

Ռեսուրսների բաշխման խնդիր (Առաջադրանք 5.2)

Կառավարման կենտրոնը իր տրամադրության տակ ունի $S=36$ ռեսուրս:
Անհրաժեշտ է ռեսուրսներն բաշխել $n=9$ արտադրությունների միջև,
որպեսզի գումարային եկամուտը լինի առավելագույնը, ընդ որում
յուրաքանչյուր արտադրության եկամուտի ֆունկցիան որոշվում է հետևյալ
կերպով.

$$r_j(x) = R_j[1 - (1 - e^{-\alpha_j/x})^x],$$

X - արտադրությանը տրամադրված ռեսուրսի քանակն է,

R_j, α_j - հաստատուն գործակիցներ են:

R_j	5	4	10	8	3	7	2	8	3
α_j	3	4	5.5	3	4.5	2.5	4	5	4.5

Խնդրի մաթեմատիկական մոդելը՝

$$I(x) = \sum_{i=1}^9 R_i[1 - (1 - e^{-\alpha_i/x_i})^{x_i}] \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^9 x_i \leq 36, x_i \geq 0, i = \overline{1, 9} \text{ ամբողջ են}$$

(1) Ֆունկցիայի գումարի յուրաքանչյուր գումարելին նշանակենք $I_i(x_i)$ -ով: Կստանանք հետևյալ տեսքը՝

$$I(x) = \sum_{i=1}^9 I_i(x_i) \rightarrow \max$$
$$\sum_{i=1}^9 x_i \leq 36, x_i \geq 0, i = \overline{1, 9} \text{ ամբողջ են}$$

Կազմենք Բելմանի անդրադարձ բանաձևը՝

$$\varphi_1(Z_1) = \max_{\substack{0 \leq x_1 \leq Z_1 \\ 0 \leq Z_1 \leq 36}} [I_1(x_1) + \varphi_0(Z_0)] , \quad \varphi_0(Z_0) = 0$$

$$\varphi_k(Z_k) = \max_{\substack{0 \leq x_k \leq Z_k \\ 0 \leq Z_k \leq 36}} [I_k(x_k) + \varphi_{k-1}(Z_{k-1} - x_k)] , \quad k = \overline{2, 8}$$

$$\varphi_9(36) = \max_{0 \leq x_9 \leq 36} [I_9(x_9) + \varphi_8(36 - x_9)]$$

Օգտագործելով անդրադարձ բանաձևը որոշենք ներդրումների պայմանական օպտիմալ բաշխումները:

Z_1	$\varphi_1(Z_1)$	X_1^0	Z_2	$\varphi_2(Z_2)$	X_2^0	Z_3	$\varphi_3(Z_3)$	X_3^0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.2489	1	1	0.2489	0	1	0.2489	0
2	1.9824	2	2	1.9824	0	2	1.9824	0
3	3.7371	3	3	3.7371	0	3	4.0704	3
4	4.6125	4	4	4.6125	0	4	6.8836	4
5	4.9065	5	5	4.9065	0	5	8.6786	5
6	4.9814	6	6	6.1397	3	6	9.5327	6
7	4.9969	7	7	7.0985	4	7	10.661	5
8	4.9995	8	8	7.9739	4	8	12.4157	5
9	4.9999	9	9	8.41	5	9	13.2911	5
10	5	10	10	8.704	5	10	14.1452	6
11	5	10	11	8.8534	6	11	14.8183	5
12	5	10	12	8.9283	6	12	15.7771	5
13	5	10	13	8.9696	7	13	16.6525	5
14	5	10	14	8.9851	7	14	17.5066	6
15	5	10	15	8.9946	8	15	17.9427	6
16	5	10	16	8.9972	8	16	18.2686	7
17	5	10	17	8.9991	9	17	18.5626	7
18	5	10	18	8.9995	9	18	18.712	7
19	5	10	19	8.9998	10	19	18.8161	8
20	5	10	20	8.9999	10	20	18.891	8
21	5	10	21	9	11	21	18.9323	8
22	5	10	22	9	11	22	18.9609	9
23	5	10	23	9	11	23	18.9764	9
24	5	10	24	9	11	24	18.9859	9
25	5	10	25	9	11	25	18.9928	10
26	5	10	26	9	11	26	18.9954	10
27	5	10	27	9	11	27	18.9973	10
28	5	10	28	9	11	28	18.9988	11
29	5	10	29	9	11	29	18.9992	11
30	5	10	30	9	11	30	18.9995	11
31	5	10	31	9	11	31	18.9997	12
32	5	10	32	9	11	32	18.9998	12
33	5	10	33	9	11	33	18.9999	12
34	5	10	34	9	11	34	19	13
35	5	10	35	9	11	35	19	13
36	5	10	36	9	11	36	19	13

Z_4	$\varphi_4(Z_4)$	X_4^0
0	0	0
1	0.3983	1
2	3.1718	2
3	5.9794	3
4	7.38	4
5	8.6786	0
6	10.0554	2
7	12.863	3
8	14.658	3
9	16.0586	4
10	16.9127	4
11	18.3951	3
12	19.7957	4
13	20.6711	4
14	21.5252	4
15	22.1983	4
16	23.1571	4
17	24.0325	4
18	24.8866	4
19	25.357	5
20	25.7931	5
21	26.119	5
22	26.413	5
23	26.5624	5
24	26.6823	6
25	26.7864	6
26	26.8613	6
27	26.9026	6
28	26.9312	6
29	26.9559	7
30	26.9714	7
31	26.9809	7
32	26.9878	7
33	26.9921	8
34	26.9947	8
35	26.9966	8
36	26.9981	8

Z_5	$\varphi_5(Z_5)$	X_5^0
0	0	0
1	0.3983	0
2	3.1718	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	8.6786	0
6	10.0554	0
7	12.863	0
8	14.658	0
9	16.0586	0
10	16.9127	0
11	18.3951	0
12	19.7957	0
13	20.6711	0
14	21.5252	0
15	22.1983	0
16	23.1571	0
17	24.0325	0
18	24.8866	0
19	25.357	0
20	25.7931	0
21	26.48	3
22	27.2625	4
23	27.7329	4
24	28.169	4
25	28.5723	5
26	28.8982	5
27	29.1922	5
28	29.3483	6
29	29.4977	6
30	29.6176	6
31	29.7217	6
32	29.7966	6
33	29.8451	7
34	29.8864	7
35	29.915	7
36	29.9397	7

Z_6	$\varphi_6(Z_6)$	X_6^0
0	0	0
1	0.5746	1
2	3.4365	2
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	2
6	11.7142	3
7	13.1148	3
8	14.658	0
9	16.2995	2
10	18.5978	3
11	20.3928	3
12	21.7934	3
13	22.7321	4
14	24.1299	3
15	25.5305	3
16	26.4692	4
17	27.3446	4
18	28.1987	4
19	28.8919	3
20	29.8306	4
21	30.706	4
22	31.5601	4
23	32.0305	4
24	32.4666	4
25	33.1535	4
26	33.936	4
27	34.4064	4
28	34.8425	4
29	35.2458	4
30	35.5717	4
31	35.8657	4
32	36.1262	5
33	36.2823	5
34	36.4317	5
35	36.5516	5
36	36.6557	5

Z_7	$\varphi_7(Z_7)$	X_7^0
0	0	0
1	0.5746	0
2	3.4365	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	0
6	11.7142	0
7	13.1148	0
8	14.658	0
9	16.2995	0
10	18.5978	0
11	20.3928	0
12	21.7934	0
13	22.7321	0
14	24.1299	0
15	25.5305	0
16	26.4692	0
17	27.3446	0
18	28.1987	0
19	28.8919	0
20	29.8306	0
21	30.706	0
22	31.5601	0
23	32.0305	0
24	32.4666	0
25	33.1535	0
26	33.936	0
27	34.4064	0
28	34.8425	0
29	35.2458	0
30	35.6167	4
31	36.0871	4
32	36.5232	4
33	36.9265	4
34	37.2524	4
35	37.5464	4
36	37.8069	4

Z_8	$\varphi_8(Z_8)$	X_8^0
0	0	0
1	0.5746	0
2	3.4365	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	0
6	11.7142	0
7	13.1148	0
8	14.658	0
9	16.2995	0
10	18.5978	0
11	20.3928	0
12	21.7934	0
13	22.7321	0
14	24.5245	4
15	26.3195	4
16	27.7201	4
17	28.986	5
18	30.0566	4
19	31.4572	4
20	32.7231	5
21	33.6618	5
22	34.5372	5
23	35.3913	5
24	36.0845	5
25	37.0232	5
26	37.8986	5
27	38.7527	5
28	39.2987	6
29	39.7691	6
30	40.3461	5
31	41.1286	5
32	41.6746	6
33	42.145	6
34	42.5811	6
35	42.9844	6
36	43.3553	6

Z_9	$\varphi_9(Z_9)$	X_9^0
0	0	0
1	0.5746	0
2	3.4365	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	0
6	11.7142	0
7	13.1148	0
8	14.658	0
9	16.2995	0
10	18.5978	0
11	20.3928	0
12	21.7934	0
13	22.7321	0
14	24.5245	0
15	26.3195	0
16	27.7201	0
17	28.986	0
18	30.0566	0
19	31.4572	0
20	32.7231	0
21	33.6618	0
22	34.5372	0
23	35.3913	0
24	36.0845	0
25	37.0232	0
26	37.8986	0
27	38.7527	0
28	39.2987	0
29	39.7691	0
30	40.3461	0
31	41.1286	0
32	41.6746	0
33	42.145	0
34	42.722	3
35	43.5045	4
36	44.0505	4

Առավել մանրամասն հաշվարկները կարող եք տեսնել հետևյալ հղմամբ՝
https://github.com/hakobyann/hvgh/blob/master/kursayin/Distributor_calculations.pdf

Օպտիմալ բաշխումները՝

Արտադրություն	Ռեսուրս	Եկամուտ
1	4	4.61
2	4	3.36
3	6	9.53
4	4	7.38
5	4	2.38
6	4	6.67
7	0	0
8	6	7.74
9	4	2.38

Առավելագույն եկամուտը՝ 44.0505