Bartender og friksjon

Håkon Silseth

UiT - Norges Arktiske Universitet

11. oktober 2022

Sammendrag

I denne laben har vi undersøkt hvor langt en bartender kan sende en øl langs bardisken og fortsatt treffe riktig person. Dette gjorde vi ved å sjekke 3 ulike krav som må overholdes for at ølen skal godtas som levert til riktig person. Disse kravene er at under 10% av innholdet søles, den stopper innenfor en 50cm lang sone som representerer de ulike personene, og at den ikke faller av kantene på bardisken. Vi fant ut at en svært erfaren og presis bartender kan sende ølen omtrent 2.5 meter, som tilsvarer omtrent 5 personer, dette vil da føre til en mengde søl som er akkurat innenfor den gitte grensen. En gjennomsnittlig bartender vil dog slite med å treffe riktig person mer enn 40% av gangene, og han vil ha problemer med å ikke sende ølen av kanten på bardisken ettersom han kun har et område på 4.6° (2.3° til hver side) å operere før den flyr av enden av bardisken. En klok bartender ville derfor heller valgt å gå med ølen til kundene sine.

Kommentarer:

1 Formål

Formålet med dette forsøket er å undersøke hvor langt en bartender kan sende en øl til en kunde ved å skyve den langs en bardisk. Gjennom dette forsøket vil vi da undersøke konsepter som friksjon og usikkerheter grundig.

2 Teori og definisjoner

2.1 Friksjon & rettlinjet bevegelse

Siden den virkelige verden ikke er ideell vil vi ende opp med en kinetisk friksjonskraft mellom to objekter som glir langs hverandre. Friksjonskraften som virker på et objekt som glir langs et underlag kan vi skrive som $F_f = \mu N$, hvor N er normalkraften fra underlaget og μ er friksjonskoeffisienten mellom de to materialene. Friksjonskoeffisienten er et mål på hvor mye motstand to materialer har mot å gli langs hverandre. For eksempel vil is mot is ha veldig lav friksjonskoeffisient, gummi mot gummi derimot vil ikke gli lett mot hverandre og derfor ha høy friksjonskoeffisient. Ved å bruke dette uttrykket for F_f antar vi at både normalkraften og friksjonskoeffisienten er konstante. Vi antar også i de videre utregningene at luftmotstanden er neglisjerbar.

Horisontal flate

Vi ser for oss nå at glasset vårt sklir langs bardisken, en horisontal flate. Glasset vil da ha ingen fart eller akselerasjon i vertikal retning, så vi trenger kun å se på den horisontale retningen langs bardisken. Friksjonskraften vil være den eneste kraften som virker på glasset og siden vi antar at friksjonen er konstant vil vi ha konstant akselerasjon, dette betyr at vi kan bruke bevegelsesligningene for å finne ut hvor langt glasset vil bevege seg.

$$v(t) = v_0 + at$$

Vi kan så bruke Newtons andre lov til å sette inn for a og får:

$$v(t) = v_0 + \frac{F - f}{m}t \tag{1}$$

Dette kan vi så integrere for å finne et uttrykk for strekningen:

$$s(t) = \int v(t)dt = v_0 t + \frac{F_f}{2m}t^2 \tag{2}$$

Vi kan så sette v(t) = 0 for så å løse for t, dette gir oss den totale tiden glasset beveger seg.

$$v_0 + \frac{F_f}{m}t = 0$$
$$t = \frac{-v_0 m}{F_f}$$

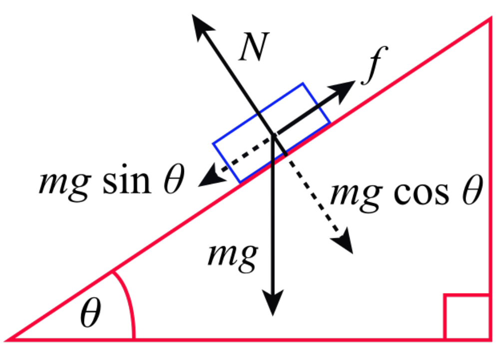
Setter vi dette inn i (2) vil vi finne den totale lengden glasset beveger seg

$$\begin{aligned} l &= v_0\frac{-v_0m}{F_f}+\frac{F_f}{2m}\left(\frac{-v_0m}{F_f}\right)^2 \\ l &= -\frac{mv_0^2}{2F_f} \\ l &= -\frac{v_0^2}{2\mu g} \end{aligned} \tag{3}$$

(I det siste uttrykket er det satt inn for $F_f = \mu N$ og $N = mg$)
Som vi kan se så er v_0 den eneste variabelen bartenderen kan endre for å sende glasset lengre. (Gitt at vi antar konstant μ over hele bardisken og at g er konstant.) Det dette uttrykket ikke tar høyde for er rotasjon på glasset, er μ avhengig av massen og skjøtene mellom laminatplatene som glasset må gli over, disse faktorene skal vi heller ikke se på, vi antar at de er neglisjerbar, og de er dessuten vanskelige å undersøke eksperimentelt.
[1]

Skråplan

Bardisken som glasset blir sendt langs er horisontal, men i forsøket skal vi gjøre bardisken om til et skråplan for å gjøre det lettere å finne friksjonskoeffisienten.



Figur 1: Skisse av skråplan. [2]

Hvis vi slipper glasset og lar det skli fritt ned skråplanet vil det få en akslerasjon a nedover skråplanet. Vi bruker her et koordinatsystem hvor x-aksen er parallell med skråplanet og y-aksen normalt på skråplanet. Glasset vil ikke ha noen bevegelse i y-retning og vi kan bruke Newtons første lov for å få:

$$\begin{aligned} \Sigma\vec{F_y} =& \vec{N}+\vec{G_y}=0 \\ & \vec{N}-mgcos(\theta)=0 \\ & \vec{N}=mgcos(\theta) \end{aligned}$$

Ser vi på x-retning kan vi bruke Newtons andre lov til å finne et uttrykk for μ

$$\begin{aligned}
\Sigma\vec{F_x} =& \vec{R} + \vec{G_x} = ma \\
& \mu N + mgsin(\theta) = ma \\
& \mu mgcos(\theta) + mgsin(\theta) = ma \\
& \mu = \frac{gsin(\theta) - a}{gcos(\theta)}
\end{aligned} \tag{4}$$

Hvis vi da kan sende glasset ned en skrå bardisk og måler akselerasjonen til glasset (og kjenner θ) kan vi regne ut μ.

2.2 Usikkerhet

NB! Denne seksjonen er hentet fra egen rapport om Kundts rør, med kandidatnummer 9

I dette forsøket regnes det ut mange usikkerheter, dette gjøres hovedsaklig på to måter: ved å bruke vektet midling eller med basisformelen for feilforplantning for tilfeldige målefeil.

Vektet midling blir brukt når vi har flere målinger av en størrelse, og disse målingene har ulik usikkerhet. Vektet midling tar da hensyn til usikkerhetene til målingene og vektlegger de ut i fra det, hvor for eksempel et gjennomsnitt ikke gjør dette. Uttrykket for vektet midling ser slik ut:

$$m_{best} = \frac{\Sigma_{i=1}^{N} w_i x_i}{\Sigma_{i=1}^{N} w_i} \tag{5}$$

Hvor x_i er de ulike målingene våre, N er antall målinger, og $w_i = 1/\sigma_i^2$ og σ_i er usikkerheten til målingene. Og usikkerheten til denne nye verdien er gitt ved:

$$\sigma_{best} = \left(\Sigma_{i=1}^{N} w_i\right)^{-1/2}$$

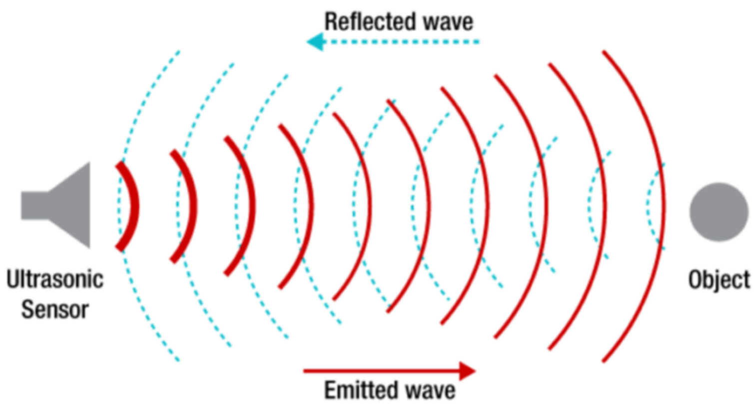
Basisformelen for feilforplantning for tilfeldige målefeil brukes når vi skal regne ut usikkerheten til en funksjon av ulike verdier med ulike usikkerheter, for en funksjon w(x,y,z) vil usikkerheten være:

$$\delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\delta z\right)^2} \tag{6}$$

[3]

Ultrasonisk sensor

I dette forsøket brukte vi en ultrasonisk sensor for å gjøre målinger av glasset, derfor skal vi se på hvordan en slik sensor fungerer. Sensoren sender ut lydbølger med høy frekvens (modellen vi brukte sender ut lydbølger med frekvens på 49.4kHz), lydbølgene reflekterer så av objektet vi ønsker å måle og treffer sensoren vår. Ved å måle hvor lang tid det tar fra lydbølgen blir sendt til den reflekterte bølgen treffer sensoren, og siden vi vet lydfarten i luft, kan vi da finne avstanden mellom sensoren og objektet. For å regne ut avstanden bruker sensoren følgende ligning: $d = v(t - t_0)/2$, hvor v er lydfarten, t er tiden fra lydbølgen blir sendt til den reflekterte lydbølgen mottas, og t_0 er en verdi som legges til for å kompensere for forsinkelser som skyldes elektronikken. Ved å gjøre mange slike målinger på kort tid kan sensoren måle endringer i posisjon, altså hastighet, og også akselerasjon. [4]



Figur 2: Skisse av hvordan en ultrasonisk sensor fungerer. [5]

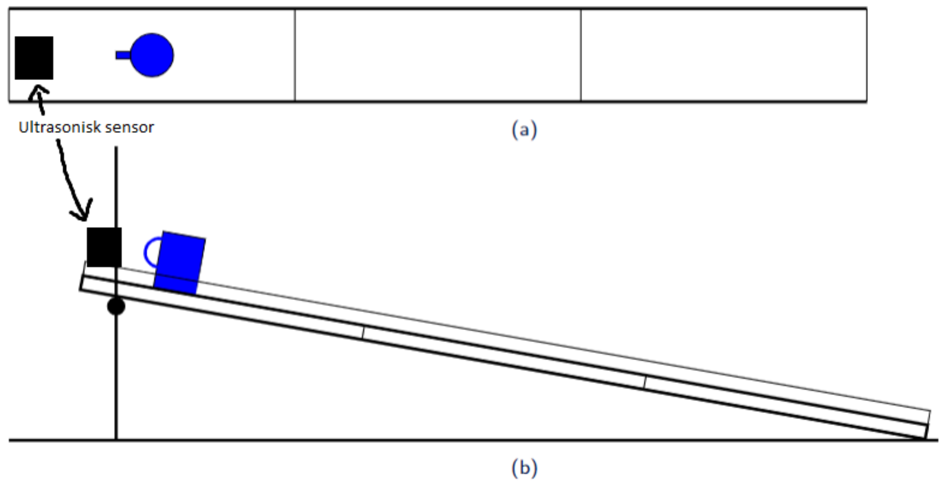
3 Eksperimentelt oppsett og fremgangsmåte

3.1 Utstyrsliste

- Ølglass
- Bardisk (laminatplater skjøtet sammen, med kant langs sidene)
- Stativ
- Ultrasonisk sensor (Pasco Wireless motion sensor PS-3219)
- Wireless force acceleration sensor (Pasco PS-3202)
- Vekt

3.2 Oppsett

For første del av denne oppgaven brukte vi et skråplan for å beregne friksjonskoeffisienten mellom glasset og bardisken. Vi lagde skråplanet ved å bruke et stativ til å støtte opp en ende av bardisken, vi plasserte så den ultrasoniske sensoren ved toppen av skråplanet slik at den kan måle bevegelsen til glasset i det glasset sklir ned skråplanet. Vi hadde også glasset fylt med vann for å simulere et glass fullt av øl.



Figur 3: Oppsettet for skråplan-delen [1]

For neste del av forsøket la vi bardisken horisontal, vi brukte så teip for å markere av soner på bardisken hvor hver sone er 50cm bred. Vi fylte så glasset med vann og teipet fast akselerasjonsmåleren til glasset. Vi hadde også en kjøkkenvekt lett tilgjengelig.

3.3 Fremgangsmåte

3.3.1

Først så målte vi vinkelen til skråplanet ved å måle høyden til skråplanet, og siden vi vet hvor lang bardisken er kan vi ved enkel trigonometri finne skråplanets vinkel. Vi sendte så glasset ned skråplanet og målte dets akselerasjon. Siden vi nå vet θ og a kan vi finne friksjonskoeffisienten mellom glasset og bardisken ved å bruke ligning 4. Vi gjentok så dette 4 ganger til slik at vi har 5 målinger totalt, dette gjorde vi for å minimere usikkerheten til friksjonskoeffisienten. Vi gjentok så hele forsøket med en ny vinkel for å minimere usikkerheten enda mer. Ved å bruke 2 ulike vinkler får vi også sjekket om friksjonskoeffisienten endrer seg med vinkelen, hvis den gjør det betyr det at dette er en unøyaktig modell for å finne friksjonskoeffisienten når bardisken er horisontal.

3.3.2

I denne delen av forsøket målte vi hvor nøyaktig bartenderen kan sende "ølen", dette gjorde vi ved å markere ulike soner på 50cm langs bardisken. Vi sendte så glasset til den gitte sonen 5 ganger og noterte om glasset stoppet i riktig sone. Dette gjorde vi så for hver sone, vi hadde også en spesiell sone i starten som også var 50cm lang, denne sonen var sonen til bartenderen. Bartenderen har denne sonen på å akselerere glasset, og slippe den, altså må glasset ha oppnådd maksfarten sin og bartenderen må slippe glasset innenfor denne sonen. Vi noterte også søl ved å måle vekten til glasset før og etter.

3.3.3

For denne delen av forsøket skulle vi finne ut hvor mye 'øl' som søles ved ulike akselerasjoner. Vi gjorde dette ved å sende glasset ned bardisken og måle akselerasjonen til glasset med akselerasjonssensoren. Vi veide også glasset før og etter for å se hvor mye vann som sølte ut av glasset. Dette gjorde vi totalt 12 ganger, hvor vi sendte glasset en kort distanse 4 ganger, medium distanse 4 ganger, og langt 4 ganger. (Kort, medium og langt definerer vi her som omtrent 1/3, 2/3 og 3/3 av den totale lengden til bardisken). Med disse verdiene kan vi se hvor høy akselerasjon glasset kan ha før vi søler en mengde vann som vi definerer som det meste vi kan godta, om nødvendig kan vi bruke verdiene våre til å ekstrapolere hva som da blir den høyeste akselerasjonen vi kan ha. Nå som vi har en maksverdi for a kan vi finne den teoretisk lengste avstanden glasset kan sendes ved å finne v_0 ved enden av 'bartendersonen' og bruke ligning 3 for å finne l.

3.4 Begrunnelse av metode

Det første vi gjorde da vi fikk laboppgaven var å definere problemstillingen mer spesifikt. *"Hvor langt kan bartenderen sende et (øl-)krus langs en bardisk og fortsatt være sikker på at det stopper ved riktig person?"* er veldig åpent, så valgte å definere krav som må overholdes for at ølen skal regnes som 'sendt til riktig person'. Først og fremst må den nå fram til riktig person, dette definerte vi ved at vi erklærer ulike soner langs bardisken. Disse sonene ble 50cm brede, vi antar så at det sitter en person i hver sone, og denne personen kan kun motta ølen om den er i dens sone. I virkeligheten kan man jo strekke seg litt forbi noen for å ta ølen sin, men for å gjøre eksperimentet lettere er det praktisk å ha konkrete soner hvor en overtredelse, selv om det bare er 1cm, ikke er godkjent som riktig sone. Når bartenderen skal sende ølen slikt over bardisken må vi jo forvente søl, litt søl er greit, men om man bestiller en halvliter og får servert 1/4 liter i et halvlitersglass blir man skuffet. Vi definerte derfor 10% = 50ml som maksgrense for søl, dette igjen vil jo i virkeligheten ikke være en hard grense, men vi trenger en hard grense for eksperimentet. Det siste kravet vi har for at ølen skal være sendt riktig er at den forblir på bardisken, bardisken skal i teorien være uendelig lang, men ikke uendelig bred, som betyr at ølen kan falle av enden. Dersom ølen faller av siden av bardisken er det selvfølgelig ikke godkjent som å ha sendt ølen til riktig person. Kravene vi da har definert for at en øl skal være godkjent er da:

- Ølen må lande innenfor riktig sone (hvor hver sone er 50cm bred).
- Det kan ikke søles mer enn 10% eller 50ml av ølen.
- Ølen kan ikke falle av siden av bardisken.

Dette siste punktet er vanskelig å teste eksperimentelt, derfor har vi ikke gjort det. Det vi heller valgte å gjøre er å finne en makslengde bartenderen kan sende ølen ut ifra de to første punktene. Vi skal så sjekke hva som er den største vinkelen glasset kan ha fra en perfekt linje som følger midten av bardisken uten å falle av siden før den når målet. Hvis denne vinkelen er så liten at det er usannsynlig at en bartender kan holde seg innenfor dette hver gang han sender en øl (eller i det minste nesten hver gang), skal vi undersøke hvor presis en gjennomsnittlig person kan være når det gjelder å sende et glass langs en bardisk og bruke dette som grensen på hvor langt en bartender kan sende en øl.

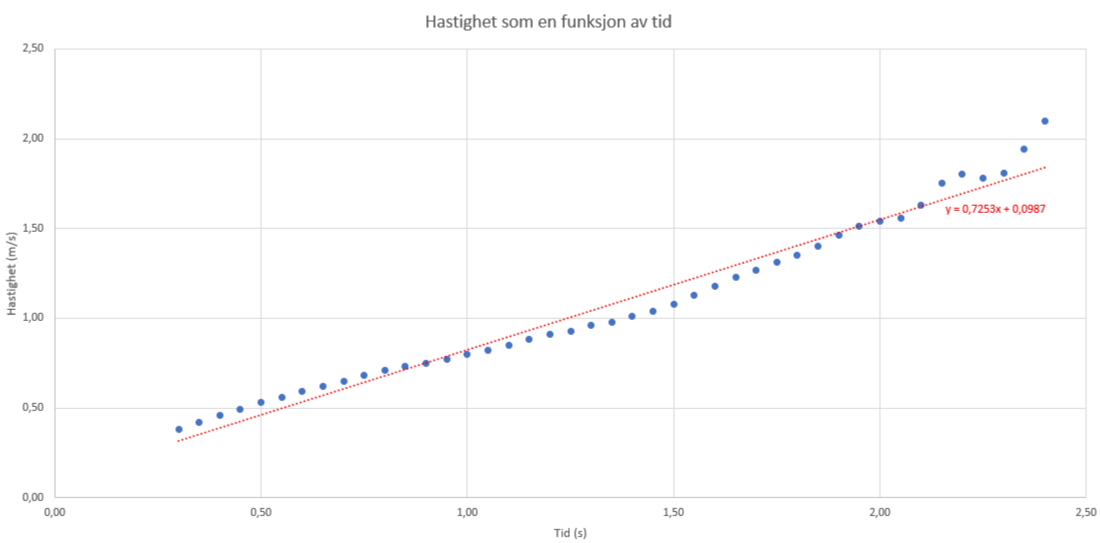
Vi tester så det første punktet ved å sende ølen til de ulike sonene gjentatte ganger, vi kan så se hvor sannsynlig det er at ølen lander i riktig sone, vi kan så ekstrapolere dette for videre soner som

vi ikke kan teste eksperimentelt siden vår bardisk kun er 3.6m lang. Vi kan så sette en grense på hvor ofte bartenderen må treffe riktig sone for at det skal kunne godkjennes.
For å teste punkt 2 måler vi akselerasjonen til glasset og hvor mye vann som søles, vi kan da finne den høyeste akselerasjonen glasset kan få uten å søle mer enn det som godkjennes. Vi kan så anta at glasset har denne maksakselerasjonen over hele 'bartendersonen' og vi ender da opp med en fart v_0 vi kan bruke i ligning 4 sammen med μ som vi også regner ut eksperimentelt, for å finne makslengden vi kan sende glasset.
Den lengden av disse to som da er den korteste vil være svaret på hvor langt bartenderen kan sende glasset. Gitt at punkt 3 begrenser lengden enda mer, hvor vi da må undersøke dette nærmere.

4 Resultater & Diskusjon

4.1 Friksjonskoeffisient

For å finne friksjonskoeffisienten sendte vi glasset ned skråplanet samtidig som vi målte hastigheten til glasset. For den første vinkelen vi brukte på skråplanet som var $\theta = 21.3°$ fikk vi plott som ser slik ut:



Figur 4: Hastigheten til glasset som en funksjon av tid, i det glasset sklir ned skråplanet

Kun plottet for et delforsøk er vist her, det er fordi det viktige her ikke er presist hvordan plottene ser ut, men heller verdiene vi får for akselerasjonen.
I plottet er det inkludert en regresjonslinje (regnet ut i excel), stigningstallet til denne viser oss akselerasjonen glasset hadde ned skråplanet (a(t) = v'(t)). Vi gjorde målingen på denne måten i stedet for å måle akselerasjonen direkte siden vi fikk tydeligere plott og en tydeligere verdi for a enn da vi målte akselerasjonen direkte. En ting å merke er at plottet svaier over og under regresjonslinjen, dette kommer av at glasset fikk noe rotasjon da det sklidde ned skråplanet. Dette gjorde da at hanken kom forbi og ble registrert av sensoren, dette har ikke noen stor effekt fordi den utligner seg

selv, (plottet går like mye over regresjonslinja som under) dessuten vil de 5 ulike målingene jevne ut slike feil. Dette delforsøket ble jo da gjentatt 4 ganger til, slik at vi endte opp med 5 verdier for a, vi fikk da følgende verdier for a:

Run	Akselerasjon (m/s^2)
1	0.725 ± 0.021
2	0.706 ± 0.020
3	0.709 ± 0.030
4	0.824 ± 0.031
5	0.931 ± 0.039

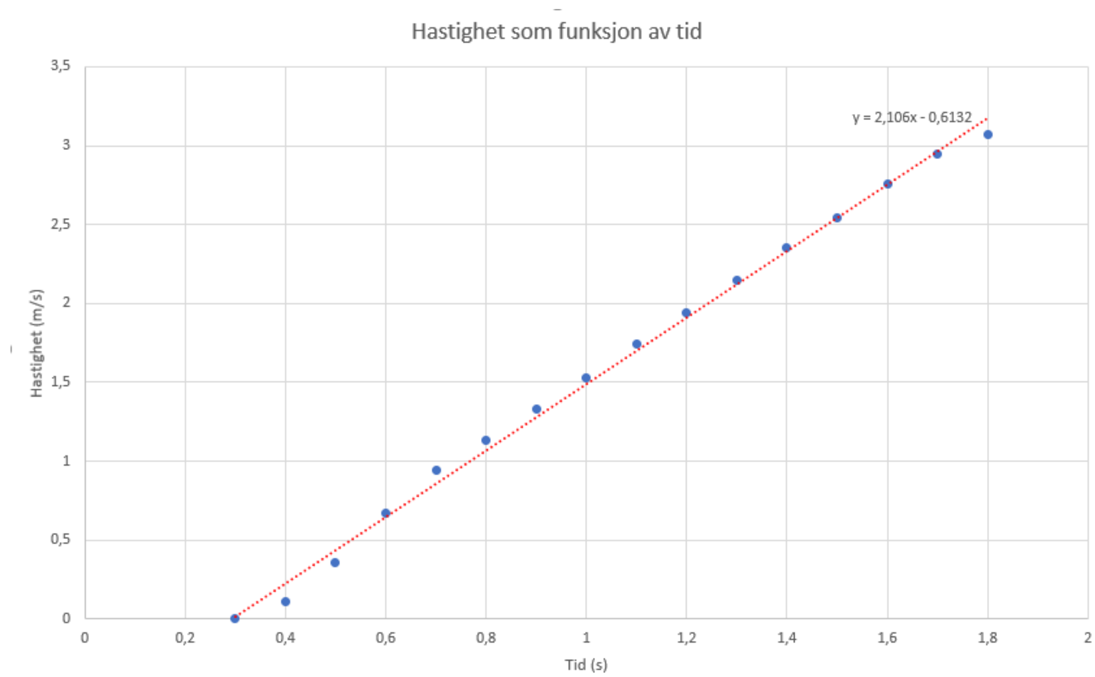
Tabell 1: Glassets akselerasjon ned skråplanet for alle 5 delforsøk

Usikkerhetene her er regnet ut ved å bruke formelen for usikkerhet ved bruk av minste kvadraters metode, hentet fra kompendiet.
Vi kan se at verdiene er mer eller mindre like, men de siste to verdiene for a er noe høyere enn resten, dette kan skyldes tilfeldige målefeil eller faktorer som for eksempel at det var litt mer vann på bardisken enn ved de første 3 forsøkene.
Med disse verdiene kan vi nå bruke ligning 4 for å finne uttrykk for friksjonskoeffisienten mellom glasset og bardisken. Vi ender da opp med følgende verdier:

Run	μ	$\sigma\mu$
1	0.282	0.028
2	0.284	0.028
3	0.283	0.036
4	0.271	0.037
5	0.259	0.038

Tabell 2: Friksjonskoeffisient, samt usikkerhet for de ulike delforsøkene.

Usikkerhetene her er regnet ut ved å bruke ligning 6, σa er da funnet ved å bruke (59) og (60) fra kompendiet, og $\sigma\theta$ er funnet ved å bruke 6.
(Utregninger her er ikke vist siden de er gjort i python, dessuten så er utregningen veldig rett frem.)
Dette forsøket ble jo gjentatt med en ny vinkel, resultatene for den nye vinkelen ($\theta = 26.0°$) ble som følgende.



Figur 5: Hastigheten til glasset som en funksjon av tid, i det glasset sklir ned skråplanet.

Og vi fikk følgende akselerasjoner:

Run	Akselerasjon (m/s^2)
1	2.11 ± 0.02
2	1.61 ± 0.03
3	1.69 ± 0.03
4	1.69 ± 0.02
5	1.79 ± 0.02

Tabell 3: Akselerasjonen til glasset ned skråplanet for vinkel 2

Som da gir følgende verdier for friksjonskoeffisienten:

Run	μ	$\sigma\mu$
1	0.250	0.029
2	0.306	0.030
3	0.296	0.029
4	0.297	0.029
5	0.285	0.03

Tabell 4: Friksjonskoeffisient for de ulike delforsøkene med vinkel nr 2.

Her er alle utregninger gjort på samme måte som ved forrige vinkel.
Nå kan vi finne en endelig verdi for friksjonskoeffisienten ved å bruke vektet midling (ligning 5). Som gir oss at friksjonskoeffisienten er:

$$\mu = 0.281 \pm 0.01$$

Dette virker som en fornuftig verdi for friksjonskoeffisienten mellom glasset og bardisken. Fra nettet finner vi at den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom glass og tre er omtrent 0.2 [6]. Dette er noe lavere enn det vi fant, men vi har en annen type treverk og bunnen av ølglasset vi brukte var veldig ru, noe som gjør at vår verdi for friksjonskoeffisienten er fornuftig.

4.2 Riktig person

For å sjekke presisjonen til bartenderen, altså at han kan sende ølen til riktig person sendte vi glasset til de ulike sonene vi inndelte og noterte hvor ofte vi traff riktig sone, samt hvor mye som ble sølt. Resultatene vi fikk var som følgende:

Sone	Søl (ml)	Treff
1	0	1
2	1,6	0,6
3	7,4	0,6
4	23,2	0,8
5	48,2	0,4
6	87,4	0,4

Tabell 5: Søl og hvor ofte vi traff riktig sone for de ulike sonene. Både søl og treffsikkerheten her er gitt ved gjennomsnittet av de ulike forsøkene

Som vi kan se her øker sølet for hver sone, dette er akkurat som forventet, vi sender glasset lengre som betyr at det får høyere akselerasjon, som betyr mer søl. Det som ikke er like forventet er treffsikkerheten, vi kan se at den i hovedsak minker med avstand, men vi får et hopp i sone 4. Dette hoppet kommer nok i hovedsak av to faktorer, at 'bartenderen'(den av oss som sendte glasset) fikk mer erfaring og derfor høyere treffsikkerhet jo lengre ut i laben vi kom. Den andre faktoren er nok bare rent hell, vi gjorde 5 forsøk for hver sone, ut i fra verdiene våre kan vi nok konkludere med at dette ikke var nok forsøk for å utelukke slike tilfeldige feil. Til ettertanke skulle vi nok ha gjort enda flere forsøk for hver sone. Vi har jo et tydelig fall i treffsikkerhet, men dette hoppet, samt at vi kun har 6 soner, gjør det vanskelig å ekstrapolere dataen for å se hvordan vi treffsikkerheten ville vært for videre soner. Det gjør det også vanskelig å trekke en god konklusjon angående kravet om å sende ølen til riktig person.

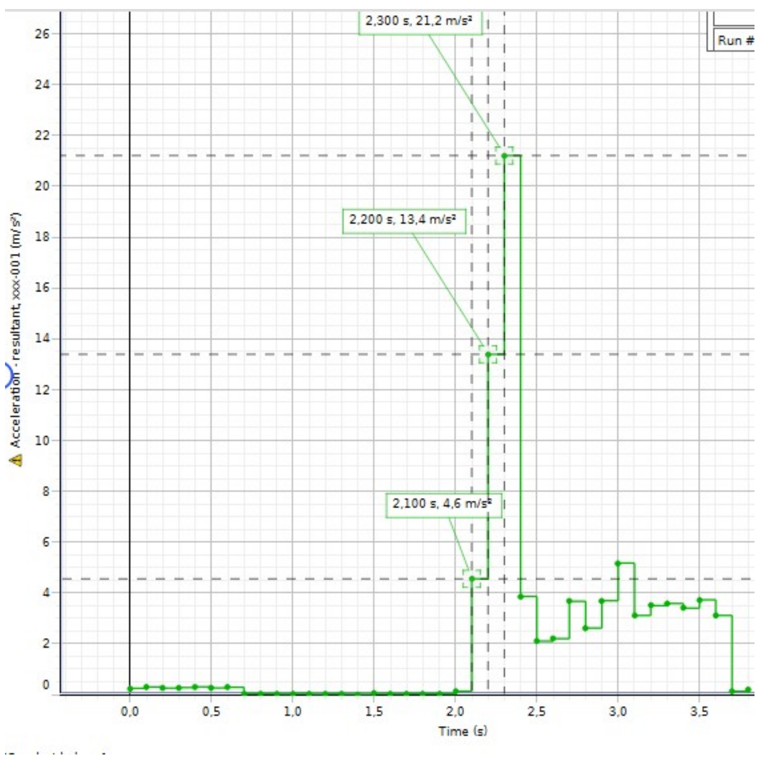
4.3 Søl

For denne delen av forsøket sendte vi glasset ned bardisken med en akselerasjonsmåler festet på. Vi målte da hvor mye væske som ble sølt, hvor langt glasset bevegde seg og glassets akselerasjon, vi fikk da følgende verdier:

run	startvekt	sluttvekt	søl	lengde(cm)	styrke
1	1420	1383	37	214	med
2	1407	1346	61	213	med
3	1416	1374	42	208	med
4	1414	1387	27	226	med
5	1427	1424	3	107	lav
6	1424	1424	0	118	lav
7	1424	1414	10	100	lav
8	1414	1414	0	101	lav
9	1414	1385	29	265	stor
10	1414	1365	49	307	stor
11	1397	1339	58	312	stor
12	1414	1337	77	305	stor

Tabell 6: Målte verdier for del 3 av forsøket.

Akselerasjonen til glasset er ikke skrevet ned i tabellen, dette er fordi den ikke har konstant akselerasjon, akselerasjonen til glasset ble seendes noe slikt ut.



Figur 6: Akselerasjonsgrafen for run 3

Det vi kan se her er at akselerasjonen varierer veldig, den første 'peaken' er da glasset blir akselerert av bartenderen, etter det ser vi at glasset har akselerasjon en god stund etterpå, dette er den negative akselerasjonen som er et resultat av friksjonen. (plottet viser absoluttverdien til akselerasjonen). Det vi kan gjøre med dette er å ta akselerasjonen i 'peaken', finne gjennomsnittet, og bruke det til å finne en verdi for hastigheten til glasset i det det forlater hånden til bartenderen v_0. Dette gjør vi da for de tre delforsøkene som ga høyest søl, men var fremdeles under grensen på 50ml. Dette er da run 1, 3 og 10. Akselerasjonene vi da får er

$$a_1 = 13.1 m/s^2$$
$$a_2 = 11.6 m/s^2$$
$$a_3 = 9.53 m/s^2$$

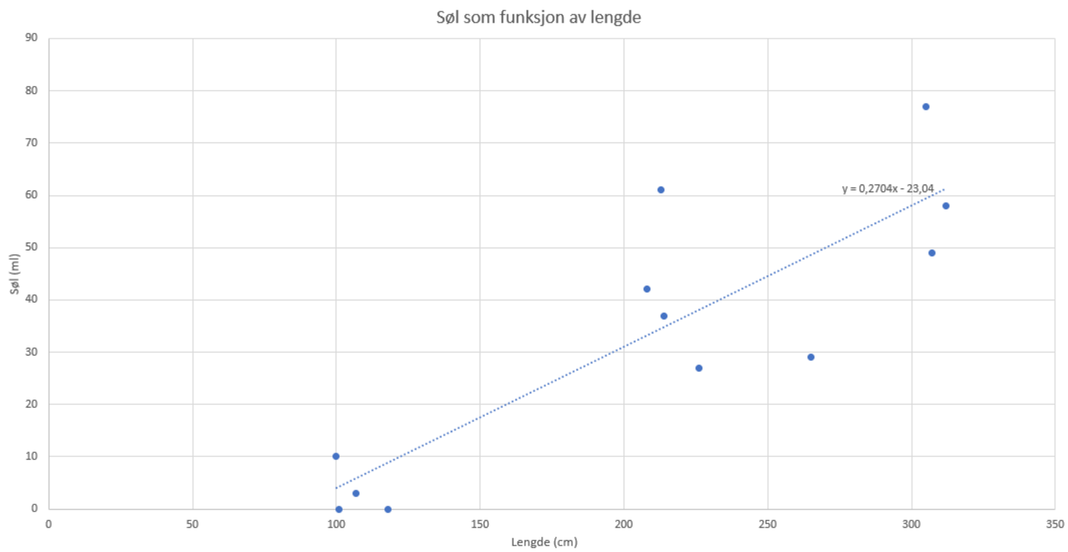
Og verdiene for v_0(regnet ut ved å bruke $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$) blir:

$$v_{0,1} = 3.62 m/s$$
$$v_{0,2} = 3.41 m/s$$
$$v_{0,3} = 3.09 m/s$$

Vi kan da bruke ligning 3 for å finne avstanden bartenderen kan sende glasset med godtatt mengde svinn. Verdiene vi da får for lengden er:

$$l_1 = 2.38 m$$
$$l_2 = 2.11 m$$
$$l_3 = 1.73 m$$

Vi ser her altså at rundt 2 meter til 2.5 meter er det lengste en bartender kan sende et glass uten å ha over 10% svinn. Det som er verdt å merke her er at run 1, (som tilsvarer til verdiene med subskript 3 her) hadde 37ml søl, hvor de andre runene hadde henholdsvis 42ml og 49ml, denne trekker da lengden noe ned. Verdien som er nok 2.38m, dette er fordi den har godkjent mengde svinn og har den lengste lengden. Hvis vi antar at bartenderen vår er svært erfaren kan han nok holde seg mot denne øvre grensen.
Det vi også kan gjøre for å få et estimat på hvor langt bartenderen kan sende ølen er å plotte søl som en funksjon av lengde for alle verdiene og se hvor dette plottet treffer 50ml. Dette plottet blir da følgende:



Figur 7: Søl plottet mot lengde

Som vi kan se her er det svært mye spredning, så dette plottet må tas med en klype salt, standardavviket til denne regresjonslinjen er svært høy og vi må da ta de nøyaktige verdiene med en klype salt. Vi kan regne oss fram til at regresjonslinja treffer y=50 i en avstand på 270cm, her har vi tatt med 'bartendersonen' på 50cm, så det må trekkes fra, vi ender da opp med en avstand på 2.20m. Selv om denne verdien må tas med en klype salt på grunn av store usikkerheter stemmer den godt overens med verdiene vi fikk tidligere.

Hvis vi ser tilbake til del 2 av forsøket, hvor vi testet ut å sende glasset til riktig person, kan vi se at ved sone 5 fikk vi i snitt 48.2 ml svinn. Sone 5 strekker seg fra 2m-2.5m altså stemmer dette også godt overens med de beregnede verdiene. Vi ser da at en bartender ikke kan sende en øl til flere enn 5 personer uten å få for mye søl, og dette med lav usikkerhet. For å trekke en skikkelig konklusjon angående presisjon burde vi ha gjort flere målinger, vi endte opp med en treffsikkerhet på 40% ved denne avstanden, dette er nok særlig usikkert, og en erfaren bartender vil nok ha noe høyere presisjon, men det vil nok være for dårlig treffsikkerhet uansett.

Merk her at i de endelige utregningene for lengden bartenderen kan sende ølen mangler usikkerheter. Dette er det flere grunner til, den første er at usikkerhetene vil være svært store. Den andre årsaken er at det vil være svært vanskelig å finne usikkerheten til v_0 gitt metoden den ble utregnet på. Dessuten ser vi ikke på usikkerheten som svært nøye i akkurat dette resultatet.

Til slutt skal vi se på hvor stor vinkel bartenderen kan ha før glasset detter av siden av bardisken. Dette gjøres ved enkel trigonometri, derfor inkluderes ikke utregningen her. Denne verdien blir $\theta = 2.3°$ til hver side, bartenderen har da et område på $4.6°$ han kan holde seg innenfor uten at ølen treffer bakken. Dette er ikke noe særlig stort, han kan nok holde seg innenfor de fleste gangene, men ikke i nærheten av hver gang, som betyr at både treffsikkerheten med tanke på å nå riktig person og med tanke på at ølen ikke skal treffe bakken, begrenser lengden enda mer.

5 Konklusjon

Fra dette forsøket kan mye konkluderes. Først og fremst fant vi ut en erfaren bartender kun kan sende en øl 2.5 meter langs en bardisk uten å søle for mye av ølen, som tilsvarer at bartenderen ikke kan ha flere enn 5 kunder. For at bartenderen i det hele tatt skal kunne sende ølen to og en halv meter må han også være svært presis ettersom han blir å ha problemer med å holde ølen på bardisken og med å treffe riktig person. Bartenderen har da kun et spenn på $\theta = 4.6°$ å sende ølen på uten at den skal treffe bakken. Det vi da kan konkludere med er at en bartender som ønsker å betjene flere kunder ikke bør velge å sende ølen langs bardisken. En erfaren bartender med veldig god presisjon (kanskje han er tidligere curlingspiller) kan kanskje sende en øl 2.5 meter før kundene klager over at han søler for mye. Derfor er det nok trygt å konkludere med at dette er en dårlig måte å sende øl på og bartenderen bør heller gå til kundene. Det andre vi kan konkludere med er at vår framgangsmåte fungerte godt til å finne et svar på hvor langt bartenderen kan sende ølen med tanke på hvor mye som søles, men når vi testet hvor treffsikker bartenderen kan være burde vi ha gjort ting annerledes. Metoden for testing var ikke dum, men flere målinger burde vært gjort, dette er noe vi burde ha tenkt på på forhånd, men også noe vi burde ha forstått ved å se på verdiene underveis i laben.

A Appendix

Referanser

[1] Labhefte: Bartender og friksjon. Apr 2022.

[2] Inclined plane | Wikiwand, May 2022. [Online; accessed 10. May 2022].

[3] Kompendium Fys-1003. Jan 2022.

[4] Principle of Operation - Motion Sensor - Knowledge Base, May 2022. [Online; accessed 10. May 2022].

[5] Ultrasonic sensors for linear position and distance measuring, March 2021. [Online; accessed 10. May 2022].

[6] Friction of Wood Sliding on Various Materials, May 2022. [Online; accessed 12. May 2022].