

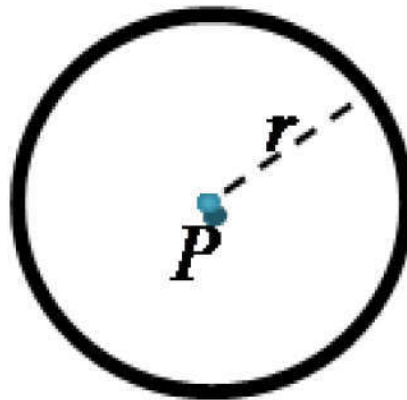
PERTEMUAN 8**PERSAMAAN LINGKARAN****A. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu menyelesaikan soal-soal matematika yang berhubungan dgn mengenai Persamaan Lingkaran.

B. URAIAN MATERI**1. Lingkaran**

Lingkaran merupakan tempat kedudukan titik-titik pada sebuah bidang dengan jarak sama terhadap suatu titik tertentu. Selanjutnya titik tertentu tersebut disebut pusat lingkaran (P), sedangkan jarak titik terhadap P disebut jari-jari lingkaran.

Gambar dibawah ini menunjukkan lingkaran dengan pusat P dan jari-jari r.



Gambar 8. 1. Lingkaran dengan pusat P

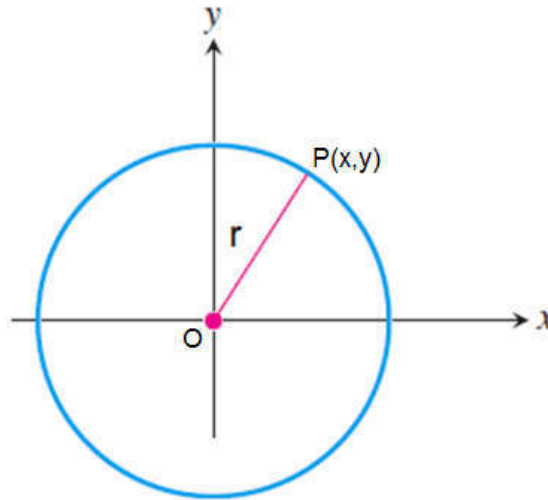
Diameter (d) = garis lurus yang melalui pusat lingkaran = $2 r$

Keliling Lingkaran = $2 \pi r$

Luas Lingkaran = πr^2

a. Persamaan lingkaran yang berpusat O (0, 0) dan jari-jari r

Untuk membuat persamaan lingkaran dengan pusat (0,0) maka dijelaskan dalam uraian berikut:



Gambar 8. 2. Lingkaran dengan pusat O (0,0).

Pada lingkaran diatas mempunyai jari-jari atau **$r = OP$** , maka Jarak dari O (0, 0) ke titik P (x, y) adalah.

$$d = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2}$$

Karena $d = r$ maka

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

Sehingga persamaan lingkaran dengan pusat O (0, 0) dan jari-jari r adalah $x^2 + y^2 = r^2$

Contoh :

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat O (0, 0) dan jari-jari 7

Jawab :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 7^2$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

b. Persamaan lingkaran yang berpusat O (0, 0) dan melalui A(x,y)

Dapat dijelaskan dengan contoh berikut:

Lingkaran berpusat O (0,0) melalui A (2,3). Berapa jari-jari lingkaran tersebut dan persamaan lingkarannya.

Jawab :

1) Menghitung jari-jari lingkaran

$$x^2 + y^2 = r^2$$

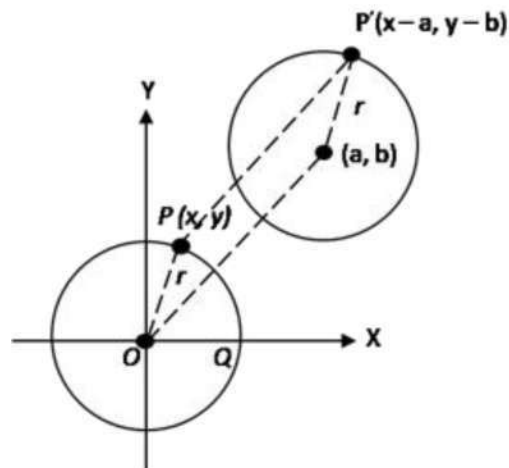
$$2^2 + 3^2 = r^2$$

$$13 = r^2 \rightarrow r = \sqrt{13}$$

2) maka persamaan lingkarannya adalah:

$$x^2 + y^2 = 13$$

c. Persamaan lingkaran yang berpusat P (a, b) dan berjari-jari r



Gambar 8. 3. Lingkaran dengan pusat P (a,b).

Persamaan lingkaran yang berpusat $P(a, b)$ dan berjari-jari r dapat diperoleh dari persamaan lingkaran yang berpusat di $(0, 0)$ dan berjari-jari r dengan menggunakan teori pergeseran. Jika pusat $(0, 0)$ bergeser (a, b) maka titik (x, y) bergeser ke $(x + a, y + b)$.

Kita peroleh persamaan.

$$x' = x + a \rightarrow x = x' - a$$

$$y' = y + b \rightarrow y = y' - b$$

Persamaan lingkaran menjadi

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Contoh 1 :

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di (1, 3) dan berjari-jari 5

Jawab :

Pusat (1, 3) maka $a = 1$ dan $b = 3$

Dibuat sebagai berikut :

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 10 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$$

d. Mencari pusat dan jari jari dari persamaan lingkaran dalam bentuk

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Maka P (a,b)

$$a = \frac{-A}{2}$$

$$b = \frac{-B}{2}$$

dan jari jari

$$r = \sqrt{\left(\frac{-A}{2}\right)^2 + \left(\frac{-B}{2}\right)^2 - C}$$

Contoh:

1) Lingkaran dengan bentuk $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ carilah pusat dan jari jarinya

Jawab :

$A = 4$, $B = -6$, dan $C = -3$

Maka

$$a = -4/2 = -2 ,$$

$$b = -(-6)/2 = 3$$

dan r

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 - -3}$$

$$r = \sqrt{16} = 4$$

Jadi pusat lingkaran P(-2,3) dan jari jari 4

2) Tentukan pusat dan jari-jari lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$$

Jawab :

A = -4, B = 2, dan C = -20

$$\text{Pusat : } \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right) = \left(-\frac{1}{2}(-4), -\frac{1}{2}(2)\right) = (2, -1)$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}(-4)^2 + \frac{1}{4}(2)^2 - 20} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}(16) + \frac{1}{4}(4) + 20} \\ &= \sqrt{4 + 1 + 20} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

1. Tentukan persamaan lingkaran dengan:
 - a. Pusat (0,0) jari jari NIM
 - b. Pusat (3,4) jari jari NIM
 - c. Pusat (3,4) jari jari $\sqrt{5}$
 - d. Pusat (2,3) melalui (NIM,0)
 - e. Diameter lingkaran yang melalui titik MN, untuk M(1,0) dan B(3,NIM)
 - f. Pusat (4,NIM) dan menyinggung sumbu x
 - g. Pusat (-2,NIM) dan menyinggung sumbu y

2. Dari persamaan lingkaran dibawah ini carilah pusat dan jari-jarinya
 - a. $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$
 - b. $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$
 - c. $x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0$
 - d. $x^2 + y^2 - 4x - \left(\frac{9}{4}\right) = 0$
 - e. $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 0$
 - f. $x^2 + y^2 + 2x = 3$

D. DAFTAR PUSTAKA

Thomas (2005), Calculus 11e with Differential Equations, Pearson Wesley

Weltner, Klaus (2009), Mathematics-for-physicists-and-engineers-fundamentals-and-interactive-study-guide, Springer