

Лабораторная работа 2.2 (варианты а-д) Приближение табличных функций сплайнами

1. Дана функция на интервале непрерывности (из работы 2.1.)
2. Запрограммировать функцию создания равномерной сетки
3. Запрограммировать вычисление коэффициентов интерполяционного ...
 - а. ...кубического сплайна Эрмита сохраняющего форму (производные вычислять с помощью разделенных разностей)
 - б. ...квадратичного сплайна, где узлы интерполяции совпадают с узлами сплайна (одна сетка)
 - в. ...кубического сплайна с граничными условиями на первую производную
 - г. ...кубического сплайна с граничными условиями на вторую производную
 - д. ...кубического сплайна с пропадающими узлами

Замечание 1. Для вариантов в-д СЛАУ с трехдиагональной матрицей решать методом прогонки в отдельном модуле.

Замечание 2. Необходимые производные на границах заданы.

4. Проверить совпадение значений построенного сплайна и заданной функции в узлах сетки
5. При проведении контрольных тестов построить
 - а. Графики на отрезке
 - функции и
 - сплайна с отмеченными узлами для фиксированного числа узлов (не больше 8)
 - б. Зависимость фактической ошибки – разности функции и сплайна – на отрезке для этого же числа узлов
 - в. Зависимость максимальной фактической ошибки от числа узлов (максимум берется по средним точкам между узлами)
 - г. Зависимость максимальной ошибки от заданного граничного значения для фиксированного числа узлов

Замечание 3. Для п.в ошибка для максимального числа узлов должна быть того же порядка, что и для минимального

6. * Исследование сходимости сплайна
 - а. Ошибка в фиксированной точке (дополнение графика п.5в и5г)
 - б. Теоретическая ошибка (дополнение графика п.5б)
 - в. Негладкая функция на примере построенных графиков
 - г. Полином на примере построенных графиков

Лабораторная работа 2.2 (вариант е-з) Приближение табличных функций по МНК

1. Дана функция на интервале непрерывности (из работы 2.1.)
2. Запрограммировать функцию создания равномерной сетки
3. Варианты систем базисных функций
 1. Алгебраические $\{x^j\}$
 2. Тригонометрические $\{1, \cos(jx), \sin(jx)\}$
 3. Полиномы Чебышева
4. Запрограммировать вычисление коэффициентов полинома по методу наименьших квадратов (все узлы с одинаковым весом)
 - е. На равномерной сетке для числа узлов более 100. Полиномы 1,2 и 3 порядков
 - ж. На основе данной функции построить полином третьего порядка, используя разложение в ряд Тейлора. На выбранном отрезке построить равномерную сетку с небольшим числом узлов (20...50). Внося возмущения в значения полинома (не более 5%), создать сеточную функцию. Найти коэффициенты построенного полинома
 - з. На основе данной функции построить полином третьего порядка, используя разложение в ряд Тейлора. На выбранном отрезке построить равномерную сетку и сеточную функцию с небольшим числом узлов (20...50). Создать 3 выброса, амплитудой в 2..5 раз больше амплитуды функции. С помощью метода наименьших квадратов с итерационной обработкой найти коэффициенты построенного полинома

Замечание 1. СЛАУ 3×3 и 4×4 решать точным методом, используя особенности получаемой матрицы

5. При проведении контрольных тестов построить
 - а. Графики на отрезке
 - функции и
 - полинома с отмеченными узлами
 - б. Зависимость фактической ошибки – разности функции и полинома – на отрезке для этого же числа узлов
 - в. Зависимость величины $\frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f(x_i) - P_3(x_i))^2$ от числа узлов (число узлов больше степени полинома) для полинома Зеге порядка
6. * Исследовать
 - а. ошибку в зависимости от степени полинома при фиксированном числе узлов
 - б. негладкую функцию на примере построенных графиков
 - в. ошибку в зависимости от веса одного из узлов

Схема отчета по работам 2.2

0. Титульный лист: Номер и название работы, номер группы, фамилия студента, фамилия преподавателя. Можно один на все работы, можно на каждую свой

1. (+1балл) Формулировка задачи и ее формализация.

- а) формулировка задачи: задание, которое написано в работе (кратко)
- б) формализация: в общем виде сказать, что будем решать. Ввести некоторые обозначения (сетка, сеточная функция, сплайн, полином)

2. (+1балл) Алгоритм метода и условия его применимости (с формулами).

- а) алгоритм метода по пунктам
создание сетки и сеточной функции НЕ входит в алгоритм. Вычисление производных – это отдельный алгоритм
- б) условия применимости метода

3. (+1балл) Предварительный анализ задачи

- а) Когда существует решение
- б) Кратко рассказать на каком основании построен сплайн, полином
- в) Способ создания сетки, выбор базисных функций

4. (+1балл) Тестовый пример. Получить кубический полином в каноническом виде (по степеням x), вычислить ошибку в узлах и серединах между узлами, величину $\frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m (f(x_i) - P_3(x_i))^2$ (для МНК)

5. (+1балл) Подготовка контрольных тестов. Какие опыты будут проводится и с какой целью:

- а) выбранный отрезок, число узлов, для которого строятся графики на отрезке 5а и 5б, степень полинома (для МНК)
- б) до какого числа узлов строится график 5в, как вычисляется ошибка
- в) какой интервал изменения производных будет рассматриваться для графика 5г
- в) что ожидаем увидеть на графике 5в, 5г и почему

6. (+1балл) Модульная структура программы

Для вариантов (в-д) функция метода прогонки обязательна
Функция (название), входные и выходные параметры (обозначение и смысловая характеристика словами), описание действия функции

7. (+2балла) Численный анализ решения задачи. Ответить на вопросы по графикам с числовой аргументацией (таблица с результатами не нужна):

- а) для чего построены зависимости, что по ним можно увидеть
- б) По графикам 5а и 5б: поведение ошибки в узлах, между узлами, на отрезке в целом с пояснением
- в) По графику 5в: почему получился такой вид графика
- г) Что будет происходить, если еще увеличивать количество узлов или степень полинома
- д) Сравнение с результатами работы 2.1.

8. (+1балл) Краткие выводы. По результатам проделанных опытов сделать выводы о том, какие свойства задачи (функция, отрезок, число точек) влияют на точность построения сплайна или полинома МНК