PERTEMUAN 8
EKSPERIMEN ACAK, RUANG SAMPEL DAN PELUANG

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu memahami perbedaan peubah acak (eksperimen acak) dan ruang sampel.

B. Uraian Materi

8.1 Eksperimen Acak

Ketika melakukan suatu percobaan, kita akan memperoleh ruang sampel. Beberapa sifat dari percobaan yaitu semua hasil yang terjadi merupakan kemungkinan, percobaan dapat dilakukan dengan cara random atau acak, dan percobaan dapat diulang berkali-kali dengan kondisi yang tetap atau tidak berubah. Jika eksperimen yang diulang beberapa kali menghasilkan hasil yang tidak sama walaupun kondisi pengulangan ekperimen itu tetap, maka eksperimen seperti ini dinamakan eksperimen acak.

Hasil pengulangan dalam eksperimen acak terjadi secara kebetulan dan tidak bisa diduga. Contohnya pada pelemparan sebuah mata uang logam. Pada pelemparan pertama dilakukan hasilnya berupa gambar. Apabila pelemparan uang logam tersebut diulang beberapa kali, belum tentu hasilnya gambar semua, akan tetapi mungkin saja angka. Eksperimen ini disebut eksperimen acak.

Di dalam eksperimen acak terdapat variabel acak. Nilai dari variabel acak muncul melalui proses peluang. Variabel acak terbagi 2, yaitu variabel acak diskret dan variabel acak kontinu. Variabel dengan banyaknya nilai yang muncul dapat dihitung disebut variabel acak diskret, sedangkan variabel yang nilainya padat, kontinu dan tersambung disebut variabel acak kontinu. Distribusi yang variabel acaknya diskret disebut distribusi peluang diskrit, sedangkan distribusi yang variabel acaknya kontinu disebut distribusi peluang kontinu.

8.2 Ruang Sampel

Ruang sampel adalah himpunan dari semua peristiwa yang mungkin terjadi dalam suatu percobaan. Ruang sampel dapat juga diartikan sebagai himpunan semua sampel berukuran tertentu (k) yang mungkin diambil dari suatu populasi berukuran (n). Berkaitan dengan teori himpunan, ruang sampel dapat dinyatakan sebagai himpunan bagian dengan jumlah elemen, misalnya k dari n elemen, dengan n>k. Sehingga jumlah yang mungkin dapat dibentuk dengan rumus kombinasi: $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Sebuah percobaan yang kita lakukan dapat menghasilkan ruang sampel, maka semua hasil yang mungkin diperoleh dari percobaan tersebut dinamakan ruang sampel. Banyaknya anggota dari ruang sampel dinamakan titik sampel. Penulisan ruang sampel menggunakan huruf kapital, yaitu S. Ruang sampel dibagi 2 yaitu: ruang sampel diskrit dan ruang sampel kontinu. Terdapat 3 cara dalam menentukan ruang sampel dari suatu percobaan, yaitu: 1) mendaftar langsung, 2) diagram pohon dan 3) tabel.

8.2.1 Ruang sampel diskrit

Ruang sampel diskrit adalah ruang sampel yang mempunyai banyak anggotanya berhingga atau tidak berhingga tetapi dapat dihitung.

Contoh 1:

Perhatikan gambar di bawah ini:

Gambar 8.1 Pelemparan Sekeping Uang Koin

Jika kita melakukan eksperimen mengenai pelemparan sebuah mata uang koin, maka ruang sampelnya adalah:

Jawab: (dengan G=gambar dan A= angka)

Cara mendaftar:

$S = \{A, G\} = \{A\}, \{G\}$

Cara diagram pohon:

$G \rightarrow A = \{G, A\} atau \ \{A, G\}$

Cara tabel:

G	A
	{G, A} atau {A,G}

Dalam hal ini, G saja dan A saja dinamakan titik sampel, maka titik sampelnya : n (S) = 2. Contoh diatas disebut ruang sampel diskrit karena dapat di daftar.

Contoh 2:

Jika contoh 1 diperluas dengan melakukan percobaan mengenai pelemparan sebuah mata uang koin sebanyak tiga kali dan kita akan memperhatikan banyak ANGKA (A) yang muncul, maka ruang sampelnya berisi salah satu dari hasil sebagai berikut:

Perhatikan gambar berikut:

Pelemparan ke 1

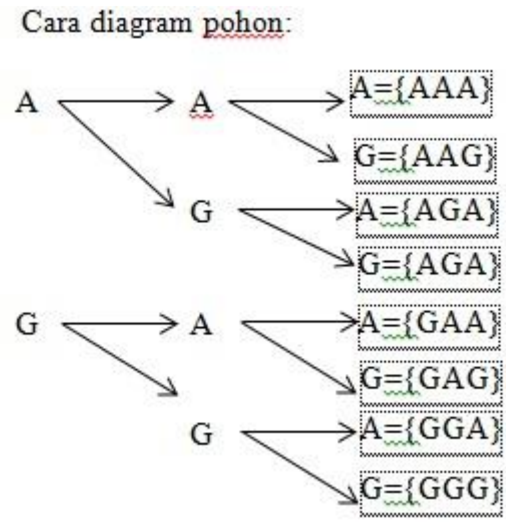
Pelemparan ke 2

Pelemparan ke 3

*Masing-masing pelemparan mengalami kemungkinan keluarnya gambar ataupun angka.

Jawab:

Cara mendaftar: S = {AAA}, {AAG}, {AGA}, {AGA}, {AGG}, {GAA}, {GAG}, {GGA}, dan{GGG}



a. A tidak akan muncul, artinya Gambar (G) muncul 3 kali atau A=0
b. A akan muncul sekali dan G akan muncul dua kali, atau A = 1
c. A akan muncul dua kali dan G akan muncul sekali, atau A = 2
d. A akan muncul tiga kali, artinya G tidak akan muncul, atau A = 3. Jadi ruang sampelnya ditulis: $S = \{0, 1, 2, 3\}$
e.

Contoh 3:

W merupakan peubah acak yang menyatakan banyaknya muncul muka dikurangi banyaknya muncul belakang dalam tiga kali pelemparan sebuah uang logam. Tuliskan unsur-unsur ruang sampel T untuk ketiga lantunan uang dan pada setiap titik sampel kaitkan suatu nilai w dari w.

Jawab:

Diketahui:

W peubah acak = banyak muka – banyaknya muncul belakang

Ditanya: ruang sampel w?

	W = m – b	**Hasil**
M M M	3	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$
M M B	1	

M B M	1	$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{27}\cdot 3=\frac{4}{9}$
B M M	1	
B B B	-3	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$
B B M	-1	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{27}\cdot 3=\frac{2}{9}$
B M B	-1	
M B B	-1	

$$W(3)+W(1)+W(-3)+W(-1)$$
$$=\frac{8}{27}+\frac{4}{9}+\frac{1}{27}+\frac{2}{9}$$
$$=\frac{8+12+1+6}{27}$$
$$=\frac{27}{27}$$
$$=1$$

<u>Contoh 4</u>:

Suatu uang logam dilemparkan sampai muncul 3 muka berurutan. Tuliskan unsur dari ruang sampel yang memerlukan 6 atau kurang pelemparan. Apakah ruang sampel ini diskret? Jelaskan!

Jawab:

Diketahui: 3 muka berurutan = M M M

Perhatikan gambar berikut (pelemparan sebuah logam hingga muncul 3 muka berurutan):

Pelemparan ke 1

Pelemparan ke 2

Pelemparan ke 3

Ditanya : ruang sampel dari 6 atau kurang pelemparan. Apakah ruang sampel tersebut diskrit?

Misal U = titik sampel dari uang koin yang dilempar.

Pelemparan	Ruang Sampel	Hasil
3 kali pelemparan	M M M	1
4 kali pelemparan	B M M M	
	M M M B	
	M M M M	1
	M M M M	1
5 kali pelemparan	B M M M M	
	B M M M M	
	M B M M M	
	M M M B M	
	M M M M B	
	M M M M B	
	B B M M M	
	M M M B B	
	B M M M B	
	M M M M M	1
	M M M M M	
	M M M M M	

U adalah ruang sampel diskrit, karena P(U) = 1

8.2.2 Ruang sampel kontinu

Ruang sampel kontinu adalah ruang sampel yang anggotanya merupakan interval pada garis bilangan real.

<u>Contoh 1</u>:

Perusahaan batrei jam “CLOCK” memproduksi batrei baru. Masa hidup batrei akan dilihat (dalam bulan). Tentukan ruang sampelnya.

Penyelesaian: $S = \{t : t > 0\}$

Karena masa hidup batrei jam bernilai bilangan real positif.

Contoh 2:

Sebuah universitas meluluskan mahasiswa minimal 2 kali dalam setahun. Kita akan melihat IPK dari seluruh mahasiswa di universitas tersebut. Tentukan ruang sampelnya.

$$S = \{x \in R: 0 \leq x \leq 4\}$$

8.2.3 Hubungan ruang sampel dengan peristiwa

Himpunan bagian dari ruang sampel S adalah sebuah peristiwa. Simbol dari sebuah peristiwa ditulis dengan huruf kapital, misalnya R, S, T dan lain-lain. Terdapat 3 kemungkinan yang bisa terjadi dari sebuah peristiwa, yaitu:

1. S itu sendiri merupakan sebuah peristiwa
2. Ø juga merupakan sebuah peristiwa
3. Beberapa hasil yang mungkin dari S merupakan sebuah peristiwa.

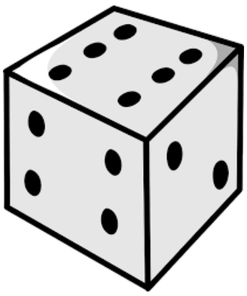
8.3 Peluang

Peluang adalah kemungkinan yang terjadi dalam setiap peritiwa atau kejadian:

$$P(n) = \frac{banyaknya\ kemungkinan}{jumlah\ ruang\ sampel}$$

Contoh 1:

Perhatikan gambar berikut ini:



Percobaan: pelemparan satu dadu

Ruang sampel, S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Titik sampel : n(S) = 6

Peristiwa munculnya:

A = bilangan ganjil = {1, 3, 5}

B = bilangan genap = {2, 4, 6}

C = bilangan prima = {2, 3, 5}

Peluang:

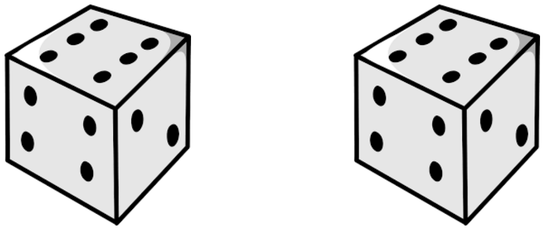
P(A) bilangan ganjil = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

P(B) bilangan genap = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

P(C) bilangan prima = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Contoh 2:

Perhatikan gambar berikut ini:



Percobaan: pelemparan dua buah dadu

Ruang sampel:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Ruang Sampel: S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

Titik Sampel: n(S) = 36

Peristiwa munculnya:

A = jumlah mata dadu 2 = {1, 1}

B = jumlah mata dadu 3 = {1,2} atau {2,1}

C = jumlah mata dadu 4 = {2,2}, {1,3} atau {3,1}

D = jumlah mata dadu 5 = {4,1}, {3,2}, {2,3} atau {1,4}

E = jumlah mata dadu 6 = {5,1}, {4,2}, {3,3}, {2,4}, atau {1,5}

F = jumlah mata dadu 7 = {6,1}, {5,2}, {4,3}, {3,4}, {2,5} atau {1,6}

G = jumlah mata dadu 8 = {6,2}, {5,3}, {4,4}, {3,5}atau {2,6}

H = jumlah mata dadu 9 = {6,3}, {5,4}, {4,5}, atau {3,6}

I = jumlah mata dadu 10 = {6,4}, {5,5} atau {4,6}

J = jumlah mata dadu 11 = {6,5} atau {5,6}

K = jumlah mata dadu 12 = {6,6}

Peluang muncul mata dadu:

P(A) jumlah mata dadu 2 = $\frac{1}{36}$

P(B) jumlah mata dadu 3 = $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

P(C) jumlah mata dadu 4 = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

P(D) jumlah mata dadu 5 = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

P(E) jumlah mata dadu 6 = $\frac{5}{36}$

P(F) jumlah mata dadu 7 = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

P(G) jumlah mata dadu 8 = $\frac{5}{36}$

P(H) jumlah mata dadu 9 = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

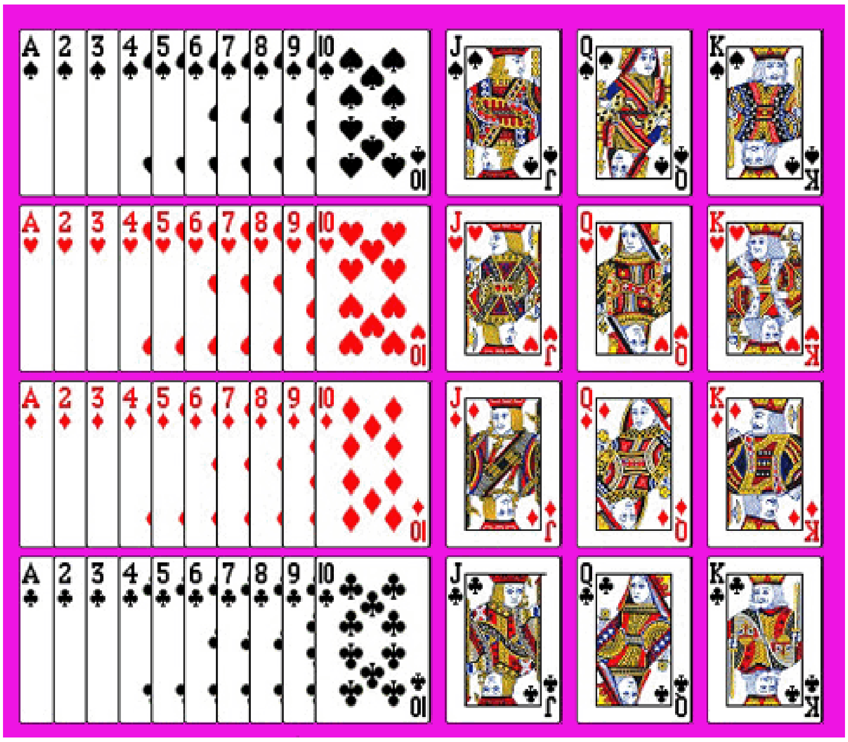
P(I) jumlah mata dadu 10 = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

P(J) jumlah mata dadu 11 = $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

P(K) jumlah mata dadu 12 = $\frac{1}{36}$

Contoh 3:

Perhatikan gambar dibawah ini:



Ruang sampel :

S = {(1S), (2S), (3S), (4S), (5S), (6S), (7S), (8S), (9S), (10S), (JS), (QS), (KS), (1H), (2H), (3H), (4H), (5H), (6H), (7H), (8H), (9H), (10H), (JH), (QH), (KH), (1W), (2W), (3W), (4W), (5W), (6W), (7W), (8W), (9W), (10W), (JW), (QW), (KW), (1K), (2K), (3K), (4K), (5K), (6K), (7K), (8K), (9K), (10K), (JK), (QK), (KK)}

Keterangan:

S = sekop

H = hati

W = wajik

K = keriting

Titik Sampel: n(S) = 52

Peristiwa munculnya:

A = Sekop = {(1S), (2S), (3S), (4S), (5S), (6S), (7S), (8S), (9S), (10S), (JS), (QS), (KS)}

B = hati = {(1H), (2H), (3H), (4H), (5H), (6H), (7H), (8H), (9H), (10H), (JH), (QH), (KH)}

C = wajik = {(1W), (2W), (3W), (4W), (5W), (6W), (7W), (8W), (9W), (10W), (JW), (QW), (KW)}

D = keriting = {(1K), (2K), (3K), (4K), (5K), (6K), (7K), (8K), (9K), (10K), (JK), (QK), (KK)}

Peluang:

P(A) sekop = $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

P(B) hati = $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

P(C) wajik = $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

P(D) keriting = $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

C. Soal Latihan/Tugas

1. Bila peluang seseorang membeli motor akan memilih warna biru, pink, merah atau hitam, masing-masing 0,09; 0,21; dan 0,23. Berapa peluang seseorang pembeli tertentu akan membeli mkotor baru berwarna seperti salah satu dari warna tadi?
2. Ember pertama berisi 5 bola ungu dan 4 bola biru, dan ember kedua berisi 4 bola ungu dan 6 bola biru. Suatu bola diambil dari ember pertama dan dimasukkan dengan tidak melihat ke ember yang kedua. Berapa peluang terambil bola hitam dari ember kedua?
3. Suatu kota memiliki satu mobil pemadam kebakaran dan satu ambulans untuk keadaan darurat. Peluang mobil pemadam kebakaran siap waktu diperlukan 0,98. Peluang ambulans siap waktu dipanggil 0,92. Dalam keadaan darurat ada kecelakaan, tentukan peluang keduanya siap?

4. Dua kartu diambil secara acak satu persatu. Tentukan peluang kartu yang terambil pertama adalah kartu hati dan kartu yang terambil kedua adalah kartu king!
5. Empat kartu diambil secara acak tanpa pengembalian dan satu persatu. Tentukan probabilitas bahwa kartu yang terambil secara berurut adalah as waru hitam (Awh), as waru merah (Awm), as wajik (Asw), as sekop (Ass)!

D. Referensi

Herrhyanto, Nar. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Yrama Widya: Bandung

Kadir. 2010. *Statistika*. PT Rosemata Sampurna: Jakarta

Montgomery Douglas C, Hines William W. 1990. *Probabilita dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen*. UI-Pres: Jakarta