

## PERTEMUAN 9

### FUNGSI DAN GRAFIKNYA

#### A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu menguasai materi mengenai Fungsi dan Grafiknya dalam matematika dan kegunaannya.

#### B. URAIAN MATERI

##### 1. Fungsi dan Grafiknya

Pengertian fungsi adalah hal penting dalam kalkulus, karena fungsi menggambarkan hubungan dalam dunia nyata yang dinyatakan dalam bentuk matematika. Misalkan temperatur didih air tergantung dari ketinggian daerah. Keuntungan sebuah perusahaan tergantung dengan banyaknya barang yang di produksi. Keuntungan investor pasar saham tergantung banyaknya modal yang diinvestasikan dan kondisi pasar.

##### Definisi **Fungsi**

Fungsi dari himpunan D ke himpunan Y adalah aturan yang menandai hubungan unit meliputi unit tersebut.



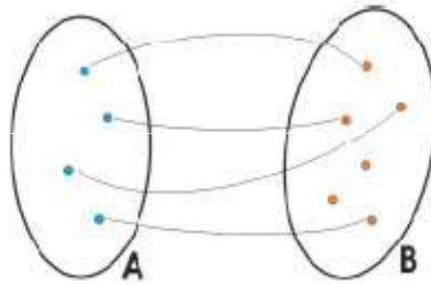
Gambar 9. 1. Diagram fungsi

Gambar 9.1 menunjukkan diagram fungsi yang memetakan input  $x$  terhadap output  $f(x)$ . Himpunan D dari semua nilai input yang mungkin disebut domain fungsi. Sekumpulan dari semua nilai  $f(x)$  karena  $x$  bervariasi di seluruh D disebut rentang fungsi. Jangkauan mungkin tidak termasuk setiap elemen dalam set Y. Domain dan rentang fungsi dapat berupa set objek apa pun, tetapi seringkali dalam kalkulus mereka adalah set bilangan real.

Pikirkan fungsi  $f$  sebagai jenis mesin yang menghasilkan nilai output  $f(x)$  di dalamnya rentang setiap kali kita memberinya nilai input  $x$  dari domainnya (Gambar 1.22). Fungsinya

### Fungsi dan Grafiknya

Penjelasan fungsi dapat dijelaskan oleh dua buah himpunan yaitu  $A$  dan  $B$  seperti *diperlihatkan pada gambar dibawah*. himpunan. Fungsi dari  $A$  ke  $B$  didapatkan dari hubungan hubungan yang menjadi aturun yang memasangkan) setiap elemen di  $A$  dengan tepat satu elemen di  $B$ .



Gambar 9.2. Himpunan A ke B

Penulisan notasi fungsi adalah sebagai berikut :

$$y = f(x)$$

Dimana  $y$  adalah variabel terikat (*dependent variable*) dan  $x$  adalah variabel bebas (*independent variable*).

### Jenis fungsi:

Beragam fungsi dalam kalkulus yang perlu dipelajari antara lain fungsi fungsi berikut ini:

- Fungsi konstan:  $f(x) = k$  dengan  $k$  bilangan konstan
- Fungsi linear :  $f(x) = ax + b$
- Fungsi kuadrat :  $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Fungsi eksponensial :  $f(x) = e^x$
- Fungsi logaritma :  $f(x) = \log x$

**Notasi atau tanda fungsi**

Untuk menyatakan fungsi yang mengawankan anggota-anggota himpunan  $x$  (domain) terhadap anggota-anggota  $y$  (kodomain) maka dijelaskan dengan notasi atau tanda fungsi sebagai berikut:

$f(x)$  adalah  $X \rightarrow Y$

$f: x \rightarrow 3x$  dibaca  $f$  mengawankan  $x$  terhadap  $3x$

$f: x \rightarrow 4x^2 - 3x + 7$  dibaca  $f$  mengawankan  $x$  terhadap  $4x^2 - 3x + 7$

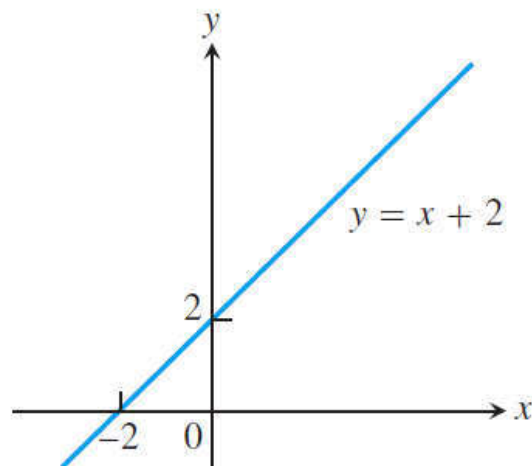
**2. Macam-Macam Fungsi****a. Fungsi linear**

Rumus umum fungsi linear adalah :

$$f(x) = ax + b$$

Dimana  $a$  adlah gradien atau perbandingan antara selisih  $y$  terhadap selisih  $x$ ;  $b$  adalah besar pergeserannya dari fungsi tersebut.

Grafik fungsi linear merupakan garis lurus. Untuk menggambaranya diperlukan dua titik yang melalui garis tersebut kemudian dihubungkan secara lurus.



Gambar 9.3. Grafik fungsi linier  $y = x+2$

**b. Fungsi kuadrat**

Rumus umum fungsi kuadrat

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Contoh :

a.  $f(x) = x^2$

b.  $f(x) = (x + 1)^2$  diperoleh dengan menggeser fungsi  $f(x) = x^2$  kekiri satu satuan.

c.  $f(x) = (x + 1)^2 + 3$  diperoleh dengan menggeser fungsi  $f(x) = (x + 1)^2$  ke atas tiga satuan.

Contoh :

$$f(x) = x^2 + 2x + 4 \quad a = 2 \text{ dan } b = 4$$

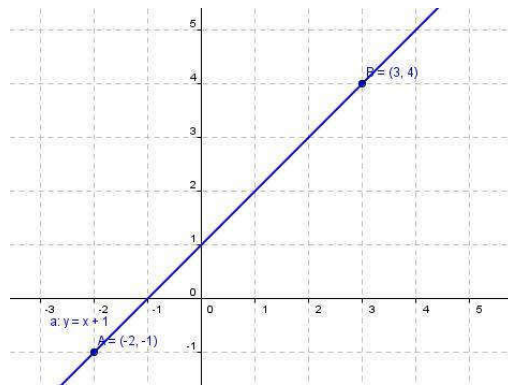
$$\text{sehingga } c = a/2 = 2/2 = 1 \text{ dan } d = b - (a/2)^2 = 4 - 1^2 = 3.$$

Jadi,  $f(x) = x^2 + 2x + 4$  bisa juga dinyatakan dalam bentuk  $f(x) = (x+1)^2 + 3$

Akibatnya, untuk menggambar  $f(x) = x^2 + 2x + 4$  dapat dengan langkah-langkah berikut:

### c. Menggambar Grafik Fungsi

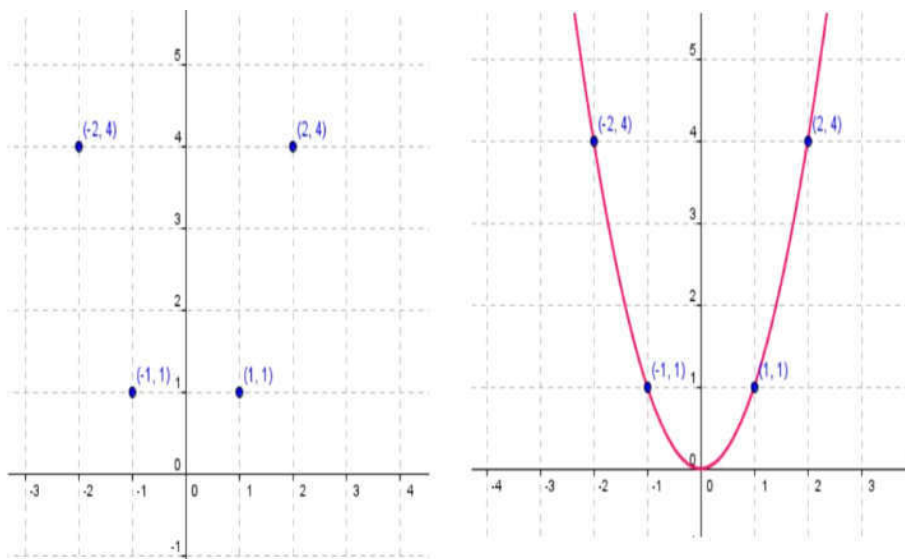
Untuk menggambar grafik fungsi maka terlebih dulu dilakukan pembuatan tabel yang memuat pasangan nilai- nilai dari pereubah fungsi yang mewakili suatu titik. Fungsi linier atau garis lurus membutuhkan diperlukan minimal dua titik. Sedang untuk menggambar fungsi kuadrat dibutuhkan minimal tiga titik. Contoh : Akan digambargambar grafik fungsi  $y = x + 1$  atau  $f(x) = x + 1$  sebagai berikut.



$x$	$f(x) = x + 1$
-2	1
-1	0
0	1
3	4

Gambar 9. 4. Grafik fungsi linier  $f(x) = x + 1$  dan cara membuatnya.

Contoh berikutt adalah grafik fungsi kuadrat  $f(x) = x^2$  yang digambar pada pada koordinat kartesius sebagai berikut:



Gambar 9. 5. Grafik fungsi linier kuadrat dan cara membuatnya.

Titik titik yang dibentuk dari x dan y kemudian dihubungkan.

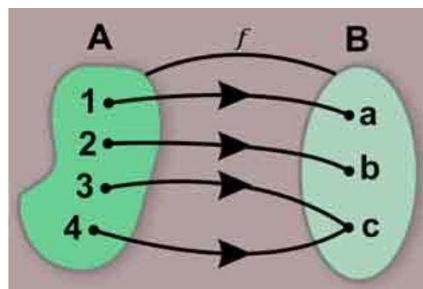
### 3. Jenis Fungsi Menurut Relasi

#### a. Surjektif

Fungsi  $f$  disebut surjektif jika setiap anggota kodomain mempunyai kawan dengan

setidaknya satu anggota domain.

Contoh :



Gambar 9. 6. Fungsi surjektif

Untuk bisa memahami pengertian fungsi surjektif, perhatikan himpunan  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  dan himpunan  $B = \{a, b, c\}$ . Dari himpunan A ke himpunan B ditentukan fungsi-fungsi  $f$  dan  $g$  dalam bentuk pasangan berurutan sebagai berikut.

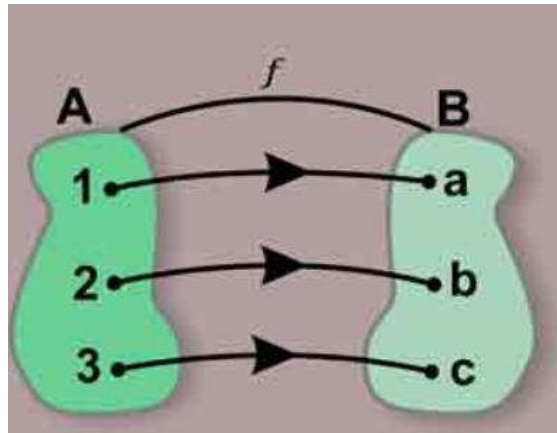
$f : A \rightarrow B$  dengan  $f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, c)\}$

#### b. Injektif

Fungsi  $f$  disebut injektif jika anggota kodomainnya hanya berkawan dengan tepat satu anggota domain.

$$y_1, y_2 \in Y, x_1, x_2 \in X, f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2, y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 = x_2.$$

Contoh dari fungsi injektif, dapat dilihat pada himpunan  $A = \{1, 2, 3\}$  dan himpunan  $B = \{a, b, c\}$ . Dari himpunan A ke himpunan B ditentukan fungsi  $f$  dan fungsi  $g$  dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut.  $f : A \rightarrow B$  dengan  $f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$

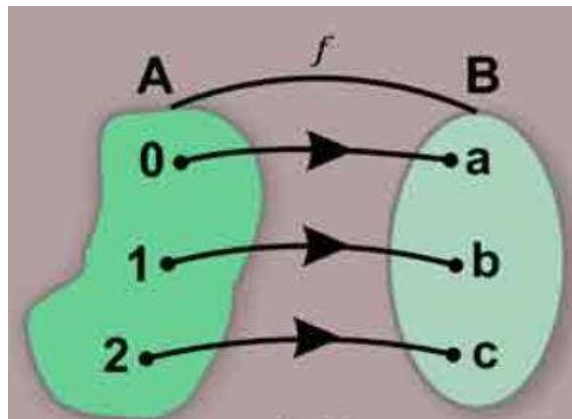


Gambar 9. 7. Fungsi injektif

### c. Bijektif

Fungsi  $f$  disebut bijektif jika fungsi memenuhi sifat fungsi surjektif sekaligus injektif.

Fungsi  $f : A \rightarrow B$  dengan  $A = \{0, 1, 2\}$  dan  $B = \{a, b, c\}$ . Fungsi  $f$  dinyatakan dalam bentuk pasangan terurut  $f = \{(0, a), (1, b), (2, c)\}$  dengan diagram panahnya diperlihatkan pada gambar (a) di atas. Perhatikan bahwa fungsi  $f$  adalah fungsi surjektif dan juga fungsi injektif. Fungsi  $f$  yang bersifat surjektif dan juga injektif disebut dengan fungsi bijektif (bi = dua) atau fungsi korespondensi satu-satu



Gambar 9. 8. Fungsi bijektif

Contoh dari fungsi injektif, dapat dilihat pada himpunan  $A = \{1, 2, 3\}$  dan himpunan  $B = \{a, b, c\}$ . Dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  ditentukan fungsi  $f$  dan

fungsi  $g$  dalam bentuk pasangan terurut sebagai berikut.  $f : A \rightarrow B$  dengan  $f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$

### C. SOAL LATIHAN/TUGAS

Cari domain dan range soal soal berikut:

1.  $f(x) = 1 + x^2$

2.  $f(t) = \frac{1}{t}$

3.  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

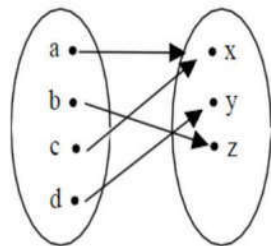
4.  $g(t) = \frac{1}{1+t}$

5.  $h(t) = \frac{1}{1-5t}$

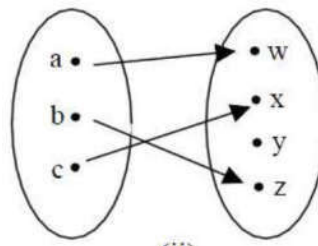
Selesaikan soal berikut

NIM = angka terakhir Nomor Induk Mahasiswa , yang bukan 0

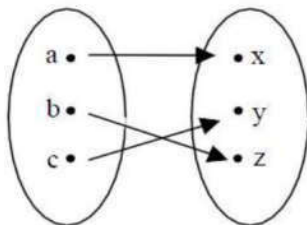
6.  $f(x) = \text{NIM}x$  , Carilah dan gambarkan  $f(-2)$  sd  $f(2)$ ;
7.  $f(x) = 2x^2 + 4x + \text{NIM}$  ; cari  $f(-1)$  dan  $f(0)$  dan  $f(2)$ ; Gambarkan
8. Gambarlah fungsi  $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$
9. Tentukan jenis dari fungsi berikut :



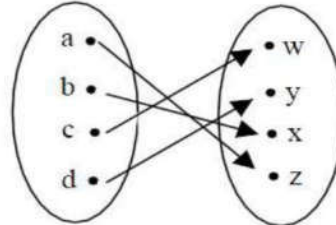
(i)



(ii)



(iii)



(iv)



**Cari domain dan range soal soal berikut:**

10.  $f(x) = 1 + x^2$

11.  $f(t) = \frac{1}{t}$

12.  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

13.  $g(t) = \frac{1}{1+t}$

14.  $h(t) = \frac{1}{1-5t}$

**D. DAFTAR PUSTAKA**

Thomas (2005), Calculus 11e with Differential Equations, Pearson Wesley

Weltner, Klaus (2009), Mathematics-for-physicists-and-engineers-fundamentals-and-interactive-study-guide, Springer