

数据结构与算法

作业 1：分治与递归

您的姓名 您的学号

November 13, 2025

问题一 递归函数实现：计算各位数字之和

请实现一个递归函数 `sum_of_digits(n: int) -> int`, 计算一个非负整数的各位数字之和。例如, `sum_of_digits(1234)` 应返回 10。

解：

求解思路：（请在此处描述函数设计思路）

Listing 1 为该递归函数的实现。

```
1 def sum_of_digits(n: int) -> int:  
2     # 请在此处完成函数实现
```

Listing 1: 递归实现计算各位数字之和的`sum_of_digits` 函数示例

问题二 递归函数实现：判断回文字符串

请实现一个递归函数 `is_palindrome(s: str) -> bool`, 判断一个字符串是否是回文字符串（即正读和反读都一样）。例如, `is_palindrome("racecar")` 应返回 `True`, 而 `is_palindrome("hello")` 应返回 `False`。

解：

求解思路：（请在此处描述函数设计思路）

Listing 2 为该递归函数的实现。

```

1 def is_palindrome(s: str) -> bool:
2     # 请在此处完成函数实现

```

Listing 2: 递归实现判断回文字符串的is_palindrome 函数示例

问题三 递归函数实现：二分查找

请实现一个递归函数 binary_search(arr: List[int], target: int) -> int，在一个已排序的整数数组中查找目标值。如果找到，返回其索引；否则，返回 -1。要求使用二分查找算法。可以假设数组中没有重复元素。

解：

求解思路：（请在此处描述函数设计思路）

Listing 3 为该递归函数的实现。

```

1 def binary_search(arr: List[int], target: int) -> int:
2     # 请在此处完成函数实现

```

Listing 3: 递归实现判断回文字符串的binary_search 函数示例

问题四 递归函数实现：计算两个正整数的和

下面给出了两个不同的过程（procedure），它们都定义了如何计算两个正整数的和。这两个过程都构建于另外两个更基本的过程之上：

- inc：该过程会将其参数的值增加 1。inc = **lambda** x: x + 1。
- dec：该过程会将其参数的值减少 1。dec = **lambda** x: x - 1。

过程定义一：

```

1 def add(a, b):
2     if a == 0:
3         return b
4     else:
5         return inc(add(dec(a), b))

```

过程定义二：

```
1 def add(a, b):  
2     if a == 0:  
3         return b  
4     else:  
5         return add(dec(a), inc(b))
```

请分析这两个过程的计算过程，回答以下问题：

1. 请使用替换模型 (substitution model)，分别推演和展示当计算 $\text{add}(4, 5)$ 时，上述两个过程所生成的计算过程是怎样的。
2. 请判断，这两个计算过程哪一个是递归过程 (Recursive Process)，哪一个迭代过程 (Iterative Process)？并说明理由。

问题 1 的解：

(请在此处展示推演过程)

问题 2 的解：