PERTEMUAN 12
DISTRIBUSI BINOMIAL

A. Tujuan Pembelajaran

Akhir dari kegiatan pembelajaran, mahasiswa mampu menjelaskan definisi Distribusi Binomial.

B. Uraian Materi

12.1 Distribusi Peluang Diskrit

Kesimpulan yang berhubungan dengan statistika inferensial memiliki unsu kemustahilan. Hal ini karena data atau informasi yang didapat hanyalah sebagian saja jika dibandingkan dengan semua data yang diperlukan.

Variabel acak merupakan gambaran numerik terhadap nilai suatu percobaan statistik. Variabel acak yang dapat mengasumsikan hanya sejumlah terbatas atau urutan nilai tak terbatas dikatakan diskrit; yang mungkin mengasumsikan nilai apa pun dalam beberapa interval pada garis bilangan real dikatakan kontinu. Misalnya, variabel acak yang mewakili jumlah mobil yang dijual di dealer tertentu pada suatu hari akan terpisah, sedangkan variabel acak yang mewakili berat seseorang dalam kilogram (atau pound) akan kontinu.

Distribusi peluang terhadap peubah acak mendeskripsikan tentang peluang yang didistribusikan pada nilai-nilai random variabel (peubah acak. Pada acak diskrit, x, distribusi peluang dijabarkan oleh fungsi massa peluang, dilambangkan dengan f (x). Fungsi ini memberikan probabilitas untuk setiap nilai variabel acak. Dalam pengembangan fungsi probabilitas untuk variabel acak diskrit, dua kondisi harus dipenuhi: (1) f (x) harus tidak negatif untuk setiap nilai variabel acak, dan (2) jumlah probabilitas untuk setiap nilai variabel acak harus sama dengan satu.

Distribusi probabilitas kontinu digunakan secara luas dalam probabilitas dan statistik ketika fenomena acak yang mendasarinya diukur pada skala kontinu. Contoh umum termasuk waktu sampai suatu peristiwa terjadi, seperti waktu kegagalan suatu komponen atau sistem, atau sebagian besar dimensi fisik manusia seperti tinggi atau berat.

Dalam beberapa kasus, kuantitas acak yang mendasari memiliki sekumpulan nilai yang mungkin. Jika kelompok itu besar, dimungkinkan untuk mengubah nilai-nilai itu dan memperlakukannya sebagai kontinyu. Distribusi kontinyu sering muncul dalam ilmu sosial, misalnya dalam IQ atau pengaturan pengujian pendidikan di mana skala dirancang untuk menghasilkan distribusi kinerja yang normal.

Distribusi probabilitas diskrit membentuk dasar dari banyak metodologi statistik untuk pemodelan, analisis, dan membuat kesimpulan tentang data diskrit (kadang-kadang dikenal sebagai data hitung). Biasanya setiap pengamatan (hasil) adalah bilangan bulat; misalnya, jumlah individu dalam keluarga, atau jumlah panggilan telepon yang ditangani oleh switchboard dalam satuan waktu. Artikel ini terutama berkaitan dengan distribusi yang mendasari ini dan sifat-sifatnya, daripada aplikasi mereka. Artikel ini pertama-tama membahas sifat-sifat umum distribusi diskret univariat dan kemudian mendefinisikan dan memeriksa sejumlah distribusi yang banyak digunakan.

Distribusi diskrit menggambarkan probabilitas kemunculan setiap nilai variabel random diskrit. variabel random diskrit merupakan variabel acak yang mempunyai unsur-unsur yang bisa dihitung, seperti daftar bilangan bulat non-negatif.

Dengan distribusi probabilitas diskrit, setiap hasil yang mungkin dari peubah acak diskrit dapat dikaitkan terhadap probabilitas non-nol. Dengan demikian, distribusi probabilitas diskrit sering disajikan dalam bentuk tabel.

Distribusi probabilitas atau peluang bisa dikelompokkan ke dalam dua kelompok besar yakni distribusi peluang peubah (variabel) acak dengan karakteristik diskrit dan distribusi peluang dengan karakteristik *kontinu*. Sebagai contoh X mempunyai peluang, bersifat variabel (peubah) dan hanya mempunyai nilai-nilai 0,1,2,3 ... Variabel yang memiliki nilai seperti itu, dimana pada setiap nilai variabel variabel terdapat nilai peluangnya,yang demikian disebut *variabel acak diskrit*.

Peubah ramdom diskrit X menentukan distribusi probabilitas apabila nilai-nilai $X = X_1, X_2, ..., X_n$ terdapat P(xi) = P(X=xi) sehingga :

$$\sum_{i=1}^{n} p(xi) = 1$$

Dimana:

P(x) dinamakan fungsi peluang terhadap variabel random X terhadap nilai X=x.

Distribusi peluang variabel random dengan karakteristik diskrit yang banyak dipakai yaitu distribusi binomial,distribusi multinomial, distribusi hipergeomterik dan distribusi poisson.

Contoh 1

Hitunglah distribusi peluang banyaknya bilangan dimana muncul bila dua dadu dilantunkan.

Jawab

Dimislkan X merupakan random variabel dengan nilai x yang menyatakan semua jumlah yang mungkin. Sedemikian hingga x dapat bernilai mulai 2 hingga 12. Mata dadu sebanyak dua dapat menghasilkan (6)(6) = 36 cara yang memiliki peluang masinh-masing diperoleh hasil 1/36. P (x=3) = 2/36. Oleh sebab banyaknya nilai 3 hanay bisa ada pada 2 arah. Mellaui jalan yang sama bisa diperoleh distribusi peluang.

x	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*
f(x)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	3/36	1/36

Contoh 2

Tentukan pola distribusi peluang untuk jumlah muka bila satu mata uang dilantunkan satu kali.

Jawab

Karena ada 2^4=16, artinya banyaknya titik terhadap ruang sampel memiliki peluang. Sehingga pada fungsi distribusi juga memiliki penyebut yang sama yakni 16. Cara mengetahui banyaknya cara memperoleh tiga muka, misalnya, perlu dicari dulu banyaknya empat hasil dalam dua sel sehingga tiga muka masuk dalam satu sel dan satu belakang masuk dalam sel yang berikutnya. Semuanya bisa dikerjakan dengan $\binom{4}{3}$ = 4 cara. Secara general, x muka dan 4 – x belakang bisa diperoleh dalam $\binom{4}{x}$ cara, dengan x dapat bernilai 0,1,2,3 dan 4. Dengan demikian,distribusi peluang f(x) = P (X=x) adalah F(x) = $\frac{\binom{4}{3}}{16}$, x = 0,1,2,3,4.Untuk peubah acak M,jumlah pasangan yang benar adalah, F (2,4) = P (M ≤ 2,4) = f (0) + f(1) = (1/3) + (1/2) = 5/6. Distribusi kumulatif M diberikan oleh

F(m) = 0 bila m < 0 ; 1/3 bila 0 ≤ m ≤ 1 ; 5/6 bila 1≤m<3 ; 1 bila m ≥ 3. Pelu mennjaid perhatian secara seksama di mana distribusi kumulatif tidak hanya didefiniskan terhadap hasil yang dicapai dari peubah acak akan tetapi terhadap seluruh bilangan real.

Contoh 3

Tentukan distribusi kumulatif variabel random X pada contoh2. Dengan menggunakan F(x), tunjukkan bahwa f(2) = 3/8.

Penyelesaian

Langkah pertama yaitu mencari nilai distribusi peluang, dari contoh 2.4 didapatkan f(0) = 1/16 ; f(1) = 1/4 ; f(2)=3/8 ; f(3) =1/4 dan f(4) = 1/16 maka :

F(x) = f(0) = 1/16
F(1) = f(0) + f(1) = 5/16
F(2) = f(0) + f(1) + f(2) = 11/16
F(3) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 15/16
F(4) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1

Jadi,
F(x) = 0 bila x<0 ; 1/16 bila 0 ≤ x < 1 ; 5/16 bila 1 ≤ x < 2 ; 11/16 bila 2 ≤ x < 3 ; 15/16 bila 3 ≤ x < 4 ; 1 bila x ≥ 4.
Sekarang : f(2) = F(2) – F(1) = 11/16 – 5/16 = 3/8.

12.2 Distribusi Binomial

Distribusi binomial merupakan distribusi peluang yang merangkum kemungkinan bahwa sebuah nilai akan mengambil satu dari dua nilai independen di bawah sekumpulan parameter atau asumsi yang diberikan. Asumsi yang mendasari distribusi binomial adalah bahwa hanya ada satu hasil untuk setiap percobaan, bahwa setiap percobaan memiliki probabilitas keberhasilan yang sama, dan bahwa setiap percobaan saling eksklusif, atau independen satu sama lain.

Distribusi binomial merupakan distribusi diskrit yang banyak diterapkan dalam statistik, berlawanan dengan distribusi kontinu, seperti distribusi normal. Ini karena distribusi binomial hanya menghitung dua keadaan, biasanya direpresentasikan sebagai 1 (untuk kesuksesan) atau 0 (untuk kegagalan) diberikan sejumlah percobaan dalam data. Distribusi binomial, oleh karena itu, mewakili probabilitas untuk x keberhasilan dalam n percobaan, diberikan probabilitas keberhasilan p untuk setiap percobaan.

Distribusi binomial adalah jumlah dari serangkaian uji coba Bernoulli yang independen dan terdistribusi secara identik. Dalam uji coba Bernoulli, percobaan dikatakan acak dan hanya bisa memiliki dua hasil yang mungkin: sukses atau gagal. Misalnya, membalik koin dianggap sebagai persidangan Bernoulli; setiap percobaan hanya dapat mengambil satu dari dua nilai (kepala atau ekor), setiap keberhasilan memiliki probabilitas yang sama (probabilitas membalik kepala adalah 0,5), dan hasil suatu kejadian tidak memberikan pengaruh terhadap hasil kejaidanyang lain. Distribusi Bernoulli merupakan *special case* pada distribusi binomial yang mana jumlah percobaan n = 1.

Nama lain dari distribusi binomial adalah distribusi Bernoulli. Penamaan ini berasal dari Matematikawan bernama James Bernoulli (1654-1705). Untuk contoh distribusi binomial terdapat beberapa karakteristik, yakni :

a. Masing-maisng kejadian diklasifikasikan menjadi 2 jenis kejadian dengan sifat saling menghilangkan (*mutually exlusive*).
b. Pada maisng-masing kejadian hasilnya dapat diketahui : sukses atau gagal.
c. Peluang peristiwa atau kejadian sukses dituliskan dengan notasi p, sementara peluang gagal dituliskan melalui notasi q,sehingga p+q = 1. Dapat dituliskan pula q = 1 – p.
d. Setiap kejadian adalah peristiwa yang bersifat bebas, artinya kejadian yang satu tidak memberikan pengaruh kejadian yang lain.

Variabel random X dimana menunjukkan jumlah kesuksesan pada setiap percobaan dinamakan variabel random binomial, sehingga distribusi peluang variabel random X yaitu banyaknya kesuksesan pada n percobaan yang bebas dituliskan seperti di bawah ini :

$$b\,(x : n : p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \text{ atau } b\,(x : n : p) = \frac{n\,!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

x = 0,1,2, ..., n

dengan x = jumlah keberhasilan yang terjadi dalam n kali pengulangan

p = probabilitas “berhasil”

n = jumlah pengulangan

Contoh 3

Ruang contoh	Peubah X	Probabilitas	
PPP	0	1/8	
LPP	1	**1/8**	
PLP	1	**1/8**	**= 3/8**
PPL	1	**1/8**	
LLP	2	**1/8**	
LPL	2	**1/8**	**= 3/8**
PLL	2	**1/8**	
LLL	3	1/8	

Berikutnya, gambaran hasil percobaan yang telah dilakukan akan dibuat generalisasi melalui pola yang lebih umum dari distribusi binomial. Jika kelahiran seorang putra dinotasikan dengan x, peluang kelahiran seorang putra memiliki nilai yang konstan, yakni ½. Peluang kelahiran seorang putra yang dianggap sukses apabila x dengan peluang p ataupun sebaliknya, setiap kegagalan yaitu kelahiran seorang putri adalah (n – x) denan peluang q = 1 – p. Oleh karena itu, peluang dengan memperhatikan urutan dituliskan sebagai $p^x . q^{n-x}$

Selanjutnya akan mengetahui jumlah kombinasi yang atas kesuksesan x dan kegagalan (n – x). Hasil yang diperoleh tidak lain merupakan bentuk kombinasi. Berikutnya, jumlah kombinasi ini dikalikan dengan $p^x . q^{n-x}$ untuk memperoleh pola distribusi binomial. Hal ini menunjukkan bahwa, apabila sebuah kejadian binomial memiliki peluang kesuksesan p dan peluang kegagalan q, distribusi probabilitas variabel random x merupakan jumlah kesuksesan pada n percobaan yang bebas yang dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{b(x : n : p) = (n\ x)\ p^x . q^{n-x} \text{ dengan } x = 0, 1, 2, \dots n}$$

Peubah X	Koefisien Distribusi binomial	Polinomial
0	1	$(p+q)^{0}$
1	$p + q$	$(p+q)^{1}$
2	$p^2 + 2pq + q^2$	$(p+q)^{2}$
3	$p^3 + 3p^2q^1 + 3p^1q^2 + q^3$	$(p+q)^{3}$
4	$p^4 + 4p^3q^1 + 6p^2q^2 + 4p^1q^3 + q^4$	$(p+q)^{4}$
5	$p^5 + 5p^4q^1 + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5p^1q^4 + q^5$	$(p+q)^{5}$
...	....	....
N	$p^n + np^{n-1}q^1 + \dots + np^1q^{n-1} + q^n$	$(p+q)^{n}$

Sebagai contoh, nilai peluang suatu keluarga dengan 2 seorang putra dari 3 anak yang dimiliki adalah

$$b(2 : 3 : ½) = (3\ 2)\ (1/2)^2\ (1\text{-}1/2)^{3-2} = 3!\ /\ 2!\ (3\text{-}2)!\ (1/2)^2(1/2)^1 = 3/8$$

Pola di atas bisa dinyatakan dalam tabel peluang binomial terhadap variabel random x dimana didalamnya juga menyatakan adanya kombinasi yang mungkin ada. Mean dan varians distribusi binomial seacra umum ditentukan oleh banyak kejadian yang terjadi atas kejadian binomial, khususnya peluang kesuksesan atau kegagalannya. Sebagai contoh niali percobaan ke n dinotasikan random variabel L_n dengan peluang p kesuksesan $L_n = 1$ dan kesuksesan q kegagalan $L_n = 0$. Suatu percobaan binomial banyaknya kesuskesan disimbolkan dengan banyaknya n peubah acak bebas :

$$x = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Nilai harapan untuk tiap L_n adalah $E(L_n) = 1\ (p) + 0\ (q) = p$ oleh karena itu, mean suatu populasi distribusi binomial bisa dituliskan dengan perkalian n percobaan dengan peluang percobaan.

$$\mu = E(x) = E(L_1) + E(L_2) + \dots + E(L_n)$$
$$= p + p + \dots + p = n.p$$

Selain itu, banyaknya varians distribusi binomial bisa diperoleh melalui hubungan berikut. Varians populasi untuk tiap Li dituliskan sebagai berikut:

$$\delta^2{}_{Li} = E\ [(L_i - p)^2] = E(L_i{}^2) - p^2$$
$$= (1)^{2p} + (0)^2 q - p^2 = p.q$$

Oleh sebab itu, varians populasi distribusi binomial dinyatakan di bawah ini :

$$\delta^2 = \delta^2{}_{L1} + \delta^2{}_{L2} + \ldots + \delta^2{}_{Ln} = p.q + p.q + \ldots = npq$$

Sertaa untuk standar deviasinya sebagaio berikut:

$$\delta = \text{v}n\ p\ q$$

Contoh :

1) Keluarga Markus menginginkan 3 anak hadir dalam keluarga. Jika X merupakan jumlah kelahiran putra, tentukan

a. Peluang kelahiran 2 putra
b. Peluang memiliki tidak lebih dari 2 putra
c. Mean dan standar deviasi peubah acak X

Jawab

Probabilitas kelahiran anak laki-laki sama dengan anak perempuan, p,q = ½ dan n = 3

a. Probabilitas lahir 2 anak laki-laki

$p(x = 2) = b(x : n : p) \quad = (n\ x)\ p^x . q^{n-x}$

$= b(2 : 3 : ½) \quad = (3\ 2)\ (1/2)^2 . (1/2)^{3-2}$

$= 3! / 2!\ (3 - 2)! . (½)^{2+1}$

$= 3! / 2!\ 1! . (1/2)^3$

$= 3 . (½)^3$

$= 3 . 0.125 = 0.375$

b. Tidak lebih dari 2 anak laki-laki

p(x = 2) dimana x = 0, 1 dan 2

b (0 : 3 : ½) = (3 0) $(1/2)^0$. $(1/2)^{3-0}$
= 3! / 0! (3 – 0)! . $(½)^{0+3}$
= 3! / 3! . $(1/2)^3$
= 0.125
b (1 : 3 : ½) = (3 1) $(1/2)^1$. $(1/2)^{3-1}$
= 3! / 1! (3 – 1)! . $(½)^{1+2}$
= 3! / 1! 2! . $(1/2)^3$
= 0.375
b (2 : 3 : ½) = (3 2) $(1/2)^2$. $(1/2)^{3-2}$
= 3! / 2! (3 – 2)! . $(½)^{2+1}$
= 3! / 2! 1! . $(1/2)^3$
= 3 . $(½)^3$
= 3 . 0.125 = 0.375
Sehingga p (x = 2) = 0.125 + 0.375 + 0.375
= 0.875
Dapat juga diselesaikan dengan bantuan tabel distribusi binomial
p(x = 2) = Σ n= 0..2 b (x : 3 : 0.5)
= b (0 : 3 : ½) + b (1 : 3 : ½) + b (2: 3 : ½)
= 0.1250 + 0.375 + 0.375
= 0.875

Dengan demikian Mean, varians dan standar deviasi kelahiran putra

Mean, µ = n . p = 3 . ½ = 1.5, dengan n = 3 dan p = ½
standar deviasi, δ = √ n . p . q = √ 3 . ½. ½ = 0.866
Maka, dalam kelahiran 3 anak, rerata anak dengan jenis kelamin laki-laki yang dilahirkan adalah 1.5 dengan standar deviasi sebesar 0.866

2) Berdasarkan sebuah data, peluang seseorang untuk terlepas dari serangan virus dengan pemberian obat tertentu adalah sebesar 60%. Apabila diambil 10 orang yang terserang secara random, tentukan :
   a. Peluang tidak lebih dari 3 orang sembuh
   b. Sedikitnya 5 orang sembuh
   c. Mean dan standar deviasi pasien sembuh

Jawab

n = 10, p = 60% = 0.6, q = 1 – p = 40% = 0.4
a. Tidak lebih dari 3 orang dapat sembuh
p(x = 3) = Σ n= 0..3 b (x : 10 : 0.6)
= b (0 : 10 : 0.6) + b (1 : 10 : 0.6) + b (2 : 10 : 0.6) + b (3 : 10 : 0.6)
= 0.0001 + 0.0016 + 0.0106 + 0.0425
= 0.548
b. Sedikitnya 5 orang dapat sembuh
p(x = 5) = 1 – (Σ n= 0..3 b (x : 10 : 0.6) + b (4 : 10 : 0.6))
= 1 – (0.548 + 0.1114)
= 0.3406

Selanjutnnya akan dihitung mean dan standar deviasi pasien dapat sembuh

Rata-rata μ = 10 (0.6) = 6

Simpangan baku, δ = √ 10. 0.6 . 0.4 = 1.55

3) Koperasi mahasiswa akan menawarkan souvenir kepada 3 calon mahasiswa,pengurus koperasi memiliki keyakinan bahwa kemungkinan barang dapat terjual senilai 0,1. Hitunglah peluang dimana 1 konsumen akan membeli barang dari koperasi tersebut ?

Jawab :

Dari soal diperoleh data sebagai berikut

P = 0,1

N = 3

X = 1

$b\ (x : n : p) = \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$

atau

$b\ (x : n : p) = \frac{n\,!}{x!(n-x)!} p^x\, q^{n-x}$

Jadi,

$p\ (x=1) = \frac{3\,!}{1!(3-1)!} 0{,}1^1\ (1-0{,}1)^{3-1}$

$p\ (x=1) = \frac{3\,!}{2!} 0{,}1^1\ (0{,}9)^2$

$p = (3).\ (0{,}1).(0{,}81) = 0{,}2430$

Nilai peluang distribusi binomial dapat diperoleh dari tabel binomial sebagai berikut :

		P								
n	x	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	.50
	0	.7290	.6141	.5120	.4219	.3430	.2764	.2160	.1644	.1250
	1	.2430	.3251	.3840	.4219	.4410	.4436	.4320	.4084	.3750
	2	.0270	.0574	.0960	.1406	.1890	.2389	.2880	.3341	.3750
	3	.0010	.0034	.0080	.0156	.0270	.0429	.0640	.0911	.0125

Pada n =3 dan x = 1,di bawah p = 0.1 diperoleh nilai tabel = 0,2430

12.3 Pengujian Binomial

Penerapan distibusi binomial antara lain untuk menentukan probabilitas atas luaran yang mungkin jika sampel diambil dari suatu populasi binomial.

Apabila hipotesis Ho : P = Po

Pengujian tersebut menunjukkan bahwa apakah dapat dipercaya bahwa proporsi (frekuensi) yang berasal dari 2 kategori dari sampel yang diambil berasal dari suatu populasi dengan nilai hipotesis Po dan (1-Po). Terhadap sampel kecil ($n \leq 35$), *critical point* bisa memanfaatkan tabel binomial. Pada pengujian *one-way,* apabila diperoleh nilai tabel lebih kecil dibandingkan dengan nilai dari nilai α yang sudah ditentukan, sehingga diperoleh kesimpulah bahwa Ho ditolak.

Sementara pada pengujian dua arah apabila diperoleh nilai kurnag dari nilai α/2 yang sudah ditentukan, maka kesimpulannya Ho ditolak. Untuk sampel besar ($n > 35$), *critical point* dapat didekati dengan distribusi normal standar Z (Z adalah pendekatan distribusi normal dengan mean bernilai 0 (nol) serta simpangan bakunya bernilai 1).

$$Z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{x - np}{\sqrt{npq}}$$

Pendekatan menggunakan distribusi normal akan mendapatkan hasil yang baik jika koreksi untuk kontinuitas dipakai.

$$Z = \frac{(x \pm 0{,}5) - np}{\sqrt{npq}}$$

Mneggunakan (X + 0,5) apabila $X < np$, serta menggunakan (X – 0,5) apabila $X > np$.

Apabila $Z > Z_{\alpha/2}$ atau $Z < -Z_{\alpha/2}$ maka kesimpulannya Ho ditolak (untuk pengujian dua arah). Sedangkan untuk pengujian satu arah, apabila $Z > Z_{\alpha}$ maka keputusannya adalah menolak Ho atau $Z < -Z_{\alpha}$ maka kesimpulannya Ho ditolak.

Contoh: (sampel kecil)

Berdasarkan hasil observasi terhadap 15 kendaraan terparkir di kawasan wisata, 10 pengemudinya pesan nasi rawon. Dari keadaan yang demikian, lakukan identifkasi bagaimana peluang pengemudi yang memesan nasi rawon dibandingkan dengan yang tidak memesana. Gunakan α = 5%.

atau dengan kata lain apakah proporsi sampel tersebut berasal dari populasi yang mempunyai peluang yang pesan soto ayam lebih besar dari yang tidak pesan?.

	Pesan nasi rawon	tidak pesan	total
Frekuensi	**10**	**5**	**15**

Ho : P = Q = ½ (tidak terdapat perbedaan antara jumlah yang pesan nasi rawon dengan yang tidak pesan nasi rawon).

H1 : P > Q (frekuensi yang pesan nasi rawon lebih besar dari yang tidak pesan nasi rawon).

Pada n = 15 dan X = 5 diperolah angka dari tabel D = 0,151 (dalam menggunakan tabel D telah disepakati bahwa x merupakan banyaknya frekuensi yang lebih sedikit). Dikarenakan 0,151 > α sehingga kesimpulannya Ho diterima. Hal ini menunjukkan bahwa peluang atau frekuensi pengemudi yang memesan nasi rawon lebih tinggi dibandingkan dengan yang tidak memesan.

Contoh: (sampel besar)
Jika frekuensi ditingkatkan

	Pesan nasi rawon	**tidak pesan**	**total**
Frekuensi	**11**	**25**	**36**

Ho : P = Q = ½ (tidak terdapat perbedaan antara jumlah yang pesan nasi rawon dengan yang tidak pesan nasi rawon).

H1 : P > Q (frekuensi yang tidak pesan nasi rawon lebih besar dari pesan nasi rawon).

$$Z = \frac{(x \pm 0{,}5) - np}{\sqrt{npq}} = \frac{(25 - 0{,}5) - (36)(1/2)}{\sqrt{(36)(1/2)(1/2)}} = \frac{6{,}5}{3} = 2{,}17$$

$Z_{0,05}$ = 1,645

Kesimpulannya Ho ditolak, hal ini ditunjukkan berdasarkan Z > $Z_{0,05}$, yang bermakna frekuensi yang tidak pesan nasi rawon lebih besar dari pesan nasi rawon.

Jika H1 sebagai berikut:

H1 : P < Q (frekuensi yang pesan nasi rawon lebih sedikit dibandingkan yang tidak pesan soto).
maka,

$$Z = \frac{(x \pm 0{,}5) - np}{\sqrt{npq}} = \frac{(11 + 0{,}5) - (36)(1/2)}{\sqrt{(36)(1/2)(1/2)}} = \frac{-6{,}5}{3} = \quad -2{,}17$$

Kesimpulannya Ho ditolak, hal ini ditunjukkan berdasarkan $Z < -Z_{0,05}$, bermakna frekuensi yang memesan nasi rawon lebih kecil dibandingkan dengan yang tidak memesan nasi rawon.

12.4 Tabel Distribusi Binomial

p=		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
n= 2	x= 0	0.9801	0.9604	0.9409	0.9216	0.9025	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9984	0.9975	0.9964	0.9951	0.9936	0.9919	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8775	0.8400	0.7975	0.7500
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 3	x= 0	0.9703	0.9412	0.9127	0.8847	0.8574	0.8306	0.8044	0.7787	0.7536	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.9997	0.9988	0.9974	0.9953	0.9928	0.9896	0.9860	0.9818	0.9772	0.9720	0.9393	0.8960	0.8438	0.7840	0.7183	0.6480	0.5748	0.5000
	2	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9993	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9571	0.9360	0.9089	0.8750
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 4	x= 0	0.9606	0.9224	0.8853	0.8493	0.8145	0.7807	0.7481	0.7164	0.6857	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.9994	0.9977	0.9948	0.9909	0.9860	0.9801	0.9733	0.9656	0.9570	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.5630	0.4752	0.3910	0.3125
	2	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9973	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8735	0.8208	0.7585	0.6875
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9850	0.9744	0.9590	0.9375
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 5	x= 0	0.9510	0.9039	0.8587	0.8154	0.7738	0.7339	0.6957	0.6591	0.6240	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
	1	0.9990	0.9962	0.9915	0.9852	0.9774	0.9681	0.9575	0.9456	0.9326	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.4284	0.3370	0.2562	0.1875
	2	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9988	0.9980	0.9969	0.9955	0.9937	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.7648	0.6826	0.5931	0.5000
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9460	0.9130	0.8688	0.8125
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9947	0.9898	0.9815	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 6	x= 0	0.9415	0.8858	0.8330	0.7828	0.7351	0.6899	0.6470	0.6064	0.5679	0.5314	0.3771	0.2621	0.1780	0.1176	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.9985	0.9943	0.9875	0.9784	0.9672	0.9541	0.9392	0.9227	0.9048	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.3191	0.2333	0.1636	0.1094
	2	1.0000	0.9998	0.9995	0.9988	0.9978	0.9962	0.9942	0.9915	0.9882	0.9842	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.6471	0.5443	0.4415	0.3438
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8826	0.8208	0.7447	0.6563
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9954	0.9891	0.9777	0.9590	0.9308	0.8906
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9982	0.9959	0.9917	0.9844
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

p=		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
n= 7	x= 0	0.9321	0.8681	0.8080	0.7514	0.6983	0.6485	0.6017	0.5578	0.5168	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.9980	0.9921	0.9829	0.9706	0.9556	0.9382	0.9187	0.8974	0.8745	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.2338	0.1586	0.1024	0.0625
	2	1.0000	0.9997	0.9991	0.9980	0.9962	0.9937	0.9903	0.9860	0.9807	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.5323	0.4199	0.3164	0.2266
	3	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9988	0.9982	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.8002	0.7102	0.6083	0.5000
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9444	0.9037	0.8471	0.7734
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9962	0.9910	0.9812	0.9643	0.9375
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9984	0.9963	0.9922
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 8	x= 0	0.9227	0.8508	0.7837	0.7214	0.6634	0.6096	0.5596	0.5132	0.4703	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.9973	0.9897	0.9777	0.9619	0.9428	0.9208	0.8965	0.8702	0.8423	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1691	0.1064	0.0632	0.0352
	2	0.9999	0.9996	0.9987	0.9969	0.9942	0.9904	0.9853	0.9789	0.9711	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.4278	0.3154	0.2201	0.1445
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9987	0.9978	0.9966	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.7064	0.5941	0.4770	0.3633
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9996	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8939	0.8263	0.7396	0.6367
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9958	0.9887	0.9747	0.9502	0.9115	0.8555
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9964	0.9915	0.9819	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9983	0.9961
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 9	x= 0	0.9135	0.8337	0.7602	0.6925	0.6302	0.5730	0.5204	0.4722	0.4279	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
	1	0.9966	0.9869	0.9718	0.9522	0.9288	0.9022	0.8729	0.8417	0.8088	0.7748	0.5995	0.4362	0.3003	0.1960	0.1211	0.0705	0.0385	0.0195
	2	0.9999	0.9994	0.9980	0.9955	0.9916	0.9862	0.9791	0.9702	0.9595	0.9470	0.8591	0.7382	0.6007	0.4628	0.3373	0.2318	0.1495	0.0898
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9977	0.9963	0.9943	0.9917	0.9661	0.9144	0.8343	0.7297	0.6089	0.4826	0.3614	0.2539
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9991	0.9944	0.9804	0.9511	0.9012	0.8283	0.7334	0.6214	0.5000
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9969	0.9900	0.9747	0.9464	0.9006	0.8342	0.7461
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9888	0.9750	0.9502	0.9102
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9986	0.9962	0.9909	0.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
n= 10	x= 0	0.9044	0.8171	0.7374	0.6648	0.5987	0.5386	0.4840	0.4344	0.3894	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
	1	0.9957	0.9838	0.9655	0.9418	0.9139	0.8824	0.8483	0.8121	0.7746	0.7361	0.5443	0.3758	0.2440	0.1493	0.0860	0.0464	0.0233	0.0107
	2	0.9999	0.9991	0.9972	0.9938	0.9885	0.9812	0.9717	0.9599	0.9460	0.9298	0.8202	0.6778	0.5256	0.3828	0.2616	0.1673	0.0996	0.0547
	3	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9990	0.9980	0.9964	0.9942	0.9912	0.9872	0.9500	0.8791	0.7759	0.6496	0.5138	0.3823	0.2660	0.1719
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9990	0.9984	0.9901	0.9672	0.9219	0.8497	0.7515	0.6331	0.5044	0.3770
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9986	0.9936	0.9803	0.9527	0.9051	0.8338	0.7384	0.6230
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9965	0.9894	0.9740	0.9452	0.8980	0.8281
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9952	0.9877	0.9726	0.9453
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983	0.9955	0.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=11$ $x=0$	0.8953	0.8007	0.7153	0.6382	0.5688	0.5063	0.4501	0.3996	0.3544	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	0.0005
1	0.9948	0.9805	0.9587	0.9308	0.8981	0.8618	0.8228	0.7819	0.7399	0.6974	0.4922	0.3221	0.1971	0.1130	0.0606	0.0302	0.0139	0.0059
2	0.9998	0.9988	0.9963	0.9917	0.9848	0.9752	0.9630	0.9481	0.9305	0.9104	0.7788	0.6174	0.4552	0.3127	0.2001	0.1189	0.0652	0.0327
3	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9984	0.9970	0.9947	0.9915	0.9871	0.9815	0.9306	0.8389	0.7133	0.5696	0.4256	0.2963	0.1911	0.1133
4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9990	0.9983	0.9972	0.9841	0.9496	0.8854	0.7897	0.6683	0.5328	0.3971	0.2744
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9973	0.9883	0.9657	0.9218	0.8513	0.7535	0.6331	0.5000
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980	0.9924	0.9784	0.9499	0.9006	0.8262	0.7256
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9957	0.9878	0.9707	0.9390	0.8867
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9980	0.9941	0.9852	0.9673
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9978	0.9941
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9995
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=12$ $x=0$	0.8864	0.7847	0.6938	0.6127	0.5404	0.4759	0.4186	0.3677	0.3225	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0057	0.0022	0.0008	0.0002
1	0.9938	0.9769	0.9514	0.9191	0.8816	0.8405	0.7967	0.7513	0.7052	0.6590	0.4435	0.2749	0.1584	0.0850	0.0424	0.0196	0.0083	0.0032
2	0.9998	0.9985	0.9952	0.9893	0.9804	0.9684	0.9532	0.9348	0.9134	0.8891	0.7358	0.5583	0.3907	0.2528	0.1513	0.0834	0.0421	0.0193
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9978	0.9957	0.9925	0.9880	0.9820	0.9744	0.9078	0.7946	0.6488	0.4925	0.3467	0.2253	0.1345	0.0730
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984	0.9973	0.9957	0.9761	0.9274	0.8424	0.7237	0.5833	0.4382	0.3044	0.1938
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9954	0.9806	0.9456	0.8822	0.7873	0.6652	0.5269	0.3872
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961	0.9857	0.9614	0.9154	0.8418	0.7393	0.6128
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9972	0.9905	0.9745	0.9427	0.8883	0.8062
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9983	0.9944	0.9847	0.9644	0.9270
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9992	0.9972	0.9921	0.9807
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9968
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=13$ $x=0$	0.8775	0.7690	0.6730	0.5882	0.5133	0.4474	0.3893	0.3383	0.2935	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001
1	0.9928	0.9730	0.9436	0.9068	0.8646	0.8186	0.7702	0.7206	0.6707	0.6213	0.3983	0.2336	0.1267	0.0637	0.0296	0.0126	0.0049	0.0017
2	0.9997	0.9980	0.9938	0.9865	0.9755	0.9608	0.9422	0.9201	0.8946	0.8661	0.6920	0.5017	0.3326	0.2025	0.1132	0.0579	0.0269	0.0112
3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9986	0.9969	0.9940	0.9897	0.9837	0.9758	0.9658	0.8820	0.7473	0.5843	0.4206	0.2783	0.1686	0.0929	0.0461
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9959	0.9935	0.9658	0.9009	0.7940	0.6543	0.5005	0.3530	0.2279	0.1334
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9995	0.9991	0.9925	0.9700	0.9198	0.8346	0.7159	0.5744	0.4268	0.2905
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9987	0.9930	0.9757	0.9376	0.8705	0.7712	0.6437	0.5000
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9944	0.9818	0.9538	0.9023	0.8212	0.7095
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9960	0.9874	0.9679	0.9302	0.8666
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9975	0.9922	0.9797	0.9539
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9987	0.9959	0.9888
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9983
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=14$ $x=0$	0.8687	0.7536	0.6528	0.5647	0.4877	0.4205	0.3620	0.3112	0.2670	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001
1	0.9916	0.9690	0.9355	0.8941	0.8470	0.7963	0.7436	0.6900	0.6368	0.5846	0.3567	0.1979	0.1010	0.0475	0.0205	0.0081	0.0029	0.0009
2	0.9997	0.9975	0.9923	0.9833	0.9699	0.9522	0.9302	0.9042	0.8745	0.8416	0.6479	0.4481	0.2811	0.1608	0.0839	0.0398	0.0170	0.0065
3	1.0000	0.9999	0.9994	0.9981	0.9958	0.9920	0.9864	0.9786	0.9685	0.9559	0.8535	0.6982	0.5213	0.3552	0.2205	0.1243	0.0632	0.0287
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9965	0.9941	0.9908	0.9533	0.8702	0.7415	0.5842	0.4227	0.2793	0.1672	0.0898
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9985	0.9885	0.9561	0.8883	0.7805	0.6405	0.4859	0.3373	0.2120
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9978	0.9884	0.9617	0.9067	0.8164	0.6925	0.5461	0.3953
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9976	0.9897	0.9685	0.9247	0.8499	0.7414	0.6047
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9757	0.9417	0.8811	0.7880
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9940	0.9825	0.9574	0.9102
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9961	0.9886	0.9713
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9978	0.9935
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=15$ $x=0$	0.8601	0.7386	0.6333	0.5421	0.4633	0.3953	0.3367	0.2863	0.2430	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
1	0.9904	0.9647	0.9270	0.8809	0.8290	0.7738	0.7168	0.6597	0.6035	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0142	0.0052	0.0017	0.0005
2	0.9996	0.9970	0.9906	0.9797	0.9638	0.9429	0.9171	0.8870	0.8531	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0617	0.0271	0.0107	0.0037
3	1.0000	0.9998	0.9992	0.9976	0.9945	0.9896	0.9825	0.9727	0.9601	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.1727	0.0905	0.0424	0.0176
4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9972	0.9950	0.9918	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.3519	0.2173	0.1204	0.0592
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.5643	0.4032	0.2608	0.1509
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.7548	0.6098	0.4522	0.3036
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9958	0.9827	0.9500	0.8868	0.7869	0.6535	0.5000
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9958	0.9848	0.9578	0.9050	0.8182	0.6964
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9876	0.9662	0.9231	0.8491
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9972	0.9907	0.9745	0.9408
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9981	0.9937	0.9824
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9989	0.9963
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=20$ $x=0$	0.8179	0.6676	0.5438	0.4420	0.3585	0.2901	0.2342	0.1887	0.1516	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9831	0.9401	0.8802	0.8103	0.7358	0.6605	0.5869	0.5169	0.4516	0.3917	0.1756	0.0692	0.0243	0.0076	0.0021	0.0005	0.0001	0.0000
2	0.9990	0.9929	0.9790	0.9561	0.9245	0.8850	0.8390	0.7879	0.7334	0.6769	0.4049	0.2061	0.0913	0.0355	0.0121	0.0036	0.0009	0.0002
3	1.0000	0.9994	0.9973	0.9926	0.9841	0.9710	0.9529	0.9294	0.9007	0.8670	0.6477	0.4114	0.2252	0.1071	0.0444	0.0160	0.0049	0.0013
4	1.0000	1.0000	0.9997	0.9990	0.9974	0.9944	0.9893	0.9817	0.9710	0.9568	0.8298	0.6296	0.4148	0.2375	0.1182	0.0510	0.0189	0.0059
5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9981	0.9962	0.9932	0.9887	0.9327	0.8042	0.6172	0.4164	0.2454	0.1256	0.0553	0.0207
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9976	0.9781	0.9133	0.7858	0.6080	0.4166	0.2500	0.1299	0.0577
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9941	0.9679	0.8982	0.7723	0.6010	0.4159	0.2520	0.1316

tabel distribusi binomial

$p=$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$n=20$ $x=8$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9900	0.9591	0.8867	0.7624	0.5956	0.4143	0.2517
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9974	0.9861	0.9520	0.8782	0.7553	0.5914	0.4119
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.9468	0.8725	0.7507	0.5881
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9804	0.9435	0.8692	0.7483
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9940	0.9790	0.9420	0.8684
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9985	0.9935	0.9786	0.9423
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9936	0.9793
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9985	0.9941
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$n=25$ $x=0$	0.7778	0.6035	0.4670	0.3604	0.2774	0.2129	0.1630	0.1244	0.0946	0.0718	0.0172	0.0038	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.9742	0.9114	0.8280	0.7358	0.6424	0.5527	0.4696	0.3947	0.3286	0.2712	0.0931	0.0274	0.0070	0.0016	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000
2	0.9980	0.9868	0.9620	0.9235	0.8729	0.8129	0.7466	0.6768	0.6063	0.5371	0.2537	0.0982	0.0321	0.0090	0.0021	0.0004	0.0001	0.0000
3	0.9999	0.9986	0.9938	0.9835	0.9659	0.9402	0.9064	0.8649	0.8169	0.7636	0.4711	0.2340	0.0962	0.0332	0.0097	0.0024	0.0005	0.0001
4	1.0000	0.9999	0.9992	0.9972	0.9928	0.9850	0.9726	0.9549	0.9314	0.9020	0.6821	0.4207	0.2137	0.0905	0.0320	0.0095	0.0023	0.0005
5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9988	0.9969	0.9935	0.9877	0.9790	0.9666	0.8385	0.6167	0.3783	0.1935	0.0826	0.0294	0.0086	0.0020

12..4 Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial, dalam statistik terdapat lebih dari dua nilai. Seperti distribusi binomial, distribusi multinomial adalah fungsi distribusi untuk proses diskrit di mana probabilitas tetap berlaku untuk setiap nilai yang dihasilkan secara independen. Meskipun proses yang melibatkan distribusi multinomial dapat dipelajari dengan menggunakan distribusi binomial dengan berfokus pada satu hasil yang menarik dan menggabungkan semua hasil lainnya menjadi satu kategori (menyederhanakan distribusi menjadi dua nilai),

Diberikan sebuah kasus, Musis di Eropa dibedakan menjadi 4 yakni, musim panas, musim semi, musim gugur, dan musim dingin. Untuk pergi ke tempat kerja terdapat beberapa pilihan alat transportasi, diantaranya mobil pribadi, bus kota, bus way, KRL, angkot bahkan ojek. Semuanya itu adalah pengualnagan-pengulangan yang menghasilkan lebih dari dua kemungkinan. Secara umum, jika masing-maisng pengulangan dapat menghasilkan satu diantara k kemungkinan hasil percobaan E_1, E_2, …, E_k kali peristiwa dalam n ulangan yang bebas dengan $x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$. Sementara jumlah pemisahan n bagian ke dalam k kelompok dengan x_1 pada kelompok pertama, x_2 pada kelompok kedua, … dan x_k pada kelompok ke k adalah sebauh permutasi dari n bagian yang semuanya tidak bisa dibedakan. Oleh karena itu, peluang distribusi multinomial dapat dinyatakan dalam bentuk matematis melalui pola di bawah ini:

$$\mathbf{b(x_1, x_2, \ldots x_n : n : p_1, p_2, \ldots, p_k) = (n\ x_1, x_2, \ldots x_k)\ p_1^{x1}\ p_2^{x2} \ldots\ p_k^{xt}}$$

Dimana peluang suku-suku pengurai multinomial $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$.

Distribusi multinomial merupakan ekspansi dari distribusi binomial. Sebagai contoh, sebuah percobaan menghasilkan kejadian-kejadian $E_1, E_2, \ldots, E_k$ dengan peluang $\pi_k = P(Ek)$ dengan $\pi_1 + \pi_2 + \ldots + \pi_k = 1$.
Pada eksperimen ini dilakukan N kali percobaan. Sehingga peluang adanya X_1 kejadian E_1, X_2 kejadian E_2, ...,X_k kejadian E_k di antara N, ditentukan oleh distribusi multonomial.

$$\mathbf{P\ (x1,x2,\ldots,xk) = \frac{N!}{x1\ !.x2! \ldots xk!}\ \pi_1^{xi}\ \pi_2^{x2} \ldots \pi_k^{xk}}$$

Dengan $x_1 + x_2 + \ldots + x_k = N$ dan $\pi_1 + \pi_2 + \ldots + \pi_k = 1$ sedang $0 < \pi_1 < 1$, i = 1,2,...k. Ekspektasi terjadinya tiap peristiwa $E_1, E_2, \ldots, E_k$ dalam peristiwa multinom, berturut-turut adalah $N\pi_1$, $N\pi_2$,..... $N\pi_k$ sedangkan variansnya masing-masing $N\pi_1 (1 - \pi_1)$, $N\pi_2 (1 - \pi_2)$,...., $N\pi_k (1 - \pi_k)$,

Contoh :

1. Dalam pemilihan ketua Himpunan Mahasiswa Teknik Informatika (HIMTIF) Universitas Pamulang, para pemilih mempunyai pilihan mencoblos 3 calon ketua dengan peluang pilihan : calon 1 memiliki 0.5,

calon 2 memiliki peluang 0.3, serta calon memilki 0.2. Hitunglah bahwa di antara 10 pemilih sebanyak 4 pemilih memilih calon 1, 3 pemilih memilih calon 2 serta 3 pemilih memilih calon 3.

Jawab

Kita daftar kejadian yang mungkin

E_1 = 4 pemilih memilih calon 1

E_2 = 3 pemilih memilih calon 2

E_3 = 3 pemilih memilih calon 3.

Peluang yang diperoleh dari masing-maisng pengulangan, $p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.3$ dan $p_3 = 0.2$ oleh karena $x_1=4$, $x_2=3$ dan $x_3=3$, distribusi multinomial adalah

b(4, 3, 3 : 10 : 0.5, 0.3, 0.2) $= (10\ 4,3,3)\ (0.5)^4\ (0.3)^3\ (0,2)^2$

$= 10!\ /\ 4!\ 3!\ 3!\ (0.0625)\ (0.027)\ (0.008)$

$= 0.057$

2. Pada pelambungan sebuah dadu sebanyak 12 kali, maka peluang munculmya mata dadu 1,mata dadu 2, mata dadu 3, mata dadu 4, mata dadu 5 dan mata dadu 6 masing –masing tepat dua kali adalah

$$\frac{12!}{2!2!2!2!2!} = 0{,}0034$$

C. Soal Latihan/Tugas

1. Seorang penjaja polis asuransi berhasil menjual polis kepada lima orang yang semuanya mempunyai umur dan kesehatan yang sama. Sesuai dengan pengalaman, peluang seseorang pada umur sekian ini masih tetap hidup pada 30 tahun kemudian adalah 2/3, Berapa peluang bahwa 5 orang ini dua diantaranya masih bertahan hidup 30 tahun kemudian.

2. Suatu kantong berisi 2 barang yang dihasilkan oleh alat A, 6 oleh alat B dan 6 oleh alat C. Selain dikategorikan berdasarkan alat, identitas lainnya mengenai barang tersebut sama. Sebuah barang diambil secara acak dari kantong tersebut, identitas alatnya dilihat, kemudian disimpan kembali ke dalam kantong.Tentukan peluang di antara 8 barang yang diambil dengan cara tersebut sehingga diperoleh 1 dari alat A, 3 dari alat B serta 4 dari alat C.

3. Pemeriksaan hasil pembuatan miniatur gedung dari model pada kegiatan ektrakurikuler mahasiswa arsitektur memperlihatkan 75% produknya baik,15% produknya cacat tetapi dapat diperbaiki dan 10% produknya cacat total. Jika diambil sampel berukuran 20, berapa

peluang akan terdapat 18 yang baik dan 2 tidak baik tetapi bisa diperbaiki.

D. Referensi

Muwarni, Santosa.(2004). *Statistika Terapan (Teknik Analisis Data)*. Program Pascasarjana UHAMKA, Jakarta.

Riduwan. (2003). *Dasar Dasar Statistika*.CV alfabeta, Bandung

Subana dkk, (2000). *Statistik Pendidikan*. Pustaka Setia,Bandung.

Sudjana,(2005). *Metoda Statistika.* Tarsito. Bandung

Supardi. (2011*). Aplikasi Statistika Dalam Peneltian*. Ufuk Press, Jakarta.

Walpole Ronald E&Raymond H Myers.(1986*). Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*.Terbitan ke-2. ITB, Bandung.