PERTEMUAN 6

METODE SIMPLEKS: MAKSIMASI

A. Tujuan Pembelajaran

Pertemuan 6 menguraikan materi bahasan Metode Simpleks dengan sub bahasan masalah minimasi. Setelah proses pembelajaran selesai dilakukan, mahasiswa mampu:

1. Memahami pengertian masalah minimasi
2. Mampu menyelesaikan masalah penugasaan dengan memanfaatkan pendekatan minimasi

B. Uraian Materi

1. Uraian Masalah Maksimasi

Metode simpleks terbagi menjadi 2 jenis, yakni metode simpleks dimaksimalkan guna memaksimalkan laba serta metode simpleks diminimalkan guna meminimalkan biaya. Masalah maksimasi, biasanya memiliki kendala pertidaksamaan jenis ≤.

Variabel penolong merupakan variabel *slack* (tidak mencukupi) / variabel *surplus* serta variabel *artificial*. Penambahan variabel penolong berarti konversi pertidaksamaan menjadi persamaan. Untuk batasan pertidaksamaan ≤, variabel slack perlu ditambahkan ke sisi kiri batasan, dan variabel slack mewakili kekurangan dari kiri ke kanan. Penambahan variabel slack ini akan segera membuat sub-matriks identifikasi pada matriks koefisien. Untuk batasan yang memiliki tanda pertidaksamaan, batasan sisi kiri harus dikurangi dengan menunjukkan variabel yang tersisa di sisi kiri luar sisi kanan dan menambahkan variabel buatan, sehingga terdapat sub-matriks identifikasi pada matriks koefisien. penambahan variabel bantu akan membatasi batasan pada bentuk sistem pertidaksamaan yang diformat sebagai persamaan sistem. Format sistem persamaan dari batasan ini disebut bentuk kanonik. Aturan di atas untuk menambahkan variabel bantu diringkas pada tabel:

Tabel 22 : Tabel Penambahan Variabel Penolong

Nama Variabel	Notasi	Penambahan untuk kendala
Slack	S	?
Surplus/excess	E	?
Artificial	A	?

Penjelasan tentang penambahan variabel penolong menggunakan contoh 1 di pemaparan sebelumnya.

Fungsi tujuan:

Memaksimumkan Z = 80 x_1 + 100 x_2 Fungsi kendala:

Pekerja : 1 x_1 + 2 $x_2 \leq 40$

Persediaan tanah liat : 4 x_1 + 3 $x_2 \leq 120$

Syarat non negatif : $x_1 \leq 0$, $x_2 \leq 0$

Proses penggunaan metode simpleks untuk mendapatkan solusi terbaik dilaksanakan memakai tabel yang disebut tabel simpleks, sebagai yaitu:

Tabel 23 : Tabel Simpleks

Variabel Basis/ Dasar	x1	x2	…	Xn	s1	s2	…	sn	NK
z	—c1	—c2	…	—cn	0	0	0	0	0
s1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	0	0	b1
s2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	0	0	b2
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
sn	aN1	aN2	…	aNN	0	0	0	1	bN

Ket:

Variabel dasar merupakan variabel yang memiliki nilai sama dengan ruas kanan persamaan NK yaitu nilai persamaan yang benar, yakni nilai setelah tanda (=):

a. Mengubah rumus soal ke bentuk standar secara menambah variabel slack ke cara berikut untuk mengubah kendala ke bentuk ≤ menjadi =, variabel slack menjadi.

$$
\begin{array}{llllll}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + s_1 & & & = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & + s_2 & & = b_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots & & & \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & & + s_m & = b_m \\
x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 & & & \\
s_1, s_2, \dots, s_m \geq 0 & & &
\end{array}
$$

b. Cari Basic Feasible Solution (BFS)
c. Bila semua variabel non-basa memiliki koefisien non-negatif di garis fungsi, BFS adalah yang terbaik. Bila masih terdapat variabel yang mmemiliki koefisien negatif di baris 0, pilih salah satu variabel dengan koefisien terbesar di baris 0. Variabel akan masuk ke keadaan variabel dasar, sebab variabel dinamakan dengan variabel yang memasuki variabel dasar.
d. Di batas dimana EV memiliki koefisien positif. Variabel dengan positif terkecil di perbatasan mengubah statusnya menjadi variabel non-dasar. Kemudian variabel ini disebut Leaving Variable. Laksanakan operasi baris dasar sehingga nilai koefisien EV baris yang mempunyai rasio positif paling kecil adalah 1, dan nilai baris yang lain adalah 0.
   Kembali ke langkah 3.

Catatan:

Apabila Anda menemukan baris dengan rasio positif terkecil untuk lebih dari satu kolom, pilih satu. Cara ini tidak bisa memberi pengaruh pada hasil kalkulasi akhir.

Berikut adalah langkah guna menetapkan solusi dari masalah memaksimalkan fungsi tujuan program linier memakai metode simpleks.

Maksimumkan:

a. Ubah semua batasan linier ke format standarnya secara menamah variabel slack ataupun menurunkan variabel surplus di pembatas linier. Masukkan (tambahkan) variabel slack yang ada ke fungsi tujuan serta berikan koefisien nol.

b. Apakah pada matriks A   aij telah terbentuk matriks identitas   In ?

1) Jika terbentuk matriks identitas pada matriks A maka penyusunan tabel simpleks awal adalah:

Tabel 24 : Tabel SImpleks Awal

BV	z	X_1	...	x_n	X_{n+1}	...	x_N	Solusi (RK)	R_i
$z_j - c_j$	1	z_1-c_1	...	Z_n-c_n	$Z_{n+1} - c_{n+1}$	...	z_N- c_N	0	
X_{n+1}	0	11	...	1n	1(n +1)	...	1N	x_{B1}	R_1
⋮	0	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
X_n	0	$m1$	...	mn	$m(n+1)$	...	mN	x_{Bm}	R_m

2) Apabila matriks identitas belum terbentuk maka akan dihasilkan matriks identitas secara menambah variabel semu. Masukkan variabel semu pada fungsi tujuan, dan tetapkan nilai (-M) ke koefisien variabel palsu di fungsi tujuan, di mana M adalah angka yang cukup besar. Untuk informasi lebih rinci, variabel buatan (variabel buatan) biasanya ditambahkan ke pembatas linier, memiliki batasan yang mempunyai tanda "≥" serta "=". Ikuti langkah (2.a).

c. Penelitian pada nilai zj cj (tabel simpleks telah maksimum jika seluruh zj cj 0).

1) Jika bagi seluruh j didapatkan zj cj 0 , kemudian diteruskan ke langkah ke- 4

2) Jika terdapat satu ataupun lebih zj cj 0 akan disusun tabel simpleks baru menggunakan cara dibawah

a) Menetapkan kolom kunci yakni dengan memilih nilai $z_j - c_j$ yang paling kecil selaras pada aturan di persamaan (2.27a) serta misal didapatkan $z_k - c_k$, kolom ke-k disebut kolom kunci/kolom masuk).

b) Pada EC dilaksanakan pemeriksaan pada nilai α_{ik}

- Jika bagi seluruh nilai α_{ik} memiliki nilai negative, didapatkan solusi tidak terbatas
- Jika α_{ik} yang memiliki nilai positif, hitung nilai dari R_i (ingat! hanya bagi α_{ik} yang positif), selanjutua diteruskan ke langkah tiga

c) Tentukan baris kunci, yaitu pilih nilai R1 terkecil (dalam bilangan positif) selaras aturan di persamaan (2.25) serta asumsikan br didapatkan, baris r tersebut disebut baris kunci / Pivot Equation (PE). Proses pemilihan variabel masukan (EV) serta variabel keluar (LV) disebut keadaan optimasi serta keadaan kualifikasi. Kondisi optimasi: EV pada maksimisasi (minimisasi) yaitu NBV, dan koefisien dalam persamaan objektif z adalah negatif (positif). Koefisien memiliki nilai yang tidak berbeda bisa dipilih dengan sewenang-wenang. Jika semua koefisien non-basa dalam persamaan z adalah non-negatif (non-positif), maka nilai terbaik dapat dicapai. Kelayakan: Untuk masalah maksimisasi (minimisasi), LV adalah BV dengan persimpangan terkecil ke arah EV (penyebut terkecil adalah penyebut positif). Nilai yang tidak berbeda bisa dipilih menggunakan cara apapun

d) Kemudian, susun tabel simpleks baru / perhitungan simpleks secara berulang, yakni:

- Sebelum menetapkan elemen baris ke-r yang baru, itu harus perhatikan jika elemen di persimpangan antara EC serta PE disebut elemen pivot (α_{rk})
- Bagi elemen baris ke-r (b_r) disebut persamaan pivot baru (*new*PE) ditetapkan memakai rumus:
  $newPE = PE \div \alpha_{rk}$
- Bagi elemen baris ke-i yang lain ditetapkan menggunakan rumus:
  Persamaan baru $=$ persamaan lama $-$ $(\alpha_{ik}) \times$ (newPE).

d. Jika bagi seluruh j nilai dari $z_j - c_j$ adalah $z_j - c_j \geq 0$, maka fungsi tujuannya telah mencapai optimal.

Fungsi kendala serta tujuan yang sudah dibentuk ke bentuk standar metode simpleks secara menambah variabel slack disusun pada tabel simpleks awal.

Tabel 25 : Tabel Simpleks Awal

VB	Z	x1	X2	x3	s1	s2	s3	s4	s5	S	Rs
Z	1	-6850	-1000	-4700	0	0	0	0	0	0	
s1	0	3	3,333333333	3	1	0	0	0	0	91500	30500
S2	0	3,75	0	6	0	1	0	0	0	67500	18000
S3	0	0,9	0	2	0	0	1	0	0	17600	19555,55556
S4	0	0,45	0	0,45	0	0	0	1	0	7425	16500
S5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2500	

Iterasi Pertama

Baris kuci baru

$=\frac{[0{,}45\ 0\ 0{,}45\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 7425]}{0{,}45}$

= [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]

Transformasi baris z

= [-6850 -1000 -4700 0 0 0 0 0] – [-6850 x [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]]

= [0 -1000 2150 0 0 0 15222,22222 0 113025000]

Transformasi baris s1

= [3 3,333333333 3 1 0 0 0 91500] – [3 x [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]]

= [0 3,333333333 0 1 0 0 −6,666666667 0 42000

Transformasi baris s2

= [3,75 0 6 0 1 0 0 0 67500] – [3,75 x [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]]

=[0 0 2,25 0 1 0 -8,333333333 0 5625]

Transformasi baris s3

=[0,9 0 2 0 0 1 0 0 17600] – [0,9 x [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]]

=[0 0 1,1 0 0 1 -2 0 2750]

Transformasi baris s5

=[0 0 1 0 0 0 0 1 2500] – [0 x [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]]

=[0 0 1 0 0 0 0 1 2500]

Tabel 26 : Tabel Iterasi Pertama Maksimasi

VB	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S	RS
Z	1	0	-1000	2150	0	0	0	15222,222 22	0	1130250 00	
S1	0	0	3,33333	0	1	0	0	- 6,6666666 7	0	42000	12600
S2	0	0		2,25	0	1	0	- 8,3333333	0	5625	
s3	0	0	0	1,1	0	0	1	-2	0	2750	
x1	0	1	0	1	0	0	0	2,2222222 22	0	16500	
s5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2500	

Baris kunci baru

$= \frac{[0{,}3{,}333333333\ 0\ 1\ 0\ 0 - 6{,}666666667\ 0\ 42000\ ]}{3{,}333333333}$

= [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 12600]

Transformarsi baris z

= [0 -1000 2150 0 0 0 15222,22222 0 113025000] –[(-1000) x [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 12600]]

= [0 0 2150 300 0 0 13222,22222 0 125625000]

Transformasi baris s2

= [0 0 2,25 0 1 0 -8,333333333 0 5625] – [0 x [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 12600]]

= [0 0 2,25 0 1 0 -8,333333333 05625]

Transformasi baris s3

= [0 0 1,1 0 0 1 -2 0 2750] – [0 x [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 12600]]

= [0 0 1,1 0 0 1 -2 0 2750]

Transformasi baris x1

= [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500] – [0 x [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 16500]]

= [1 0 1 0 0 0 2,222222222 0 16500]

Tansformasi baris s5

=[0 0 1 0 0 0 0 1 2500] – [0 x [0 1 0 0,3 0 0 -2 0 12600]]

=[0 0 1 0 0 0 0 1 2500]

Tabel 27 : Iterasi Kedua Maksimasi

VD	Z	x1	X2	x3	s1	S2	s3	s4	s5	S
Z	1	0	0	2150	300	0	0	13222,22222	0	125625000
X2	0	0	1	0	0,3	0	0	-2	0	12600
S2	0	0	0	2,25	0	1	0	-8,333333333	0	5625
s3	0	0	0	1,1	0	0	1	-2	0	2750
x1	0	1	0	1	0	0	0	2,222222222	0	16500
s5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2500

Menurut perhitungan metode simpleks, ketika x_1 = 16500, x_2 = 12600 dan

x_3=0 dan s_2 = 5625, s_2 = 2750, s_2 = 2500, maka nilai maksimum Z = 125625000 adalah material yang berlebihan.

Keuntungan meningkat dari Rp5.3025.000 menjadi Rp5.375.000. 125.625.000.

Kesimpulan

Jika dihasilkan 16.500 kilogram kayu persegi dan 12.600 kilogram pakan ternak, keuntungan perusahaan akan meningkat sebesar Rp 5.375.000 / bulan.

Metode simpleks dapat digunakan sebagai solusi untuk menyelesaikan permasalahan sistem produksi guna memperoleh nilai paling baik untuk mengoptimlakan laba.

Maksimalkan fungsi obyektif (fungsi objektif)

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

Fungsi Kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3$$

$$a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 \leq b_4$$

$$a_{51}x_1 + a_{52}x_2 + a_{53}x_3 \leq b_5$$

Berdasarkan model bentuk umum tersebut masih memakai model bentuk umum dengan metode simpleks yang tidak bisa segera diselesaikan.

Persamaan satu serta dua diganti menjadi fungsi implisit yang berarti seluruh c_n x_n kita pindahkan ke kiri, serta pertidaksamaan tersebut haruslah diubah menjadi persamaan bentuk standar dengan menambah variabel slack.

Maksimalkan fungsi obyektif (fungsi objektif)

Keterangan:

Z	: Laba yang maksimal
x_1	: Banyaknya produksi opak persegi
x_2	: Banyaknya produksi Gaplek (pakan ternak)
x_3	: Banyaknya produksi opak bulat
c_1, c_2, c_3	: Laba dari 1 kg produk
a_{11}, a_{12}, a_{13}	: Bahan pokok (ketela pohon) yang diperlukan guna membuat 1 kg produk siap pakai
a_{21}, a_{22}, a_{23}	: Bumbu 1 yang diperlukan guna membuat 1 kg produk siap pakai.
a_{31}, a_{32}, a_{33}	: Bumbu 2 yang diperlukan guna memproduksi 1 kg produk siap pakai.
a_{41}, a_{42}, a_{43}	: Bumbu 3 yang diperlukan guna memproduksi 1 kg produk siap pakai.
a_{51}, a_{52}, a_{53}	: Bumbu 4 yang diperlukan guna memproduksi 1 kg produk siap pakai.
b_1, b_2, b_3	: Batasan sumber daya yang tesedia
s_1, s_2, s_3	: Variabel slack

Variable Keputusan:

x_1 = banyak produk opak persegi

x_2 = banyak produk pakan ternak

x_3 = banyak produk opak bulat

Fungsi kendala:

Adanya kendala batasan sumber daya yang dimiliki bisa diamati pada tabel di bawah:

Tabel 28 : Fungsi Kendala

Produk	**Ketela pohon**	**Bawang Putih**	**Ketumbar**	**Garam(sdt)**	**Cabe Merah**
Pakan Ternak (Gaplek)	3,3333	0	0	0	0
Opak Bulat	3	5	2,5	0,225	1,5
Opak Persegi	3	4,5	1,5	0,225	0
Batasan	75600	52500	21000	2520	6300

Berdasarkan informasi rinci pada tabel di atas, model matematis dari fungsi batas dapat dituliskan sebagai berikut:

$3,3333_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 75600$

$5x_2 + 4,5x_3 \leq 52500$

$2,5x_2 + 1,5x_3 \leq 21000$

$0,225x_2 + 0,225x_3 \leq 25200$

$1,5x_2 + \leq 6300$

Fungsi Tujuan

Untuk pakan ternak laba/kilogram produk siap pakai adalah Rp. 1000; Bagi produk buram setengah lingkaran untung Rp. 6700. Rinciannya dapat diihat pada tabel berikut:

Tabel 29 : Fungsi Tujuan

Produk	Keuntungan
Pakan Ternak (Gaplek)	1000
Opak Bulat	4700
Opak Persegi	6835

C. Soal Latihan/Tugas

1. Berdasarkan informasi rinci pada Tabel 2 (halaman 30) di atas, model matematis dari fungsi tujuan dapat ditulis sebagai:

   $Z = 1000x_1 + 4700x_2 + 6835x_3$

   Maksmimumkan:

   $Z = 1000x_1 + 4700\ x_2 + 6835\ x_3 + 0s1 + 0s2 + 0s3 + 0s4 + 0s1$

   Fungsi batasan:

   $3{,}3333x_1 + 3\ x_2 + 3x_3 + s1 = 75600$

   $5\ x_2 + 4{,}5\ x_3 + s2 = 52500$

   $2{,}5\ x_2 + 1{,}5\ x_3 + s3 = 21600$

   $0{,}225x\ x_2 + 0{,}225x_3 = 2520$

2. Diketahui pembatas linear sebuah masalah program linear:

   $$x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 \le 2$$
   $$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \le 1$$

   Ubahlah pembatas linear ke bentuk standar program linear

3. Tentukan semua solusi basis dari persamaan simultan.

   $$4x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 7x_4 = 10$$
   $$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 9x_4 = 11$$

4. Bakso Jago menghasilkan dua bakso yang tidak sama yakni bakso besar serta kecil. Bahan pokok dari kedua bakso ini sama yakni daging sapi serta sagu. Setiap bola kecil memerlukan sembilan gram tepung sagu serta enam gram daging sapi.

Padahal, masaing-masing bakso besar memerlukan sepuluh gram mie sagu serta dua belas gram daging sapi. Asumsikan bahwa permintaan pelanggan konsisten dengan volume produksi. Tentukanlah banyaknya bola besar serta kecil yang harus diproduksi guna memperoleh laba yang optimal, jika:

Harga jual bakso Kecil Rp. 800,- per-bakso

Harga jual bakso Besar Rp. 1250,- per-bakso

Tepung sagu yang ada12 kg

Daging sapi yang ada 6 kg

D. Referensi

Budiasih, Y. (2013). Maksimalisasi Keuntungan dengan Pendekatan Metode Simpleks. *Jurnal Liquidity*, 59-65.

Chandra, T. (2015). Penerapan Algoritma Simpleks dalam Aplikasi Penyelesaian Masalah Program Linier. *Jurnal TIMES, Vol. IV*, 18-21.