

実践・最強最速のアルゴリズム勉強会

第二回 講義資料



AtCoder株式会社 代表取締役
高橋 直大

- 本講義では、ソースコードを扱います。
- 前面の資料だけでは見えづらいかもしれないので、手元で閲覧できるようにしましょう。
- URLはこちらから
 - http://www.slideshare.net/chokudai/WAP_AtCoder1
 - URLが打ちづらい場合は、Twitter: @chokudaiの最新発言から飛べるようにしておきます。
 - フォローもしてね！！！！

目次

1. 勉強会の流れ
2. 競技プログラミングって？
3. シミュレーション問題
4. 全探索問題
5. 本日のまとめ

勉強会の流れ

1. 勉強会の日程
2. 1日の流れ

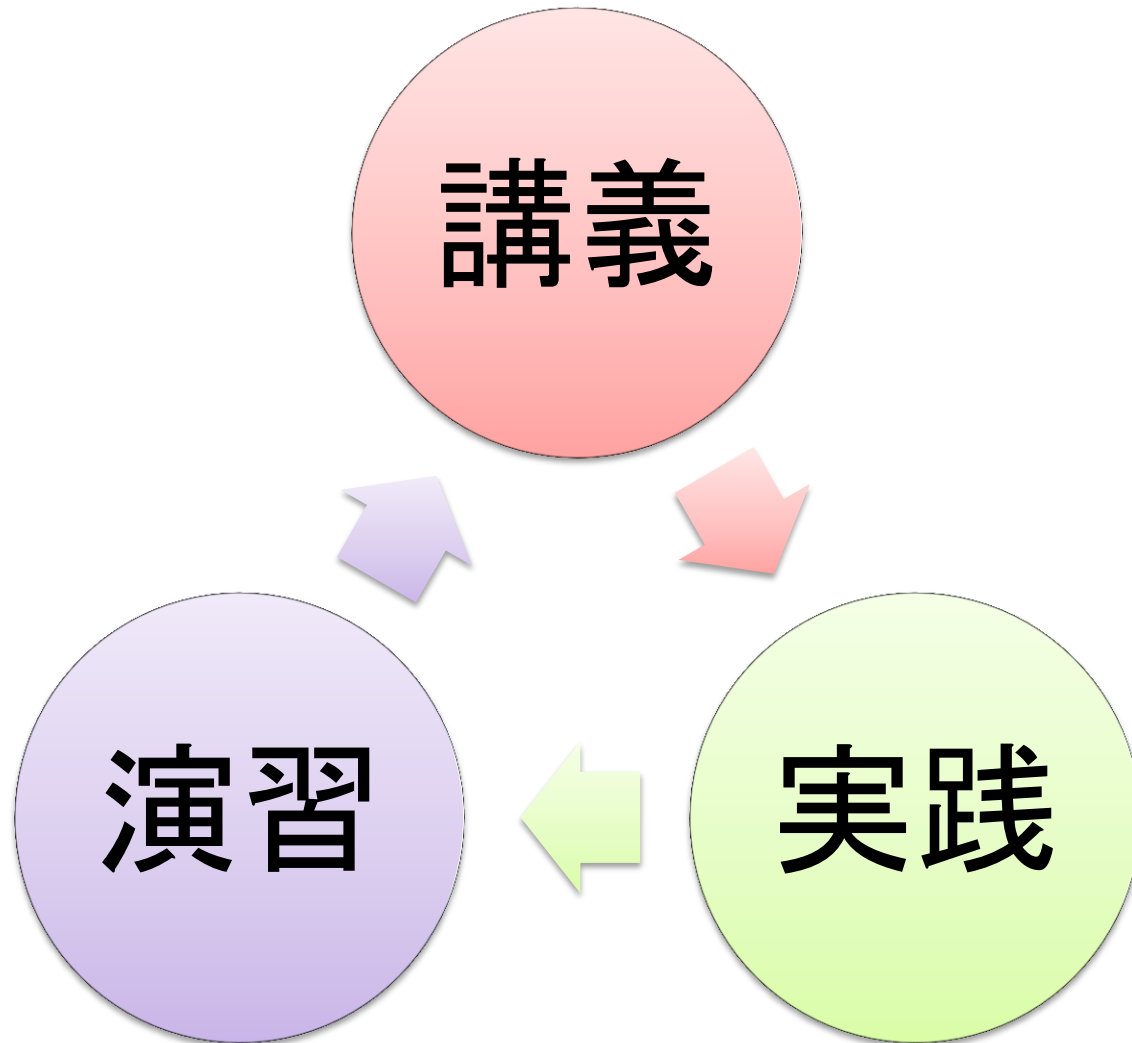
1日目 シミュレーションと全探索

2日目 色々な全探索

3日目 動的計画法とメモ化再帰

4日目 動的計画法と計算量を減らす工夫

5日目 難問に挑戦！



講義

- 基礎的なアルゴリズムを学ぶ
- 必要な知識を補う

実践

- 実際に問題例を見る
- コードでの表現方法を覚える

演習

- 自分で問題を解いてみる！
- コードを書いて理解を深める

- 演習について

- 実力差があると思うので、暇な時間ができる人、ついていけない人、出ると思います。
 - どうしようもないので、早い人は支援に回ってもらえると嬉しいです！
- 解らないことがあったら、#WAP_AtCoderでTwitterに投稿！
 - 多分早く終わった人が質問回答してくれます。
 - 具体例はこんな感じ
 - 「今やってる問題どれですか！」
 - 「この解答のWAが取れません！ [http:// ~ ~](#)」
 - 「コンパイルエラー出るよーなんでー > < [http:// ~ ~](#)」
 - とりあえずコードが書けてたら、間違っても提出してURLを貼りつけよう
- もちろん、手を上げて質問してくれてもOK!
 - 回りきれる範囲では聞きに行きます。

今日の流れ

1. 前回までの復習
2. 今回やること

- シミュレーション問題
 - 単純なシミュレーション問題
 - 繰り返しのあるシミュレーション問題
 - どちらも、言われたことを素直に実装！
- 全探索問題
 - 全探索問題のタイプ分け
 - Forループだけで書ける全探索・書けない全探索
 - Forループで書ける全探索をマスターする！

- 全探索問題

- 単純なforループで書けない全探索問題をイメージできるようにしよう！
 - どんな風に列挙すれば良いのか
 - 探索木とは何か
- さらに、実際に実装できるようにしよう！
 - 幅優先探索
 - 深さ優先探索
- その他便利な探索方法を覚えよう！
 - Bitを利用した二分木に対する全列挙
 - 順列に対する全列挙 ←時間があれば。

今日の講義

1. どうやって探索するの？
2. 深さ優先探索
3. 幅優先探索
4. 深さ優先探索と幅優先探索の違い
5. 色々な探索

どうやって探索するの？

1. 探索木が必要になるケース
2. 探索木を探索する方法

- 前回までの復習

- 色々な全探索の種類

- かんたん

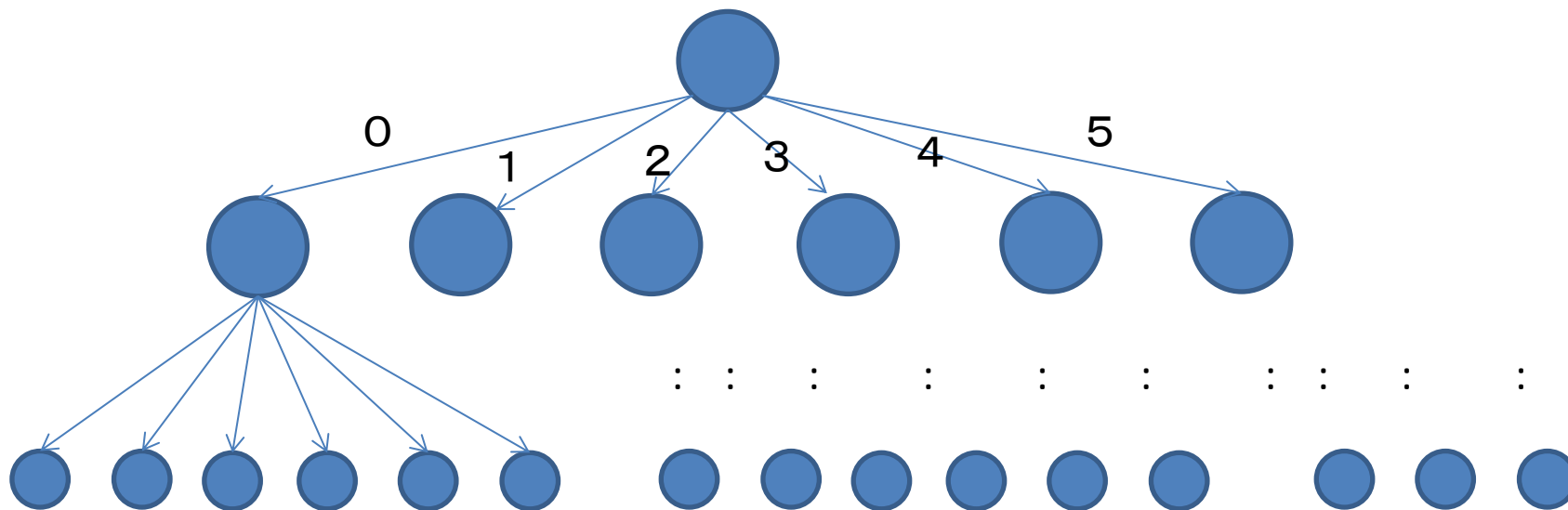
- 1から100000までの数字の中に、素数がいくつあるか答えなさい。
 - アルファベット3文字で構成された文字列のうち、画数が5以下で書けるものが何通りあるか求めなさい。
 - 10個のりんごを、3人で分けます。分け方が何通りあるかを答えなさい。

- むずかしい

- 将棋の駒の香車があります。1マス目から9マス目まで移動する時、2つ飛ばしで移動する動きがないパターンを数を答えなさい。
 - 3*3のパネルに、9種類の数字を1つずつ置くことができます。魔法陣が作れるかどうかを判定しなさい。
 - 10問の○×クイズを連続して解きます。6問以上正解して、なおかつ3問連続正解を含む、解答の仕方が何通りあるか答えなさい。

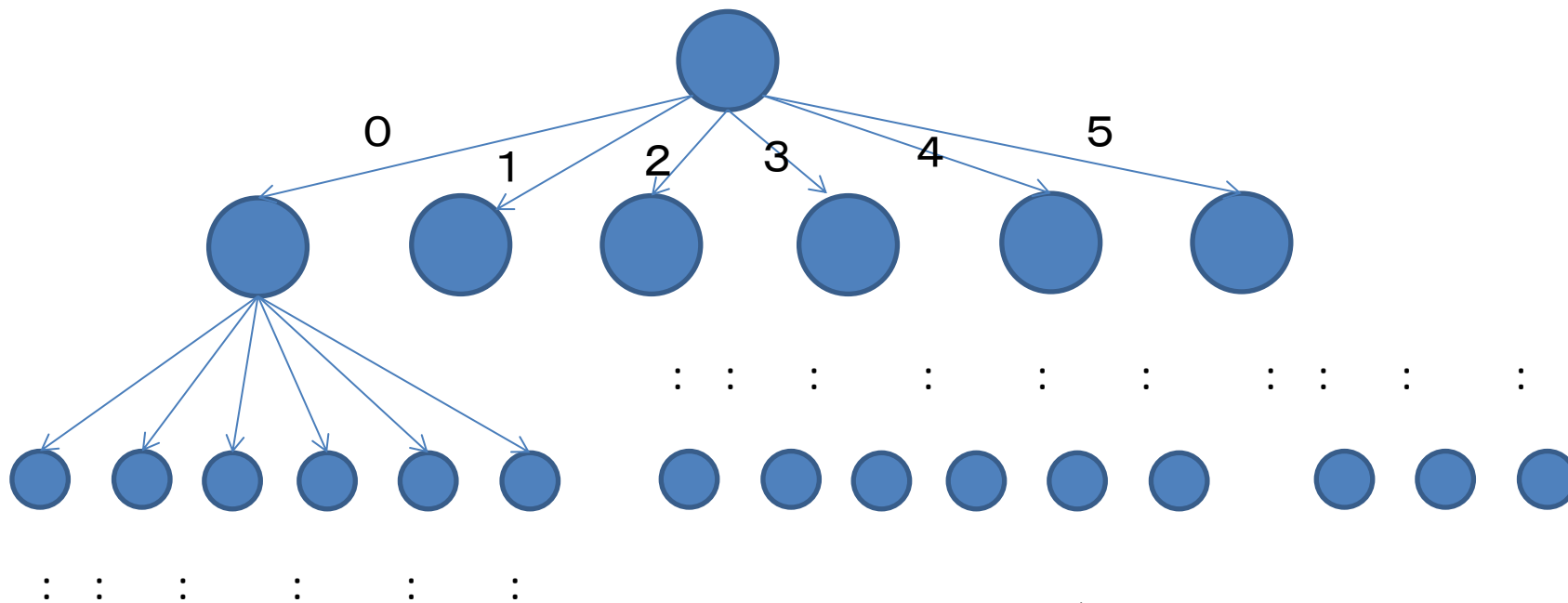
- 何が「かんたん」と「むずかしい」の差？
 - 少ないforループで書けるか否か！
- 例えば、この2つは大きく違う！
 - N個のりんごを、3人で分けます。
 - 3個のforループで表現できる
 - 10個のりんごを、N人で分けます。
 - N個のforループで表現できる？
 - Nが入力で与えられたらどうしようもない。

- N個のりんごを、3人で分けます。
 - 仮にN=5とする



Nがいくつになろうと、深さは2まで。
だからforループ2回で探索できる！

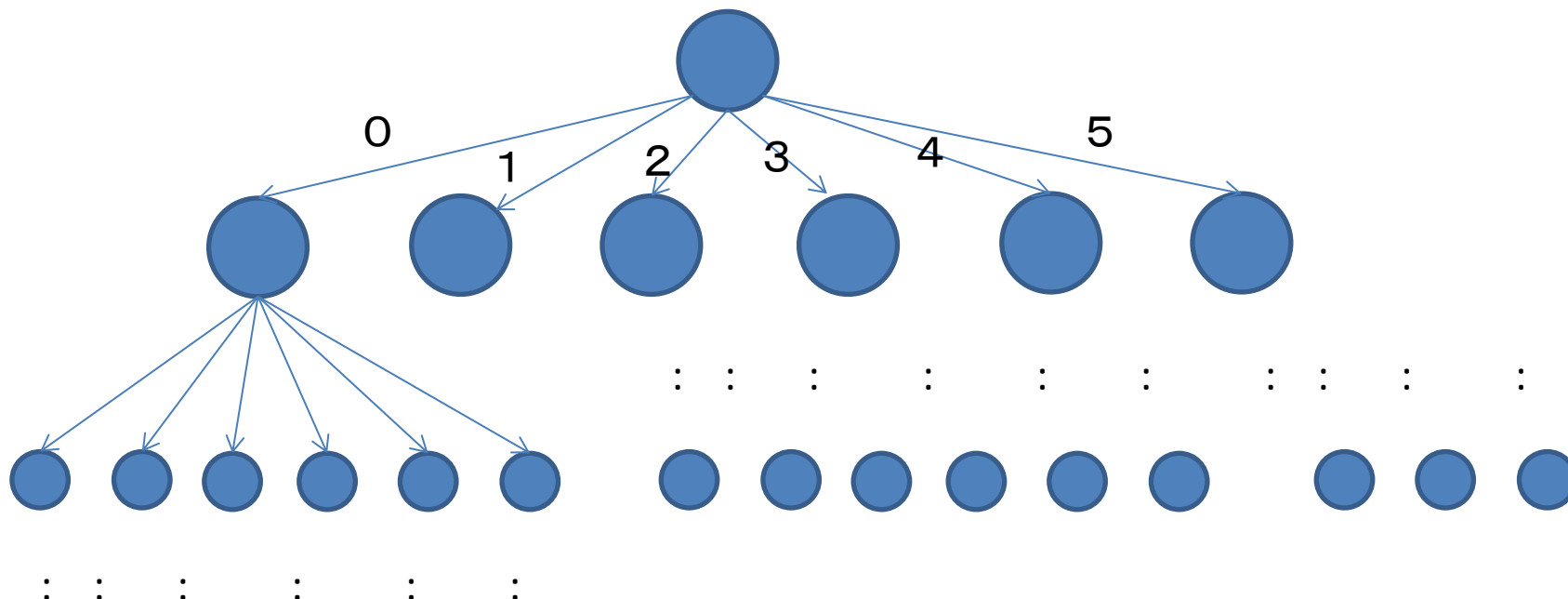
- 5個のりんごを、N人で分けます。
 - 仮にN=4とする



Nによって深さが変わってしまう。
Forループをたくさん書かないといけない。

- 難しい全探索の解き方
 - 単純なforループでは、最早上手く解くことは出来ない。
 - forループよりももっと汎用性の高い、他の実装方法をしなくてはならない！

- 要するに、こんな感じの探索木を書いた時に、この○を全て辿れるようなアルゴリズムを考えれば良い。



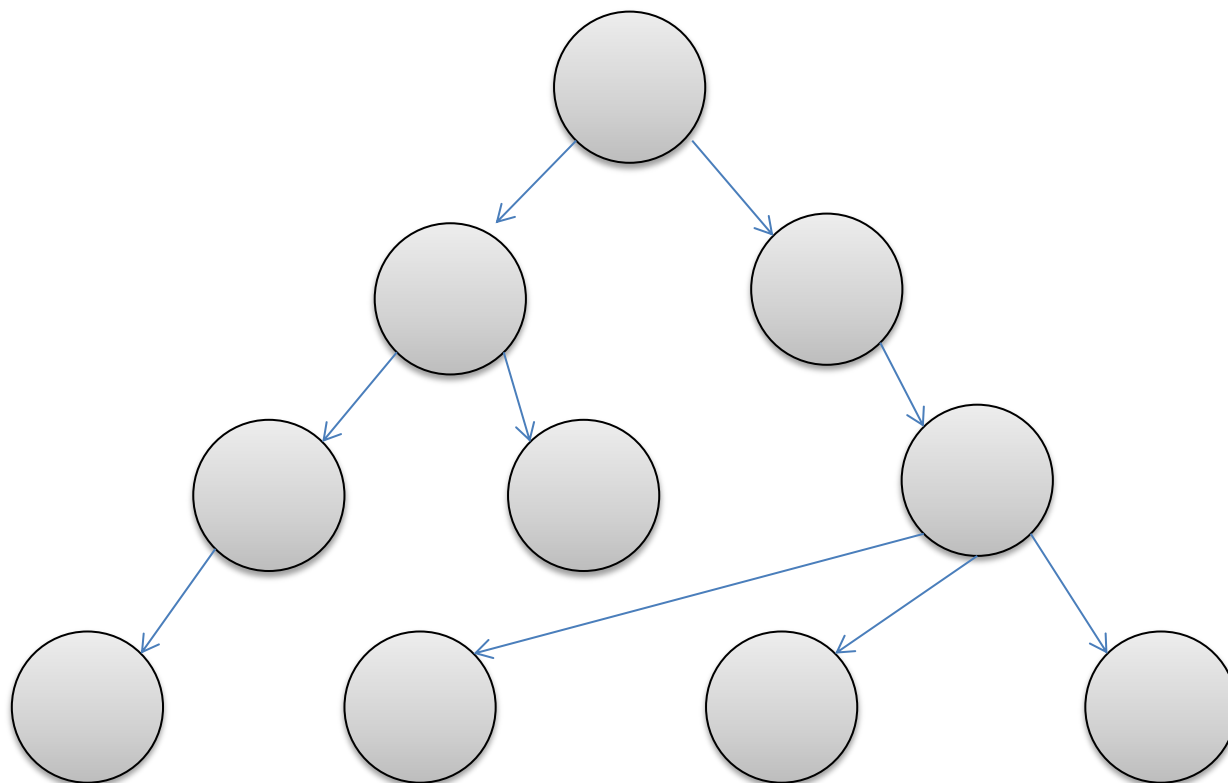
Nによって深さが変わってしまう。
Forループをたくさん書かないといけない。

- 辿る方法として有名なものは、この2つ！
 - 深さ優先探索
 - 幅優先探索
- 今回は、この2つを徹底的にマスターします！

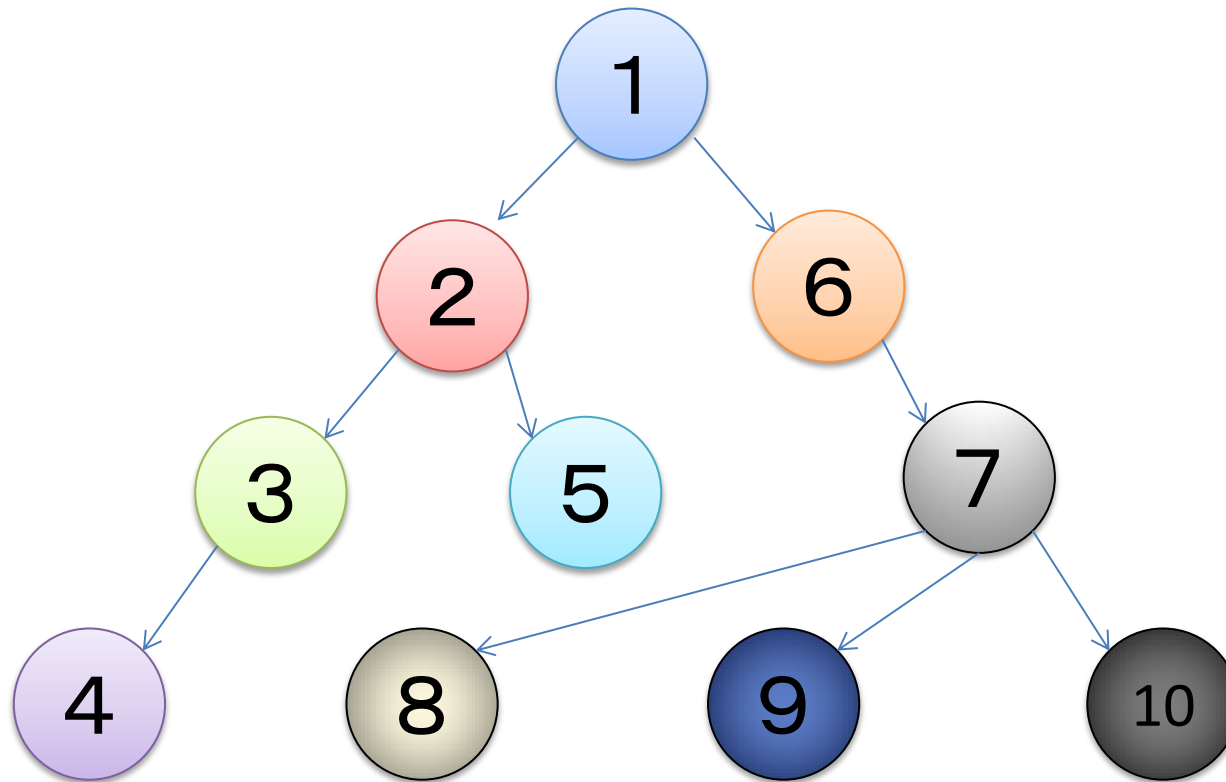
深さ優先探索

1. 深さ優先探索って？
2. 深さ優先探索の実装
3. 深さ優先探索が有効な場面

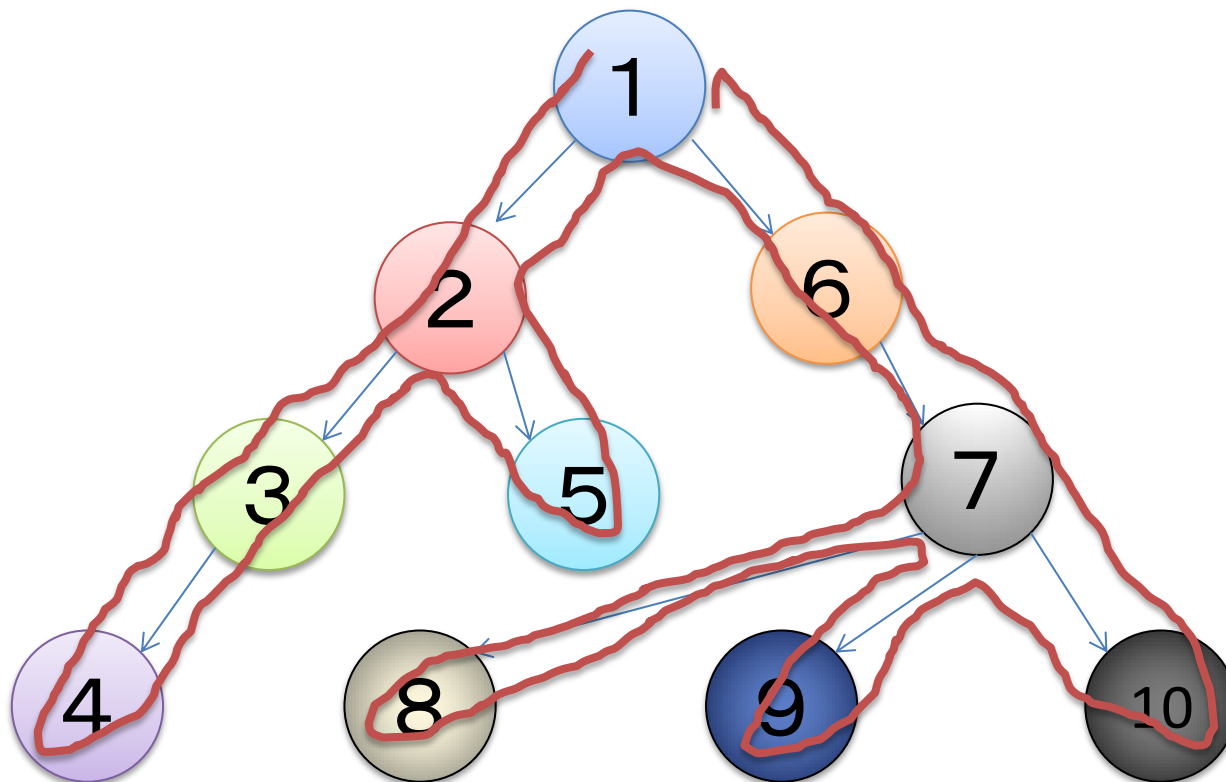
- 例えばこんな探索木があったとしましょう。



- 深さ優先探索は、こんな探索方法



- 深さ優先探索は、こんな探索方法
 - 一筆書きで探索します！



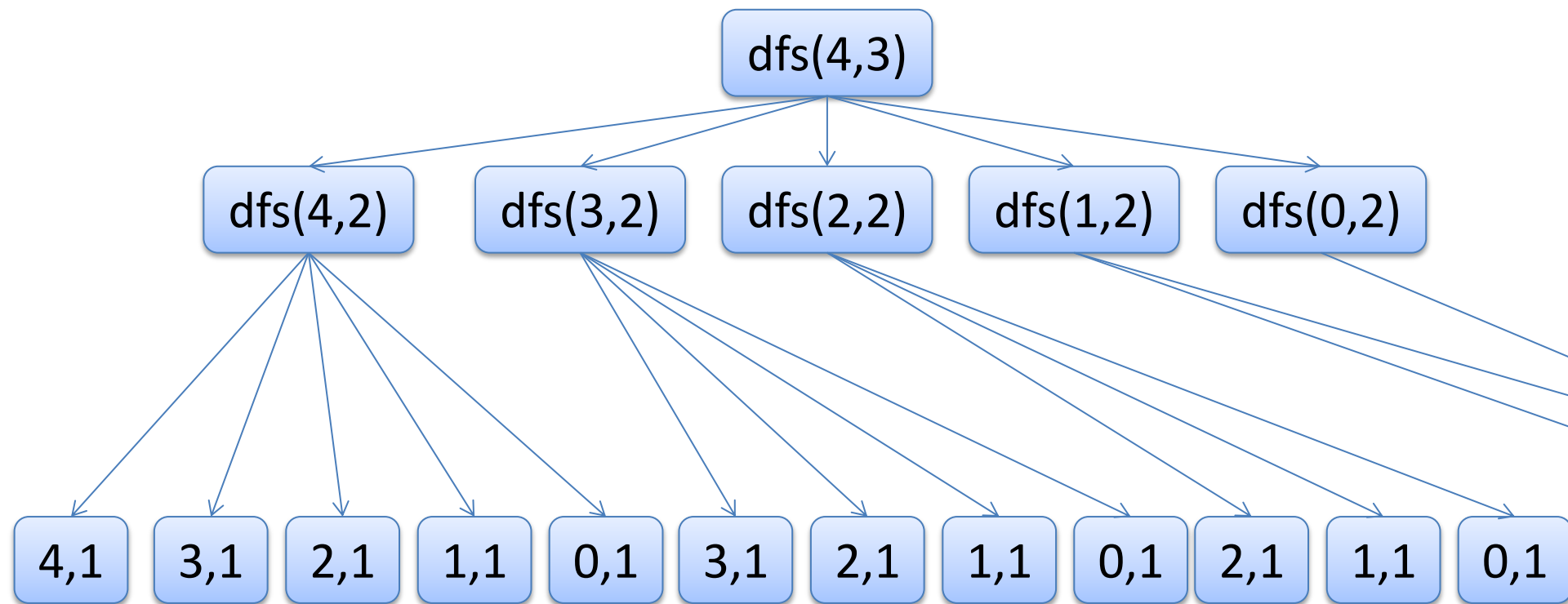
- 再帰関数を使った探索手法
 - 本当は使わないでも書けるけど、使うのが一般的
- 慣れるまでは大変だが、慣れれば極めて直感的に書ける。
- 実装イメージは以下のような感じ

```
int dfs(今の状態){  
    int ret = 0;  
    for( ... ) ret += dfs(次の状態);  
    return ret;  
}
```

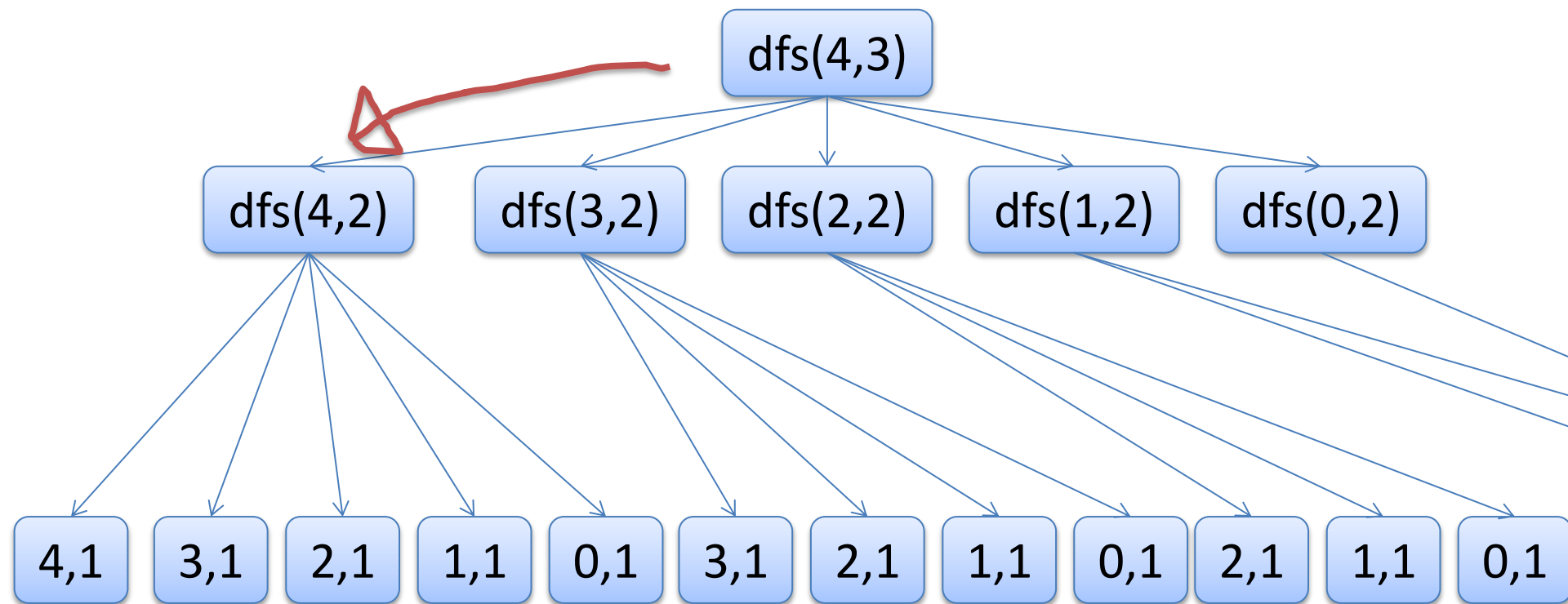
- 問題
 - M個のリンゴを、N人で分ける時、分け方が何通りあるか？
- ここで作るべき関数を、こんな感じで書いてあげる。
 - `Int dfs(int M, int N)`
 - この関数を使えば、M個のりんごをN人で分けた時の、組み合わせの個数が解る、という前提を置く。

- `Int dfs(int M, int N)`の中身について
 - $N > 1$ のとき
 - まだりんごを配るべき人が二人以上残っている。
 - 一人目の人に対して、「りんごを0個あげる」「りんごを1個あげる」「りんごを2個あげる」・・・「りんごをM個あげる」の全通りを試し、その結果の和を取りたい。
 - $\text{dfs}(M, N) = \text{dfs}(0, N-1) + \text{dfs}(1, N-1) + \dots + \text{dfs}(M, N-1)$ と表せる
 - $N = 1$ のとき
 - りんごを配るべき人が一人しか残っていない。
 - 残りのりんごを全てあげる以外の選択肢がない。
 - つまり、パターンは1通り

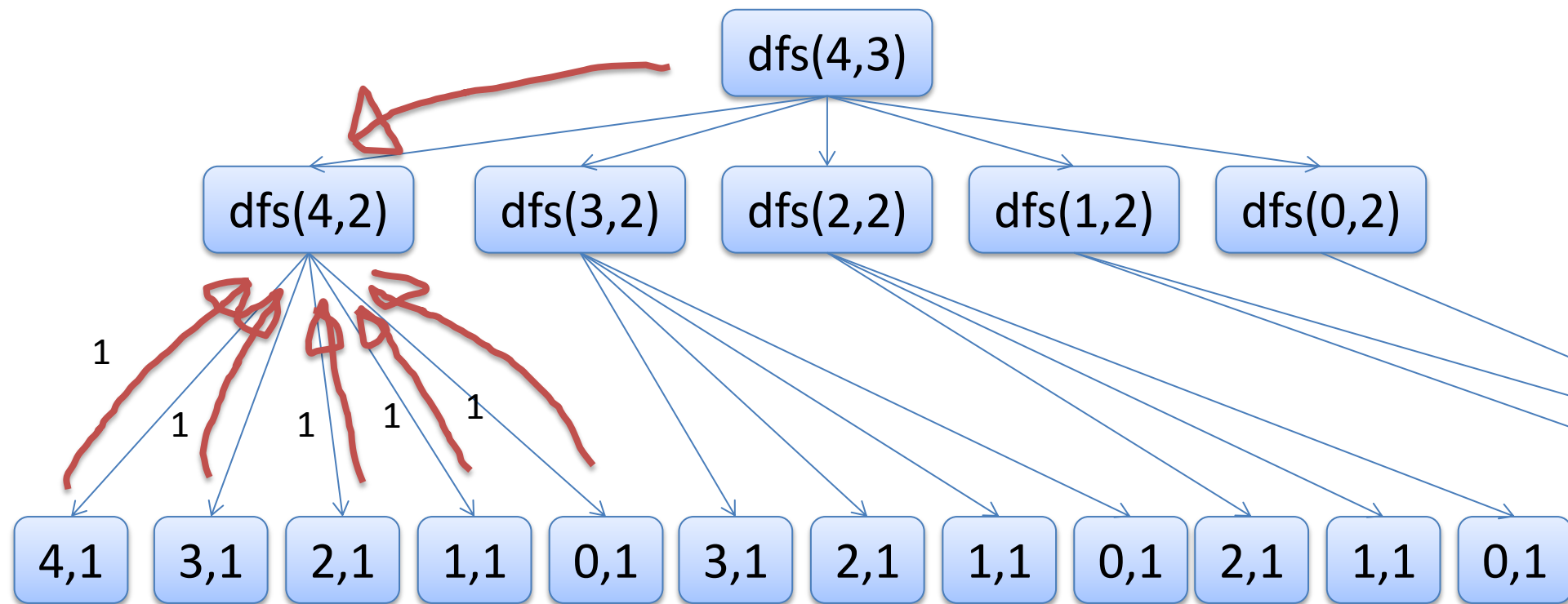
- 例: 4つのりんごを3人で分ける。



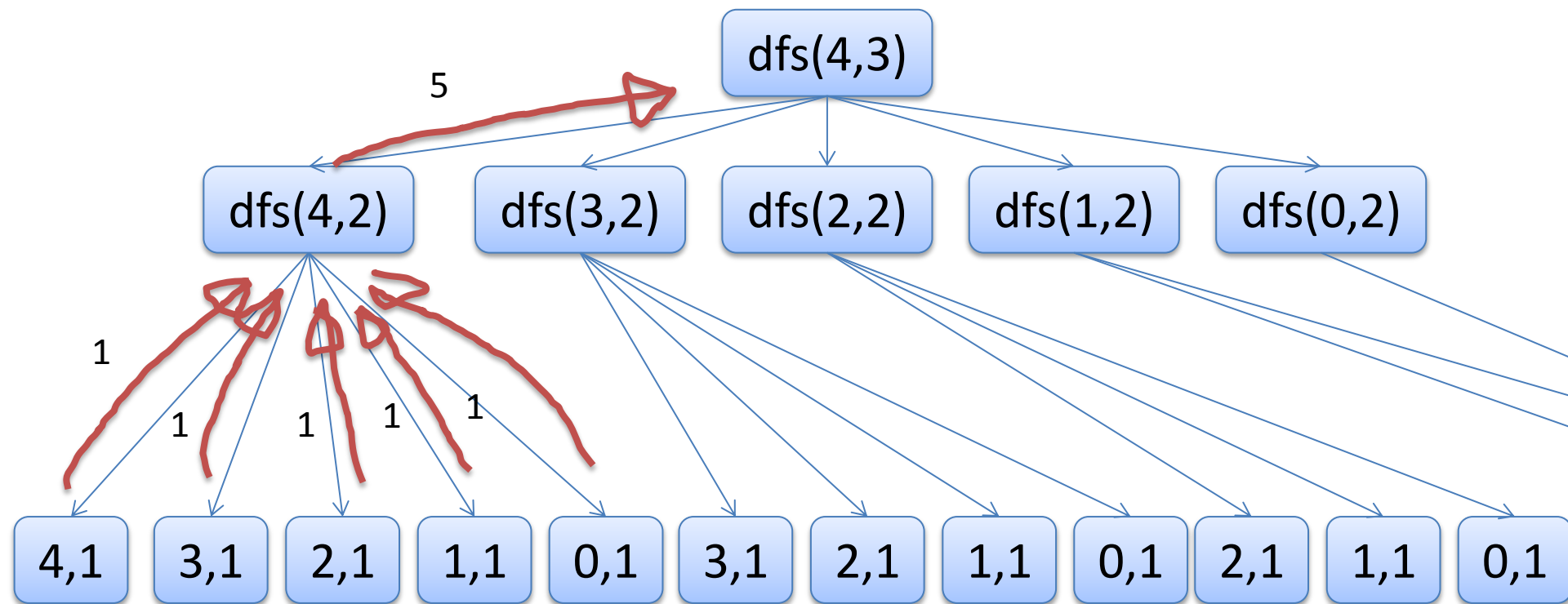
- 例: 4つのりんごを3人で分ける。



- 例: 4つのりんごを3人で分ける。



- 例: 4つのりんごを3人で分ける。



- ソースコード

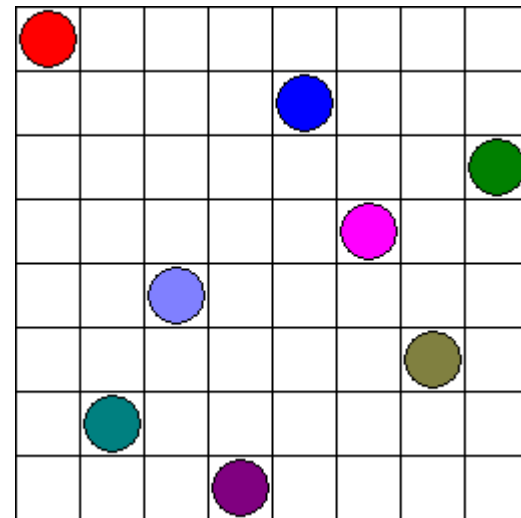
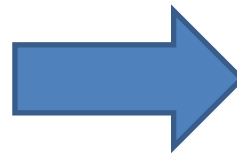
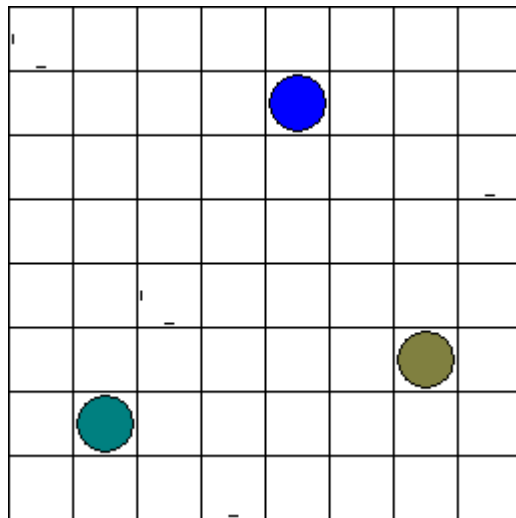
```
↵  
int dfs(int m, int n){ ↵  
>     if(n==1) return 1; ↵  
>     int ret = 0; ↵  
>     for(int i=0; i<=m; i++){ ↵  
>         ret += dfs(m-i, n-1); ↵  
>     } ↵  
>     return ret; ↵  
} ↵  
.
```


- ARC001 C問題 パズルのお手伝い

- http://arc001.contest.atcoder.jp/tasks/arc001_3

- 問題概要

- 8*8のマス目が与えられます。8個の駒を、「たて」「よこ」「ななめ」で同じ列に存在しないように配置したいです。最初に3個配置されているので、残りのマス进行埋めなさい。無理ならNo Answerと出力



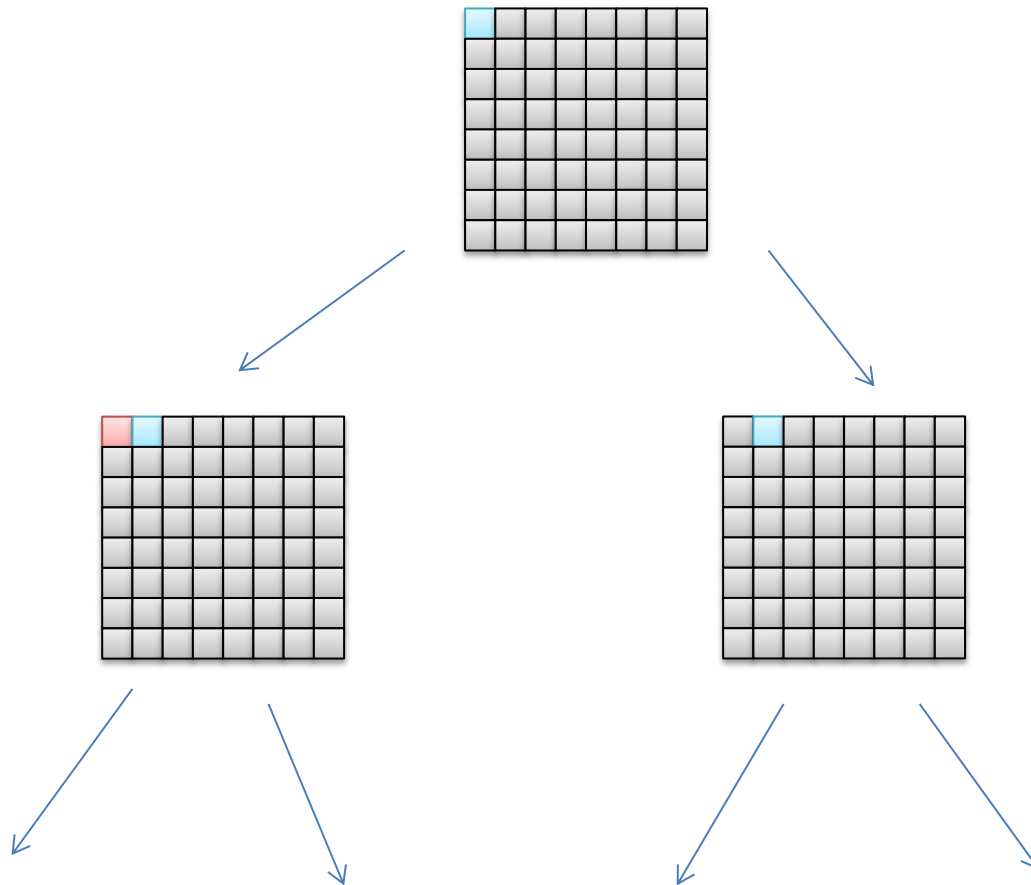
- 解き方
 - まず全てのマスに番号をつける

0	1	2	3	4	5	6	7
8							
					61	62	63

• 解き方

- まず全てのマスに番号をつける
- 1番から順番に、「置く」「置かない」を全て試す。
 - 既に他の駒と干渉してしまって置けない場合は諦める。
- 具体的には、以下のような関数を作る
 - `bool dfs(今見ているマス, 残りマス数, 今の盤面)`
 - 返り値は、「完成させられたか否か」
 - これを用いて、深さ優先探索を行う。
 - 「置く」「置かない」を試す。
 - すでに置けない場所なら「置く」は試さない。
 - 絶対に置かないといけないなら「置かない」は試さない。

- 探索のイメージ



• ソースコード

- <http://arc001.contest.atcoder.jp/submissions/145104>

```

10 > void run() ↵
11 > { ↵
12 >     Scanner cin = new Scanner(System.in); ↵
13 ↵
14 >     //入力を受け取り、char型の配列に写す ↵
15 >     char[][] board = new char[8][8]; ↵
16 >     for(int i=0;i<8;i++){ ↵
17 >         String st = cin.next(); ↵
18 >         for(int j=0;j<8;j++){ ↵
19 >             board[i][j] = st.charAt(j); ↵
20 >         } ↵
21 >     } ↵
22 ↵

```

• ソースコード

```

22  ↵
23  > > //もし条件を満たす解があれば出力 ↵
24  > > if(dfs(0, 8, board)){ ↵
25  > > > for(int i=0; i<8; i++){ ↵
26  > > > > for(int j=0; j<8; j++){ ↵
27  > > > > > System.out.print(board[i][j]); ↵
28  > > > > } ↵
29  > > > > System.out.println(); ↵
30  > > > } ↵
31  > > } ↵
32  > > //なければNo Answerを出力 ↵
33  > > else System.out.println("No Answer"); ↵
34  > } ↵
35  ,
    
```

- ソースコード

```
36  ↵  
37  ➡ boolean dfs(int pos, int nokori, char[] [] board) ↵  
38  ↵ { ↵  
39  ↵     > //もし8個の駒が置けたなら、trueを返す。 ↵  
40  ↵     > if(nokori==0) return true; ↵  
41  ↵  
42  ↵     > //もしもう置く場所がないなら、falseを返す。 ↵  
43  ↵     > if(pos==64) return false; ↵  
44  ↵  
45  ↵     > //整数posを座標に変換 ↵  
46  ↵     > int y = pos / 8; ↵  
47  ↵     > int x = pos % 8; ↵  
48  ↵
```

• ソースコード

```

49 > > //もし絶対に置かないといけない場所なら↵
50 > > if(board[y][x] == 'Q'){↵
51 > > > //駒を置いてもし大丈夫なのであれば、置いて探索を続ける↵
52 > > > if(isPuttable(y, x, board))↵
53 > > > > if(dfs(pos+1, nokori-1, board)) return true;↵
54 > > }↵
55 > > //違えば、両方試す。↵
56 > > else{↵
57 > > > //置ける場所なのであれば、置いてから探索を続ける。↵
58 > > > if(isPuttable(y, x, board)){↵
59 > > > > board[y][x] = 'Q';↵
60 > > > > if(dfs(pos+1, nokori-1, board)) return true;↵
61 > > > > board[y][x] = '.';↵
62 > > > }↵
63 ↵
64 > > > if(dfs(pos+1, nokori, board)) return true;↵
65 > > }↵
66 > > return false;↵
67 > }↵
68 ↵

```


• ソースコード

```

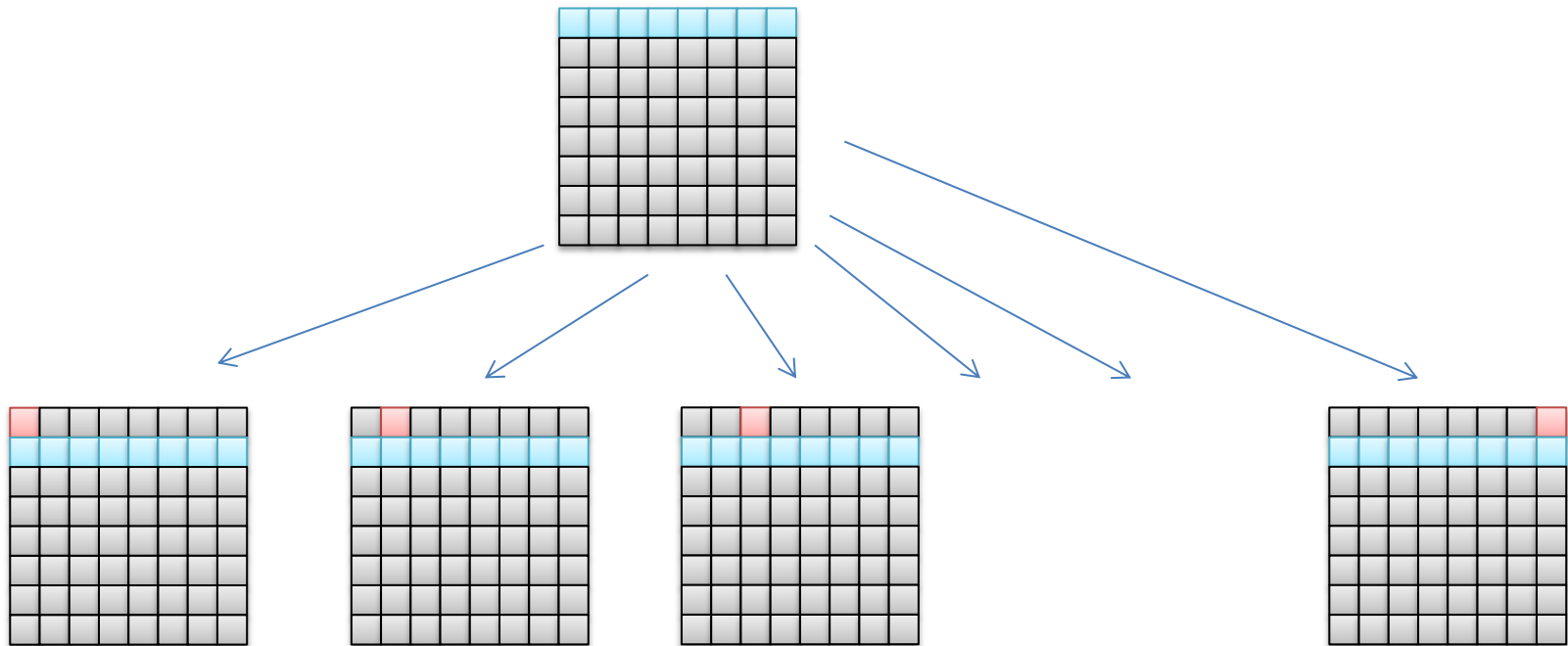
69 > boolean ok(int y, int x){
70 >     > return y >= 0 && x >= 0 && y < 8 && x < 8;
71 > }
72
73 > boolean isPuttable(int y, int x, char[][] board){
74 >     > //8方向全部調べる
75 >     > for(int vy=-1; vy<=1; vy++){
76 >     >     > for(int vx=-1; vx<=1; vx++){
77 >     >     >     > if(vy==0 && vx==0) continue;
78 >     >     >     > //はみ出るまで移動して、駒を見つけたらfalse
79 >     >     >     > int ty=y, tx=x;
80 >     >     >     > while(true){
81 >     >     >     >     > ty += vy; tx += vx;
82 >     >     >     >     > if(!ok(ty,tx)) break;
83 >     >     >     >     > if(board[ty][tx] == 'Q') return false;
84 >     >     >     > }
85 >     >     > }
86 >     > }
87 >     > //何も重複がなければtrueを返す
88 >     > return true;
89 > }
90 }

```

- 解き方2

- 1行に1個しか置かないということは、各行に対して、どの列に置くかを割り当てれば良い。
 - 長さ8の順列を全列挙するのも良い
- 割り当てた駒が、正しく置けているかを確認していく。
- 用意する再帰関数は、以下のような感じ。
 - dfs(今見ている場所, 盤面の状況)

- 探索のイメージ



• ソースコード

- <http://arc001.contest.atcoder.jp/submissions/145107>

```

37 > boolean dfs(int y, char[][] board) {
38 > {
39 >     //もし8個の駒が置けたなら、trueを返す。
40 >     if(y==8) return true;
41 <
42 >     //すでに置かれている場所がないか探す
43 >     int target = -1;
44 >     for(int x=0;x<8;x++){
45 >         if(board[y][x] == 'Q'){
46 >             //2か所以上に置かれているならfalseを返す。
47 >             if(target != -1) return false;
48 >             target = x;
49 >         }
50 >     }
51 <

```

- ソースコード

```
52 > > //もし絶対に置かないといけない場所があれば↵
53 > > if(target != -1){↵
54 > > > //駒を置いて大丈夫なのであれば、置いて探索を続ける↵
55 > > > if(isPuttable(y, target, board))↵
56 > > > > if(dfs(y+1, board)) return true;↵
57 > > }↵
58 > > //なければ、全通り試す。↵
59 > > else{↵
60 > > > for(int x=0;x<8;x++){↵
61 > > > //置ける場所なのであれば、置いてから探索を続ける。↵
62 > > > > if(isPuttable(y, x, board)){↵
63 > > > > > board[y][x] = 'Q';↵
64 > > > > > if(dfs(y+1, board)) return true;↵
65 > > > > > board[y][x] = '.';↵
66 > > > > }↵
67 > > > }↵
68 > > }↵
69 > > return false;↵
70 > }↵
71 ,
```

- おまけ
 - 盤面の状態を引数に入れたが、これは外に出しても良い
 - 覚えておくとなんに便利

```
boolean dfs(int y, char[][] board) {  
    // ...  
}
```

```
char[][] board;  
boolean dfs(int y) {  
    // ...  
}
```

- 解き方3

- ボードサイズが8パターンなんだから、8個forループを置けば良い！！！！

- やめましょう。
 - でも意外と実装短めだったりします。

- ARC009 C問題 高橋君、24歳
 - http://arc009.contest.atcoder.jp/tasks/arc009_3
 - 今回解くのは、これの部分点 (small部分)
 - Largeが採点されないように、以下のような記述を
 - `if(N>8) return;`
- 問題概要
 - 高橋君はN枚の手紙を出した。
 - でもM枚は違う人に出してしまったらしい。
 - 出してしまった手紙の組み合わせとして、あり得るものの組み合わせの個数を答えなさい。

- 暇な人は以下の問題にチャレンジ！
- ARC014 C問題 魂の還る場所
 - http://arc014.contest.atcoder.jp/tasks/arc014_3
 - 部分点のみ
- オリジナル問題
 - 3×3 の魔法陣がいくつ存在するか数え上げなさい。
 - ただし、反転・ 90 度回転で同じとなる魔法陣は、同じものと見做します。
 - それが出来たら 4×4 を頑張ってみてください。

- 解き方

- 誰宛ての手紙が誰に届いたかを全列挙する
- それぞれに対し、いくつ間違っているかを列挙し、Kと等しくなった数を返す。
- 作る関数はこんな感じ。
 - `int dfs(int pos, boolean[] used, int nokori)`
 - `pos` あと何人残っているか
 - `used` どの友人の手紙をすでに使ったか
 - `nokori` 間違っている人数は残り何人か。
 - » `nokori`はなくても、具体的な順列を持って置くことで、最後に全て計算することで実装することは可能
 - » 途中で計算すると、具体的な順列を持っていなくても良くなる。

• ソースコード

- <http://arc009.contest.atcoder.jp/submissions/145109>

```

9      > int N, K; ↵
0 ① > void run() ↵
1      > { ↵
2      >     Scanner cin = new Scanner(System.in); ↵
3      >     N = cin.nextInt(); ↵
4      >     if(N>8) return; ↵
5      >     K = cin.nextInt(); ↵
6      >     ↵
7      >     //どの人の手紙をすでに配ったかのフラグ ↵
8      >     boolean[] used = new boolean[N]; ↵
9      >     //探索した結果を出力 ↵
0      >     System.out.println(dfs(0, used, K)); ↵
1      > }
```

- ソースコード

```
23 > int dfs(int pos, boolean[] used, int nokori){  
24 > > //全員見終わったら、残った人数が一致してるかを調べる  
25 > > if(pos==N){  
26 > > > if(nokori==0) return 1;  
27 > > > else return 0;  
28 > > }  
29 > >
```

• ソースコード

```

30 > > int ret = 0; ←
31 > > //pos番目の人が、誰の手紙を貰ったか、全通り試す ←
32 > > for(int i=0; i<N; i++){ ←
33 > > > //既に配った手紙は使えない ←
34 > > > if(used[i]) continue; ←
35 > > > //先を調べる前に、フラグを立てておく ←
36 > > > used[i] = true; ←
37 > > > //残りの間違える個数を更新 ←
38 > > > int nextnokori = nokori; ←
39 > > > if(i!=pos) nextnokori--; ←
40 > > > //先を探索して答えを足す ←
41 > > > ret += dfs(pos+1, used, nextnokori); ←
42 > > > //調べ終わったらもとに戻す ←
43 > > > used[i] = false; ←
44 > > } ←
45 > > ←
46 > > return ret; ←
47 > } ←

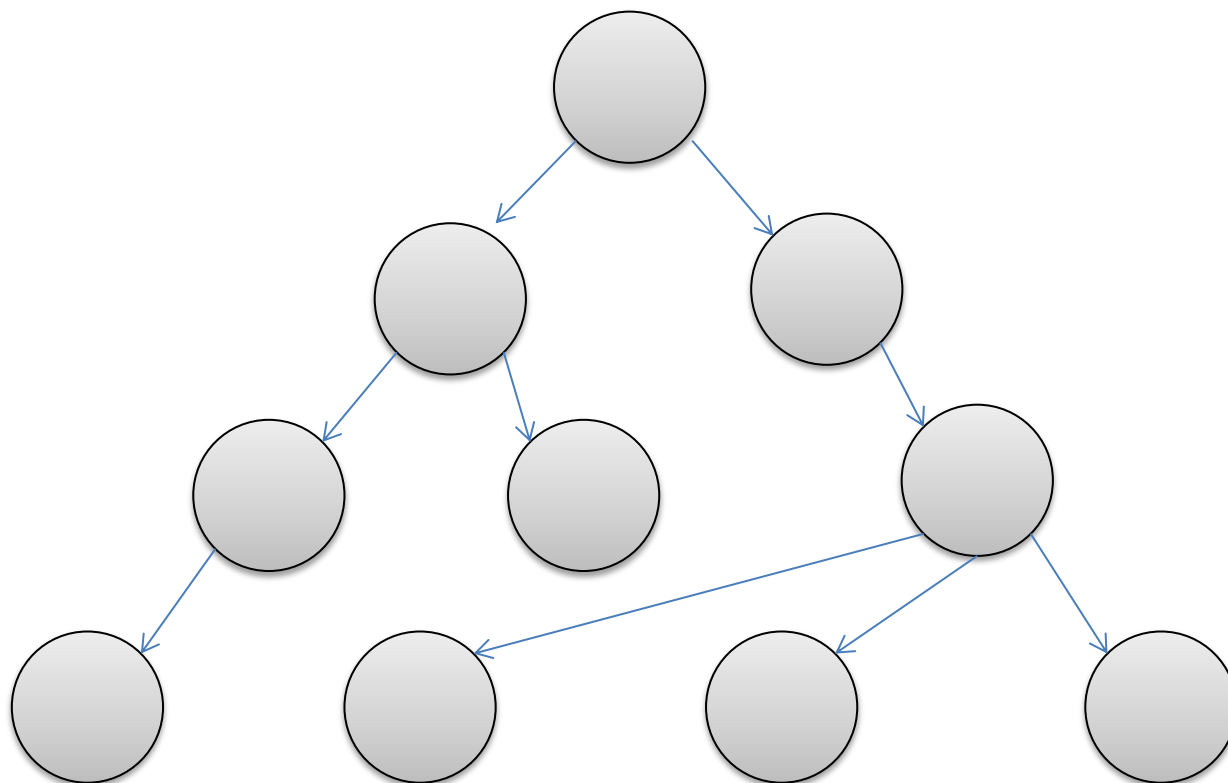
```

- とにかく全列挙がしたい時に使おう！
 - 「有限のもの」に対する全列挙ツールとしては最強です。
 - これだけ知っとけば問題ないです。
- 「無限のもの」に対してはちょっと弱い。
 - 無限にループしちゃいます。
 - そもそも全列挙が無理なので、余り気にしないで良い。
 - しかし、「全探索で解ける」と巷で言われている問題には、「全てを列挙出来るわけではない」問題も挙げられる。
 - この辺りは、幅優先探索での話で

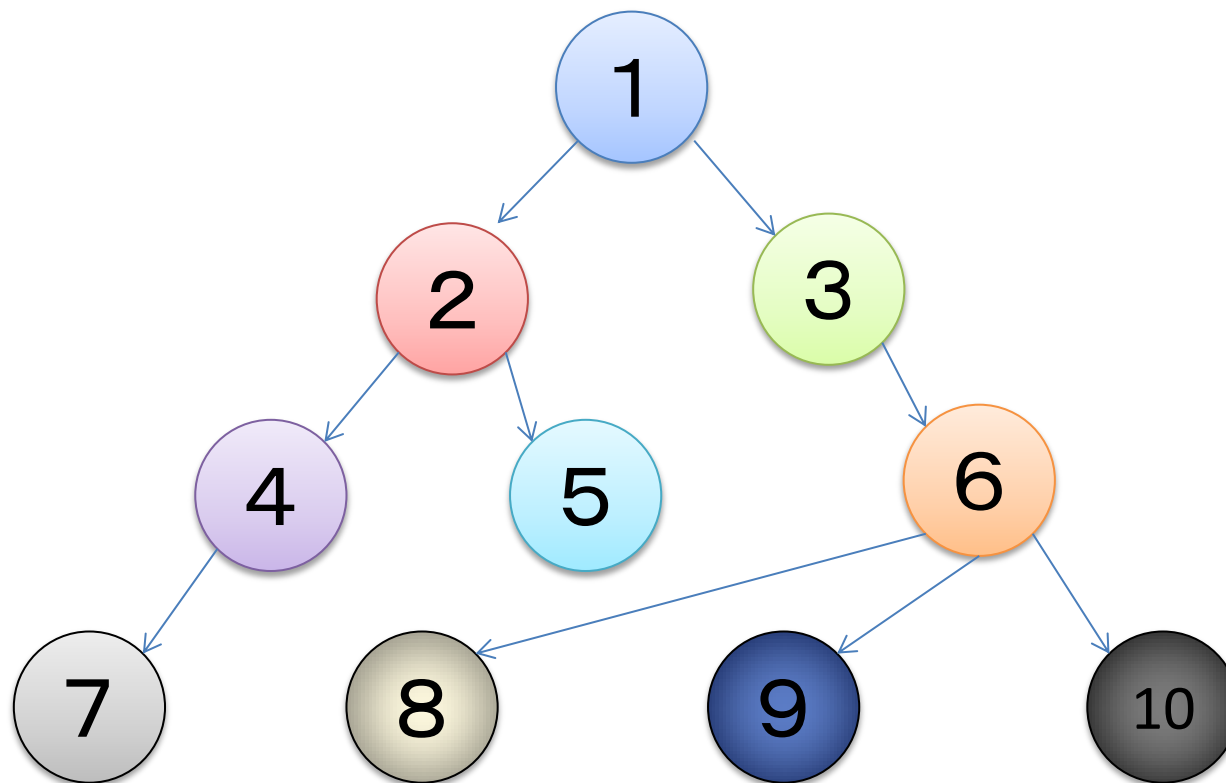
幅優先探索

1. 幅優先探索って？
2. 幅優先探索の実装
3. 幅優先探索が有効な場面

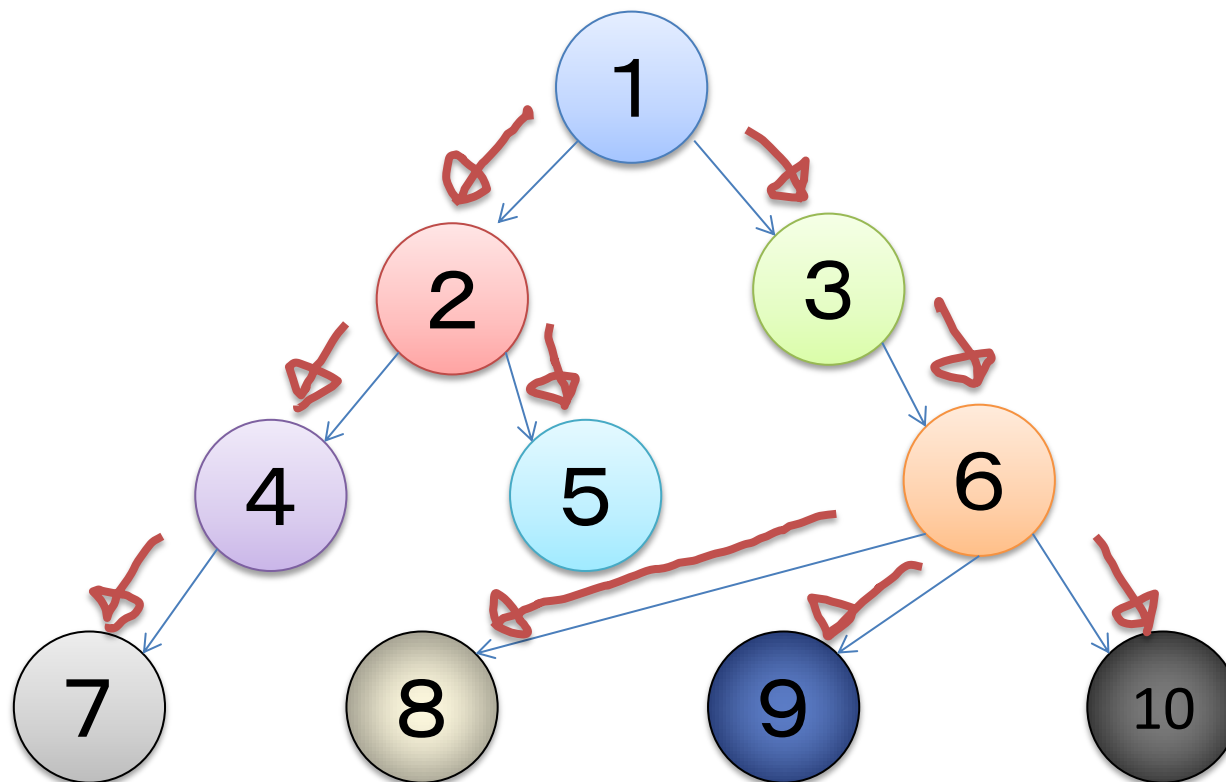
- 例えばこんな探索木があったとしましょう。



- 幅優先探索は、こんな探索方法



- 幅優先探索は、こんな探索方法
 - 近い順に探索する！



- キューとループを使って、近い順から
 - キューは、変数をたくさん放り込むと、放り込んだ順から取り出せるもの、と解釈してもらえばOKです。
 - 実装のイメージは下ののような感じ

```
Queue<int> q = new Queue<int>();  
q.push(初期状態);  
while(!q.isEmpty()){  
    int now = q.poll(); //今の状態を取り出す  
    for( ... ) q.add(次の状態);  
}
```

- ARC005 C問題 器物損壊！高橋君
 - http://arc005.contest.atcoder.jp/tasks/arc005_3
- 問題概要
 - 2次元空間の迷路のようなものが与えられる
 - 壁を2回まで壊すことが出来る
 - スタートからゴールに辿り着くことが出来るか出力せよ。

- やり方

- 幅優先探索で、0回の破壊で行ける範囲、及び1回目に破壊する壁を全て列挙する。
- 幅優先探索で、1回目の破壊で行ける範囲、及び2回目に破壊する壁を全て列挙する。
- 幅優先探索で、2回目の破壊で行ける範囲を列挙する。
- 行ける範囲にGがあればYES

- 幅優先部分のやり方

- `Queue<Integer> nowq; <- 今調べるもの`
- `Queue<Integer> nextq; <- 次ターンに調べるもの`

```
for(int i = 0; i < 3; i++){  
    nextq = new Queue<Integer>();  
    while(nowq.isEmpty()){  
        int now = nowq.poll();  
        for(...) ここで次の状態を列挙する  
    }  
}
```

- ソースコード

- <http://arc005.contest.atcoder.jp/submissions/145134>

```
10 > int H, W;
11 > void run()
12 > {
13 >     Scanner cin = new Scanner(System.in);
14 >     H = cin.nextInt();
15 >     W = cin.nextInt();
16 >     String[] board = new String[H];
17 >     for(int i=0; i<H; i++){
18 >         board[i] = cin.next();
19 >     }
20 >
21 >     //sの場所を探す
22 >     int fx = -1;
23 >     int fy = -1;
24 >     for(int i=0; i<H; i++){
25 >         for(int j=0; j<W; j++){
26 >             if(board[i].charAt(j) == 's'){
27 >                 fy = i;
28 >                 fx = j;
29 >             }
30 >         }
31 >     }
32 }
```

- ソースコード

```
33 > > //初期状態の挿入↵
34 > > Queue<Integer> nowq = new LinkedList<Integer>();↵
35 > > nowq.add(encode(fy, fx));↵
36 ↵
37 > > //移動先の列挙↵
38 > > int[] vy = new int[] {1,0,-1,0};↵
39 > > int[] vx = new int[] {0,1,0,-1};↵
40 ↵
41 > > //到達したかどうかのチェック用↵
42 > > boolean[][] check = new boolean[H][W];↵
43 > > check[fy][fx] = true;↵
44 ↵
```


- ソースコード

```
//幅優先探索を三回繰り返す↵
for(int i = 0; i < 3; i++){↵

    > //破壊した壁を入れるキューを用意する↵
    > Queue<Integer> nextq = new LinkedList<Integer>();↵

    > //幅優先探索↵
    > while(!nowq.isEmpty()){↵
    >     > //現在位置を取ってくる↵
    >     > int now = nowq.poll();↵
    >     > int y = now / 1000;↵
    >     > int x = now % 1000;↵
```

• ソースコード

```

58 > > > > //4方向に移動できるので、それぞれの移動先を調べる↓
59 > > > > for(int j=0;j<4;j++){↓
60 > > > > > int ny = y + vy[j];↓
61 > > > > > int nx = x + vx[j];↓
62 ↓
63 > > > > > //範囲外だったらcontinue↓
64 > > > > > if(!ok(ny,nx)) continue;↓
65 > > > > > //既に調べてあるマスだったらcontinue↓
66 > > > > > if(check[ny][nx]) continue;↓
67 ↓
68 > > > > > //調査済みフラグを立てる↓
69 > > > > > check[ny][nx] = true;↓
70 ↓
71 > > > > > //ゴールなら終了↓
72 > > > > > if(board[ny].charAt(nx) == 'g'){↓
73 > > > > > > System.out.println("YES");↓
74 > > > > > > return;↓
75 > > > > > }↓
76 > > > > > //壁なら壁用キューに入れる↓
77 > > > > > else if(board[ny].charAt(nx) == '#'){↓
78 > > > > > > nextq.add(encode(ny,nx));↓
79 > > > > > }↓
80 > > > > > //それ以外なら通常のキューに入れる↓
81 > > > > > else{↓
82 > > > > > > nowq.add(encode(ny,nx));↓
83 > > > > > }↓
84 > > > > }↓
--

```

- ソースコード

```
86 > > > }  
87 > > > //次のキューに、壁を破壊したキューを移し替える  
88 > > > nowq = nextq;  
89 > > }  
90 > > //εに辿り着けなかったらNO  
91 > > System.out.println("NO");  
92 > > return;  
93 > }  
94  
95 > //座標を1つの整数に変換する  
96 > int encode(int y, int x){  
97 > > return y * 1000 + x;  
98 > }  
99  
00 > //範囲内に収まっているかどうかのチェック  
01 > boolean ok(int y, int x){  
02 > > return y >= 0 && x >= 0 && y < H && x < W;  
03 > }  
...
```

- ARC001 B問題 リモコン
 - http://arc001.contest.atcoder.jp/tasks/arc001_2
- 問題概要
 - エアコンの温度を、A度からB度に変更したい
 - エアコンのリモコンには、6つのボタンがついている。
 - 温度を1, 5, 10度上げる
 - 温度を1, 5, 10度下げる
 - 温度を

- この問題の難しい点

- 「全探索」で解ける問題だが、「パターンの全列挙」が出来るわけではない。
 - リモコンの押し方は無限通り存在する。
 - 深さ優先探索だと、ずっとループしてしまう！
 - 39 -> 40 -> 39 -> 40 -> 39 -> 40 -> 39 ->
 - ループしないように対策しても難しい。
- だが、ボタンを押す回数を制限してしまえば、組み合わせは有限通りしか存在しない。
- よって、押す回数が少ないパターンから順番に調べていく

- 暇な人は次の問題に挑戦！
- ARC015 C問題 変わった単位
 - http://arc015.contest.atcoder.jp/tasks/arc015_3

- やりかた
 - 最初に、キューに、初期状態Aを入れておく。
 - キューに入っているものを順番に取り出す。
 - そこから遷移出来る温度を全て取り出す。
 - もし初めて辿り着いた温度であれば、遷移回数をメモリに保存した上で、キューに入れる。
 - 目的の温度に辿り着いたら、遷移回数を出力する。

- ソースコード

- <http://arc001.contest.atcoder.jp/submissions/145113>

```
11 > void run() {
12 > {
13 >     Scanner cin = new Scanner(System.in);
14 >     int A = cin.nextInt();
15 >     int B = cin.nextInt();
16 <
17 >     //幅優先探索の準備
18 >     Queue<Integer> q = new LinkedList<Integer>();
19 >     q.add(A);
20 <
21 >     //遷移回数を入れるMapを用意する
22 >     HashMap<Integer, Integer> hm = new HashMap<Integer, Integer>();
23 >     hm.put(A, 0);
24 <
25 >     //遷移先6箇所を配列にしておく
26 >     int[] v = new int[]{-10, -5, -1, 1, 5, 10};
27 <
```


- ソースコード

```
28 > > while(!q.isEmpty() && !hm.containsKey(B)){  
29 > > > int now = q.poll();  
30 > > > //6種類の遷移先を調べる  
31 > > > for(int i=0; i<v.length; i++){  
32 > > > > int next = now + v[i];  
33 < <  
34 > > > > //もし既にnextが発見されていたらcontinue  
35 > > > > if(hm.containsKey(next)) continue;  
36 < <  
37 > > > > //そうでなければ、nextをキューに追加  
38 > > > > q.add(next);  
39 > > > > //遷移回数も追加  
40 > > > > hm.put(next, hm.get(now) + 1);  
41 > > > }  
42 > > }  
43 < <  
44 > > System.out.println(hm.get(B));  
45 > }  
46 }
```

深さ優先探索と幅優先探索の違い

- 深さ優先探索

- 見つかった順番に調べていく
 - 辞書順最小を調べたり、とにかく全列挙したい時に適している！
- 再帰関数を使って実装
 - 途中までの計算結果などを使いやすい
 - 解の復元が簡単！

- 幅優先探索

- 近い順に調べていく
 - 最短距離や、最も短いものを探すのに適している！
- whileでのループとキューを使って実装
 - 慣れれば実装は簡単？
 - 解の復元は大変

休憩！

再開はXX:XXから！

色々な探索

1. Bitを利用した二分木の全探索
2. 順列に対する全探索

BITを利用した二分木の全探索

1. bitをいかにして使うか？
2. Bitの実装

- 問題
- OとXのみで構成されたN文字の文字列を列挙して、
〜〜〜しなさい。
 - 深さ優先探索で行けるけど、再帰関数書くの大変・・・。
- 再帰関数を書かなくても、for文だけで書けてしまう！

- 例えば、0とXのみで構成された5文字の文字列の全列挙をする時
 - `for(int i=0; i<32;i++)`
 - 実は、このfor文で全列挙出来てしまう

- 整数を2進数で表す
 - 0 ... 00000
 - 1 ... 00001
 - 2 ... 00010
 - 3 ... 00011
 - 4 ... 00100
 -
 - 31 ... 11111
- 0から31までの数字はこんな感じ

- 整数を2進数で表す
 - 0 ... 00000 ... 00000
 - 1 ... 00001 ... 0000X
 - 2 ... 00010 ... 000X0
 - 3 ... 00011 ... 000XX
 - 4 ... 00100 ... 00X00
 -
 - 31 ... 11111 ... XXXXX
- 0から31までの数字はこんな感じ
 - 0,1を、0,Xに対応させてしまえば良い！

- 整数のk桁目のbitを、k番目の分岐に対する選択と解釈することにより、forループで処理可能になる！
 - ○×ゲームの解答を10回行った結果の全列挙
 - k番目のbitが0ならk問目は○、そうでなければ×
 - 香車の進み方の全列挙
 - k番目のbitが0ならkマス目には止まらない。そうでなければ止まる
- 他にも、整数のbitで表せるものはたくさんある！
 - 先ほどの手紙問題だと、「誰に手紙を渡したか」を整数1つで持つことも可能

- 具体的な実装例

```
void run() {  
    > Scanner cin = new Scanner(System.in);  
    > int N = cin.nextInt();  
    >   
    > for(int i=0; i<(1<<N); i++){  
    >     > String st = "";  
    >     > for(int j=0; j<N; j++){  
    >     >     > if((i>>j)%2==0) st += "0";  
    >     >     > else st+= "x";  
    >     > }  
    >     > System.out.println(st);  
    > }  
}
```

- 具体的な実装例

- $(1 \ll N)$

- 2のN乗。「2択がN回ある場合」の要素数。

- $((i \gg j) \% 2)$

- i に対する、 j 番目のbit情報を取り出す。

- » j は0から数えます。0-indexedです。

- 例えば、 $i \rightarrow 12 (= 1100)$ なら、

- $(12 \gg 1) \rightarrow 6(110)$

- $(12 \gg 2) \rightarrow 3(11)$

- $(12 \gg 3) \rightarrow 1(1)$

- と、こんな感じで、右から j 番目の要素を取り出せる

- ABC002 D問題 派閥
 - http://abc002.contest.atcoder.jp/tasks/abc002_4
- 問題概要
 - 12人の友人関係が与えられる
 - 全員が全員を友達だと思っているグループのうち、最大なものを作成したい
 - そのグループの人数を出力せよ

- やり方

- グループの候補となる、人の集合を全て列挙する
 - それらのグループに対して、本当に人が友達同士になっているかどうか確認を行う。
 - 友達同士になっていれば、答えの最大値を更新する。
- これは、深さ優先探索での列挙も出来るが、bitを使ったfor文での列挙の方がずっと楽！

• ソースコード

– <http://abc002.contest.atcoder.jp/submissions/145126>

```

1  >
2  >
3  >
4  >
5  >
6  >
7  >
8  > void run() {
9  > {
10 >     Scanner cin = new Scanner(System.in);
11 >     int N = cin.nextInt();
12 >     int M = cin.nextInt();
13 >
14 >     //友人情報を2次元配列に入れる
15 >     boolean[][] friend = new boolean[N][N];
16 >     for(int i=0; i<M; i++){
17 >         int a = cin.nextInt() - 1;
18 >         int b = cin.nextInt() - 1;
19 >         friend[a][b] = friend[b][a] = true;
20 >     }
21 >
22 >     int ret = 0;
23 > }
24 >
25 >

```


• ソースコード

```

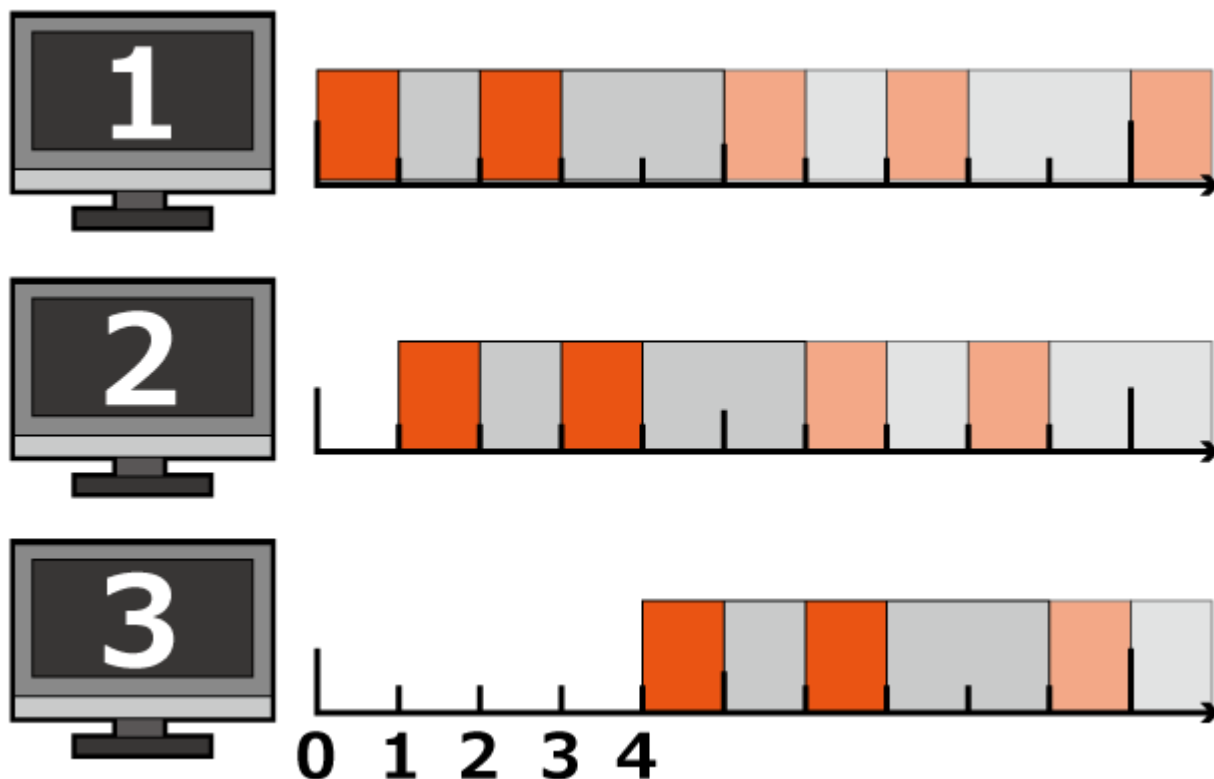
24 > > //forループとbitを用いた全列挙
25 > > for(int i=0;i<(1<<N);i++){
26 > > > //この派閥の人数を数える
27 > > > int count = 0;
28
29 > > > boolean flag = true;
30 > > > //任意のペアに対し、友達になっているかを確認する。
31 > > > for(int a=0;a<N;a++){
32 > > > > if((i>>a)%2==0) continue;
33 > > > > count++;
34 > > > > for(int b=a+1;b<N;b++){
35 > > > > > if((i>>b)%2==0) continue;
36 > > > > > if(!friend[a][b]){
37 > > > > > > flag = false;
38 > > > > > }
39 > > > > }
40
41 > > > }
42 > > > if(flag) ret = Math.max(ret, count);
43 > > }
44 > > System.out.println(ret);
45 > }

```

- ARC007 C問題 節約生活
 - http://arc007.contest.atcoder.jp/tasks/arc007_3
- 問題概要
 - 一定の周期で、映ったり映らなかったりを繰り返すテレビが複数台存在する
 - 全ての瞬間において、いずれかのテレビが映っているようにしたい
 - 必要なテレビの個数はいくつか？

- 問題概要

- 例 `0X0XX` → 3つのテレビが必要



- 暇な人は以下の問題にチャレンジ！
- ARC014 C問題 魂の還る場所
 - http://arc014.contest.atcoder.jp/tasks/arc014_3
 - 部分点まで
- ARC017 C問題 無駄なものが嫌いな人
 - http://arc017.contest.atcoder.jp/tasks/arc017_3
 - そのままだと間に合わないので工夫が必要

- 解き方

- テレビの再生時間をちょっとずつズラせば良い。
 - 0～9秒ずらす
 - 10種類しかない！
- 10種類のテレビの使う・使わないの集合は、1024回のforループで書き表すことができる。
 - 各部分集合に対して、全てのタイミングでテレビが映っているかどうか調べれば良い。

• ソースコード

- <http://arc007.contest.atcoder.jp/submissions/145128>

```

8 > void run() {
9 > {
10 >     Scanner cin = new Scanner(System.in);
11 >     String st = cin.next();
12 >     int N = st.length();
13 >     //ox情報をboolean型の配列に写す
14 >     boolean[] b = new boolean[N];
15 >     for(int i=0; i<N; i++){
16 >         if(st.charAt(i) == 'o') b[i] = true;
17 >     }
18 > }
19 .

```

• ソースコード

```

20 > > //forループを用いた全探索↵
21 > > int ret = 999;↵
22 > > for(int i=0;i<(1<<N);i++){↵
23 > > > int count = 0;↵
24 > > > //どのタイミングでテレビが付いているかをメモする↵
25 > > > boolean[] now = new boolean[N];↵
26 > > > ↵
27 > > > //各秒数に対して、それだけずらしたテレビが存在するか判定↵
28 > > > for(int j=0;j<N;j++){↵
29 > > > > if((i>>j) % 2 == 0) continue;↵
30 > > > > count++;↵
31 > > > > ↵
    
```

• ソースコード

```

20 > > //forループを用いた全探索↵
21 > > int ret = 999;↵
22 > > for(int i=0;i<(1<<N);i++){↵
23 > > > int count = 0;↵
24 > > > //どのタイミングでテレビが付いているかをメモする↵
25 > > > boolean[] now = new boolean[N];↵
26 > > > ↵
27 > > > //各秒数に対して、それだけずらしたテレビが存在するか判定↵
28 > > > for(int j=0;j<N;j++){↵
29 > > > > if((i>>j) % 2 == 0) continue;↵
30 > > > > count++;↵
31 > > > > ↵

```


- おまけ
- 探索を整数のbit列で手抜きしたが、あるタイミングにテレビが映っていたかの判定も、bit列を使ってすることが出来る。

- ソースコード2

- <http://arc007.contest.atcoder.jp/submissions/145135>

```
8 > void run() ↵
9 > { ↵
10 > > Scanner cin = new Scanner(System.in); ↵
11 > > String st = cin.next(); ↵
12 > > int N = st.length(); ↵
13 ↵
14 > > //ox情報を整数に直す ↵
15 > > int b = 0; ↵
16 > > for(int i=0; i<N; i++){ ↵
17 > > > if(st.charAt(i) == 'o') b |= (1<<i); ↵
18 > > } ↵
19 ↵
```

• ソースコード2

```

20 > > //forループを用いた全探索↵
21 > > int ret = 999;↵
22 > > for(int i=0; i<=(1<<N); i++){↵
23 > > > int count = 0;↵
24 > > > int now = 0;↵
25 > > > //各秒数に対して、それだけずらしたテレビが存在するか判定↵
26 > > > for(int j=0; j<N; j++){↵
27 > > > > if((i>>j) % 2 == 0) continue;↵
28 > > > > count++;↵
29 ↵
30 > > > > //各タイミングに対し、映像が映るかどうかの判定をする↵
31 > > > > now |= b << j;↵
32 > > > > now |= (b << j) >> N;↵
33 ↵
34 > > > }↵
35 > > > int target = (1<<N) - 1;↵
36 > > > if((now & target) == target) ret = Math.min(ret, count);↵
37 ↵
38 > > }↵
39 > > System.out.println(ret);↵
40 > }↵
41 }
    
```

順列に対する列挙

- 順列を列挙したい時、結構あると思います。
 - $\{1,2,3\}$ に対する列挙
 - $\{1,2,3\}, \{1,3,2\}, \{2,1,3\}, \{2,3,1\}, \{3,1,2\}, \{3,2,1\}$
 - $\{1,2,2\}$ に対する列挙
 - $\{1,2,2\}, \{2,1,2\}, \{2,2,1\}$
- これらは、深さ優先探索を用いれば、問題なく列挙出来る。
- でも、深さ優先探索を組むのは結構面倒！

- C++では順列の列挙は簡単？
 - `next_permutation`という、順列の列挙に役立つ便利なライブラリが入っている
- じゃあJavaは？
 - 便利なライブラリがないので、自分で書いておきましょう。
 - さっき手紙の問題で書いたね！ やったね！

本日のまとめ

- あらゆるものを全列挙可能な、2つの探索方法
 - 深さ優先探索
 - 幅優先探索
 - この2つをマスターすれば、全探索問題は怖くない！
- 全列挙を楽にする、2つのツール
 - bitを使った、二分木の全探索
 - 順列に対する全探索
- これらが理解できていればOKです！