复旦大学北区学生食堂拥堵状况模拟与建议

一、问题提出

众所周知,食堂的设计在协调窗口与人力的同时,也要考虑到餐桌位的数量。 从学生角度,希望能将更少的时间耗费在排队领餐和排队找座位上,而从食堂运 营者角度,自然希望可以容纳更多的学生就餐,窗口和餐桌位的利用率达到最高。

目前针对食堂问题,大多采用排队论进行解答,虽然学生食堂排队问题是十分典型的排队问题,但是由于学生食堂的特点(譬如下课时间统一,达到食堂可能不服从泊松分布等),实际上整体就餐过程中虽满足排队论的条件,但是具体时间段内不一定符合。

同时复旦大学学生食堂就餐人群多种多样,常有校外人员"搭伙"学生食堂,为学生排队造成额外的拥堵,外带食物现象也不容忽视。因此,食堂就餐不能仅仅依靠排队人数与排队时间即可定夺,简单的排队论不一定能够正确反应食堂排队及就餐的动态过程。

由于外来与会人员的不确定性,以及近日与同济大学、上海财经大学交换厨师加剧了复旦大学本部食堂的就餐人员不稳定性,复旦大学北区食堂相比本部食堂而言,就餐者集中在研究生及四教、实验楼等学生,工作日就餐人员流量相对固定,由其饭菜特殊性同样出现排队的现象。针对于复旦大学食堂午高峰时拥堵的现象,利用复旦大学信息办的数据可以从数学模型的角度出发,可以建立复旦大学北区食堂排队、就餐、滞留量的数学模型,为北区食堂提出改进方案。

二、摘要

排队论对食堂就餐问题的模拟具有局限性,本文针对食堂拥堵以及窗口设置的问题的解决,旨在从数学模型角度出发建立具体模型,对到达食堂排队、滞留状况进行定量分析、动态模拟,综合确定改进方案。

模型一中利用信息办数据判断就餐高峰时期到达食堂人数服从正态分布,而不服从泊松分布。基于这一条件与其他假设,拟合得到到达食堂人数与时间的函数表达式,同时求出某时刻完成排队人数、完成就餐人数、完成排队而不在食堂就餐人数,离开食堂总人数。求解微分方程,得到滞留在队伍中人数与时间的函数表达式以及某时刻停留在食堂内进餐人数,对高峰时期食堂各量进行动态模拟。根据实地观察同时由模型一的结论可以得到食堂基本就餐座位数量,对模型二估计提供条件。

模型二中假设每取样点(五分钟)间前往食堂的人数服从指数分布,利用蒙特·卡罗方法对到达时间进行随机处理,模拟人群到达过程。假设窗口为个人服务时间以及就餐时间的不确定度,同样利用蒙特·卡罗方法对测量数据进行随机处理,利用排队论的合理假设,对窗口数以及就餐桌位数进行对比优化,并结合窗口和餐桌位的利用率利用模型一的不同假设进行比较,为北区食堂提出合理的优化安排建议。

进一步可以考虑选择餐桌的主观性,对就餐时在选择座位上消耗的时间进行进一步完善。

关键词: 正态分布 指数分布 蒙特·卡罗方法 排队论 动态模拟

三、问题分析与初步处理

6月3日从复旦大学信息化办公室网站上(依据无线接入量)得到当天中午从10:20到13:05时间段内,到达北区食堂到达如下表格3.1.1与图3.1.2:

到达人数	1	5	52	53	8	84	11	9	13	21	26
时间	10:20	10:25	10:30	10:35	10:40	10:45	10:50	10:55	11:00	11:05	11:10
到达人数	24	31	39	44	46	53	48	43	40	34	43
时间	11:15	11:20	11:25	11:30	11:35	11:40	11:45	11:50	11:55	12:00	12:05
30	30	23	25	24	16	20	18	11	7	4	2
12:10	12:15	12:20	12:25	12:30	12:35	12:40	12:45	12:50	12:55	13:00	13:05
表格 3.1.1											

由于上午课时设置,大部分课程 11: 35 下课,部分课程直到 12: 20-12:30 才会下课(不排除连堂上课提前下课的情况),出现图 3.1.2 中到达食堂人数的分布是合理的。而北区食堂因为饭菜的特殊性,平均每人等待饭菜的时间略长,就餐高峰时期时常排起长龙。相比本部食堂外来与会人员的不确定性,以及近日与同济大学、上海财经大学交换厨师的活动不稳定性,北区食堂相比本部食堂而言,就餐者集中在研究生及四教、实验楼等学生,工作日就餐人员与外来就餐人员流量相对固定,且通过连续几天信息获取,可以合理假设上图即为北区学生食堂一楼正常到达人数。

对上述数据用 matlab 分析(附录 1),得出该组数据"服从正态分布,不服从

泊松分布"的结论。同时针对学生食堂排队的具体情况,仅在过程中满足排队论中条件服务强度 $\rho \leq 1$,而在具体单个时间段内并不满足,并且在食堂消耗的时间不仅仅是排队的时间,高峰期找座位也是一个大问题,加上人们普遍不愿意与陌生人共坐一桌的主观色彩使得经典排队论的应用更加受到限制。

四、基本假设与符号说明

4.1 基本假设

4.1.1 模型一的假设

- 1.就餐高峰时期到达食堂的人数总体上服从正态分布。
- 2.多窗口情形下按照先到先得原则服务,学生总会选择较短队伍,对窗口没有偏好,拥挤时各个窗口排队长度趋于相同。
 - 3.每个窗口服务单人获取食物时间为30秒。
 - 4.排队而外带饭菜人数占总排队人数的 10%。
 - 5.在食堂就餐者就餐时间服从正态分布:

平均就餐时间为 15 分钟;

置信水平 0.95 以上的置信区间为(5, 20)。

6.座位充足,不存在需要等待座位的情况。

4.1.2 模型二的假设

- 1.就餐高峰时期到达食堂的人数在每取样点间(五分钟)的到来时间服从指数分布。
- 2.多窗口情形下按照先到先得原则服务,学生总会选择较短队伍,对窗口没有偏好,拥挤时各个窗口排队长度趋于相同。
 - 3.每个窗口服务单人获取食物时间是随机的,随机期望为30秒。
 - 4.在食堂就餐者就餐时间是随机的,随机期望为15分钟。

4.2 符号说明

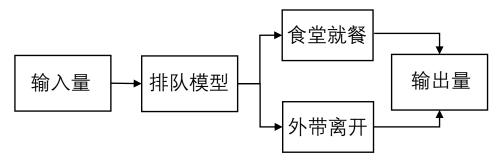
符号	意义	单位
N	食堂窗口总数	个
T	每个窗口服务担任获取食物时间	分钟
t	时间段	五分钟
n1	滞留在队伍中排队的人数	人
n2	滞留在食堂内进餐的人数	人
V	到达食堂的人数	人
v1	完成排队的人数	人
v21	完成排队后留在食堂进餐的人数	人
v22	完成排队后外带离开食堂的人数	人
v31	在食堂就餐完毕离开食堂的人数	人
v3	离离开食堂的总人数	人
r	排队后外带的人数占总排队人数的比例	无纲量
t_start	开始排队的时刻	5 分钟

t_end	停止排队的时刻	5 分钟
tn	获取食物时间矩阵	秒
tm	吃饭总体时间矩阵	秒

五、模型的建立与求解

5.1 排队、就餐状况的动态模拟

5.1.1 基本模型的建立



进入食堂中滞留的人员分为排队等候人员与在食堂内进餐人员,进入食堂的人全部进入排队模型,完成排队后分为两个途径,在食堂进餐、外带离开,为方便求解我们考虑排队人数n1(t)是一个分段函数,通过由输入量V(t)与完成排队理论量v1(t)决定:

$$\begin{cases} \frac{\Delta n 1(t)}{\Delta t} = V(t) - v1(t) & v1(t) \le V(t) \\ n1(t) = 0 & v1(t) > V(t) \end{cases}$$
 (1)

单位时间内食堂能够服务的人数v1(t),由食堂的总窗口数N与每个窗口服务单人获取食物的时间T所决定:

$$v1(t) = N \times \left(\frac{1}{T}\right) \tag{2}$$

而滞留在食堂中进餐的人数n2,可由该时刻排队完毕留在食堂进餐的人数v21与该时刻就餐完毕离开食堂的人数v31决定:

$$\frac{\Delta n2(t)}{\Delta t} = v21(t) - v31(t) \tag{3}$$

食堂的输出量v3(t)即离开食堂的人分为排完队直接外带离开的人v22(t)和在食堂进餐完毕的人v31(t):

$$v3(t) = v31(t) + v22(t)$$
 (4)

假设在食堂就餐的人就餐时间呈正态分布,均值为 μ ,方差为 σ ,则很容易得到在食堂就餐的人的就餐时间的概率密度函数

$$E(t1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t1-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
 (5)

而v31(t)即t时刻就餐完毕离开食堂的人数等于t时刻之前所有时刻排队完毕在食堂开始进餐的人数与其恰好在t时刻完成就餐的概率的积之和:

$$v31(t) = \sum_{\forall t1 \le t} E(t1) \times v21(t - t1)$$
 (6)

实际上(6)式可以进一步变为:

$$v31(t) = \sum_{t=0}^{\infty} E(t - tt) \times v21(tt)$$
 (7)

当有排队完毕且外带的人数比例为r时,很容易得到v21(t)与v22(t)的表达式:

$$\begin{cases}
v21(t) = v1(t) \times (1 - r) & v1(t) \le V(t) \\
v21(t) = V(t) \times (1 - r) & v1(t) > V(t)
\end{cases}$$
(8)

$$\begin{cases}
v22(t) = v1(t) \times r & v1(t) \le V(t) \\
v22(t) = V(t) \times r & v1(t) > V(t)
\end{cases}$$
(9)

这样只要得知V(t)、E(t1)与r就很容易求出各时刻食堂的排队人数与就餐滞留量。

5.1.2 模型的求解

为处理方便,将时间矩阵 tt=[1020:5:1055 1100:5:1155 1200:5:1255 1300:5:1305]写作 t=1:34,以五分钟为单位时间,然后求出到达时间期望与方差:

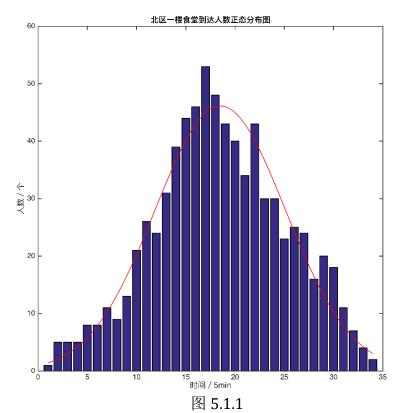
$$mean_t = 18.4967$$

 $var_t = 43.9892$

到达食堂总人数为767人,于是就有到达食堂人数与时间的正态分布函数:

$$y = 767 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}var_{t}}e^{-\frac{(t-mean_{t})^{2}}{2var_{t}t^{2}}}$$
 (10)

做出函数图像如下:



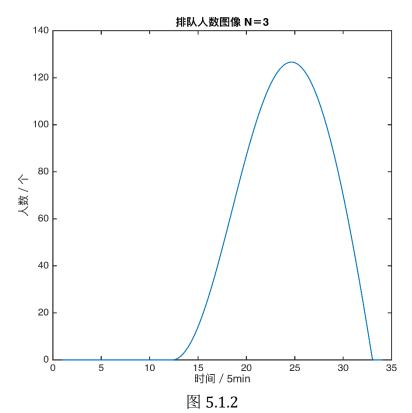
首先考虑食堂有三个窗口,N=3 的情况, $v1(t) = 3 \times 5 \times (1/0.5) = 30$ (人 / 五分钟),为解方程(1),求出开始需要排队的时间即 $V(t_{start}) = v1(t_{start})$:

 $t \ start = 12.3433$

```
此时方程组(1)即:
```

$$\begin{cases}
dn1(t)/dt = V(t) = v1(t) \\
n1(12.3433) = 0
\end{cases}$$
(11)

```
注意 n1(t)实际上是一个分段函数,利用 Matlab 求解 n1:
%初步解出排队人数函数
n_1=dsolve(Dy=767*exp(-(t18.4967)^2/(2*43.9892))/sqrt(2*pi*43.9892)-
30', y(12.343323750) = 0', t'
%解出分段函数n1
inline=ones(1,331);
a=40.*ones(1,40);
k=0;
for i=1:331;
   t=1+0.1*(i-1);
   inline(i) = subs(n_1);
   if t<12.343323750;
       inline(i)=0;
   end
   if t>12.343323750&inline(i)<0;
       k=k+1;
       a(k)=t;
       inline(i)=0;
   end
end
i=1:331:
t=1+0.1.*(i-1);
plot(t,inline)
title('排队时间 N=3');xlabel('到达时间 / 5min');ylabel('排队时间 / 5min')
mina=min(a)%计算不再需要排队的最小时间
   同时求出不再需要排队的最小时间,即n1(t_end) = 0:
                           t \ end = 33.1
   并做出食堂内排队人数一时间图像如下:
```



计算某时刻前往食堂耗费的排队时间(附录3),如图:

$$t_inline = n1(t)/30 (12)$$

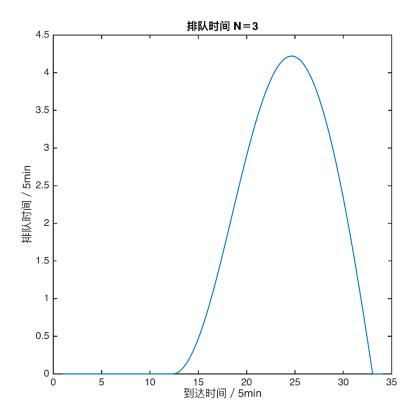


图 5.1.3

当单位时间内到达人数超过食堂窗口承载能力时,开始排队,并且随到达人数的不断增加而越排越长,且排队的最高点位于到达最高点后,约为 12:15 前后,与实际观察相符合。随后当到达人数小于食堂窗口承载能力时,队伍开始减短。

很多同学习惯于错峰吃饭,但错峰吃饭实际上面临着需要排更长的队伍的风险,即便当到达人数开始小于窗口服务能力时,也会由于之前队伍的积累而浪费时间。

同时由于北区食堂饭菜多自选菜,每个窗口服务时间较长,而从图中可以看出排队所需最高时间超过二十分钟,因此增加食堂的窗口数是十分必要的,我们将进一步探讨。

接下来求解食堂内就餐滞留模型,我们假设在食堂内就餐无需等候座位,就餐者就餐时间服从正态分布,平均就餐时间为 15 分钟,置信水平 0.95 以上的置信区间为 (5,20),则在食堂就餐的人的就餐时间的概率密度函数

$$E(t1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 2/1.96} e^{-\frac{(t1-3)^2}{2(2/1.96)^2}}$$
(13)

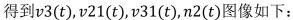
由几天连续观察,假设排队完毕外带离开食堂的比例r=0.1,利用 Matlab 求解如下:

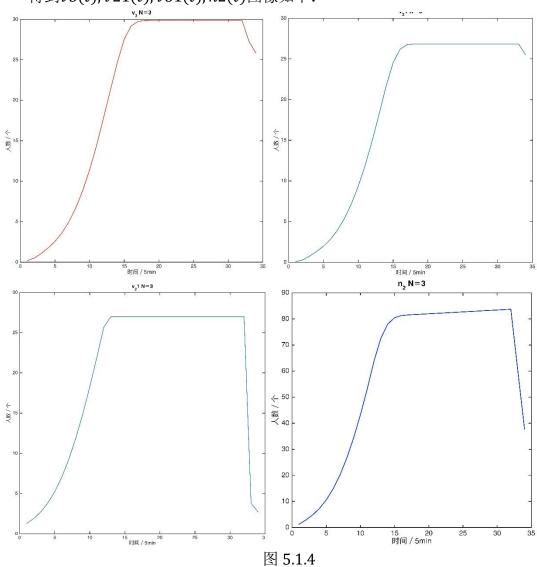
```
tt = 0:34:
```

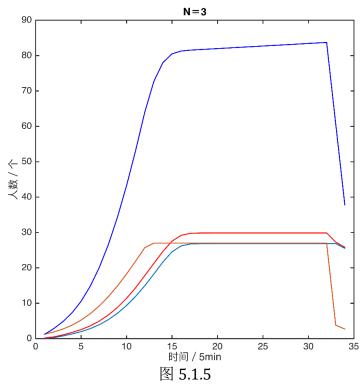
%吃饭时间的正态分布

```
D_{\text{eat}} = \exp(-(\text{tt-3}).^2/(2*(2/1.96)^2))./(\text{sqrt}(2*pi)*2/1.96);
```

```
v 31=ones(1,34);%在食堂就餐完毕离开的人数
v 3=ones(1,34);%离开食堂的人数
v 21=ones(1,34):%排完队在食堂就餐的人数
n_2=ones(1,34);%滞留在食堂就餐的人数
for t=1:34:
            v 31(t)=0;
                 for i=1:t;
                                  alpha=t-i;
                                 v_31(t) = \exp(-(i - \frac{1}{2})^2)
3).^2/(2*(2/1.96)^2))./(sqrt(2*pi)*2/1.96)*((alpha<12.3433||alpha>33.1000
*767*exp(-(alpha-
18.4967)<sup>2</sup>/(2*43.9892))/sqrt(2*pi*43.9892)+(alpha>=12.3433&alpha<=33.
1)*30)*0.9+v 31(t);
                 end
                 v_3(t)=v_3(t)+((t<12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(-(t-12.3433)|t>33.1)*767*exp(
18.4967)<sup>2</sup>/(2*43.9892))/sqrt(2*pi*43.9892)+(t>=12.3433&t<=33.1)*30)*0.
1;
                 v 21(t) = ((t<12.3433)|t>32.1)*767*exp(-(t-
18.4967)<sup>2</sup>/(2*43.9892))/sqrt(2*pi*43.9892)+(t>=12.3433&t<=33.1)*30)*0.
9:
end
t=1:34;
```







将滞留在排队中的人数与滞留在食堂内进餐人数放在一起,可以从图中看出 当食堂无需排队时,在食堂内就餐人数不断增长,同时就餐结束离开食堂的人也 不断增长。而当食堂开始排队时,实际上相当于对每时刻开始进餐人数进行控制, 单位时间内相对稳定的开始进餐人数及相对稳定的进餐结束人数,食堂内进餐滞 留人数,满负载时约为 90 人,此时离开人数曲线也呈水平直线。

5.2 窗口、座位优化模型

5.2.1 基本模型设计

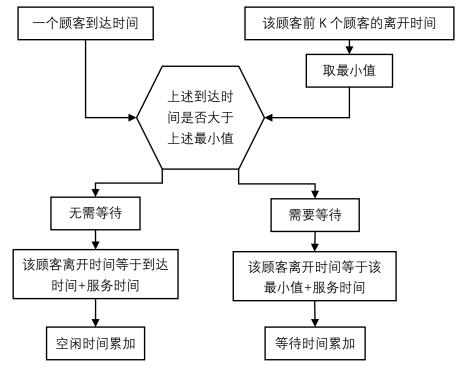
图 3.1.2 中数据为每五分钟一组,一定意义上对模拟造成了限制,我们假设这段时间内就餐者的到来时间服从指数分布,平均到来时间间隔=到达人数 / 五分钟,时间以秒计数,则由 Matlab 模拟出食堂输入一时间矩阵 t:

```
y_arrive=[1555881191321262431394446534843403443303023
252416201811742];
t=zeros(1);
%每个人到达的具体时间
for i=10:30;
k=0;
while(k<=300)
y=rand(1,1);
x=-(300/y_arrive(i))*log(y);
k=k+x;
t=[tk+300*(i-10)];
end
```

从就餐者角度来看,总是希望耗费最短的时间用于排队与找座位,于是可以将排队等候与作为等候时间作为衡量食堂拥堵状况的指标。而对于食堂运营者而言,窗口和座位的最大利用是十分重要的,可以依据改变窗口数与座位数的拥堵状况进行优化。

考虑排队过程的模拟模型,我们假设在多窗口情形下,首先考虑先到先服务的原则,而排队的人总会选择队伍最短的窗口,对每个窗口的口味没有偏好,这种情况下在高峰期不同窗口前的队伍总是趋于一样长。

基于这样的假设,可以画出流程图:



同样假设每个窗口服务每个人的时间T=30秒,p=length(t),产生每个人的获取食物时间矩阵tn:

$$tn = 1/2.\times(30 + \sqrt{3}.\times randn(1,p) + |30 + \sqrt{3}.\times randn(1,p)|)$$
 (14)
于是用 Matlab 计算出每个到达食堂的人的排队时间矩阵waitfood:

```
tt=zeros(1,p);
waitfood=zeros(1,p);%记录窗口的空闲
empty=zeros(1);
for i=1:p;
    if i<=N
        tt(i)=t(i)+tn(i);
    else
        waitinline=tt(i-1);
    for j=2:N
        waitinline=[waitinline tt(i-j)];
```

```
lastpeo=min(waitinline);
               if (t(i)>lastpeo)
                  tt(i)=t(i)+tn(i);
                  empty=empty+t(i)-lastpeo;
               else
                  tt(i)=lastpeo+tn(i);
                  waitfood(i)=lastpeo-t(i);
               end
      end
end
   同理当出现作为等待情况时,同样只考虑先到先就坐的原则,在食堂内就餐
的人对座位没挑剔,这种情况下食堂的座位总是趋于饱和。
   假设就餐者平均就餐时间为 15 分钟,产生每个人的吃饭时间矩阵tm:
   tm = 1/2.\times (900 + \sqrt{120}.\times randn(1,p) + |900 + \sqrt{120}.\times randn(1,p)|)
   按照同样的选择方式,编写程序得到等待时间waitseat如下:
tt=sort(tt);
```

emptyofseat=zeros(1); waitseat=zeros(1,p); %记录

end

```
waitseat=zeros(1,p);%记录座位的空闲
for i=1:p
    ifi <= M
         ttt(i)=tt(i)+tm(i);
    else
         eating=ttt(i-1);
         for j=2:M
             eating=[eating ttt(i-j)];
         end
         lastpeo=min(eating);
         if (tt(i)>lastpeo)
             ttt(i)=tt(i)+tm(i);
             emptyofseat=emptyofseat+tt(i)-lastpeo;
         else
             ttt(i)=lastpeo+tm(i);
             waitseat(i)=lastpeo-tt(i);
         end
    end
end
```

5.2.2 模型的求解

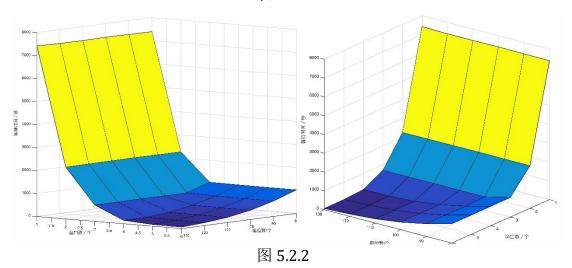
根据基本模型的设计,为考虑所有进餐者的需求,将平均等待时间作为衡量食堂拥堵状况的指标,并且可以根据等待时间来判断窗口、座位能否发挥最大作用。

由模型一的动态模拟得知三个窗口基本可以满足排队需要,但最长等待时间

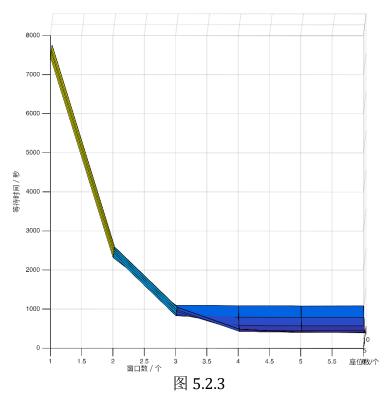
过长,而又得知当滞留食堂进餐人数趋于稳定时,满负载时约为90人,由于模型二中未考虑外带者,同时将在食堂进餐者进餐时间范围缩小。综上我们考虑打饭、吃饭平均时间固定时,改变窗口数从1到6,座位数从80到130(每次计算座位改变10)的平均等待时间矩阵(单位秒):

7386.0147	7394.8775	7408.7399	7392.5851	7396.1683	7421.8156	
2260.7489	2263.8285	2273.2347	2266.0354	2261.7593	2253.0051	
1042.9639	717.5513	708.4692	716.8394	707.5986	712.4512	
1031.9445	679.9370	411.0402	233.3117	152.3513	150.0628	
1024.2339	672.0792	404.4899	225.2735	128.8988	75.2579	
1026.2937	671.4140	402.5218	223.3710	123.9613	66.2253	
+ = o 4						

表 5.2.1



显然由图像可以看出窗口数、座位数越多,平均等待时间越少。



当座位数固定时,固定座位数为80、90时,改变窗口数从1到6,当窗口数达到3时,等候时间显著下降,再次改变窗口数无明显变化。而固定座位数上升到120以上时,窗口数达到4时即可保持等候时间很短且稳定。

当窗口数固定时,改变座位数从 70 到 120,对于窗口数只有 1 个或 2 个时,从图像中可以看出基本没有变化,这是因为此时等待时间中排队时间占据绝大部分,当所有人都在排队等候时,无论餐桌椅如何增加也不会对平均等待时间造成显著改变。当窗口数为 3 时,餐桌位在 90 附近开始趋于稳定,这也与模型一的结论相符合,而再增加座位时等候时间不会受到影响。当窗口数为 4、5、6 时,随着餐位数的增加,等候时间一直呈现下降趋势,从实际上考虑当窗口数足够时,排队现象很少,而固定的吃饭时间远大于排队等候时间,因此当座位数不足时会造成滞留。

从图中看出如果改变北区食堂窗口数为 4,座位数为 120 时等候时间随座位数增加而保持稳定,同时增加窗口也没有较大变化,既可以满足平均等候时间保持在 152.35 秒左右,同时可以避免窗口、座位的浪费,减少人力、资金负担。

5.3 结论与综合分析

根据模型二的结论,建议北区食堂开放窗口数为4,再次利用模型一进行探究。

N=4时,做出排队一时间图像如下:

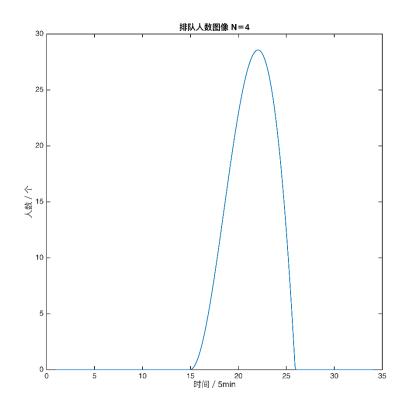


图 5.3.1

做出就餐模型图像如下:

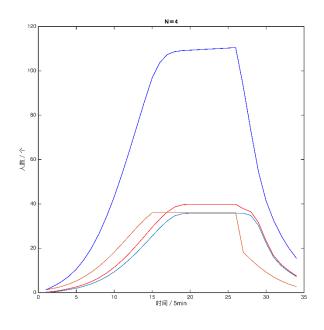


图 5.3.2

从图中可知,当窗口数变为4时,排队人数显著下降,但同时就会使得食堂餐位存在一定短缺,当滞留在食堂进餐人数趋于稳定时,满负载量约为110到120之间。同时平均等待时间与模型二结论相符合,由于模型一、二假设不完全相同,但同时改变了就餐比例与就餐时间范围,所以可以合理认为两模型结论一致。

根据以上模型一与模型二的探究比较,建议北区学生食堂在就餐高峰期增设一个窗口,此时不仅保证学生就餐的等待时间较短,保证满意度,并且能够实现食堂座位等资源得到利用最大化。

六、模型评价与改进

6.1 模型的评价

根据实地调查,北区食堂的餐位数略大于 120,验证了模型的可行性。同时也存在一定可能性,是因为食堂窗口、座位的限制,使得在一段时间以后逐渐达到就餐者流量与其窗口、座位相适应。

可以通过实调查获取其他食堂信息,利用上述模型进行模拟,对学生食堂的排队与滞留状况做出定量分析,避免了经典排队论的限制,解决了经典排队论不能反应顾客流动的动态变化过程的缺点,仿真模拟食堂进餐状况,可以依此提出改进意见,保证进餐者与食堂的共同需求。

6.2 模型的改进

实际上,据观察负责窗口饭菜服务的食堂员工有疲劳、懈怠、互相聊天的现象,当队伍很长时也正是服务进程过半的时候,食堂员工的工作效率改变会对真实情况下排队人数造成较大影响。可以根据这个情况,对服务能力T进行调整,T不再是一个常数,将疲劳程度作为参数,建立线性模型,尤其针对进餐进程后半部分进行调整,可以使得模型一、二的模拟更加近似于实际。

其次,对于就餐模型中座位的选择,在实际中找座位时受到人们主观意愿的影响较大,四人桌与六人桌的利用率不同。人们选择座位时,可以大致分为三种模式,A类对座位没有过多要求,只要是空位就坐。B类会尽量避免与陌生人共同进餐,当有空桌子时首先选择空桌子,其次选择有认识的人的桌子去做,桌子上有陌生人时不做。当空桌子占所有桌子的比例小于某个阈值时,选择有认识的人的桌子去坐,而当不存在空闲的桌子时,进入与A类同学相同的状态。另外C类同学只选择空桌子就坐,只有当不存在空闲桌子的时候,进入与A类同学相同的状态。另外可以将餐桌的清洁度列为另一个选择座位的指标,随着就餐时间的不断后移,食堂工作人员往往来不及及时处理餐桌上的垃圾,会对座位的选择造成很大影响,可以建立模型,对所有餐桌清洁度进行描述,并假设人们只会选择清洁的餐桌就坐,而当清洁的餐桌降低于某个阈值后,进入另一种选择座位的另一种状态。这样一来,模型变得异常复杂,但是可以尽可能具体地模拟真实情况下的餐厅择位动态,值得后续探讨。

七、参考文献:

- [1]复旦大学信息化办公室数据资料 http://www.ecampus.fudan.edu.cn
- [2]吴可嘉. 蒙特卡洛法在解决食堂窗口排队问题上的应用[J]. 大连海事大学学报,2007,S1:149-152.
- [3] 刘亚国. 排队论在学校食堂窗口服务中的应用[J]. 和田师范 专科学校学报. 2008, 28(3), P9-11.

八、附录

- 程序 1: test norm.m: 检测到达人数是否服从正态分布或泊松分布:
- 程序 2: pdf arrive.m: 得到到达人数-时间函数及图像;
- 程序 2: amount_arrive_3.m: 计算出 N=3 时开始排队时间;
- 程序 3: inquene_3.m: 得到 N=3 时排队人数-时间函数、图像及队伍消失时间;
- 程序 4: ineat 3.m: 得到 N=3 时食堂内就餐状况及图像;
- 程序 5: amount arrive 4.m: 计算出 N=4 时开始排队时间;
- 程序 6: inquene_4.m: 得到 N=4 时排队人数-时间函数、图像及队伍消失时间:
- 程序 7: ineat 4.m: 得到 N=4 时食堂内就餐状况及图像;
- 程序 8: queue_sec.m: 模型二完整程序。