PERTEMUAN 5

BENTUK BAKU METODE SIMPLEK

A. Tujuan Pembelajaran

Pertemuan 5 menguraikan materi bahasan mengenai Metode Simpleks. Setelah proses pembelajaran selesai dilakukan, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Paham akan penjelasan metode simplek
2. Mengetahui cara penyelesaian masalah dengan menggunakan metode simplek

B. Uraian Materi

1. Pengertian Metode Simpleks

Program linier merupakan solusi dari masalah yang dihadapi dalam menentukan solusi terbaik. “Masalah pemrograman linier pada dasarnya berkaitan dengan penentuan alokasi terbaik dari sumber daya yang terbatas untuk memenuhi tujuan ” (Supranto, 1983: 4).

Berikut merupakan beberapa metode yang digunakan dalam penyelesaian masalah pemrograman linier: metode grafik, metode aljabar, metode Jordanian Gaussian dan metode simpleks. Pada tahun 1947, George D. Dantzig, seorang matematikawan dari Amerika Serikat, menemukan cara untuk mendeskripsikan dan memecahkan masalah pemrograman linier dengan menggunakan "metode simpleks" (Kakiay, 2008: 1).

Metode simpleks didefinisikan sebagai metode menggunakan alat tabel untuk menyelesaikan masalah dengan setidaknya dua variabel keputusan. Dengan metode simpleks, akan mendapatkan hasil akhir, yaitu nilai terbaik untuk memaksimalkan keuntungan.

Berikut merupakan istilah yang sering dipakai dalam metode simpleks, yakni:

a. Iterasi merupakan tahap perhitungan, dimana nilai dalam perhitungan bergantung pada nilai tabel sebelumnya.
b. Variabel basis yaitu variabel yang memiliki nilai tidak nol dalam iterasi apa pun. Pada solusi awal, variabel dasarnya adalah variabel slack (jika fungsi

kendala adalah pertidaksamaan ≤) atau variabel buatan (jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan ≥ atau =). Umumnya, jumlah variabel dasar selalu sama dengan jumlah fungsi pembatas (tidak ada fungsi non-negatif).

c. Variabel non-basis adalah variabel yang nilainya disetel ke nol dalam iterasi apa pun. Secara umum, jumlah variabel non-basis selalu sama dengan derajat kebebasan dalam sistem persamaan.
d. Variabel slack merupakan variabel yang ditambahkan ke model matematika kendala untuk mengubah pertidaksamaan ≤ menjadi persamaan (=). Penambahan variabel ini terjadi selama tahap inisialisasi. Dalam solusi awal, variabel slack akan digunakan sebagai variabel dasar.
e. Solusi atau nilai hak adalah nilai sumber daya terbatas yang masih tersedia. Dalam solusi awal, nilai atau solusi yang benar sama dengan jumlah resource awal yang dibatasi karena aktivitas belum dijalankan.
f. Variabel surplus adalah variabel yang dikurangkan dari model matematika terbatas dan digunakan untuk mengubah pertidaksamaan ≥ menjadi persamaan (=). Penambahan ini terjadi selama fase inisialisasi. Dalam solusi awal, variabel yang tersisa tidak dapat digunakan sebagai variabel dasar.
g. Variabel buatan adalah variabel yang ditambahkan ke batasan model matematika berupa ≥ atau = untuk digunakan sebagai variabel dasar awal. Penambahan variabel ini terjadi selama tahap inisialisasi. Dalam solusi terbaik, variabel ini harus 0, karena sebenarnya variabel tersebut tidak ada. Variabel hanya ada di atas kertas.
h. Kolom pivot (kolom kunci) adalah kolom yang berisi variabel yang masuk. Koefisien dalam kolom ini akan menjadi pembagi dari nilai kanan yang menentukan baris pivot (baris kunci).
i. Baris pivot (baris kunci) adalah salah satu baris antara variabel dasar yang berisi variabel ekspor.
j. Elemen pivot (angka kunci) adalah elemen di perptongan kolom dan baris kunci. Angka kunci akan menjadi dasar perhitungan untuk tabel kerja tunggal berikutnya.
k. Variabel yang masuk adalah variabel yang dipilih sebagai variabel dasar pada iterasi berikutnya. Di setiap iterasi, variabel input dipilih sebagai salah satu variabel non-dasar. Pada iterasi berikutnya, variabel ini akan bernilai positif.
l. Variabel keluar adalah variabel yang mempertahankan variabel dasar pada iterasi berikutnya dan diganti dengan variabel masuk. Dalam setiap iterasi,

variabel keluar dipilih sebagai salah satu variabel dasar. Pada iterasi berikutnya, variabel ini akan menjadi nol.

2. Contoh Soal dan Penggunaan Metode Simpleks

Toko roti ibu mirna setiap harinya menghasilkan produk 3 jenis roti yaitu bolu, roti basah, dan roti kering. Bolu dijual dengan harga Rp. 84.000 yang masing-masing membutuhkan biaya bahan baku Rp. 10.000 dan biaya tenaga kerja Rp.14.000. Roti kering dijual dengan harga Rp. 49.000/paket, biaya bahan baku Rp.9.000 diperlukan untuk setiap produksi. Biaya tenaga kerja Rp.10.000. Roti basah dijual Rp.30.000/paket, biaya tenaga kerja Rp. 4.000 dibutuhkan untuk setiap produksi bahan baku seharga Rp.6.000. Untuk membuat bolu, roti kering, dan roti basah dibutuhkan tiga buah mesin yaitu mesin pengaduk, rounder, dan oven. Produksi tiap bolu membutuhkan waktu 8 menit di mixer, 6 menit di rounder, 1 jam di oven, dan 4 menit di mixer untuk tiap kantong roti kering, 2 menit di rounder, dan 1.5 jam di oven, setiap bungkus roti basah membutuhkan waktu 2 menit di blender, 1,5 menit di rounder, dan ½ jam di oven. Meskipun perusahaan dapat memenuhi semua bahan yang diperlukan setiap minggu, waktu kerja mesin yang tersedia untuk oven hanya 48 jam, sedangkan mesin rounder hanya 20 jam, dan mesin oven 8 jam. Selama ini dari pantauan pasar, dapat dikatakan tidak ada batasan permintaan kue dan roti basah, namun untuk roti kering tidak lebih dari 5 bungkus yang terjual setiap minggunya.

a. Demi mendapat keuntungan yang maksimal, silahkan anda tentukan berapa banyak jenis roti yang harus di produksi perminggunya

Jawab

1) Variabel Keputusan

Variabel keputusan akan menentukan jumlah setiap roti yang dibuat, misalnya:

X_1 = jumlah kue bolu yang diproduksi

X_2 = jumlah roti kering yang diproduksi

X_3 = jumlah roti basah yang diproduksi

2) Fungsi Tujuan

Untuk menyatakan nilai dari fungsi tujuan maka digunakan variabel Z sehingga fungsi tujuan menjadi:

bolu = (84.000 X_1 – 10.000 X_1– 14.000 X_1) = 60.000 X_1

roti kering = (49.000 X_2 – 9.000 X_2 – 10.000 X_2) = 30.000 X_2

roti basah = (30.000 X_3 – 4.000 X_3 – 6.000 X_3) = 20.000 X_3

Formulasikan ke dalam bentuk rumus Z sehingga menjadi:

Maksimumkan Z = 60.000 X_1 + 30.000 X_2 + 20.000 X_3

3) Fungsi Pembatas

Pada masalah diatas terdapat 4 batasan yaitu:

Mesin Mixer = jam kerja mesin maksimum mesin I tidak lebih dari 48 jam

Mesin Rounder = jam kerja mesin maksimum mesin II tidak lebih dari 20 jam Mesin Oven = jam kerja mesin maksimum mesin II tidak lebih dari 8 jam Permintaan = permintaan terhadap roti kering tidak lebih dari 5 bungkus

Selanjutnya masukan waktu yang diperlukan dalam tiap tahap ke dalam X_1, X_2, X_3, sebagai berikut:

Mesin 1 = 8 X_1+ 6 X_2 + X_3 ≤ 48

Mesin 2 = 4 X_1+ 2 X_2 + 1,5 X_3 ≤ 20

Mesin 3 = 2 X_1+ 1,5 X_2 + 0,5 X_3 ≤ 8

Permintaan = X_2≤ 5

Koefisien variabel keputusan pada pembatas disebut koefisien teknis, dan bilangan di sisi kanan pembatas disebut sebagai ruas kanan pembatas.

4) Pembatas Tanda

Berikut merupakan formulasi lengkap dari persoalan diatas: Maksimumkan Z = 60.000 X_1 + 30.000 X_2 + 20.000 X_3

Berdasarkan:

8 X_1 + 6 X_2 + X_3 ≤ 48

$4 X_1 + 2 X_2 + 1,5 X_3 \leq 20$

$2 X_1 + 1,5 X_2 + 0,5 X_3 \leq 8$

$X_2 \leq 5$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Seperti pada contoh di atas, setelah mengetahui rumus matematika dari program linier, langkah selanjutnya adalah menggunakan metode simpleks untuk menganalisis masalah tersebut, silahkan ikuti langkah-langkah pada halaman berikut:

b. Mengubah fungsi pembatas dari pertidaksamaan menjadi persamaan dengan menambah slack variable.

$8 X_1 + 6 X_2 + X_3 + S1 \leq 48$

$4 X_1 + 2 X_2 + 1,5 X_3 + S2 \leq 20$

$2 X_1 + 1,5 X_2 + 0,5 X_3 + S3 \leq 8$

$X_2 + S4 \leq 5$

c. Memasukan persamaan kedalam tabel.

Tabel 8 : Tahap Awal Kolom Simpleks

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity
		X_1	X_2	X_3	S1	S2	S3	S4	
0	S1	8	6	1	1	0	0	0	48
0	S2	4	2	1,5	0	1	0	0	20
0	S3	2	1,5	0,5	0	0	1	0	8
0	S4	0	1	0	0	0	0	1	5
Zj									
Cj –Zj									

d. Mencari nilai Zj dan Cj-Zj

Tabel 9 : Nilai Zj dan Cj-Zj

Nilai Zj		Nilai Cj-Zj
X_1	(0*8) + (0*4) + (0*2) + (0*0) = 0	X_1 = 60.000-0 = 60.000
X_2	(0*6) + (0*2) + (0*1.5) + (0*1) = 0	X_2 = 30.000-0 = 30.000
X_3	(0*1) + (0*1.5) + (0*0.5) + (0*0) = 0	X_3 = 20.000-0 = 20.000
S1	(0*1) + (0*0) + (0*0) + (0*0) = 0	S1 = 0-0 = 0
S2	(0*0) + (0*1) + (0*0) + (0*0) = 0	S2 = 0-0 = 0
S3	(0*0) + (0*0) + (0*1) + (0*0) = 0	S3 = 0-0 = 0
S4	(0*0) + (0*1) + (0*0) + (0*1) = 0	S4 = 0-0 = 0

e. Mencari nilai kolom kunci dengan cara memilih nilai Cj-Zj yang mempunyai nilai positif terbesar.

Tabel 10 : Mencari Kolom Kunci

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity
		X_1	X_2	X_3	S1	S2	S3	S4	
0	S1	8	6	1	1	0	0	0	48
0	S2	4	2	1,5	0	1	0	0	20
0	S3	2	1,5	0,5	0	0	1	0	8
0	S4	0	1	0	0	0	0	1	5
Zj		0	0	0	0	0	0	0	
Cj - Zj		60	30	20	0	0	0	0	

f. Mencari nilai baris kunci dengan cara:

1. Mencari Indeks

$$\text{indeks} = \frac{\text{nilai quantitas}}{\text{nilai kolom kunci yang sebaris}}$$

2. Pilih indeks dengan angka positif terkecil sebagai baris kunci

Tabel 11 : Iterasi 1

Cj	Solution	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
	Mix	X_1	X_2	X_3	S1	S2	S3	S4		
0	S1	8	6	1	1	0	0	0	48	48/8=6
0	S2	4	2	1,5	0	1	0	0	20	20/4=5
0	S3	2	1,5	0,5	0	0	1	0	8	8/2= 4
0	S4	0	1	0	0	0	0	1	5	5/0= ∞
Zj		0	0	0	0	0	0	0		
Cj – Zj		60	30	20	0	0	0	0		

3. Mengubah variable basis dari baris kunci dengan variable dasar yang terdapat di atas kolom kunci.

Tabel 12 : Memasukkan Basic Variabel

Cj	Soluton	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
	Mix	X_1	X_2	X_3	S1	S2	S3	S4		
0	S_1									
0	S2									
60	X_1									
0	S4									
Zj										
Cj-Zj										

4. Mencari nilai baru baris kunci dengan cara sebagai berikut:

Membagi seluruh nilai pada baris kunci degan angka kunci

Baris baru kolom kunci:

X_1 = 2/2 = 1

$X_2 = 1,5/2 = 0,75$

$X_3 = 0,5/2 = 0,25$

$S_1 = 0/2 = 0$

$S_2 = 0/2 = 0$

$S_3 = ½ = 0,5$

$S_4 = 0/2 = 0$

Quantity = 8/2 = 4

5. Mencari nilai baris selain baris kunci dengan cara:

   Baris baru = baris lama – (koefesien kolom kunci x nilai baru baris kunci)

Tabel 13 : Nilai Baris

Baris S_1	Baris S_2		Baris S_4
X_1 = 8 – (8x1) = 0	X_1 = 4 – (4x1) = 0		X_1 = 0 – (0x1) = 0
X_2 = 6 – (8x0,75) = 0	X_2 = 2 – (4x0,75) = -1		X_2 = 1 – (0x0,75) = 1
X_3 = 1 – (8x0,25) = -1	X_3 = 1,5 – (4x0,25) =	0,5	X_3 = 0 – (0x0,25) = 0
S_1 = 1 – (8x0) = 1	S_1 = 0 - (4x0) = 0		S_1 = 0 – (0x0) = 0
S_2 = 0 – (8x0) = 0	S_2 = 1 - (4x0) = 1		S_2 = 0 – (0x0) = 0
S_3 = 0 – (8x0,5) = -4	S_3 = 0 - (4x0,5) = -2		S_3 = 0 – (0x0,5) = 0
S_4 = 0 – (8x0) = 0	S_4 = 0 - (4x0) = 0		S_4 = 1 – (0x0) = 1
Q = 48 – (8x4) = 16	Q = 20 – (4x0) = 4		Q5 = 1 – (0x0) = 1

6. Memperbaiki berkelanjutan dengan mengevaluasi Cj-Zj; jika Cj-Zj masih memiliki nilai positif, itu bukan nilai terbaik, ulangi dari langkah 3 ke langkah 8 hingga semua nilai negatif ditemukan.

Tabel 14 : Tidak optimal karena ada nilai positif

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4		
0	S_1	0	0	-1	1	0	-4	0	16	
0	S_2	0	-1	0,5	0	1	-2	0	4	
60	X_1	1	0,75	0,25	0	0	0,5	0	4	
0	S_4	0	1	0	0	0	0	1	5	
Zj		60	45	15	0	0	30	0	240	
Cj – Zj		0	-15	5	0	0	-30	0		

7. Cari kembali nilai Zj dan Cj-Zj

Tabel 15 : nilai Zj dan Cj-Zj

Nilai Zj =	Nilai Cj – Zj
X_1 = (0x0) + (0x0) + (60x1) + (0x0) = 60	X_1 = 60 – 60 = 0
X_2 = (0x0) + (0x-1) + (60x0,75) + (0x1) = 45	X_2 = 30 – 45 = -15
X_3 = (0x-1) + (0x0,5) + (60x0,25) + (0x0) = 15	X_3 = 20 – 15 = 5
S_1 = (0x1) + (0x0) + (60x0) + (0x0) = 0	S_1 = 0 – 0 = 0
S_2 = (0x0) + (0x1) + (60x0) + (0x0) = 0	S_2 = 0 – 0 = 0
S_3 = (0x-4) + (0x-2) + (60x0,5) + (0x0) = 30	S_3 = 0 – 30 = -30
S_4 = (0x0) + (0x0) + (0x0) + (0x1) = 0 Quantity = (0x16) + (0x4) + (60x4) + (0x5) = 240	S_4 = 0 – 0 = 0

8. Mencari Kolom Kunci

   Pilih Cj-Zj yang mempunyai nilai positif terbesar.

Tabel 16 : Kolom Kunci

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4		
0	S1	0	0	-1	1	0	-4	0	16	
0	S2	0	-1	0,5	0	1	-2	0	4	
60	X_1	1	0,75	0,25	0	0	0,5	0	4	
0	S_4	0	1	0	0	0	0	1	5	
Zj		60	45	15	0	0	30	0	240	
Cj – Zj		0	-15	5	0	0	-30	0		

9. Mencari kembali nilai baris kunci dengan cara:

   a) Mencari Indeks

   b) Memilih indeks dengan angka positif terkecil sebagai baris kunci

Tabel 17 : Iterasi 2

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4		
0	S1	0	0	-1	1	0	-4	0	16	16/-1= -16
0	S2	0	-1	0,5	0	1	-2	0	4	4/0,5= 8
60	X_1	1	0,75	0,25	0	0	0,5	0	4	4/0,25=16
0	S_4	0	1	0	0	0	0	1	5	5/0 = ∞
Zj		60	45	15	0	0	30	0	240	
Cj – Zj		0	-15	5	0	0	-30	0		

10. Rubah kembali basic variable dari baris kunci dengan basic variable yang terdapat diatas kolom kunci

Tabel 18 : Memasukkan kembali basic variable 2

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4		
0	S1									
20	X_3									
60	X_1									
0	S_4									
Zj										
Cj – Zj										

11. Mencari kembali nilai baru baris kunci dengan cara: Membagi seluruh nilai pada baris kunci dengan angka kunci. Baris baru kolom kunci:

X_1 = 0/0,5 = 0

X_2 = -1/0,5 = -2

X_3 = 0,5/0,5 = 1

S_1 = 0/0,5 = 0

S_2 = 1/0,5 = 2

S_3 = -2/0,5 = -4

S_4 = 0/0,5 = 0

Q = 4/0,5 = 8

12. Mencari kembali nilai baris selain baris kunci dengan cara:

Baris baru = baris lama – (koefesien kolom kunci x nilai baru baris kunci)

Tabel 19 : Nilai Baris

Baris S1	Baris X1	Baris S4
$X_1 = 0 – (-1x0) = 0$	$X_1 = 1 – (0,25x0) = 1$	$X_1 = 0 – (0x0) = 0$
$X_2 = 0 – (-1x-2) = -2$	$X_2 = 0,75 – (0,25x-2) = 1,25$	$X_2 = 1 – (0x-2) = 1$
$X_3 = -1 – (-1x1) = 0$	$X_3 = 0,25 – (0,25x1) = 0$	$X_3 = 0 – (0x1) = 0$
$S_1 = 1 – (-1x0) = 1$	$S_1 = 0 – (0,25x0) = 0$	$S_1 = 0 – (0x0) = 0$
$S_2 = 0 – (-1x2) = 2$	$S_2 = 0 – (0,25x2) = -0,5$	$S_2 = 0 – (0x2) = 0$
$S_3 = -4 – (-1x-4) = -8$	$S_3 = 0,5 – (0,25x-4) = 1,5$	$S_3 = 0 – (0x-4) = 0$
$S_4 = 0 – (-1x0) = 0$	$S_4 = 0 – (0,25x0) = 0$	$S_4 = 1 – (0x0) = 1$
Q = 16 – (-1x8) = 24	Q = 4 – (0,25x8) = 2	Q = 5 – (0x8) = 5

13. Melanjutkan perbaikan–perbaikan dengan cara evaluasi Cj – Zj; bila Cj – Zj masih terdapat nilai positif, maka belum optimal, ulangi dari langkah 3 sampai dengan langkah 8 hingga menemukan nilai semua negative

Tabel 20 : Iterasi 3 Final (tabel akhir)

Cj	Solution Mix	60	30	20	0	0	0	0	Quantity	Indeks
		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	S_4		
0	S1	0	-2	0	1	2	-8	0	24	
20	X_3	0	-2	1	0	2	-4	0	8	
60	X_1	1	1,25	0	0	-0,5	1,5	0	2	
0	S_4	0	1	0	0	0	0	1	5	
Zj		60	35	20	0	10	10	0	280	
Cj – Zj		0	-5	0	0	-10	-10	0		

14. Mencari kembali nilai Zj dan Cj – Zj

Tabel 21 : Nilai Zj dan Cj-Zj

Nilai Zj	Nilai Cj – Zj
X_1 = (0x0) + (20x0) + (60x1) + (0x0) = 60	X_1 = 60 – 60 = 0
X_2 = (0x-2) + (20x-2) + (60x1,25) + (0x1) = 35	X_2 = 30 – 35 = -5
X_3 = (0x0) + (20x1) + (60x0) + (0x0) = 20	X_3 = 20 – 20 = 0
S_1 = (0x1) + (20x0) + (60x0) + (0x0) = 0	S_1 = 0 – 0 = 0
S_2 = (0x2) + (20x2) + (60x-0,5) + (0x0) = 10	S_2 = 0 – 10 = -10
S_3 = (0x-8) + (20x-4) + (60x1,5) + (0x0) = 10	S_3 = 0 – 10 = -10
S_4 = (0x0) + (20x0) + (60x0) + (0x1) = 0	S_4 = 0 – 0 = 0
Q = (0x24) + (20x8) + (60x2) + (0x5) = 280	

Oleh karena itu, tabel terakhir menunjukkan Cj-Zj, yang tidak lagi memiliki nilai positif atau dianggap sebagai nilai terbaik. Kesimpulan yang diambil dari contoh pertanyaan di atas adalah bahwa perusahaan roti Nyi Emeh tidak harus memproduksi roti kering, hal ini dapat dilihat dari tabel akhir metode simpleks, karena menggunakan metode pembuatan bolu dan roti basah serta jumlah yang dibutuhkan. Produk yang harus diproduksi dan dijual setiap hari yaitu:

Bolu (X_1) Rp. 60.000 x 2 Unit	= Rp. 120.000/hari
Roti basah (X_3) Rp. 20.000 x 8 Unit	= Rp. 160.000/hari
Total	= Rp. 280.000/hari

Keterangan Warna:

= Kolom Kunci

= Basic variabel (merubah basic variabel)

= Nilai positif terbesar

= Baris Kunci

= Nilai positif terkecil diindeks

= Angka Kunci

3. Bentuk Baku Metode Simpleks

Sebelum dilakukan perhitungan literatif untuk menemukan solusi terbaik, bentuk umum pemrograman linier terlebih dahulu diubah ke bentuk standar. Bentuk standar dalam metode simpleks tidak hanya mengubah persamaan kendala menjadi bentuk yang sama, tetapi setiap fungsi kendala harus diwakili oleh variabel dasar awal. Variabel dasar awal menunjukkan status sumber daya dalam kondisi sebelum aktivitas apa pun dilakukan. Dengan kata lain, semua variabel keputusan masih nol. Oleh karena itu, meskipun fungsi kendala dalam bentuk umum pemrograman linier sudah berbentuk persamaan, fungsi kendala tersebut tetap harus diubah.

Hal-hal berikut harus diperhatikan saat menyiapkan formulir standar:

a. Fungsi kendala dari pertidaksamaan bentuk umum ≤ diubah menjadi persamaan (=) dengan menambahkan variabel slack
b. Bentuk umum dari fungsi kendala pertidaksamaan ≥ diubah menjadi persamaan (=) dengan mengurangkan variabel surplus.
c. Fungsi kendala dari suatu persamaan dengan bentuk umum ditambah dengan variabel buatan (artificial variable).

Perhatikan kasus A berikut:

Fungsi tujuan: minimumkan $z = 2\ X_1 + 5.5\ X_2$

Kendala: $X_1 + X_2 = 90$

$0.001\ X_1 + 0.002\ X_2 \leq 0.9$

$0.09\ X_1 + 0.6\ X_2 \geq 27$

$0.02\ X_1 + 0.06\ X_2 \leq 4.5\ X_1,\ X_2 \geq 0$

Bentuk di atas adalah bentuk umum dari program linier. Dalam bentuk standar, model matematika akan menjadi:

Fungsi tujuan: minimumkan $z = 2\ X_1 + 5.5\ X_2$

Kendala: $X_1 + X_2 + S_1 = 90$

$0.001\ X_1 + 0.002X_2 + S_2 = 0.9$

$0.09\ X_1 + 0.6\ X_2 - S_3 + S_4 = 27$

$0.02\ X_1 + 0.06X_2 + S_5 = 4.5$

$X_1, X_2\ , S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$

Fungsi kendala pertama memperoleh variabel buatan (s1) karena bentuk umumnya sudah menggunakan persamaan. Fungsi kendala kedua dan keempat memperoleh variabel slack (s2 dan s5) karena bentuk umum menggunakan pertidaksamaan ≤, dan fungsi kendala ketiga memperoleh variabel residual (s3) dan variabel buatan (s4) karena bentuk umum menggunakan pertidaksamaan ≥.

Perhatikan pula kasus B berikut ini:

Maksimumkan $z = 2\ X_1 + 3\ X_2$

Kendala:

$10\ X_1 + 5X_2 \leq 600$

$6\ X_1 + 20X_2 \leq 600$

$8\ X_1 + 15X_2 \leq 600$

$X_1, X_2 \geq 0$

Tabel di atas juga dalam bentuk umum. Mengubah standar hanya membutuhkan penggunaan variabel slack, karena bentuk umum semua fungsi kendala mengadopsi ketidaksamaan ≤. Maka format standarnya adalah sebagai berikut:

Maksimumkan $z = 2\ X_1 + 3\ X_2 + 0S_1 + 0\ S_12 + 0\ S_3$

Kendala:

$10\ X_1 + 5\ X_2 + S_1 = 600$

$6\ X_1 + 20\ X_2 + S_2 = 600$

$8\ X_1 + 15\ X_2 + S_3 = 600$

$X_1, X_2, S_1\ , S_2\ , S_3 \geq 0$

$S_1\ , S_2\ , S_3$ merupakan variable slack.

Aminudin (2005) juga menjelaskan bahwa masalah program linier dapat diselesaikan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Memformulasikan dan menstandarisasi model.

b. Bentuk tabel simpleks awal berdasar informasi model tersebut.

c. Tentukanlah kolom kunci pada kolom variabel yang tersedia,

d. Yakni, kolom yang berisi nilai posnb itif terbesar (cj-zj) dalam kasus paling besar serta nilai negatif terbesar (cj-zj) dalam kasus terkecil.

e. Menentukan baris kunci di antara baris variabel yang tersdia, yakni baris dengan rasio bilangan bernilai positif paling kecil.

f. Tabel selanjutnya dibentuk secara memasukkan variabel migrasi ke kolom variabel dasar serta menghapus variabel migrasi dari kolom, dan mengubah baris variabel. Memakai rumus konversi dibawah:

- baris baru selain baris kunci = (baris lama-(rasio kunci x baris kunci lama))
- baris kunci baru = (baris kunci lama / angka kunci)
- rasio kunci = (unsur kolom kunci / angka kunci)

g. Laksanakanlah pengujian optimalitas. Menurut standar, bila seluruh koefisien (cj-Zj) di baris tidak positif lagi ataupun tidak lagi negatif, artinya tabel tersebut adalah yang terbaik. Jika ketentuan di atas tidak terpenuhi, ulangi langkah ini dari langkah 3 hingga 6 hingga ketentuan tersebut terpenuhi.

Namun metode simpleks hanyalah dapat digunakan di bentuk standar, jadi jika bukan bentuk standar, Anda harus mengkonversinya terlebih dahulu ke bentuk standar. Sesuai pemaparan Aminudin (2005), sebelum memakai metode simpleks untuk menyelesaikan masalah program linier, bentuk program linier h

$$Rasio\ kuantitas\ ke-i = \frac{b_i}{unsur\ kolom\ kunci\ yang\ positif} \quad ......(2.2)$$

ntuk melakukan konversi ke f perlu dipertimbangkan:

a. Fungsi Pembatas

Dengan menambahkan variabel baru yang disebut variabel slack, fungsi pembatas dengan tanda ≤ diubah menjadi persamaan (bentuk standar).

b. Fungsi Tujuan

Untuk variabel slack dalam fungsi restriksi, fungsi tujuan diselaraskan pula dengan memasukkan elemen variabel slack. Sebab variabel slack tidak memiliki kontribusi ke fungsi tujuan, konstanta variabel slack ditulis sebagai nol.

4. Ciri Dan Sifat Bentuk Baku Metode Simpleks

Berikut adalah ciri- ciri bentuk baku model program linier:

a. Seluruh fungsi kendala seperti persamaan dengan sisi kanan non-negatif.

b. Seluruh variabel keputusan non-negatif.

c. Fungsi tujuan bisa meminimumkan ataupun memaksimumkan.

Fungsi tujuan : Maks / Min Z = CX

Fungsi pembatas : AX = b X $\geq$ 0

Selain itu, terdapat sejumlah hal yang wajib diperhatikan untuk membuat bentuk baku, yakni:

a. Nilai kanan fungsi tujuan harus nol.

b. Nilai kanan fungsi kendala harus positif, jika negatif nilai dikali negatif satu.

c. Fungsi kendala memiliki pertidaksamaan ≤ pada bentuk umum, diganti menjadi persamaan (=) secara menambah 1 variabel slack;

d. Fungsi kendala memiliki pertidaksamaan ≥ pada bentuk umum, diganti menjadi persamaan (=) secara mengurangi 1 variabel surplus;

e. Fungsi kendala memiliki persamaan pada bentuk umum, ditambah 1 *artificial variable*.

Dalam perhitungan iteratif akan menggunakan tabel. Format standar yang diperoleh harus ditabulasi. Solusi (nilai yang benar) dari semua variabel yang bukan variabel dasar sama dengan 0, serta koefisien variabel dasar di garis target haruslah sama dengan nol. Maka, harus membedakan susunan tabel awal yang dapat diubah sesuai dengan kardinalitas awal.

Menghitung dengan simpleks membutuhkan tingkat akurasi yang tinggi, apalagi jika bilangan yang dipergunakan yakni pecahan. Pembulatan haruslah diperhatikan secara vermat. Dianjurkan untuk tidak memakai bentuk desimal, dan berhati-hatilah saat menggunakan desimal. Karena pembulatan yang tidak akurat, pembulatan akan memunculkan iterasi yang lebih lama ataupun bisa saja tidak lengkap.

Perhitungan iteratif dengan metode simpleks pada dasarnya memeriksa titik-titik batas kelayakan di kawasan permukiman secara *point by point*. Pengecekan diawali dengan keadaan 0. Nila titik batasnya adalah n, maka dalam kasus terburuk, kami akan melakukan n hitungan secara berulang.

Sifat-sifat bentuk baku metode simpleks, yaitu:

a. Semua variable tidak ada yang bernilai negatif,

b. Seluruh batasan merupakan persamaan

c. Fungsi tujuan bisa minimisasi ataupun maksimasi.

C. Soal Latihan/Tugas

1. Pak Bambang memproduksi tahu jumbo, kecil, serta besar setiap hari. Kedelai yang digunakan pada setiap jenis tahu tidak sama. Masing-masing tahu kecil memerlukan 25 kg kedelai, 3,5 kg kedelai, dan 0,5 kg coko. Guna memproduski tahu besar memerlukan 55 kg kedelai serta 5 kg garam, dan 0,75 kg coko. Selanjutnya, yang paling akhir yakni satu tahu jumbo memerlukan 75 kg kedelai, 5 kg garam, serta 0,5 kg coko. Dengan membuat tahu kecil bisa mendapat untung Rp30.000, sedangkan membuat tahu besar Rp50.000, dan membuat tahu jumbo mendapat Rp40.000. Pak Bambang mampu memasok bahan baku kedelai hingga 250 kilogram, serta bahan baku garam 75 kilogram dan koka 30 kilogram. Pertanyaannya adalah berapa ukuran tahu yang akan diproduksi di Pak Bambang untuk mendapatkan keuntungan sebesar-besarnya.
2. Selesaikankanlah kasus dibawah memakai metode simpleks:

   Maksimum $z = 8\ X_1 + 9\ X_2 + 4\ X_3$

   Kendala:

   $X_1 + X_2 + 2\ X_3 \leq 2$

   $2X_1 + 3\ X_2 + 4\ X_3 \leq 3$

   $7\ X_1 + 6X_2 + 2\ X_3 \leq 8\ X_1, X_2, X_3 \geq 0$

D. Referensi

Aminudin. (2005). *Prinsip-Prinsip Riset Operasi.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Chandra, T. (2015). Penerapan Algoritma Simpleks dalam Aplikasi Penyelesaian Masalah Program Linier. *Jurnal TIMES, Vol. IV*, 18-21.