DESKRIPSI MATERI
PERTEMUAN 3: HUKUM HIMPUNAN

Mata Kuliah Matematika Diskrit

PENGANTAR

Setiap mahasiswa diwajibkan untuk membaca dan mempelajari lebih dalam tentang matematika diskrit. Matematika Diskrit adalah salah satu ilmu yang memiliki banyak kegunaan dalam berbagai bidang ilmu lainnya. Matemtika Diskrit merupakan cabang matematika yang mempelajari tentang obyek-obyek diskrit. Dalam pembahasan kali ini kita akan mempelajari tentang himpunan, dimana ini sangat umum dipelajari oleh para pelajar teknik informatika. Pada pertemuan kali ini materi yang akan kita bahas adalah cara menyatakan hokum-hukum himpunan.

Himpunan (*set*) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas. Objek di dalam himpunan dinamakan unsur atau anggota himpunan. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi '∈'.

Contoh 1.1.

Misalkan himpunan $A = \{x, y, z\}$

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A.

$w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A.

TUJUAN PERKULIAHAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai himpunan. Setelah menyelesaikan perkuliahan, mahasiswa diharapkan mampu:

- Menjelaskan tentang hokum-hukum himpunan tersebut.
- Mengetahui hokum-hukum himpunan.
- Memberikan contoh dari hokum-hukum himpunan.

DESKRIPSI MATERI :

PENGERTIAN HIMPUNAN

Himpunan (*set*) merupakan sekumpulan objek-objek yang berbeda yang dapat didefinisikan dengan jelas. Objek di dalam himpunan dinamakan unsur atau anggota himpunan. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan oleh notasi '$\in$'.

Contoh 1.1.

Misalkan himpunan $A = \{x, y, z\}$

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A.

$w \notin A$: w bukan merupakan anggota himpunan A.

D. Hukum-Hukum Himpunan

- Disebut juga sifat-sifat (*properties*) himpunan
- Disebut juga hukum aljabar himpunan

Beberapa sifat berlaku pada operasi antar dua himpunan atau lebih. Sifat-sifat tersebut dinyatakan dalam kesamaan himpunan. Kesamaan tersebut dinamakan hukum yang menyatakan bahwa bila dua himpunan atau lebih dioperasikan, maka hukum-hukum yang mengatur operasi tersebut berlaku.

Hukum-hukum himpunan diantaranya :

1. Hukum Idempoten

   $A \cup A = A$,$A \cap A = A$
2. Hukum Komutatif

   $A \cup B = B \cup A$,$A \cap B = B \cap A$

3. Hukum Assosiatif

   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

4. Hukum Distributif

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

5. Hukum De Morgan

   $C-(A \cup B) = (C-A) \cap (C-B)$

   $C-(A \cap B) = (C-A) \cup (C-B)$

6. Hukum Identitas

   $A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap (C-A) = \emptyset$

Bukti dari hukum-hukum Himpunan di atas:

1. Hukum Idempoten

   $A \cup A = A$,$A \cap A = A$

   Bukti: $A \cup A = A$

   $A \cup A \subseteq A$

   Misal $x \in A \cup A$

   $x \in A$ atau $x \in A$

   Jadi, $x \in A$

   $A \subseteq A \cup A$

   Misal $x \in A$

   $x \in A$ atau $x \in A$

   Jadi $x \in A \cup A$

   karena $A \cup A \subseteq A$ dan $A \subseteq A \cup A$, maka $A \cup A = A$

   Untuk bukti $A \cap A = A$ analog dengan pembuktian $A \cup A = A$.

2. Hukum Komutatif

   $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

   Bukti: $A \cup B = B \cup A$

$A \cup B \subseteq B \cup A$

Misal $X \in (A \cup B)$

$X \in A$ atau $X \in B$

$X \in B$ atau $X \in A$

Jadi, $X \in B \cup A$

$B \cup A \subseteq A \cup B$

Misal $X \in B \cup A$

$X \in B$ atau $X \in A$

$X \in A$ atau $X \in B$

Jadi, $X \in A \cup B$

karena $A \cup B \subseteq B \cup A$ dan $B \cup A \subseteq A \cup B$, maka $A \cup B = B \cup A$

Untuk bukti $A \cap B = B \cap A$ analog dengan pembuktian $A \cup B = B \cup A$.

3. Hukum Assosiatif

   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

   Bukti: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   $(A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$

   Misal $X \in (A \cup B) \cup C$

   $X \in (A \cup B)$ atau $X \in C$

   $X \in A$ atau $X \in B$ atau $X \in C$

   $X \in A$ atau $X \in (B \cup C)$

   Jadi, $X \in A \cup (B \cup C)$

   $A \cup (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cup C$

   Misal $X \in A \cup (B \cup C)$

   $X \in A$ atau $X \in (B \cup C)$

   $X \in A$ atau $X \in B$ atau $X \in C$

   $X \in (A \cup B)$ atau $X \in C$

   Jadi, $X \in (A \cup B) \cup C$

   karena $(A \cup B) \cup C \subseteq A \cup (B \cup C)$ dan $A \cup (B \cup C) \subseteq (A \cup B) \cup C$ maka $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   Untuk bukti $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ analog dengan pembuktian $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

4. Hukum Distributif

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

   Bukti:

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   Misal $x \in A \cap (B \cup C)$

   $x \in A$ dan $x \in (B \cup C)$

   $x \in A$ dan($x \in B$ atau $x \in C$)

   $x \in A$ dan $x \in B$ atau $x \in A$ dan $x \in C$

   $x \in (A \cap B)$ atau $x \in (A \cap C)$

   jadi, $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C)$

   Misal $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   $x \in (A \cap B)$ atau $x \in (A \cap C)$

   $x \in A$ dan $x \in B$ atau $x \in A$ dan $x \in C$

   $x \in A$ dan $x \in B$ atau $x \in C$

   $x \in A$ dan $x \in (B \cup C)$

   jadi, $x \in A \cap (B \cup C)$

   karena $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dan $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C)$ maka

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

   Untuk bukti $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ analog dengan pembuktian

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. Hukum De Morgan

   $S-(A \cup B) = (S-A) \cap (S-B)$

   $S-(A \cap B) = (S-A) \cup (S-B)$

   Bukti: $S-(A \cup B) = (S-A) \cap (S-B)$

   $S-(A \cup B) \subseteq (S-A) \cap (S-B)$

   Misal $x \in (S-(A \cup B))$

Maka $x \in S$ dan $x \notin (A \cup B)$

$x \in S$ dan($x \notin A$ dan $x \notin B$)

$x \in S$ dan $x \notin A$ dan $x \in S$ dan $x \notin B$

$x \in (S-A)$ dan $x \in (S-B)$

jadi, $x \in (S-A) \cap (S-B)$

$(S-A) \cap (S-B) \subseteq S-(A \cup B)$

Misal $x \in (S-A) \cap (S-B)$

Maka $x \in S$ dan $x \notin A$ dan $x \in S$ dan $x \notin B$

$x \in S$ dan($x \notin A$ dan $x \notin B$)

$x \in S$ dan $x \notin (A \cup B)$

jadi, $x \in (S-(A \cup B))$

karena $S-(A \cup B) \subseteq (S-A) \cap (S-B)$ dan $(S-A) \cap (S-B) \subseteq S-(A \cup B)$ maka: $S-(A \cup B)=(S-A) \cap (S-B)$

Untuk bukti $S-(A \cap B)=(S-A) \cup (S-B)$ analog dengan pembuktian $S-(A \cup B)=(S-A) \cap (S-B)$

6. Hukum Identitas

$A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap (S-A) = \emptyset$

Bukti: $A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cap \emptyset \subseteq \emptyset$

Misal $x \in (A \cap \emptyset)$

berarti $x \in A$ dan $x \in \emptyset$

karena $\emptyset$ tidak mempunyai anggota, maka $x=\emptyset$

jadi, $x \in \emptyset$

$\emptyset \subseteq A \cap \emptyset$

Karena setiap himpunan memiliki subset $\emptyset$ dan himpunan $\emptyset$ tidak memiliki anggota, dengan kata lain $\nexists x \in \emptyset$, maka anggota himpunan $\emptyset=\emptyset$

sehingga $\emptyset \in A$ dan $\emptyset \in \emptyset$

akan tetapi misal $\emptyset = x$

maka $x \in A$ dan $x \in \emptyset$

jadi, x∈ A∩∅

Karena A∩∅⊆∅ dan ∅⊆A∩∅ maka A∪∅=A

1. Hukum identitas: – $A \cup \varnothing = A$ – $A \cap \mathrm{U} = A$	2. Hukum *null*/dominasi: – $A \cap \varnothing = \varnothing$ – $A \cup \mathrm{U} = \mathrm{U}$
3. Hukum komplemen: – $A \cup \overline{A} = \mathrm{U}$ – $A \cap \overline{A} = \varnothing$	4. Hukum idempoten: – $A \cup A = A$ – $A \cap A = A$
5. Hukum involusi: – $\overline{(\overline{A})} = A$	7. Hukum penyerapan (absorpsi): – $A \cup (A \cap B) = A$ – $A \cap (A \cup B) = A$
8. Hukum komutatif: – $A \cup B = B \cup A$ – $A \cap B = B \cap A$	9. Hukum asosiatif: – $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ – $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
9. Hukum distributif: – $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ – $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	10. Hukum De Morgan: – $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ – $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
11. Hukum 0/1 – $\overline{\varnothing} = \mathrm{U}$ – $\overline{\mathrm{U}} = \varnothing$	