6	2	5	5	4
	E	3	5	4	0	6	3
	d	2	0	0	0	0	0

↓ (1)
↓ (2)

(5)
(4)
(3)

Dari penggambaran garis di atas, maka jumlah garis yang terbentuk adalah 5 garis. Karena jumlah garis tidak sama dengan jumlah baris/kolom (ada 6), maka solusi optimal belum diperoleh. Lanjutkan ke langkah selanjutnya.

Tabel 137 : Mencari Angka Terkecil dari Angka Tidak Tertutup Garis

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	2	7	14	10	0
	B	0	6	13	3	4	0
	C	10	7	0	5	2	6
	D	0	6	2	5	5	4
	E	3	5	4	0	6	3
	d	2	0	0	0	0	0

Tabel 138 : Proses Pengurangan dan Pejumlahan dengan Angka Terkecil

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	2 - 2	7 - 2	14 - 2	10 - 2	0
	B	0	6 - 2	13 - 2	3 - 2	4 - 2	0
	C	10 - 2	7	0	5	2	6 - 2
	D	0	6 - 2	2 - 2	5 - 2	5 - 2	4
	E	3 - 2	5	4	0	6	3 - 2
	d	2 - 2	0	0	0	0	0 - 2

Tabel 139 : Hasil Pengurangan dan Pejumlahan dengan Nilai Angka Terkecil

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	0	5	12	8	0
	B	0	4	11	1	2	0
	C	12	7	0	5	2	8
	D	0	4	0	3	3	4
	E	5	5	4	0	6	5
	d	4	0	0	0	0	2

Langkah 8

Periksa kembali kelayakan dan keoptimalan penugasan dengan menggambarkan garis vertikal dan horizontal yang melewati angka 0 seperti tabel di bawah ini. Gambarlah garis dengan seminimal mungkin.

Tabel 140 : Pemeriksaan Solusi Optimal Tabel Kelayakan

		KOTA					
		1	2	3	4	5	6
TRUK	A	6	0	5	12	8	0
	B	0	4	11	1	2	0
	C	12	7	0	5	2	8
	D	0	4	0	3	3	4
	E	5	5	4	0	6	5
	d	4	0	0	0	0	2
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

Dari penggambaran garis di atas, jumlah garis yang terbentuk adalah 7 garis. Karena jumlah garis sama dengan jumlah baris/kolom (ada 7), maka solusi optimal sudah diperoleh. Langkah pembuatan tabel kelayakan selesai sampai di sini.

C. Soal Latihan/Tugas

1. Suatu perusahaan memiliki enam kelompok mekanik untuk memperbaiki enam mesin pelanggan. Tabel berikut menunjukkan keuntungan yang diperoleh setiap mekanik dari setiap mesin yang diperbaiki.

Tabel 141 : Soal Latihan 1

		MESIN					
		1	2	3	4	5	6
MEKANIK	A	9	22	58	11	19	27
	B	43	78	72	50	63	48
	C	41	28	91	37	45	33
	D	74	42	27	49	39	32
	E	36	11	57	22	25	18
	F	13	65	53	31	17	28

Buatlah tabel kelayakan untuk penugasan kelompok mekanik perusahaan mendapatkan keuntungan yang maksimal!

2. Seorang kontraktor ingin memesan lima jenis barang dari para pengrajin. Karena keterbatasan waktu, pengrajin hanya bisa membuat satu macam barang dari lima barang pesanan kontraktor. Tabel berikut menunjukkan biaya dalam juta rupiah yang ditawarkan oleh masing-masing pengrajin kepada kontraktor untuk setiap barang yang dipesan.

Tabel 142 : Soal Latihan 2

		BARANG				
		1	2	3	4	5
PENGRAJIN	A	3	9	2	3	7
	B	6	1	5	6	6
	C	9	4	7	10	3
	D	2	5	4	2	1
	E	9	6	2	4	6

Buatlah tabel kelayakan untuk meminimalkan biaya pemesanan barang yang harus dikeluarkan oleh kontraktor!

3. Seorang kepala departemen memiliki enam pekerjaan dan lima karyawan. Satu pekerjaan yang bisa diberikan kepada satu orang karyawan. Tabel berikut adalah perkiraan waktu yang dibutuhkan setiap orang untuk melakukan setiap tugas.

Tabel 143 : Soal Latihan 3

		TUGAS					
		1	2	3	4	5	6
KARYAWAN	A	20	15	26	40	32	12
	B	14	32	46	26	28	20
	C	11	15	2	12	6	14
	D	8	24	12	22	22	20
	E	12	20	18	10	22	15

Hanya satu pekerjaan yang dapat diberikan kepada satu orang. Buatlah tabel kelayakan bagaimana pekerjaan dialokasikan sehingga meminimalkan total jam kerja!

D. Referensi

- Carter, M. W. (2019). *Operations Research A Practical Introduction. Second Edition*. Boca Raton: CRC Press.
- Gupta, P. K. (2014). *Operations Research. Seventh Edition*. New Delhi: S. Chand & Company Pvt. Ltd.
- Heizer, J. d. (2015). *Manajemen Operasi*. Jakarta: Salemba Empat.
- Hillier, f. S. (2014). *Introduction to Operations Research. Tenth Edition*. New York: McGraw-Hill Education.
- Taha, H. A. (2017). *Operations Research: An Introduction*. Harlow: Pearson Education Limited.