

PERTEMUAN 5

MATRIKS (TRANSPOSE MATRIKS, TRANSFORMASI ELEMENTER BARIS DAN KOLOM)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan pertemuan ini Mahasiswa mampu menyelesaikan persoalan transpose matriks dan operasi elementer baris dan kolom..

B. Uraian Materi

1. Transpose Matriks

Transpose matriks A adalah perpindahan antara baris menjadi kolom atau kolom menjadi baris. Dengan kata lain, matriks yang diperoleh dari matriks A dengan cara menukarkan elemen – elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen – elemen pada kolom menjadi baris. Dimana Transpose matriks A dinyatakan dengan symbol A^T .

Beberapa sifat dari matriks transpose adalah sebagai berikut:

- a. $(A + B)^T = A^T + B^T$
- b. $(AB)^T = A^T B^T$
- c. $k(A)^T = (kA)^T$
- d. $(A^T)^T = A$

Contoh:

1) Diketahui matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{b. } B = \begin{bmatrix} 1/2 & 9 & 7 \\ 2 & -8 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{c. } C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1/2 \\ 0 & -1/3 & 9 \\ 5 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

Tentukan:

- | | | |
|----------|---------------------|-----------------|
| a) A^T | d) $(AB)^T$ | g) $2A^T$ |
| b) B^T | e) $C^T \times A$ | h) $1/3 (AB)^T$ |
| c) C^T | f) $B^T \times A^T$ | i) $-1/2 C^T$ |

Jawab:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 9 & 7 \\ 2 & -8 & 0 \end{bmatrix} \text{ maka } B^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 9 & -8 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 9 \\ 5 & 2 & 7 \end{bmatrix} \text{ maka } C^T = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 3 & -\frac{1}{3} & 9 \\ \frac{1}{2} & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } (AB)^T = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 9 & 7 \\ 2 & -8 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} (-1 \times \frac{1}{2}) + (3 \times 2) & (-1 \times 9) + (3 \times -8) & (-1 \times 7) + (3 \times 0) \\ (7 \times \frac{1}{2}) + (2 \times 2) & (7 \times 9) + (2 \times -8) & (7 \times 7) + (2 \times 0) \\ (5 \times \frac{1}{2}) + (-4 \times 2) & (5 \times 9) + (-4 \times -8) & (5 \times 7) + (-4 \times 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} + 6 & -9 - 24 & -7 + 0 \\ \frac{7}{2} + 4 & 63 - 16 & 49 + 0 \\ \frac{5}{2} - 8 & 45 + 32 & 35 - 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & -33 & -7 \\ \frac{15}{2} & 47 & 49 \\ -\frac{11}{2} & 77 & 35 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{11}{2} \\ -33 & 47 & 77 \\ -7 & 49 & 35 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } C^T \times A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 9 \\ 5 & 2 & 7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 3 & -\frac{1}{3} & 2 \\ \frac{1}{2} & 9 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (4 \times -1) + (0 \times 7) + (5 \times 5) & (4 \times 3) + (0 \times 2) + (5 \times -4) \\ (3 \times -1) + (-\frac{1}{3} \times 7) + (2 \times 5) & (3 \times 3) + (-\frac{1}{3} \times 2) + (2 \times 4) \\ (\frac{1}{2} \times -1) + (9 \times 7) + (7 \times 5) & (\frac{1}{2} \times 3) + (9 \times 2) + (7 \times -4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 + 0 + 25 & 12 + 0 - 20 \\ -3 - \frac{7}{3} + 10 & 9 - \frac{2}{3} + 8 \\ -\frac{1}{2} + 63 + 35 & \frac{3}{2} + 18 - 28 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21 & -8 \\ -\frac{14}{3} & \frac{49}{3} \\ \frac{195}{2} & -\frac{17}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } B^T \times A^T &= \begin{bmatrix} 1/2 & 9 & 7 \\ 2 & -8 & 0 \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ 9 & -8 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2}x - 1\right) + (2x3) & \left(\frac{1}{2}x 7\right) + (2x2) & \left(\frac{1}{2}x 5\right) + (2x - 4) \\ (9x - 1) + (-8x3) & (9x7) + (-8x2) & (9x5) + (-8x - 4) \\ (7x - 1) + (0x3) & (7x7) + (0x2) & (7x5) + (0x - 4) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} + 6 & \frac{7}{2} + 4 & \frac{5}{2} - 8 \\ -9 - 24 & 63 - 16 & 45 + 32 \\ -7 + 0 & 49 + 0 & 35 - 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{11}{2} \\ -33 & 47 & 77 \\ -7 & 49 & 35 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 2A^T &= 2 \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}^T \\ &= 2 \begin{bmatrix} -1 & 7 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1x2 & 7x2 & 5x2 \\ 3x2 & 2x2 & -4x2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 & 14 & 10 \\ 6 & 4 & -8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{h) } 1/3(AB)^T = 1/3 \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 9 & 7 \\ 2 & -8 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} (-1 \times \frac{1}{2}) + (3 \times 2) & (-1 \times 9) + (3 \times -8) & (-1 \times 7) + (3 \times 0) \\ (7 \times \frac{1}{2}) + (2 \times 2) & (7 \times 9) + (2 \times -8) & (7 \times 7) + (2 \times 0) \\ (5 \times \frac{1}{2}) + (-4 \times 2) & (5 \times 9) + (-4 \times -8) & (5 \times 7) + (-4 \times 0) \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} + 6 & -9 - 24 & -7 + 0 \\ \frac{7}{2} + 4 & 63 - 16 & 49 + 0 \\ \frac{5}{2} - 8 & 45 + 32 & 35 - 0 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & -33 & -7 \\ \frac{15}{2} & 47 & 49 \\ -\frac{11}{2} & 77 & 35 \end{bmatrix}^T \\
&= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{11}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{11}{2} \\ -33 & 47 & 77 \\ -7 & 49 & 35 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{11}{6} & \frac{15}{6} & -\frac{11}{6} \\ -11 & \frac{47}{3} & \frac{77}{3} \\ -\frac{7}{3} & \frac{49}{3} & \frac{35}{3} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{i) } \frac{1}{2} C^T &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 3 & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 9 \\ 5 & 2 & 7 \end{bmatrix}^T \\
&= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 3 & -\frac{1}{3} & 2 \\ \frac{1}{2} & 5 & 7 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times 4 & 0 \times \frac{1}{2} & 5 \times \frac{1}{2} \\ 3 \times \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} & 9 \times \frac{1}{2} \\ 5 \times \frac{1}{2} & 2 \times \frac{1}{2} & 7 \times \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5/2 \\ 3 & -1/6 & 9/2 \\ 5/2 & 1 & 7/2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

2. Transformasi (Operasi) Elementer Baris dan Kolom Suatu Matriks

Transformasi elementer baris dan kolom adalah sebagai berikut:

- a. Penukaran tempat antara baris ke-i dengan baris ke-j atau pertukaran kolom ke-i dan kolom ke-j. Dimana $H_{ij}(A)$ untuk transformasi baris dan $K_{ij}(A)$ untuk transformasi kolom.

Contoh:

1) Pertukaran Baris:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1/3 & 0 & 9 \\ 2 & 1/2 & 4 \end{bmatrix} \text{ maka } H_{12}(A) = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 9 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 1/2 & 4 \end{bmatrix}$$

H_{12} adalah perpindahan baris pertama menjadi baris kedua.

$$\text{b) } A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 2/5 & 1 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} \text{ maka } H_{31}(A) = \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ 2/5 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

H_{31} adalah perpindahan baris ketiga menjadi baris pertama.

$$\text{c) } A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 6 & 8 & 6 \\ 9 & -4 & 1 \end{bmatrix} \text{ maka } H_{32}(A) = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 9 & -4 & 1 \\ 6 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

H_{32} adalah perpindahan baris ketiga menjadi baris kedua.

2) Pertukaran Kolom:

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1/3 & 0 & 9 \\ 2 & 1/2 & 4 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{23}(A) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1/3 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

K_{23} adalah perpindahan kolom kedua menjadi kolom ketiga.

$$\text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1/3 & 0 & 9 \\ 2 & 1/2 & 4 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{13}(A) = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 9 & 0 & 1/3 \\ 4 & 1/2 & 2 \end{bmatrix}$$

K_{13} adalah perpindahan kolom pertama menjadi kolom ketiga dan kolom ketiga menjadi kolom pertama.

$$\text{c) } A = \begin{bmatrix} 1/3 & 3 \\ 9 & 1/5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{21}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1/3 \\ 1/5 & 9 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

K_{21} adalah perpindahan kolom kedua menjadi kolom pertama dan kolom pertama menjadi kolom kedua.

$$\text{d) } A = \begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 \\ 8 & 1 & 9 \\ -7 & -2 & 7 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{12}(A) = \begin{bmatrix} -5 & 9 & 3 \\ 1 & 8 & 9 \\ -2 & -7 & 7 \end{bmatrix}$$

K_{12} adalah perpindahan kolom pertama menjadi kolom kedua dan kolom kedua menjadi kolom pertama.

$$e) A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 3 \\ 1/4 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{43}(A) = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 3 & 5 \\ 1/4 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

K_{43} adalah perpindahan kolom ke empat menjadi kolom ketiga dan kolom ketiga menjadi kolom ke empat.

$$f) A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 3 \\ 1/4 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & 7 & 5 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{24}(A) = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 5 & 9 \\ 1/4 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & -1 \end{bmatrix}$$

K_{24} adalah perpindahan kolom kedua menjadi kolom ke empat dan kolom ke empat menjadi kolom kedua.

- b. Mengalikan baris ke- i dengan suatu bilangan skalar $h \neq 0$, ditulis $H_i(h)(A)$ dan mengalikan kolom ke- i dengan skalar $k \neq 0$, ditulis $K_i(k)(A)$.

Contoh:

$$1) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \text{ maka } H_{2(2)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 2x2 & \frac{1}{2x2} & -\frac{2}{3x2} \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$H_{2(2)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -4/3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$H_{2(2)}$ artinya adalah mengalikan baris kedua dengan 2

$$2) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{3(\frac{1}{2})}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & \frac{5x1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{\frac{2}{3}x1}{2} \\ 5 & 6 & \frac{7x1}{2} \end{bmatrix}$$

$$K_{3(1/2)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5/2 \\ 1 & 1/2 & -1/2 \\ 5 & 6 & 7/2 \end{bmatrix}$$

$K_{3(1/2)}$ artinya adalah mengalikan kolom ketiga dengan $\frac{1}{2}$

$$3) A = \begin{bmatrix} 1/3 & 2 \\ 4 & -1/2 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{1^2}(A) = \begin{bmatrix} 1/3x2 & 2 \\ 4x2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2}(A) = \begin{bmatrix} 2/3 & 2 \\ 8 & -1/2 \end{bmatrix}$$

K_{1^2} adalah kolom pertama dikalikan dengan dua.

$$4) A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1/2 \\ -4 & 9 & 3/2 \end{bmatrix} \text{ maka } K_{2^{1/3}}(A) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \cdot 1/3 & 1/2 \\ -4 & 9 \cdot 1/3 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$$K_{2^{1/3}}(A) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1/2 \\ -4 & 3 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$K_{2^{1/3}}$ adalah kolom kedua dikalikan dengan 1/3.

- c. Menambah kolom ke - i dengan hasil perkalian k dengan kolom ke - j, ditulis $K_{ij}^{(k)}(A)$ dan menambah baris ke - i dengan h dikali baris ke - j, ditulis $H_{ij}^{(h)}(A)$.

Contoh:

$$1) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 1/2 & -2/3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{maka } H_{23}^{(-1)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 + (5x-1) & \frac{1}{2} + (6x-1) & -\frac{2}{3} + (7x-1) \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$H_{23}^{(-1)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 + (-5) & \frac{1}{2} + (-6) & -\frac{2}{3} + (-7) \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$H_{23}^{(-1)}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & -11/2 & -23/3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Dimana $H_{23}^{(-1)}(A)$ adalah mengalikan baris ketiga dengan -1 dan menjumlahkan dengan baris kedua.

$$2) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 1/2 & -2/3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{1^2 3^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} (2x2) + (5x-1) & -3 & 5 \\ (1x2) + (-\frac{2}{3}x-1) & 1/2 & -2/3 \\ (5x2) + (7x-1) & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 3^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} 4-5 & -3 & 5 \\ 2+2/3 & 1/2 & -2/3 \\ 10-7 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 3^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 5 \\ 8/3 & 1/2 & -2/3 \\ 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Dimana $K_{1^2 3^{-1}}(A)$ adalah mengalikan kolom pertama dengan 2 dan menjumlahkannya dengan kolom ke 3 dikali -1.

$$3) A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & 4 \\ 7 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{2^{1/2} 1^2}(A) = \begin{bmatrix} -2 & (1 \times \frac{1}{2}) + (-2 \times 2) \\ 3/2 & (4 \times \frac{1}{2}) + (\frac{3}{2} \times 2) \\ 7 & (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) + (7 \times 2) \end{bmatrix}$$

$$K_{2^{1/2} 1^2}(A) = \begin{bmatrix} -2 & (\frac{1}{2} - 4) \\ 3/2 & 2 + 3 \\ 7 & \frac{1}{4} + 14 \end{bmatrix}$$

$$K_{2^{1/2} 1^2}(A) = \begin{bmatrix} -2 & -7/2 \\ 3/2 & 5 \\ 7 & 57/4 \end{bmatrix}$$

Dimana $K_{2^{1/2} 1^2}$ adalah mengalikan kolom kedua dengan $\frac{1}{2}$ dan menjumlahkan hasilnya dengan kolom pertama dikali 2.

$$4) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } H_{32^2} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 + (-2 \times 2) & -4 + (6 \times 2) & 7 + (5 \times 2) & \frac{2}{3} + (-\frac{1}{3} \times 2) \end{bmatrix}$$

$$H_{32^2} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 - 4 & -4 + 12 & 7 + 10 & \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$H_{32^2} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 0 & 8 & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

Dimana H_{32^2} adalah baris ketiga dijumlahkan dengan baris kedua yang dikali dengan 2.

$$5) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{4^3 2^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & (9 \times 3) + (\frac{1}{2}x - 1) \\ -2 & 6 & 5 & (-\frac{1}{3}x \ 3) + (6x - 1) \\ 4 & -4 & 7 & (\frac{2}{3}x \ 3) + (-4x - 1) \end{bmatrix}$$

$$K_{4^3 2^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 27 - 1/2 \\ -2 & 6 & 5 & -1 - 6 \\ 4 & -4 & 7 & 2 + 4 \end{bmatrix}$$

$$K_{4^3 2^{-1}}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 53/2 \\ -2 & 6 & 5 & -7 \\ 4 & -4 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

Dimana $K_{4^3 2^{-1}}$ adalah kolom ke empat dikali dengan 3 dan menjumlahkannya dengan kolom kedua dikali -1.

$$6) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{1^2 2^1}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 2^1}(A) = \begin{bmatrix} (1 \times 2) + (\frac{1}{2}x \ 1) & 1/2 & -3 & 9 \\ (-2 \times 2) + (6x \ 1) & 6 & 5 & -1/3 \\ (4 \times 2) + (-4x \ 1) & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 2^1}(A) = \begin{bmatrix} 2 + 1/2 & 1/2 & -3 & 9 \\ -4 + 6 & 6 & 5 & -1/3 \\ 8 - 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 2^1}(A) = \begin{bmatrix} 5/2 & 1/2 & -3 & 9 \\ 2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Dimana $K_{1^2 2^1}$ adalah kolom ke satu dikali dengan 2 dan menjumlahkannya dengan kolom kedua dikali 1.

$$7) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } H_{23}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ -2 + (4x2) & 6 + (-4x2) & 5 + (7x2) & -\frac{1}{3} + (\frac{2}{3}x2) \end{bmatrix}$$

$$H_{23}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ -2 + 8 & 6 - 8 & 5 + 14 & -\frac{1}{3} + 4/3 \end{bmatrix}$$

$$H_{23}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 6 & -2 & 19 & 1 \end{bmatrix}$$

Dimana H_{23}^2 adalah baris kedua dijumlahkan dengan baris ketiga yang dikali dengan 2.

$$8) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{24}^2 (A) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + (9x2) & -3 & 9 \\ -2 & 6 + (-\frac{1}{3}x2) & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 + (\frac{2}{3}x2) & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{24}^2 (A) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} + 18 & -3 & 9 \\ -2 & 6 - 2/3 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 + 4/3 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{24}^2 (A) = \begin{bmatrix} 1 & 37/2 & -3 & 9 \\ -2 & 16/3 & 5 & -1/3 \\ 4 & 8/3 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Dimana K_{24}^2 adalah kolom ke kedua dijumlahkan dengan kolom keempat yang dikali dengan 2.

$$9) A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -3 & 9 \\ -2 & 6 & 5 & -1/3 \\ 4 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } K_{1^2 3^2} (A) = \begin{bmatrix} (1x2) + (-3x2) & 1/2 & -3 & 9 \\ (-2x2) + (5x2) & 6 & 5 & -1/3 \\ (4x2) + (7x2) & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 3^2} (A) = \begin{bmatrix} 2 - 6 & 1/2 & -3 & 9 \\ -4 + 10 & 6 & 5 & -1/3 \\ 8 + 14 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$K_{1^2 3^2} (A) = \begin{bmatrix} -4 & 1/2 & -3 & 9 \\ 6 & 6 & 5 & -1/3 \\ 22 & -4 & 7 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Dimana $K_{1^2 3^2}$ adalah kolom ke satu yang dikalikan dengan 2 dan menjumlahkannya dengan kolom ketiga yang dikali dengan 2.

C. Latihan Soal/Tugas

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1/5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 5 & 6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -9 & 0 \end{bmatrix}$

Tentukanlah: a. A^T

b. B^T

c. C^T

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/3 & 1/9 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ maka hitunglah $2A^T$ dan $1/4B$

3. Matriks $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 3 \\ 4 & -9 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ maka tentukanlah H_{13}, K_{21}, H_{23}

4. Berapakah nilai $H_{12}^{-3}, K_{12}^{-1}, H_{32}^{1/2}$ dari matriks $A = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 & 3 \\ 2 & 1/3 & -4 \\ 1/5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

5. Diketahui matriks $\begin{bmatrix} 1/2 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ maka tentukanlah

a. $K_{1^2 2^3}$

b. $H_{1^{1/2} 1}$

c. K_{12^2}

d. $K_{2^{1/3} 1^{1/2}}$

D. Daftar Pustaka

- Anton, Howard. (2010). *Elementary Linear Algebra: Applications Version (10th ed)*. John Wiley & Sons. Inc, New Your, NY.
- Atmadja, J., Bandung, I. T., & Bandung, J. G. (2016). Penerapan Aljabar Lanjar pada Grafis Komputer, 1–9.
- Kusumawati, Ririen (2006). *Diktat Aljabar Liniear dan Matriks*. Malang: Jurusan Teknik Informatika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
- Lay, David C. (2000). *Linear Algebra and Its Aplication (2nd ed)*. Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass.