Ռեսուրսների բաշխման խնդիր (Առաջադրանք 5.2)

Կառավարման կենտրոնը իր տրամադրության տակ ունի S=36 ռեսուրս: Անհրաժեշտ է ռեսուրսներն բաշխել n=9 արտադրությունների միջև, որպեսզի գումարային եկամուտը լինի առավելագույնը, ընդ որում յուրաքանչյուր արտադրության եկամուտի ֆունկցիան որոշվում է հետևյալ կերպ.

$$\boldsymbol{r_j(x) = R_j[1 - \left(1 - e^{-\alpha_j/x}\right)^x],}$$

X - արտադրությանը տրամադրված ռեսուրսի քանակն է,

R_j, α_j – հաստատուն գործակիցներ են:

R_j	5	4	10	8	3	7	2	8	3
α_j	3	4	5.5	3	4.5	2.5	4	5	4.5

Խնդրի մաթեմատիկական մոդելը՝

$$\boldsymbol{I(x) = \sum_{i=1}^{9} R_i[1 - (1 - e^{-\alpha_i/x_i})^{x_i}] \rightarrow max \quad (1)}$$

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{9} x_i \leq 36,\ x_i \geq 0, i = \overline{1,9}\ \text{ամբողջ են}}$$

---

(1) Ֆունկցիայի գումարի յուրաքանչյուր գումարելին նշանակենք $\boldsymbol{I_i(x_i)}$-ով: Կստանանք հետևյալ տեսքը՝

$$\boldsymbol{I(x) = \sum_{i=1}^{9} I_i(x_i) \rightarrow max}$$

$\sum_{i=1}^{9} x_i \leq 36, x_i \geq 0, i = \overline{1,9}$ ամբողջ են

Կազմենք Բելմանի անդրադարձ բանաձևը՝

$$\varphi_1(Z_1) = \max_{\substack{0\le x_1\le Z_1\\ 0\le Z_1\le 36}} [I_1(x_1) + \varphi_0(Z_0)] \ , \ \varphi_0(Z_0) = 0$$

$$\varphi_k(Z_k) = \max_{\substack{0\le x_k\le Z_k\\ 0\le Z_k\le 36}} [I_k(x_k) + \varphi_{k-1}(Z_{k-1} - x_k)] \ , \mathrm{k} = \overline{2,8}$$

$$\varphi_9(36) = \max_{0\le x_9\le 36} [I_9(x_9) + \varphi_8(36 - x_9)]$$

Օգտագործելով անդրադարձ բանաձևը որոշենք ներդրումների պայմանական օպտիմալ բաշխումները։

Z_1	$\varphi_1(Z_1)$	X_1^0
0	0	0
1	0.2489	1
2	1.9824	2
3	3.7371	3
4	4.6125	4
5	4.9065	5
6	4.9814	6
7	4.9969	7
8	4.9995	8
9	4.9999	9
10	5	10
11	5	10
12	5	10
13	5	10
14	5	10
15	5	10
16	5	10
17	5	10
18	5	10
19	5	10
20	5	10
21	5	10
22	5	10
23	5	10
24	5	10
25	5	10
26	5	10
27	5	10
28	5	10
29	5	10
30	5	10
31	5	10
32	5	10
33	5	10
34	5	10
35	5	10
36	5	10

Z_2	$\varphi_2(Z_2)$	X_2^0
0	0	0
1	0.2489	0
2	1.9824	0
3	3.7371	0
4	4.6125	0
5	4.9065	0
6	6.1397	3
7	7.0985	4
8	7.9739	4
9	8.41	5
10	8.704	5
11	8.8534	6
12	8.9283	6
13	8.9696	7
14	8.9851	7
15	8.9946	8
16	8.9972	8
17	8.9991	9
18	8.9995	9
19	8.9998	10
20	8.9999	10
21	9	11
22	9	11
23	9	11
24	9	11
25	9	11
26	9	11
27	9	11
28	9	11
29	9	11
30	9	11
31	9	11
32	9	11
33	9	11
34	9	11
35	9	11
36	9	11

Z_3	$\varphi_3(Z_3)$	X_3^0
0	0	0
1	0.2489	0
2	1.9824	0
3	4.0704	3
4	6.8836	4
5	8.6786	5
6	9.5327	6
7	10.661	5
8	12.4157	5
9	13.2911	5
10	14.1452	6
11	14.8183	5
12	15.7771	5
13	16.6525	5
14	17.5066	6
15	17.9427	6
16	18.2686	7
17	18.5626	7
18	18.712	7
19	18.8161	8
20	18.891	8
21	18.9323	8
22	18.9609	9
23	18.9764	9
24	18.9859	9
25	18.9928	10
26	18.9954	10
27	18.9973	10
28	18.9988	11
29	18.9992	11
30	18.9995	11
31	18.9997	12
32	18.9998	12
33	18.9999	12
34	19	13
35	19	13
36	19	13

Z_4	$\varphi_4(Z_4)$	X_4^0
0	0	0
1	0.3983	1
2	3.1718	2
3	5.9794	3
4	7.38	4
5	8.6786	0
6	10.0554	2
7	12.863	3
8	14.658	3
9	16.0586	4
10	16.9127	4
11	18.3951	3
12	19.7957	4
13	20.6711	4
14	21.5252	4
15	22.1983	4
16	23.1571	4
17	24.0325	4
18	24.8866	4
19	25.357	5
20	25.7931	5
21	26.119	5
22	26.413	5
23	26.5624	5
24	26.6823	6
25	26.7864	6
26	26.8613	6
27	26.9026	6
28	26.9312	6
29	26.9559	7
30	26.9714	7
31	26.9809	7
32	26.9878	7
33	26.9921	8
34	26.9947	8
35	26.9966	8
36	26.9981	8

Z_5	$\varphi_5(Z_5)$	X_5^0
0	0	0
1	0.3983	0
2	3.1718	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	8.6786	0
6	10.0554	0
7	12.863	0
8	14.658	0
9	16.0586	0
10	16.9127	0
11	18.3951	0
12	19.7957	0
13	20.6711	0
14	21.5252	0
15	22.1983	0
16	23.1571	0
17	24.0325	0
18	24.8866	0
19	25.357	0
20	25.7931	0
21	26.48	3
22	27.2625	4
23	27.7329	4
24	28.169	4
25	28.5723	5
26	28.8982	5
27	29.1922	5
28	29.3483	6
29	29.4977	6
30	29.6176	6
31	29.7217	6
32	29.7966	6
33	29.8451	7
34	29.8864	7
35	29.915	7
36	29.9397	7

Z_6	$\varphi_6(Z_6)$	X_6^0
0	0	0
1	0.5746	1
2	3.4365	2
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	2
6	11.7142	3
7	13.1148	3
8	14.658	0
9	16.2995	2
10	18.5978	3
11	20.3928	3
12	21.7934	3
13	22.7321	4
14	24.1299	3
15	25.5305	3
16	26.4692	4
17	27.3446	4
18	28.1987	4
19	28.8919	3
20	29.8306	4
21	30.706	4
22	31.5601	4
23	32.0305	4
24	32.4666	4
25	33.1535	4
26	33.936	4
27	34.4064	4
28	34.8425	4
29	35.2458	4
30	35.5717	4
31	35.8657	4
32	36.1262	5
33	36.2823	5
34	36.4317	5
35	36.5516	5
36	36.6557	5

Z_7	$\varphi_7(Z_7)$	X_7^0
0	0	0
1	0.5746	0
2	3.4365	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	0
6	11.7142	0
7	13.1148	0
8	14.658	0
9	16.2995	0
10	18.5978	0
11	20.3928	0
12	21.7934	0
13	22.7321	0
14	24.1299	0
15	25.5305	0
16	26.4692	0
17	27.3446	0
18	28.1987	0
19	28.8919	0
20	29.8306	0
21	30.706	0
22	31.5601	0
23	32.0305	0
24	32.4666	0
25	33.1535	0
26	33.936	0
27	34.4064	0
28	34.8425	0
29	35.2458	0
30	35.6167	4
31	36.0871	4
32	36.5232	4
33	36.9265	4
34	37.2524	4
35	37.5464	4
36	37.8069	4

Z_8	$\varphi_8(Z_8)$	X_8^0
0	0	0
1	0.5746	0
2	3.4365	0
3	5.9794	0
4	7.38	0
5	9.4159	0
6	11.7142	0
7	13.1148	0
8	14.658	0
9	16.2995	0
10	18.5978	0
11	20.3928	0
12	21.7934	0
13	22.7321	0
14	24.5245	4
15	26.3195	4
16	27.7201	4
17	28.986	5
18	30.0566	4
19	31.4572	4
20	32.7231	5
21	33.6618	5
22	34.5372	5
23	35.3913	5
24	36.0845	5
25	37.0232	5
26	37.8986	5
27	38.7527	5
28	39.2987	6
29	39.7691	6
30	40.3461	5
31	41.1286	5
32	41.6746	6
33	42.145	6
34	42.5811	6
35	42.9844	6
36	43.3553	6

Z_9	$\varphi_9(Z_9)$	X_9^0
36	44.0505	4

Առավել մանրամասն հաշվարկները կարող եք տեսնել հետևյալ հղմամբ՝
https://github.com/hakobyyan/hvgh/blob/master/kursayin/Distributor_calculations.pdf

Օպտիմալ բաշխումները՝

Արտադրություն	Ռեսուրս	Եկամուտ
1	4	4.61
2	4	3.36
3	6	9.53
4	4	7.38
5	4	2.38
6	4	6.67
7	0	0
8	6	7.74
9	4	2.38

Առավելագույն եկամուտը՝ 44.0505