

Inverse Probleme in der Geophysik
Vorlesung (Vertretung K. Spitzer)
TU Bergakademie Freiberg, SS 2020

Beitrag Fehlermodelle

Thomas Günther (LIAG Hannover)
(Thomas.Guenther@extern.tu-freiberg.de)

6. Juli 2020

Bedeutung von Fehlern

- Essentiell für Inversion
 - ▶ Einheitenlose Skalierung der Daten (Modell oft Logarithmus)
 - ▶ Wichtung von Daten unterschiedlicher Qualität
 - ▶ Wahl des Regularisierungsparameters: Diskrepanzprinzip ($\chi^2 = 1$)
- Fehlergewichteter Misfit sollte unkorreliertes Gaussches Rauschen beinhalten
- Identifizierung von Ausreißern s. Notebook L1-Minimierung

<https://github.com/halbmy/IJulia/blob/master/4/Norms.ipynb>

Fehlerarten

Klassifizierung

- Gauss-sches (normalverteiltes) Rauschen der Messwerte
 - systematische Fehler: z.B. Kalibrierung, Picken von Laufzeiten,
 - Variation von Einflussfaktoren (z.B. Elektrodenpositionen)
 - gleichverteiltes Rauschen (z.B. Unsicherheit in Messwertablesung)
-
- relative Fehler (z.B. Fehler von u , R oder ρ^a identisch in DC)
 - absolute Fehler (z.B. Laufzeitungenauigkeit in Seismik, GPR)
 - oft Kombination aus relativem und absolutem Anteil

Code für Verrauschung (absolut)

```
data = data + randn(size(data)) * absoluteError
```

Fehlerarten

Klassifizierung

- Gauss-sches (normalverteiltes) Rauschen der Messwerte
 - systematische Fehler: z.B. Kalibrierung, Picken von Laufzeiten,
 - Variation von Einflussfaktoren (z.B. Elektrodenpositionen)
 - gleichverteiltes Rauschen (z.B. Unsicherheit in Messwertablesung)
-
- relative Fehler (z.B. Fehler von u , R oder ρ^a identisch in DC)
 - absolute Fehler (z.B. Laufzeitungenauigkeit in Seismik, GPR)
 - oft Kombination aus relativem und absolutem Anteil

Code für Verrauschung (relativ)

```
data = data * (randn(size(data)) * relativeError + 1)
```

Fehlerarten

Klassifizierung

- Gauss-sches (normalverteiltes) Rauschen der Messwerte
 - systematische Fehler: z.B. Kalibrierung, Picken von Laufzeiten,
 - Variation von Einflussfaktoren (z.B. Elektrodenpositionen)
 - gleichverteiltes Rauschen (z.B. Unsicherheit in Messwertablesung)
-
- relative Fehler (z.B. Fehler von u , R oder ρ^a identisch in DC)
 - absolute Fehler (z.B. Laufzeitungenauigkeit in Seismik, GPR)
 - oft Kombination aus relativem und absolutem Anteil

Code für Verrauschung (beides)

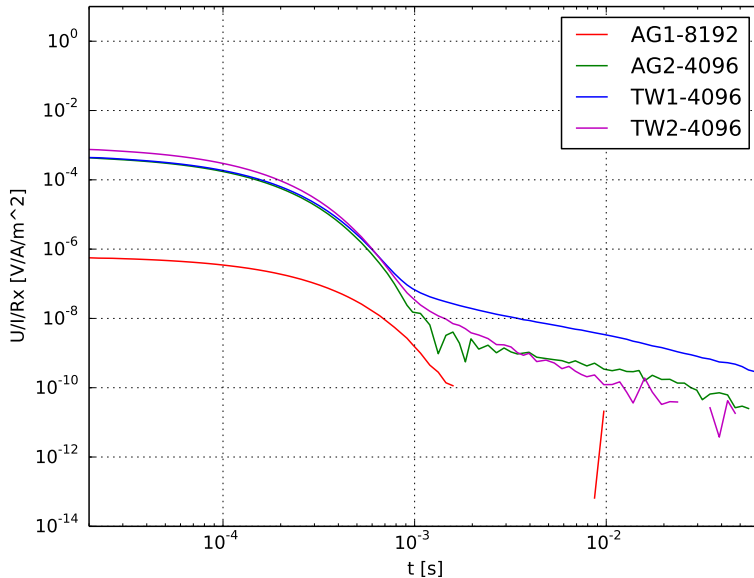
```
data = data + randn(size(data)) * (absoluteError + relativeError * data)
```

Bestimmung von Fehlern

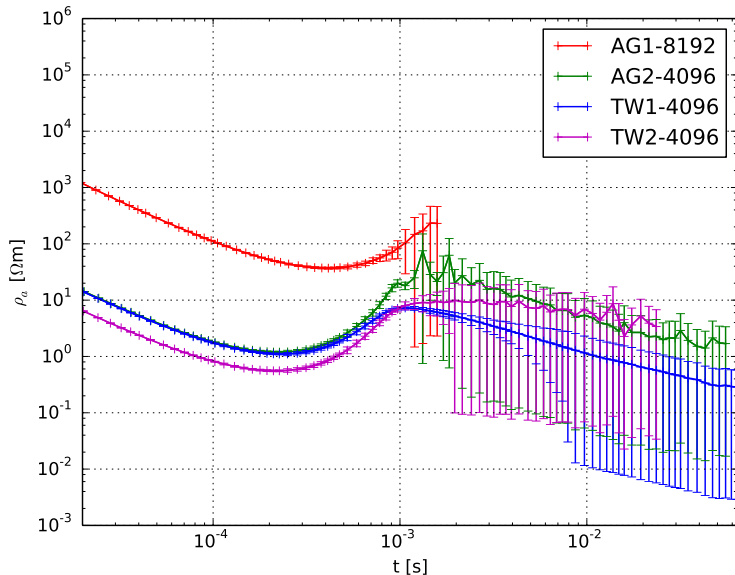
Methoden

- Erfahrungswerte und Gefühl (typisch 2-3% oder auch mal 5 oder 10%)
- Genauigkeit des Messgeräts (z.B. 100nV) oder Hintergrundrauschen (Noisemessung)
- Größtfehler-Abschätzung aller Einflussfaktoren
- Variation benachbarter Einzeldaten nach Abzug von gleitendem Mittel
- Standardabweichung von Wiederholungsmessungen
teils recht gut (NMR, TEM), teils Unterschätzung (ERT)
- statistische Reziprozitätsanalyse (Vertauschung von Sender und Empfänger)
- Herantasten mit Inversion (Betrachtung des Mitfits und Variation)

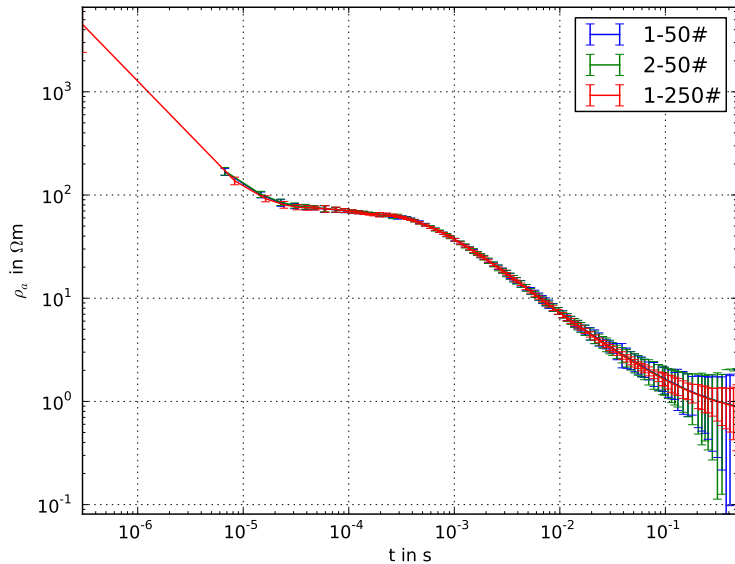
Stapelfehler am Beispiel TEM-Sondierung



Stapelfehler am Beispiel TEM-Sondierung



Stapelfehler am Beispiel TEM-Sondierung



Fehlerbestimmung mittels Reziprozitätsanalyse

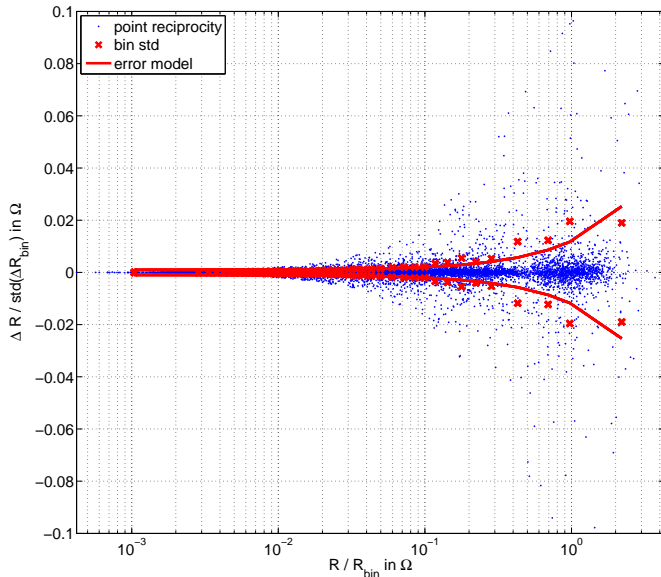
Reziprozität

Vertauschung von Strom & Spannung
verändert Messwert nicht
Diskrepanz ist Spannungsabhängig

Statistische Analyse

- Auftragen über Widerstand
- Unterteilung in Bereiche
- Fit der Standardabweichung als Funktion des Mittelwerts
- Fehlermodell:

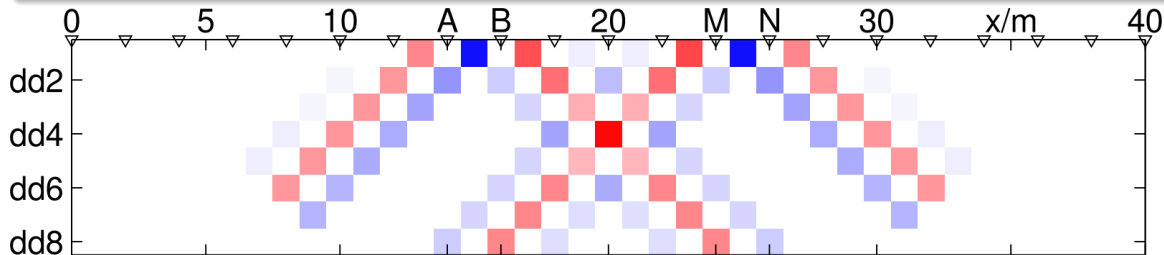
$$\frac{\delta \rho^a}{\rho^a} = \frac{\delta u}{u} + p$$



Fehler von Elektroden-Positionen (Günther, 2004)

Fehler in einer Elektrodenposition beeinflusst alle Messungen mit dieser Elektrode
Ko-Variation von Daten: Fehler-Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_d = \mathbf{A}\mathbf{A}^T \delta x^2$ anstatt diag

$$\Phi_d = (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})) \rightarrow \min$$



Kovarianz für eine einzelne Konfiguration eines Dipol-Dipol-Surveys