

# 数据结构与算法

## 作业 1: 分治与递归

您的姓名 您的学号

November 13, 2025

### 问题一 递归函数实现：计算各位数字之和

请实现一个递归函数 `sum_of_digits(n: int) -> int`，计算一个非负整数的各位数字之和。例如，`sum_of_digits(1234)` 应返回 10。

解：

求解思路：（请在此处描述函数设计思路）

Listing 1 为该递归函数的实现。

```
1 def sum_of_digits(n: int) -> int:
2     # 请在此处完成函数实现
```

**Listing 1:** 递归实现计算各位数字之和的 `sum_of_digits` 函数示例

### 问题二 递归函数实现：判断回文字符串

请实现一个递归函数 `is_palindrome(s: str) -> bool`，判断一个字符串是否是回文字符串（即正读和反读都一样）。例如，`is_palindrome("racecar")` 应返回 **True**，而 `is_palindrome("hello")` 应返回 **False**。

解：

求解思路：（请在此处描述函数设计思路）

Listing 2 为该递归函数的实现。

```
1 def is_palindrome(s: str) -> bool:
2     # 请在此处完成函数实现
```

**Listing 2:** 递归实现判断回文字符串的is\_palindrome 函数示例

### 问题三 递归函数实现: 二分查找

请实现一个递归函数 `binary_search(arr: List[int], target: int) -> int`, 在一个已排序的整数数组中查找目标值。如果找到, 返回其索引; 否则, 返回 -1。要求使用二分查找算法。可以假设数组中没有重复元素。

解:

求解思路: (请在此处描述函数设计思路)

Listing 3 为该递归函数的实现。

```
1 def binary_search(arr: List[int], target: int) -> int:
2     # 请在此处完成函数实现
```

**Listing 3:** 递归实现判断回文字符串的binary\_search 函数示例

### 问题四 递归函数实现: 计算两个正整数的和

下面给出了两个不同的过程 (procedure), 它们都定义了如何计算两个正整数的和。这两个过程都构建于另外两个更基本的过程之上:

- inc: 该过程会将其参数的值增加 1。 `inc = lambda x: x + 1`。
- dec: 该过程会将其参数的值减少 1。 `dec = lambda x: x - 1`。

过程定义一:

```
1 def add(a, b):
2     if a == 0:
3         return b
4     else:
5         return inc(add(dec(a), b))
```

过程定义二:

```
1  def add(a, b):  
2      if a == 0:  
3          return b  
4      else:  
5          return add(dec(a), inc(b))
```

请分析这两个过程的计算过程, 回答以下问题:

1. 请使用替换模型 (substitution model), 分别推演和展示当计算 `add(4, 5)` 时, 上述两个过程所生成的计算过程是怎样的。
2. 请判断, 这两个计算过程哪一个是递归过程 (Recursive Process), 哪一个是迭代过程 (Iterative Process)? 并说明理由。

**问题 1 的解:**

(请在此处展示推演过程)

**问题 2 的解:**