PERTEMUAN 2

MODEL LINIER PROGRAMMING

A. Tujuan Pembelajaran

Pertemuan ini menjelaskan materi pengantar linier programming, pengertian linier programming, asumsi dalam *linier programming*, bentuk standar *linier programming* , dan model *linier programming*. Melalui pembelajaran ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Mampu menjelaskan *Model Linier Programming*
2. Mampu menyelesaikan masalah dengan memanfaatkan *Model Linier Programming*

B. Uraian Materi

1. Pengantar Linier Pemrograman

Perkembangan program linier telah menempati peringkat di antara kemajuan sains terpenting di pertengahan abad ke-20, kita harus setuju dengan penilaian ini. Sejak 1950, dampaknya sangat besar. Ini adalah alat standar yang kini telah menghemat ribuan dolar atau jutaan dolar untuk sebagian besar perusahaan atau perusahaan menengah di berbagai negara industri di dunia, dan penggunaannya di bidang masyarakat lain dengan cepat menjadi populer. Sebagian besar dari semua komputasi ilmiah pada komputer dikhususkan untuk penggunaan pemrograman linier. Lusinan buku teks telah ditulis tentang pemrograman linier, dan artikel yang diterbitkan yang menjelaskan aplikasi penting kini berjumlah ratusan.

Apa sifat dari alat yang luar biasa ini, dan jenis masalah apa yang muncul di baliknya? Anda akan mendapatkan wawasan tentang topik ini saat Anda mengerjakan contoh-contoh selanjutnya. Bagaimanapun, ringkasan verbal dapat membantu memberikan perspektif. Singkatnya, jenis aplikasi yang melibatkan masalah umum dalam mengoptimalkan berbagai sumber daya yang terbatas. Lebih tepatnya, masalah ini melibatkan pemilihan tingkat aktivitas tertentu untuk bersaing memperebutkan sumber daya langka yang diperlukan untuk melaksanakan aktivitas itu.

Kemudian, pilihan tingkat aktivitas menentukan berapa banyak dari setiap sumber daya yang akan dikonsumsi setiap aktivitas. Berbagai situasi di mana uraian ini berlaku beragam, memang, mulai dari alokasi sarana produksi hingga produk hingga alokasi sumber daya nasional untuk kebutuhan dalam negeri, mulai dari pemilihan portofolio hingga pemilihan pola pengapalan, dari perencanaan pertanian hingga desain terapi radiasi, dan lain sebagainya. Namun, satu unsur umum dalam setiap situasi ini adalah kebutuhan untuk mengalokasikan sumber daya ke aktivitas dengan memilih tingkat aktivitas tersebut.

Pemrograman linier menggunakan model matematika untuk mendeskripsikan permasalahan yang menjadi perhatian. Kata sifat linier mempunyai arti semua fungsi matematika pada model diwajibkan berupa fungsi linier. Istilah "pemrograman" di sini tidak mengacu pada program komputer, melainkan pada dasarnya identik dengan rencana. Oleh karena itu, pemrograman linier melibatkan kegiatan perencanaan demi memperoleh hasil terbaik.

Meskipun mengalokasikan sumber daya ke aktivitas adalah jenis aplikasi terumum, pemrograman linier memiliki banyak aplikasi penting lainnya. Faktanya, masalah apa pun di mana model matematika cocok dengan format yang sangat umum dari model pemrograman linier adalah masalah pemrograman linier. Selain itu, solusi yang sangat efisien untuk Cedure, metode simpleks yang bermanfaat dalam menyelesaikan kasus yang sangat besar. Ini adalah beberapa alasan untuk dampak luar biasa dari pemrograman linier dalam beberapa dekade terakhir.

2. Pengertian Linear Programming (LP)

Linear Programming (LP) atau pemrograman linier, yaitu teknik yang dapat membantu membuat keputusan terbaik dengan mengalokasikan sumber daya yang langka dan terbatas. Pada suatu industri atau perusahaan, keterbatasan pada sumber daya mencakup semua hal dalam proses produksi, seperti: teknologi dan informasi, mesin, bahan baku, pekerja, dan modal.

Penerapan LP secara ekstensif pada berbagai bidang seperti dalam bidang sudah industri, militer, keuangan, pemasaran, pertanian, bahkan dalam bidang akuntansi sudah diterapkan di masa lalu sekitar 40 tahun yang lalu. Pada dasarnya LP secara umum memiliki 4 hal, meskipun LP memiliki beberapa bidang yang berbeda, empat hal tersebut yaitu:

a. Mempunyai fungsi batasan untuk dan fungsi tujuan.
b. Adanya permasalahan yang dijumpai entah itu maksimisasi atau minimisasi sebagai tujuannya
c. Hubungan matematis yang linier
d. Harus tersedia alternatif lain untuk menyelesaikan masalah.

Metode pemrograman linier bisa digunakan ketika suatu perusahaan akan menentukan jumlah maupun jenis produksinya pada suatu periode. Dengan metode ini juga dapat menentukan bauran produk yang akan diproduksi di perusahaan yang memiliki kapasitas produksinya

Dalam program matematika hanya ada satu fungsi objektif, yaitu memaksimalkan keuntungan yang diperoleh atau meminimalkan harga, dan membatasi variabel keputusan. Pada kasus pemrograman linier, fungsi tujuan dan kondisi kendala keduanya merupakan fungsi linier dari variabel keputusan. Secara garis besar, pemrograman linier dapat menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dengan ribuan variabel.

3. Asumsi dalam LP

a. Dalam fungsi batasan dan fungsi tujuan, dimana angka-angkanya tidak berubah dan diketahui secara pasti selama periode dipelajari.
b. Fungsi batasan dan fungsi tujuan memiliki hubungan yang proporsional. Artinya jika produksi 1 unit produk membutuhkan 3 jam sumber daya langka, maka 30 jam sumber daya langka harus digunakan untuk memproduksi 10 unit produk.
c. Divisibility, estimasi solusi bersyarat dapat dibagi. Kelengkapan bukanlah bilangan bulat. Angka dapat dibagi menjadi desimal. Jika tidak memungkinkan untuk menghasilkan sebagian kecil dari suatu produk (mis. 1/3 kapal selam).
d. Additivitas berarti bahwa jumlah aktivitas tunggal sama dengan jumlah semua aktivitas. Misal, jika fungsi tujuannya adalah untuk memaksimalkan keuntungan per unit produk pertama = Rp800, kemudian produk lain

dengan Rp300 per unit dihasilkan dari produk keuntungan, dan setiap produk benar-benar menghasilkan 1 unit, kontribusi keuntungan sebesar Rp.800, harus ditambahkan Rp300 sehingga keuntungan menjadi Rp1100.

e. Semua jawaban atau variabel non-negatif. Nilai negatif kuantitas fisik tidak mungkin; kemeja, kursi, computer atau lampu dapat menghasilkan angka negatif.

4. Bentuk Standar LP

Pemrograman linier mempunyai fungsi tujuan serta fungsi batasan. Fungsi tujuan menjelaskan pengaturan dari berbagai sumber daya untuk digunakan semaksimal mungkin atau menggunakan biaya seminimal mungkin. Sedangkan fungsi batasannya yaitu ketersediaan kapasitas, kapasitas yang ada nantinya dialokasikan untuk beberapa aktivitas yang dijalankan oleh perusahaan.

5. Tujuan Linear Programming

Tujuan dari Pemrograman linier adalah untuk memecahankan suatu persoalan yang muncul didalam sebuah perusahaan, yaitu menemukan kondisi terbaik dengan mempertimbangkan kendala-kendala yang dimiliki.

6. Model Linear Programing

Model pemrograman linier sendiri memiliki ciri khas yaitu bahwa pemrograman linier didukung berbagai perkiraan yang menjadikannya tulang punggung model.

7. Fungsi Linear Programming

Berikut merupakan berbagai macam fungs dar linear programming:

a. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan digunakan untuk mendeskripsikan maksud atau tujuan dalam suatu masalah pemrograman linier yang berkaitan terhadap aturan dengan sumber daya terbaik, sehingga diperoleh manfaat yang sebesar-besarnya.

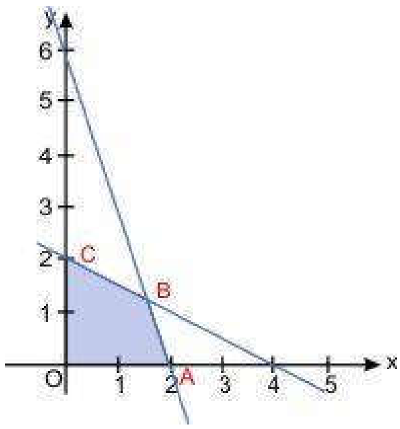
b. Fungsi Batasan

Fungsi batasan merupakan bentuk representasi yang sistematis, dan batasan kapasitas tersedia yang dapat dialokasikan secara optimal.

Berikut merupakan langkah-langkah untuk merumuskan masalah pemrograman linier (LPP) adalah sebagai berikut:

a. Langkah pertama: menentukan variabel keputusannya dari sebuah permasalahan.
b. Langkah kedua: mendeskripsikan fungsi tujuan yang merupakan kombinasi linier dari variabel keputusan.
c. Langkah ketiga: menentukan kendala masalah: sumber daya, batasan, keterkaitan antar variabel, dll. Menurut variabel keputusan non-negatif, kendala ini dinyatakan sebagai persamaan linier atau pertidaksamaan.

Bentuk Umum permasalahan pemrograman linier:



Gambar 1 : Bentuk Umum Program Linier

Diberikan satu set celah m-linier atau persamaan dalam n-variabel, kami ingin menemukan nilai non-negatif dari variabel yang akan memenuhi batasan, dan mengoptimalkan (memaksimalkan atau meminimalkan) fungsi linier (fungsi tujuan) dari variabel-variabel ini.

Secara matematis, kita memiliki celah m-linear, di mana n-variabel (m bisa lebih besar dari, kurang dari atau sama dengan n) bentuk. Untuk setiap batasan, hanya satu dari simbol-simbol ini (≥, =, ≤) yang digunakan, tetapi dapat diubah dari satu batasan ke batasan lainnya untuk menemukan bahwa nilai variabel Xj memenuhi (3.1) dan dapat memaksimalkan atau meminimalkan fungsi linier.

Masalah pemrograman linier dalam bentuk Canonical.

Biasanya tanda pada batasan (≤) akan diasosiasikan dengan maksimalisasi, dan tanda pada batasan (≥) akan diasosiasikan dengan minimalisasi. Berikut persamaannya:

Minimalisasi:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots . + c_nx_n$$
$$ak_1x_1 + ak_2x_2 + \cdots . + ak_nx_n \geq b_k, k = 1,2, \ldots, m$$

Gambar 2 : Minimasi

Maksimalisasi:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots . + c_nx_n$$
$$ak_1x_1 + ak_2x_2 + \cdots . + ak_nx_n \leq b_k, k = 1,2, \ldots, m$$

Gambar 3 : Maksimasi

Catatan:

a. Tanda-tanda yang berbeda memungkinkan akan terjadinya kendala yang berbeda pula.
b. Jika bilangan negatif variabel tidak dijelaskan dengan cara apa pun, tanda variabel dibatasi atau diabaikan.

8. Model Matematika Program Linear

Masalah dalam program linier bukanlah model matematika langsung. Terkadang soal masih dinyatakan dalam kalimat umum, sehingga perlu diubah menjadi model matematika. Model matematika adalah kalimat yang menggunakan variabel dan simbol matematika.

Sebagai ilustrasi, perusahaan sepatu menggunakan dua bahan berbeda untuk membuat dua jenis sepatu. Untuk membuat model pertama, komposisinya membutuhkan bahan pertama 400 gram dan bahan kedua 300 gram. Sedangkan untuk membuat model kedua, komposisinya membutuhkan bahan pertama 360 gram dan bahan kedua 340 gram. Bahan yang digunakan untuk bahan pertama di gudang adalah 144 kg, sedangkan bahan yang digunakan untuk bahan kedua adalah 128 kg. Harga model pertama Rp. 1.000.000,00, harga model kedua Rp. 800.000,00. Jika disederhanakan dalam bentuk tabel, terlihat seperti ini:

Tabel 1 : Bahan dan Model Sepatu

Jenis Sepatu	Bahan 1	Bahan 2	Harga Sepatu	Jumlah Sepatu
Model 1	400 gr	300 gr	Rp. 1.000.000,00	X
Model 2	340 gr	340 gr	Rp. 800.000,00	Y
Ketersediaan	144.000 gr	128.000 gr		

Jika dibuat pengandaian untuk model pertama adalah x dan model kedua adalah y, maka hasil penjualannya adalah f(x,y) = 1.000.000x +800.000y. Dengan syarat:

a. Jumlah max dari bahan ke-1 adalah 144.000 gram, maka $400x+360y \leq 144.000$.
b. Jumlah max dari bahan ke-2 adalah 128.000 gram, maka $300x+340y \leq 128.000$
c. Masing-masing model harus terbuat.

Model matematika untuk mendapat jumlah penjualan yang maksimum adalah:

Maksimum $f(x, y) = 1.000.000\ x + 800.000\ y$

Syarat:

- $400\ x + 360\ y \leq 144.000$
- $300\ x + 340\ y \leq 128.000$
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

1) Nilai Optimum Fungsi Objektif

Fungsi tujuan yaitu fungsi linier, dan kendala pertidaksamaan linier memiliki sekumpulan solusi. Solusi yang ada adalah titik-titik dalam diagram

Cartesius, jika koordinat diganti dengan fungsi linier, persyaratan yang ditentukan dapat dipenuhi.

Nilai optimal dari fungsi tujuan untuk masalah linier dapat ditentukan dengan menggunakan metode grafik. Dengan melihat grafik fungsi tujuan dan batasannya, dapat ditentukan posisi titik yang menjadi nilai terbaik. Tahapannya sebagai berikut:

a) Batasan-batasan syarat yang berada di dalam cartesius digambarkan kedalam himpunan penyelesaian.

b) Menentukan perpotongan garis batasan satu dengan garis batasan lainnya untuk mendapatkan ttik-titik ekstrim. yang nantinya titik-titik tersebut menjadi himpunan penyelesaian dari batasannya dan kemungkinan besar titik-titik itu membuat fungsi menjadi optimum.

c) Menyelidiki nilai optimum fungsi objektif yang dapat diperoleh dengan dua acara yaitu:
   (a) Dengan penggunaan garis selidik
   (b) Dengan perbandingan nilai fungsi objektif dari tiap titik ekstrim

2) Menggunakan Garis Selidik

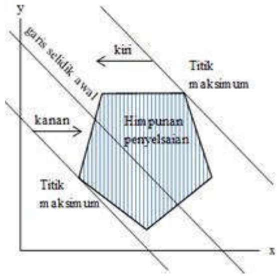
Mendapatkan garis selidik dari fungsi tujuan f (x, y) = ax + by, dimana garis selidiknya adalah ax + by = Z

Nilai Z diberikan nilai apapun. Gambar garis ini setelah membuat sekumpulan grafik yang menyelesaikan pertidaksamaan. Garis selidik awal dibuat di area himpunan awal. Kemudian buat garis tersebut sejajar dengan garis seldik awal. Berikut beberapa pedoman untuk membantu meneliti nilai fungsi terbaik dengan lebih mudah:

Metode 1 (syarat a > 0)

a) Jika nilai maksimum, maka garis sejajar dengan garis selidik awal sehingga penyelesaiannya berada di kiri garis. Titik perpotongan garis adalah titik maksimum.

b) • Jika nilai minimum, tempatkan garis sejajar dengan garis selidik awal sehingga penyelesaiannya berada di sebelah kanan garis. Titik perpotongan garis adalah titik minimum.

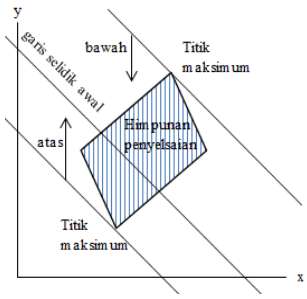


Gambar 4 : Syarat A> 0

Metode 2 (syarat b > 0)

a) Jika minimum, maka garis dibuat sejajar dengan garis selidik awal sehingga himpunan penyelesaiannya berada di atas garis tersebut. Dan titik yang dilalui oleh garis tersebut yaitu titik minimum.

b) Jika maksimum, maka garis dibuat sejajar dengan garis selidik awal sehingga himpunan penyelesaiannya berada di bawah garis tersebut. Dan titik yang dilalui oleh garis tersebut yaitu titik maksimum.



Gambar 5 : Syarat B > 0

Untuk nilai a<0 dan b<0, metode kebalikan dari dua metode di atas diterapkan.

3) Membandingkan Nilai Fungsi Tiap Titik Ekstrim

Nilai optimal dari fungsi tujuan dapat dicari dengan menentukan terlebih dahulu perpotongan garis batas. Titik perpotongan adalah nilai ekstrim dan mungkin pada satu titiknya mempunyai nilai maksimum. Dilihat poin-poin ini, nilai fungsi dari masing-masing ditentukan, lalu dibandingkan. Nilai maksimum adalah nilai terbesar, dan nilai minimum adalah nilai terkecil.

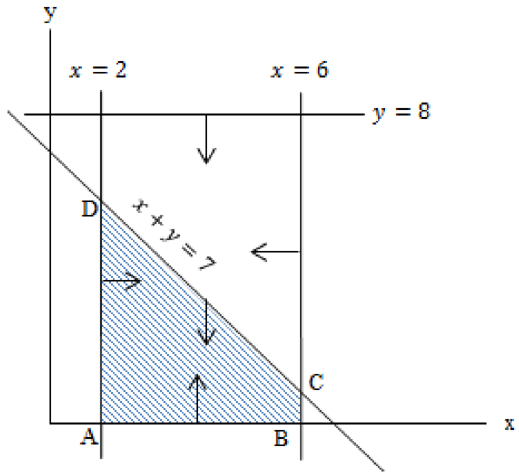
4) Contoh Soal Program Linear dan Pembahasan

Contoh Soal 1

Tentukanlah nilai minimum dari f(x, y) = 9x + y pada daerah yang dibatasi oleh 2 ≤ x ≤ 6, dan 0 ≤ y ≤ 8 serta x + y ≤ 7.

Pembahasan:

a) Langkah pertama yang harus dilakukan adalah dengan menggambar grafiknya terlebih dahulu



Gambar 6. Grafik Nilai Minimum

b) Langkah 2 yaitu menentukan titik ekstrim dari grafik yang telah dibuat Dari gambar diatas kita bisa melihat terdapat 4 titik ekstrim, yaitu: titik A, titik B, titik C, dan titik D. Himpunan penyelesaiannya terletak pada area yang telah diarsir.

c) Langkah 3 yaitu menyelidiki nilai optimum pada titik-titik yang didapat pada grafik

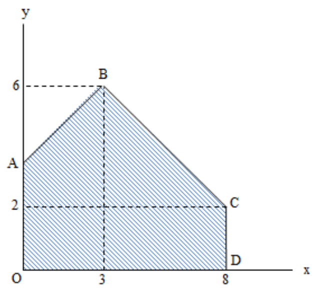
Dari grafik di atas diketahui pada titik A dan titik B sama-sama memiliki y = 0, maka ada kemungkinan pada titik-titik tersebut menjadi nilai minimum. Kedua titik disubstitusikan ke dalam f(x, y) = 9x + y untuk dibandingkan.

- Titik $A(x, y) = A(2,0) \xrightarrow{disubstitusikan} f(2,0) = 9(2) + (0) = 18$
- Titik $B(x, y) = B(6,0) \xrightarrow{disubstitusikan} f(6,0) = 9(6) + (0) = 54$

Dari hasil substitusi titik A dan titik B ke dalam f(x,y) dapat di bandingkan nilai mana yang lebih kecil, dan dapat disimpulkan pada titik A memiliki nilai lebih kecil yaitu 18 maka titik minimumnya ada pada titik A dengan nilai 18.

Contoh Soal 2

Tentukan nilai maksimum dari fungsi f(x, y) = 4x + 5y yang dapat dicapai pada grafik dibawah ini!



Gambar 7. Grafik Nilai Maksimum

Pembahasan:

Dapat dilihat pada grafik terdapat beberapa titik ekstrim yaitu titik A, titik B, titik C, dan titik D:

- Titik A dikarenakan titik berada paling kiri, maka tidak mungkin merupakan nilai maksimum.
- Titik B(3, 6)
- Titik C(8, 2)
- Titik D(8, 0)

Substitusikan nilai tiap titik ekstrim kedalam fungsi f(x, y) = 4x + 5y. Sehingga diperoleh:

- $B(3,6) \longrightarrow f(3,6) = 4(3) + 5(6) = 42$
- $C(8,2) \longrightarrow f(8,2) = 4(8) + 5(2) = 42$
- $D(8,0) \longrightarrow f(8,0) = 4(8) + 5(0) = 32$

Dari hasil pensubtitusian di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai maksimum ada pada titik B dan C dengan nilai maksumumnya yaitu 42.

Contoh Soal 3

Seorang penjual buah mempunyai uang sebagai modal Rp.2.000.000,00 yang akan digunakan untuk membeli beberapa kg apel dan pisang yang nantinya akan dijual kembali. Pedagang tersebut membeli dengan harga Rp. 8.000,00 pertiap kg apel dan untuk harga pisang Rp 3.200,00 pertiap kg-nya. Sedangkan tempat yang dia bawa hanya mampu menampung buah seberat 400kg saja. Maka, berapakah jumlah apel dan pisang yang dapat dibeli agar maksimum kapasitas bisa terpenuhi.

Pembahasan:

Diketahui:

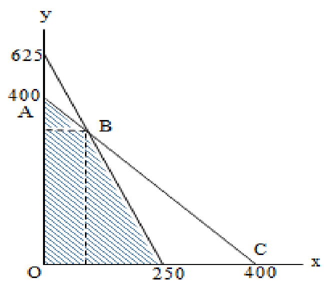
Tabel 2 : Jumlah dan harga apel dan pisang

Jenis Buah	Harga	Jumlah
Apel	Rp. 8.000,00	X
Pisang	Rp. 3.200,00	Y

Dengan syarat:

- Kapasitas tempat: $x + y \leq 400$
- Modal: $8000x + 3200y \leq 2000000$ $5x + 2y \leq 1.250$
- $x \geq 0$
- $y \geq 0$

Grafiknya:



Gambar 7 : Grafik Nilai

Titik ekstrim:

- Pada titik A (0,400) bukan merupakan titik yang optimum karena pada titik ini tidak terdapat apel di dalamnya.
- Pada titik C (250,0) bukan merupakan titik yang optimum karena pada titik ini tidak terdapat pisang di dalamnya.
- Titik $B(x_B, y_B)$ dengan metode eliminasi 2 persamaan diatas diperoleh:

$$5x + 2y \leq 1250$$

$$\underline{2x + 2y \leq 800 \quad}$$

$$3x \leq 450 \xrightarrow{sehingga} x = 150$$

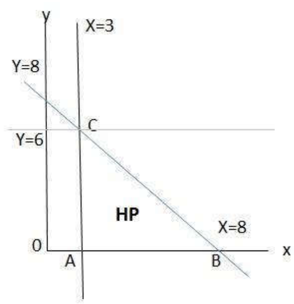
$$y = 250$$

Maka jumlah maksimum buah yang dapat dibeli si pedagang itu adalah:

- Pisang: 250 kg
- Apel: 150 kg

Contoh Soal 4

Tentukanlah dimana letak nilai maksimum dari grafik dibawah ini jika f(x,y)=12x + 15y!



Gambar 8 : Grafik nilai maksimum

Pembahasan:

Dari grafik diatas kita bisa lihat ada 3 titik ekstrim yang memungkinkan untuk menjadi nilai maksimum dari f (x , y) = 12x + 15y. Titik-titik tersebut yaitu titik A,B, dan titik C.

Untuk mengetahui dititik mana nilai maksimum berada maka kita harus mensubstitusi nilai f (x , y) = 12x + 15y ke setiap nilai titik ekstrim.

Titik A (3,0) jika di sustitusikan ke f (x,y) = 12x + 15y maka:

f (x,y) = 12x + 15y

f (3,0) = 12(3) + 15(0) = 36

Titik B (8,0) jika di sustitusikan ke f (x,y) = 12x + 15y maka:

f (x,y) = 12x + 15y

f (8,0) = 12(8) + 15(0) = 96

Titik C (3,6) jika di sustitusikan ke f (x,y) = 12x + 15y maka:

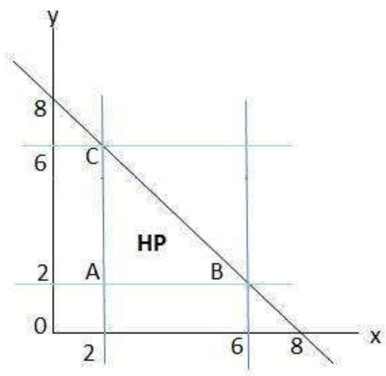
f (x,y) = 12x + 15y

f (3,6) = 12(3) + 15(6) = 126

Dari hasil substitusi setiap titik ke f (x,y) = 12x + 15y di atas, maka dapat disimpulkan bahwa nilai maksimum terdapat pada titik C dengan nilai maksimumnya yaitu 126.

Contoh soal 5:

Perhatikan grafik dibawah ini dan tentukan dimana letak nilai maksimumnya jika f(x ,y) = 5x + 7y!



Gambar 9 : Grafik contoh soal 5

Pembahasan:

Untuk menentukan dimana letak nilai maksimum, terlebih dahulu perlu mengetahui dimana titik-titik yang memungkinkan terdapatnya titik maksimum tersebut. Dari grafik di atas dapat dilihat ada 3 titik yang kemungkinan menjadi nilai maksimumnya. Titik-titik tersebut yaitu, titik A, B, dan titik C.
Untuk mengetahui di titik mana nilai maksimum berada, maka kita harus mensubstitusi nilai f(x,y) = 5x + 7y ke setiap nilai titik.

Titik A (2,2) jika di sustitusikan ke f (x , y) = 5x + 7y maka:
f (x,y) = 5x + 7y
f (2,2) = 5(2) + 7(2) = 24

Titik B (6,2) jika di sustitusikan ke f (x , y) = 5x + 7y maka:
f (x,y) = 5x + 7y
f (6,2) = 5(6) + 7(2) = 44

Titik C (2,6) jika di sustitusikan ke f (x , y) = 5x + 7y maka:
f (x,y) = 5x + 7y
f (2,6) = 5(2) + 7(6) = 52

Dengan demikian dapat diketahui hasil dari substitusi setiap titik ke f(x,y) = 5x + 7y di atas. Kemudian dapat ditarik kesimpulan bahwa nilai maksimum terdapat pada titik C dengan nilai maksimumnya yaitu 52.

C. Soal Latihan/Tugas

1. Buatlah formulasi permasalahan di sebuah perusahaan/toko, kemudian ubah ke dalam bentuk fungsi matematis, persamaan dan pertidaksamaan linier!

D. Referensi

Kuliah Manajemen. (2009, 12). Retrieved 05 2021, from Linier Programming Metode Grafik: http://kuliah-manajemen.blogspot.com/2009/12/linear-programming-metode-grafik.html

Linier Programming Metode Grafik. (2014, 10 26). Retrieved 20 2021, from andariisnadiah: https://andariisnadiah.wordpress.com/2014/10/26/linier-programming-metode-grafik/

Program Linear. (2017). Retrieved 05 20, 2021, from studiobelajar: https://www.studiobelajar.com/program-linear/

Pengertian linear programming. (2021, 03 26). Retrieved 05 20, from guru pendidikan: https://www.gurupendidikan.co.id/pengertian-linear-programing/

Frederich S. Hiller, G. J. (1990). Introduction to operations research. New York: McGraw-Hill.

Metode Grafik Garis Selidik. (n.d.). Retrieved 05 20, 2021, from Academia: https://www.academia.edu/8859275/P3a_METODE_GRAFIK_GARIS_SELIDIK

Syaifudin, D. T. (2011). Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management). Malang: CV. Citra Malang.

Taha, H. A. (2006). Operations Research: An Introduction . Prentice Hall.