

Computational Intelligence

Année universitaire 2022/2023

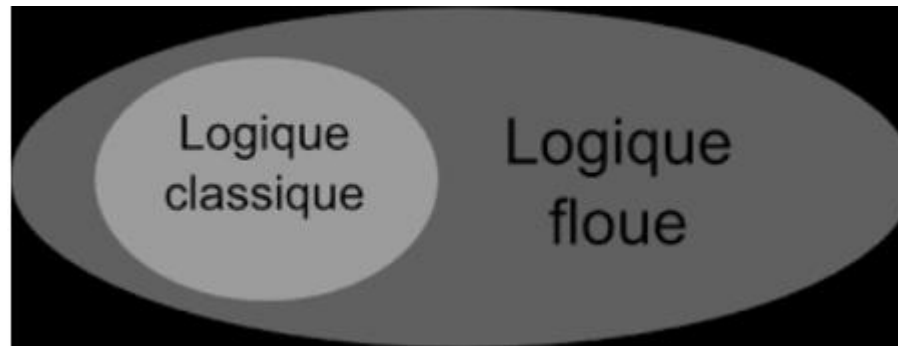
Pr. Jaouad Boumhidi

Plan du cours

- **Chap 1:** Systèmes flous ou logique floue (l'intelligence assurée à base de règles)
- **Chap 2:** Réseau de neurones (l'intelligence assurée à base d'apprentissage)
- **Chap 3:** *Calcul* évolutionnaire (Algorithmes évolutionnaires):
 - *Algorithmes génétiques*
 - *Essaims de particules*

Computational intelligence is a set of nature-inspired computational methodologies and approaches to address complex real-world problems to which mathematical or traditional modelling can be useless

Chap 1: Logique floue



- La logique floue propose des modes de raisonnement approximatifs plutôt qu'exacts
- C'est principalement le mode de raisonnement utilisé dans la plupart des cas par **les humains**.

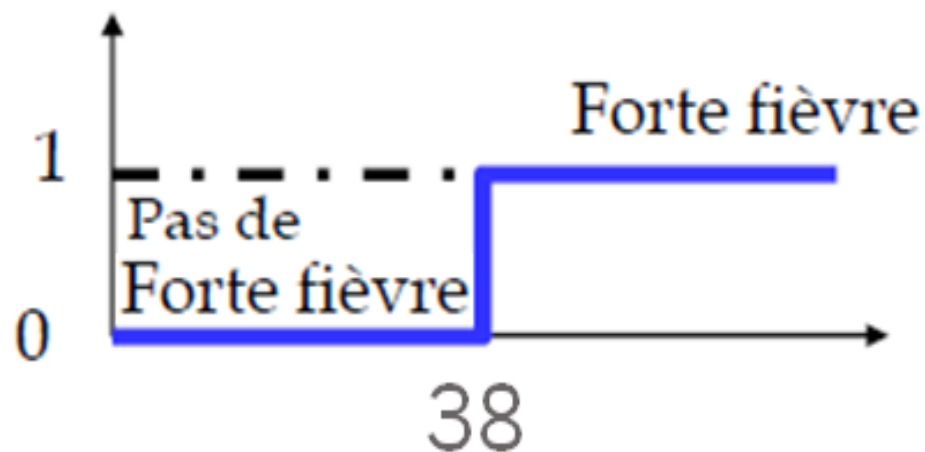
- En 1965, Lotfi Zadeh, introduit la notion d'ensembles flous (Fuzzy sets)
- La logique floue a été introduite en 1973,
- Elle est longtemps restée marginale.

L'idée de Zadeh consiste à utiliser le modèle de l'esprit humain

Approche Classique

Logique Propositionnelle

Les propositions ont des valeurs dans l'intervalle $\{\text{Vrai}, \text{Faux}\}$
ou $\{0,1\}$



Ensemble Classique

- La relation d'appartenance à un ensemble classique A est représentée par une fonction μ qui prend des valeurs de vérité dans la paire $\{0,1\}$. Ainsi,

la fonction d'appartenance d'un ensemble classique A est définie par:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Inconvénients

- Les variables décrivant les états sont booléennes,
- Ne peuvent prendre que deux valeurs
- Sont donc mal adaptées à représenter la plupart des phénomènes courants

En effet:

Si la température est de 37,98 ou si la température est de 38,02 ??

- L'incertain et l'imprécis

Je crois que la température est élevée (*donc pas sure*)

Logique floue: Théorie des ensembles flous

Selon Zadeh, **la logique floue est la théorie des ensembles flous** (Zadeh, 1994).

La théorie des ensembles flous est une théorie mathématique dont l'objectif principal est **la manipulation des notions incertaines** du langage naturel.

Ainsi, elle évite les inadéquations de la théorie des ensembles classiques

Exemple:

l'ensemble A représentant les PC qui sont *trop chers* pour une population d'étudiants. Après une enquête menée au sein de cette population, un PC ayant un prix supérieur ou égal à 8000 DH sera déclaré *trop cher*, quand un prix inférieur ou égal à 5000 *n'est pas trop cher*.

- Il existe un nombre important de PCs ayant un prix entre ces deux limites. Dans cet intervalle, on peut utiliser des valeurs, comprises strictement entre 0 et 1, pour classer ces prix comme étant *partiellement trop cher*.

- Cette classification permettra de définir:

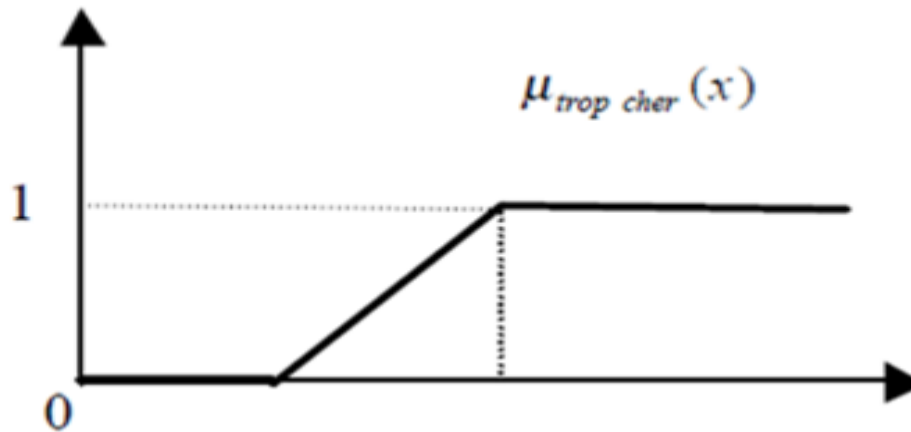
une nouvelle fonction d'appartenance, $\mu_A(x)$.

associée à l'ensemble A représentant les PC trop chers.

- $\mu_A(x)$ est strictement **entre 0 et 1** implique que x appartient à A avec un degré de vérité égal à $\mu_A(x)$.

A est donc le sous ensemble flou associé à la **valeur linguistique trop cher**

Chaque ensemble flou est caractérisé par sa fonction d'appartenance flou



Concepts fondamentaux

Si par exemple , $\mu_A(x)=0.1$, x appartient à l'ensemble flou A avec un degré d'appartenance de 10%

⇒ Faible appartenance ⇒ Traduction de la valeur linguistique « Faible »

Si par exemple , $\mu_A(x)=0.9$, x appartient à l'ensemble flou A avec un degré d'appartenance de 90%

⇒ Forte appartenance ⇒ Traduction de la valeur linguistique « Fort »

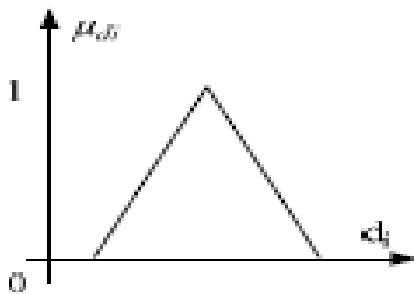
Un degré d'appartenance constitue une mesure d'incertitude

Un ensemble flou est totalement déterminé par sa fonction d'appartenance

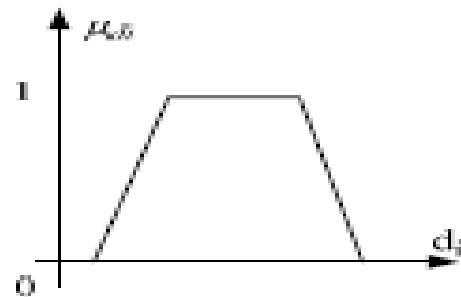
Caractéristiques de la fonction d'appartenance

La fonction d'appartenance décrivant un ensemble flou est caractérisée par 4 propriétés:

Type: forme qui peut être triangulaire, trapézoïdale, gaussienne,...



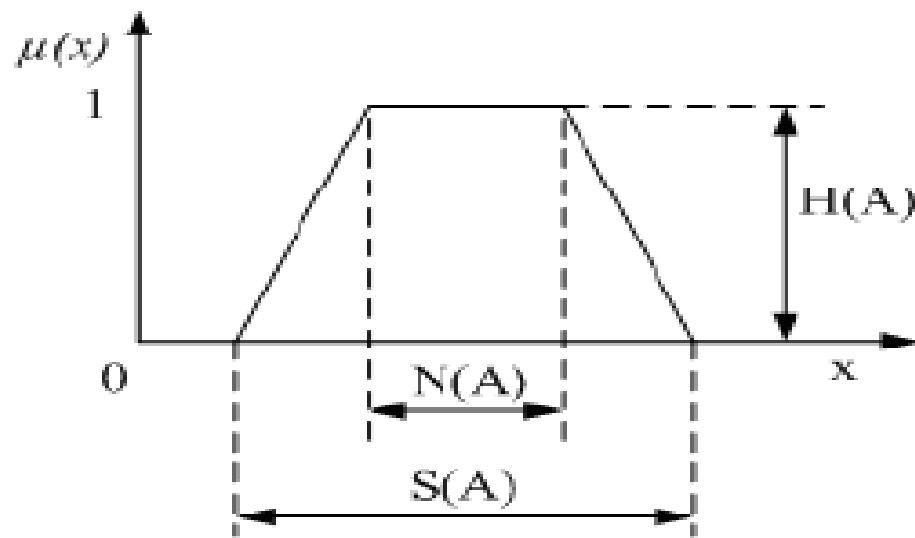
ou



La hauteur : $H(A) = \sup_{x \in X} (\mu_A(x))$ de la fonction d'appartenance. Un sous-ensemble flou est dit normalisé s'il est de hauteur 1.

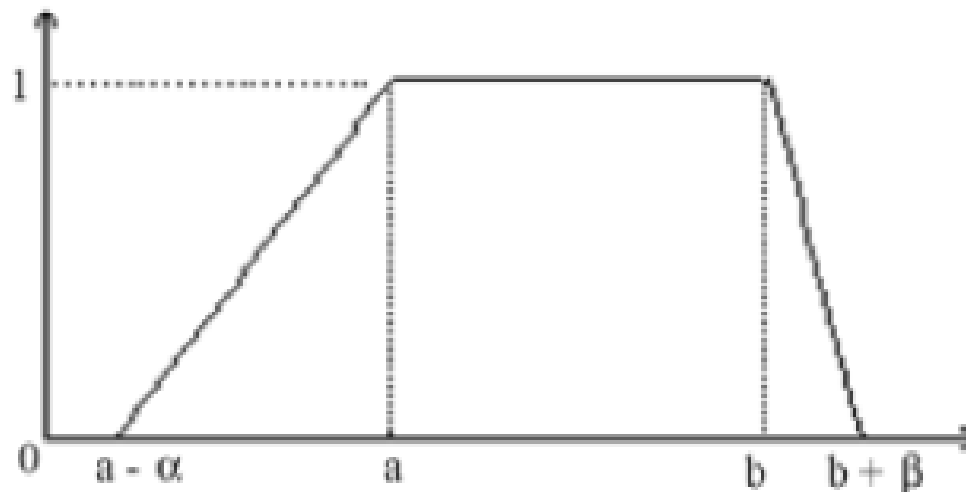
Le noyau : $N(A) = \{x / \mu_A(x) = 1\}$ est l'ensemble des éléments qui appartiennent totalement à A. Pour les fonctions de type triangulaire, le noyau est un singleton qui est appelé aussi valeur modale.

Le support : $S(A) = \{x / \mu_A(x) \neq 0\}$; cet ensemble décrit l'ensemble des éléments qui sont partiellement dans A.



Un nombre flou trapézoïdale est notée généralement par: (a, b, α, β) :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a - \alpha \text{ ou } b + \beta < x, \text{ (x hors du support de A)} \\ 1 & \text{si } a < x < b, \text{ (x dans le noyau de A)} \\ 1 + (x - a) / \alpha & \text{si } a - \alpha < x < a, \\ 1 - (b - x) / \beta & \text{si } b < x < b + \beta \end{cases}$$



Triangulaire (Très utilisée)

- Un nombre flou triangulaire est un cas particulier de trapézoïdale est notée par: (a, α, β)
- Déterminer l'expression de la fonction d'appartenance dans ce cas?

VARIABLES LINGUISTIQUES ET VALEURS LINGUISTIQUES

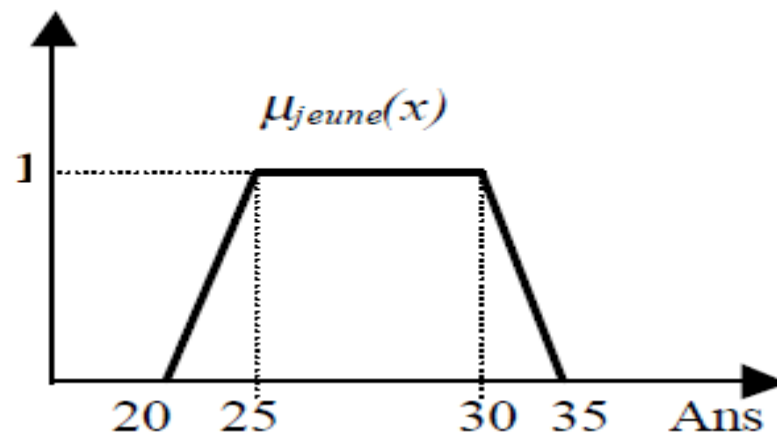
- Une variable linguistique est une variable dont les valeurs associées sont linguistiques plutôt que numériques (Zadeh, 1997).

Par exemple, la variable linguistique *âge* peut être évaluée par les trois valeurs linguistiques suivantes:

jeune, moyen et vieux

- La notion de variable linguistique suppose donc l'existence d'un univers de discours X et d'un ensemble de valeurs linguistiques D associé à la variable linguistique étudiée
- Pour la variable linguistique *âge*, X est l'ensemble des nombres réels positifs \mathbb{R}^+
Exemple: **[0 120]**
et $D = \{jeune, moyen, vieux\}$.

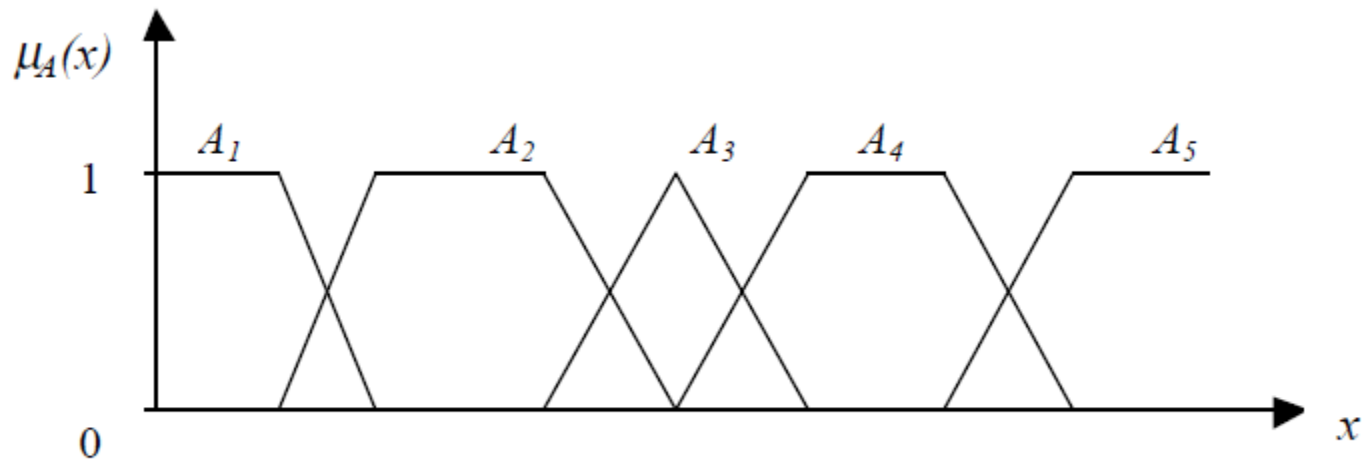
- En logique floue, les valeurs linguistiques sont représentées par des sous ensembles flous
- Considérons, par exemple, le cas de la valeur linguistique *jeune*; elle peut être représentée de la façon suivante:



Partition floue

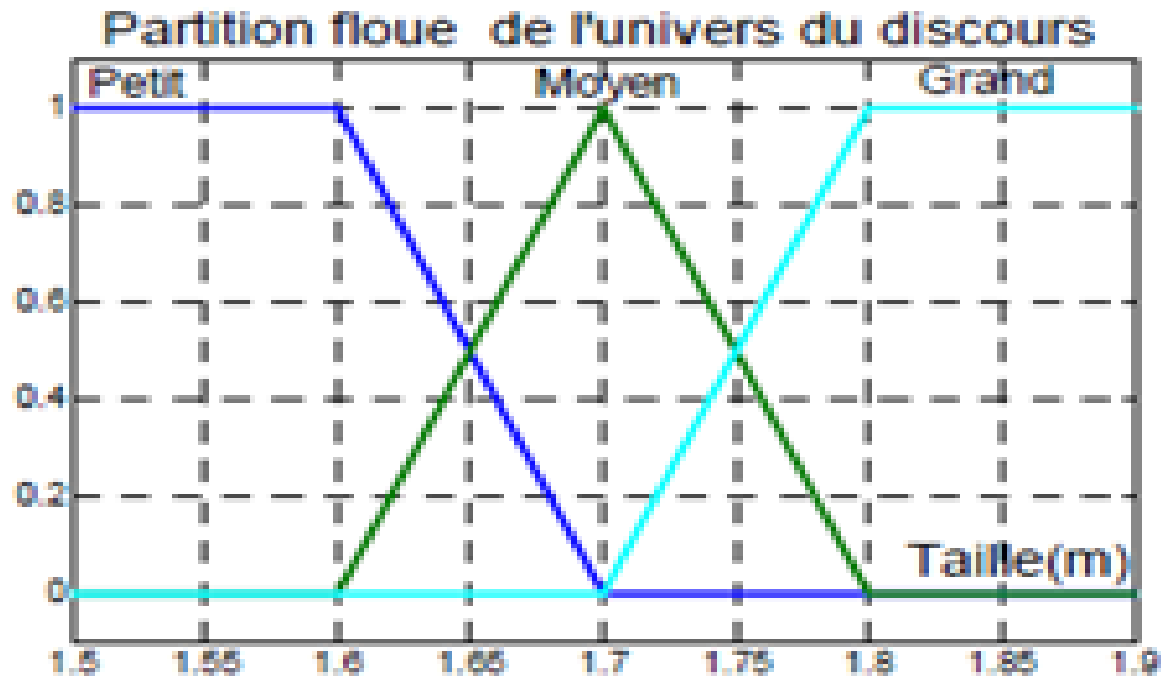
- Partition floue: Soient N ensembles flous A_j du référentiel X . $(A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_N)$ est dite une *partition floue* si:

$$\forall x \in X \quad \sum_{j=1}^N \mu_{A_j}(x) = 1 \quad \text{avec } A_j \neq \emptyset \text{ et } A_j \neq X \quad \forall 1 \leq j \leq N$$



Exemple d'une partition floue formée de cinq ensembles flous.

Exemple, la variable linguistique *taille* peut être évaluée par les trois valeurs linguistiques suivantes: petit, moyen et grand (3 ensembles flous)



Compléter la partition floue, de l'âge sur un univers
de discours de votre choix et avec 5 valeurs
linguistiques de votre choix

Les opérateurs flous

Extention des Opérateurs de la théorie des ensembles classiques : $=, \cup, \cap, \subset$, et Complément.

Soit A et B deux sous ensembles flous de X définis par les fonctions d'appartenance: μ_A et μ_B :

Égalité

$$A = B \text{ ssi } \forall x \in X, \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

Inclusion

$$A \subset B \text{ ssi } \forall x \in X, \mu_A(x) < \mu_B(x)$$

Intersection

$$\forall x \in X, \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

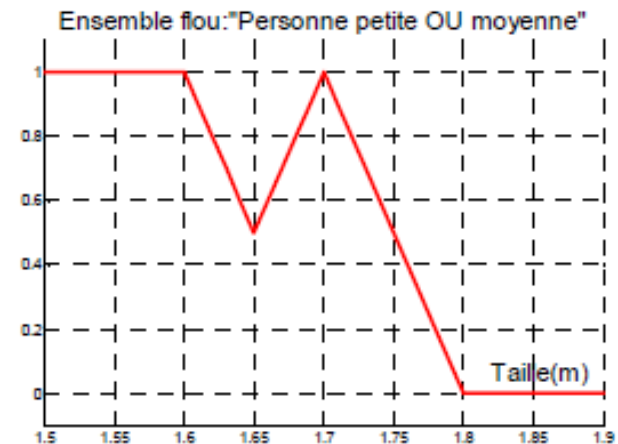
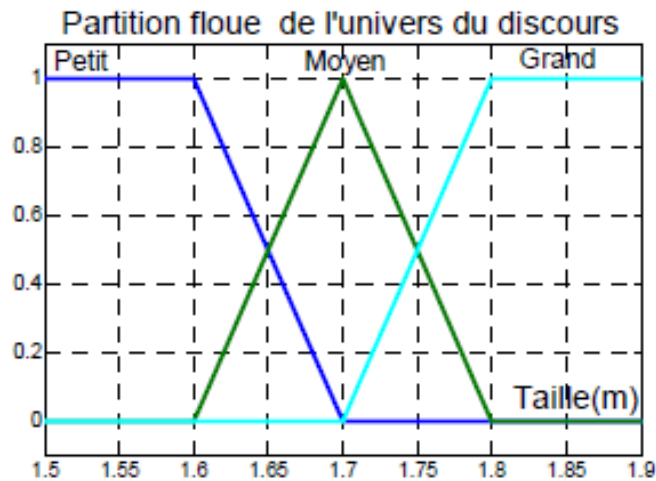
Union

$$\forall x \in X, \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Opérateur flou Union

L'ensemble des personnes petites OU moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

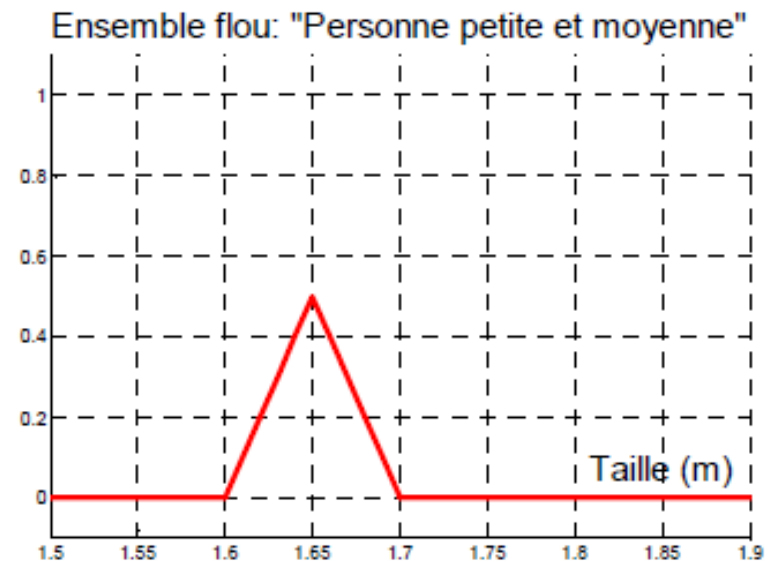
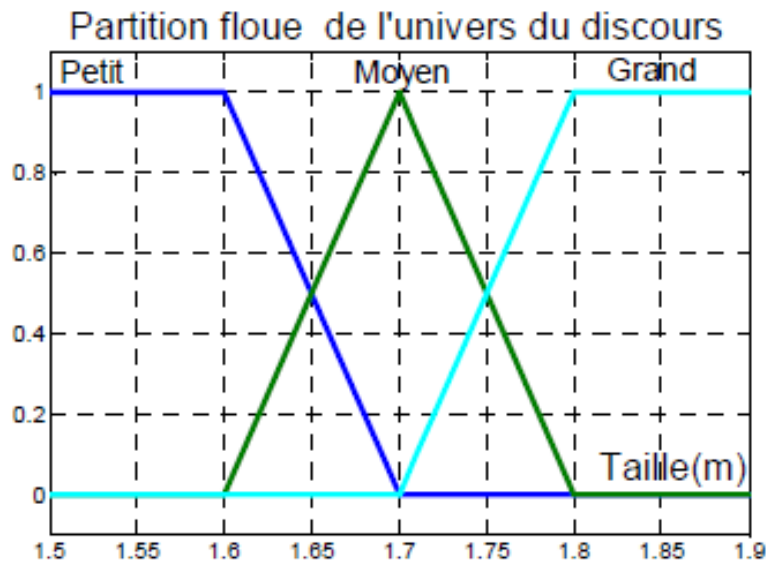
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$



Opérateur flou Intersection

L'ensemble des personnes petites ET moyennes est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

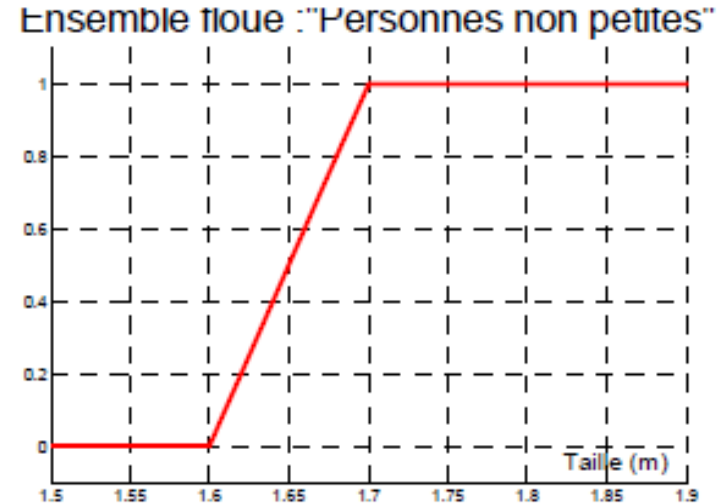
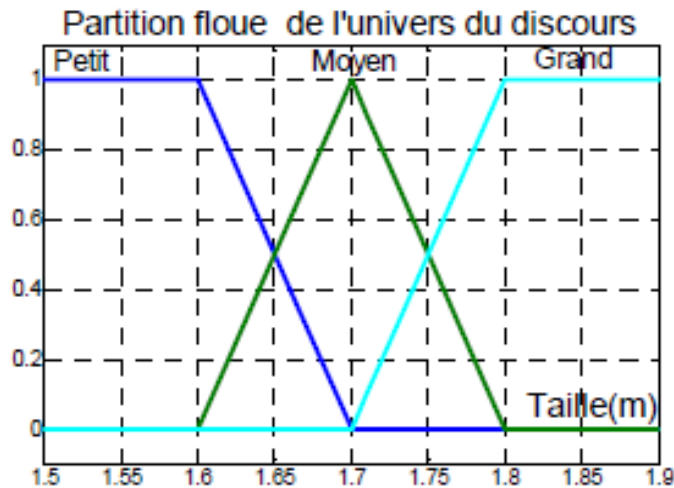
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U$$



Complément

L'ensemble des personnes NON petites est un ensemble flou de fonction d'appartenance :

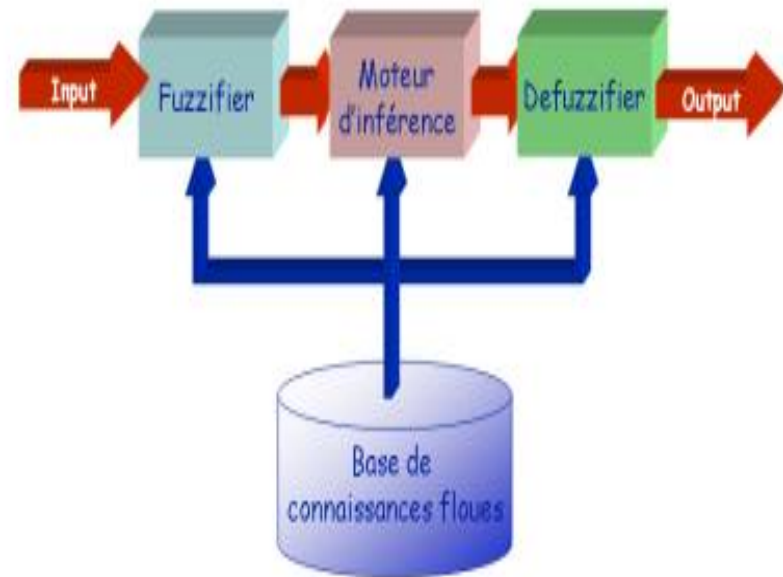
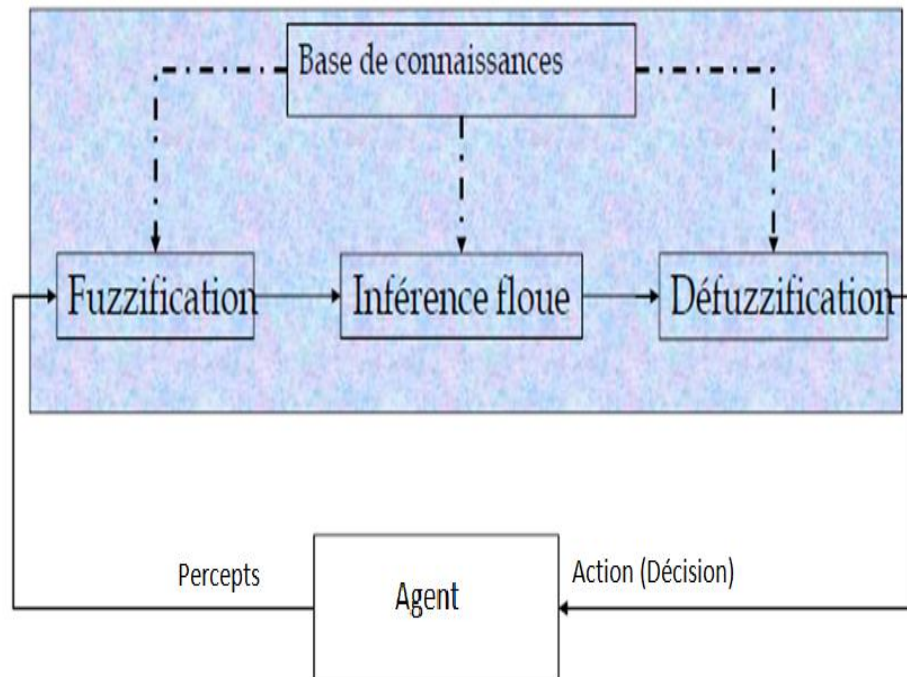
$$\mu_{A^-}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in U$$



Prise de décision par logique floue

Fuzzy decision making

Il ya 4 étapes nécessaires lors de conception d'une décision flou:



Fuzzification

C'est le processus qui consiste à transformer une grandeur numérique en un ensemble flou.

Revient à qualifier une variable numérique par une variable linguistique

Comment fuzzifier?

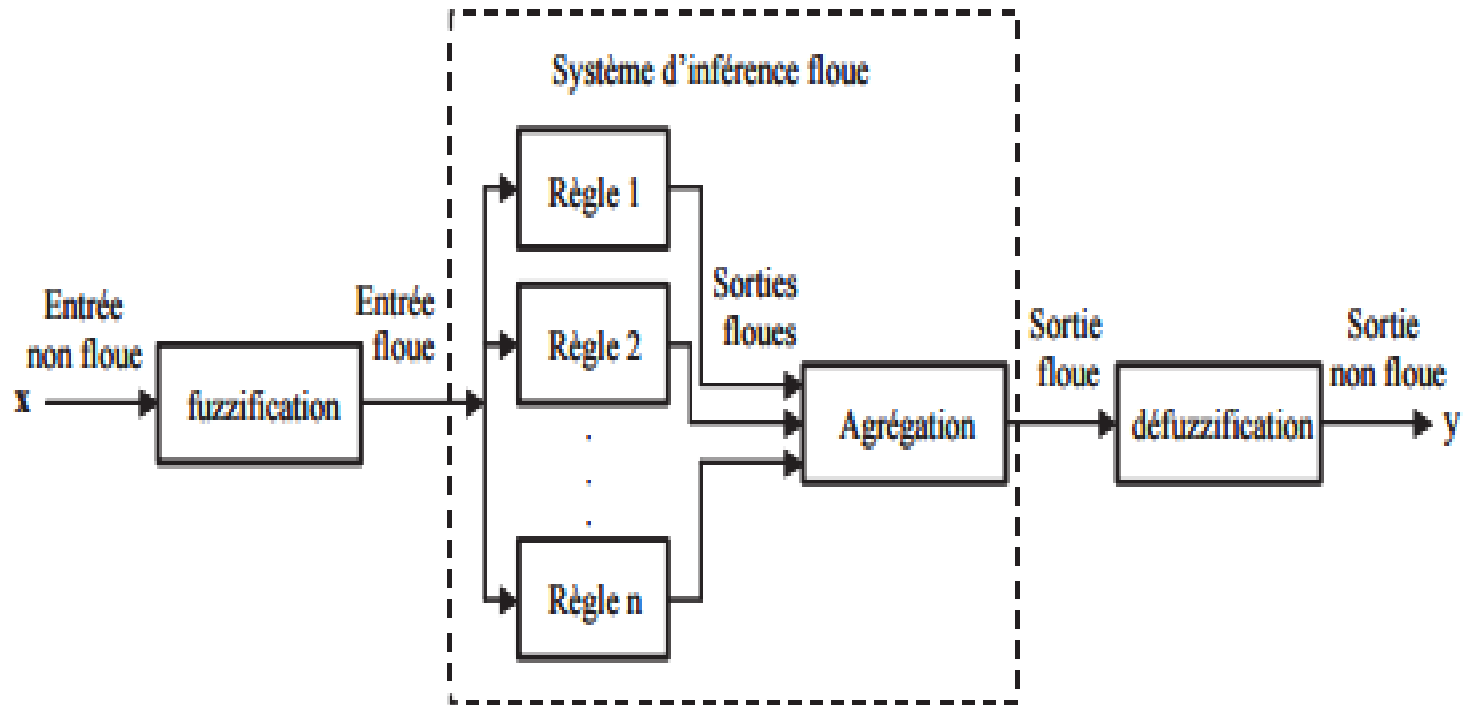
- Donner **l'univers de discours**: plage de variations possibles de l'entrée considérée(des percepts).
- **Une partition** en classe floue de cet univers

Exemple:

Une entrée taille (petit; moyenne; grand)

Une entrée taille (trop petit; petit; moyenne; grand; trop grand)

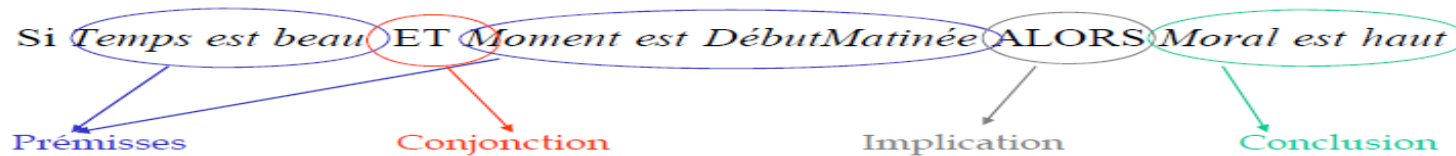
Système d'Inférence Floue(SIF) ou (FIS en Anglais)



Règle floue et proposition floue

Si x est A **ET** y est B **Alors** z est C

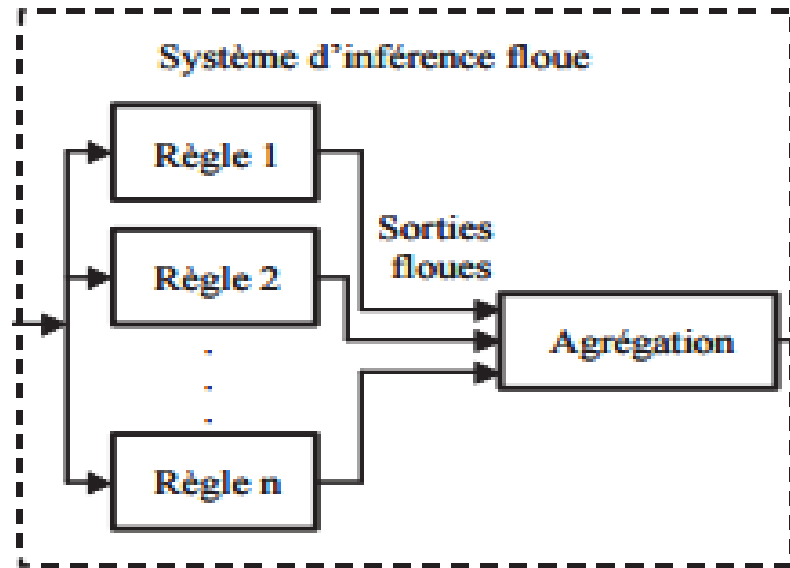
Exemple 1



Exemple 2

SI *distance* entre vehicles est *petite* et *vitèsse* est *fort* alors *freiner tres fort*,

Étapes d'établissement de la sortie floue: SIF



Étape1 du SIF:

Calcul du degré d'activation de chaque règle

- L'activation des règles consiste à calculer le degré d'activation de chacune. C'est une valeur comprise entre 0 et 1
- $\min(u,v)$ permet de représenter la conjonction **ET**

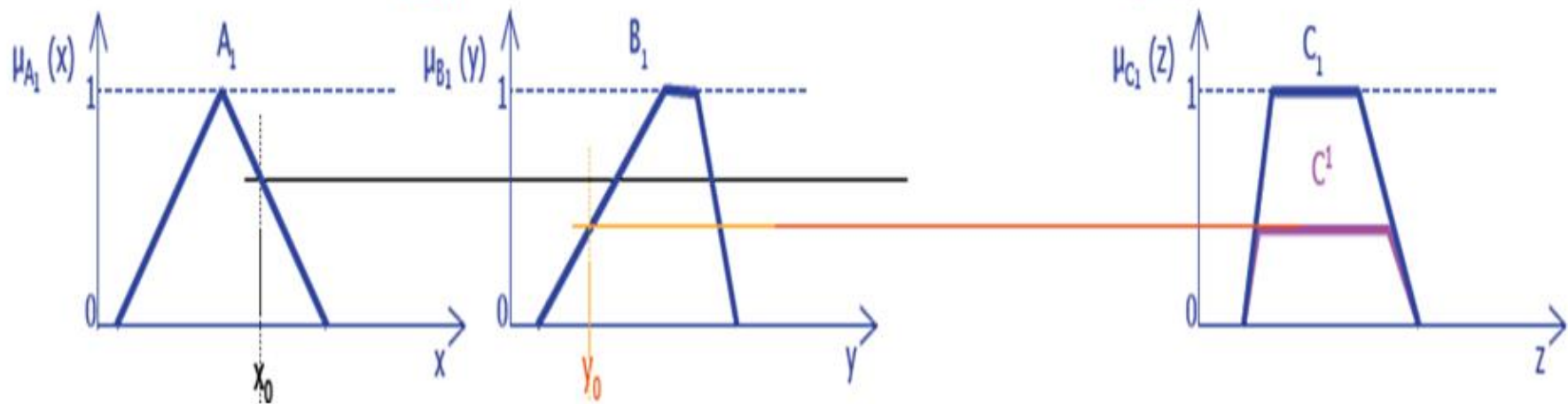
Règle1: *Si X1 est A1 ET X2 est A2 alors y est B*

- *Degré des deux permises (Si X1 est A1 ET X2 est A2) est le min des degrés d'appartenances des deux)*
- *Dans ce cas:*

$$\mu_B(y) = \text{poids de la règle 1} = \min(\mu_{A1}(x1), \mu_{A2}(x2))$$

\mathcal{R}_1 : si x est A_1 et y est B_1 alors z est C_1

ET



Exemple d'illustration du cas d'une inférence avec une seule règle,

Nous supposons que nous voulons connaître la force de freinage d'une voiture qui roule dans une ville si le feu est rouge.

Pour cela nous avons deux caractéristiques associées : **Vitesse** et **Distance**. Ces caractéristiques sont alors nos variables d'entrée et la variable de sortie est **freinage**. Si nous considérons une voiture qui roule à une vitesse de 65 Km/h et le feu se trouve à 20 mètres,

Soit la règle suivante :

R1 : Si Distance est Courte et Vitesse est Maximale Alors Freinage est Fortement

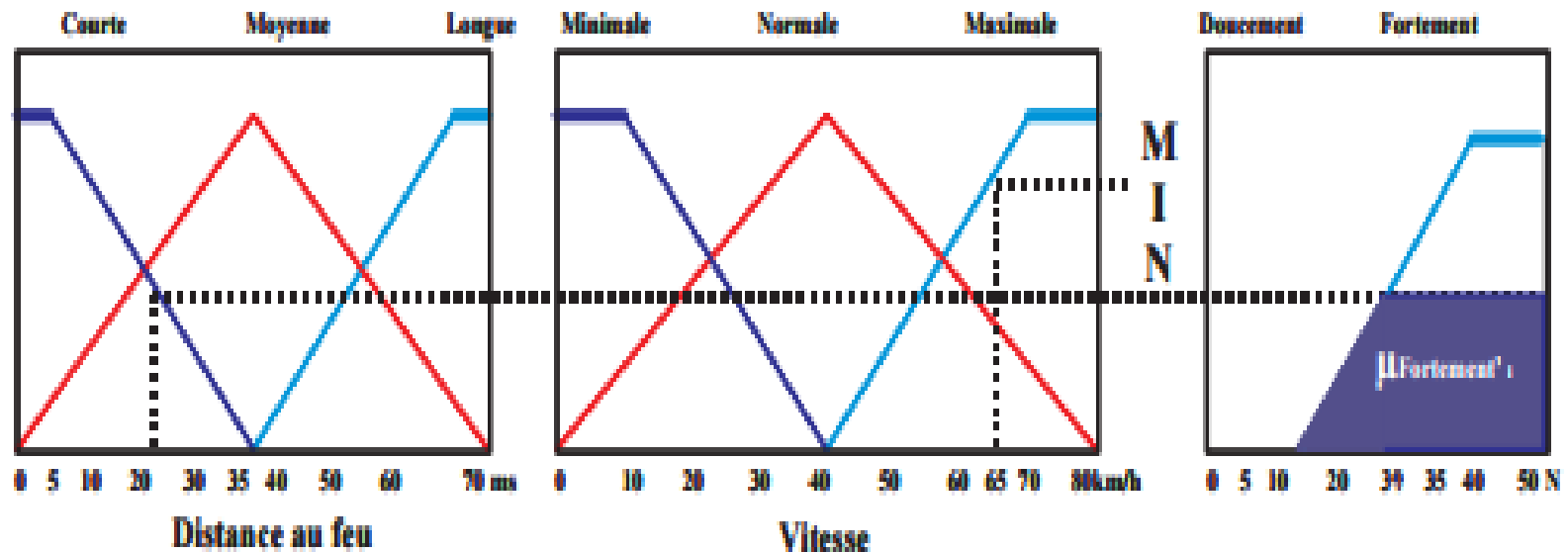
Le degré d'accomplissement ou degré d'appartenance (μ) pour la variable Distance ($x_1 = 20$) et Vitesse ($x_2 = 65$) est comme suit :

$$x_1 = 20 \rightarrow \mu_{Courte}(20) = 0.42, \mu_{Moyenne}(20) = 0.57, \mu_{Longue}(20) = 0.0$$

$$x_2 = 65 \rightarrow \mu_{Minimale}(65) = 0.0, \mu_{Normale}(65) = 0.375, \mu_{Maximale}(65) = 0.833$$

$$R_1 : Freiner_{\mu_{Fortement_1}} = [\min(\mu_{Courte}(20), \mu_{Maximale}(65))] = \min(0.42, 0.833) = 0.42$$

Règle 1 : Si distance est Courte et Vitesse est Maximale Alors freiner Fortement



Activation des règles(calcul des degrés de toutes les règles

R1: *Si* (X_1 est A_{11}) *et* (X_2 est A_{12}) *alors* Y est B_1

R2: *Si* (X_1 est A_{21}) *ou* (X_2 est A_{22}) *alors* Y est B_2

R3: *Si* (X_1 est A_{31}) *et* (X_2 est A_{32}) *et* (X_3 est A_{33}) *alors* Y est B_3

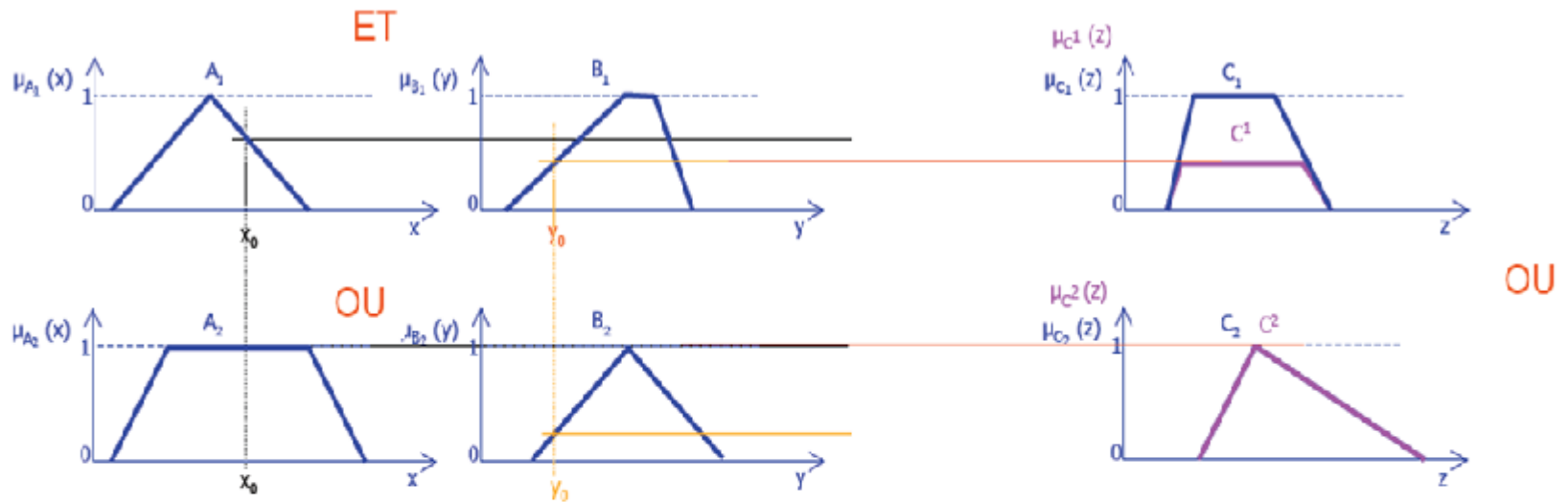
.....

Agrégation

Les règles sont liées par un opérateur OU
c.à.d si R1 ou R2 ouou Ri ouRq

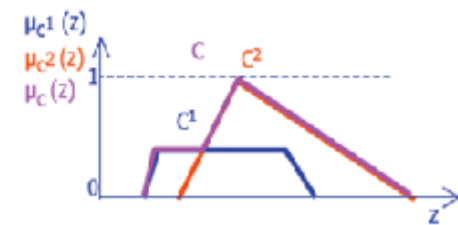
$$\mu_B(y) = \text{MAX} \left[\mu_{B_i}(y) \right] \quad i \in \{ \text{indices des règles activées} \}$$

y: sortie floue (décision floue)



R_1 : si x est A_1 et y est B_1 alors z est C_1
 R_2 : si x est A_2 ou y est B_2 alors z est C_2
 Fait : x est \bar{x}_0 et y est \bar{y}_0

 Conséquence : z est C



Exemple d'illustration du cas d'une inférence avec deux règles,

- Nous continuons notre exemple de la voiture avec les mêmes valeurs, c'est-à-dire 20 mètres pour la distance au feu et 65 km/h pour la vitesse de la voiture.
- Nous considérons les deux règles suivantes :
- *R1 : Si Distance est Courte et Vitesse est Maximale Alors Freinage est Fortement*
- *R2 : Si Distance est Moyenne et Vitesse est Normale Alors Freinage est Doucement*

Comme on a vu que:

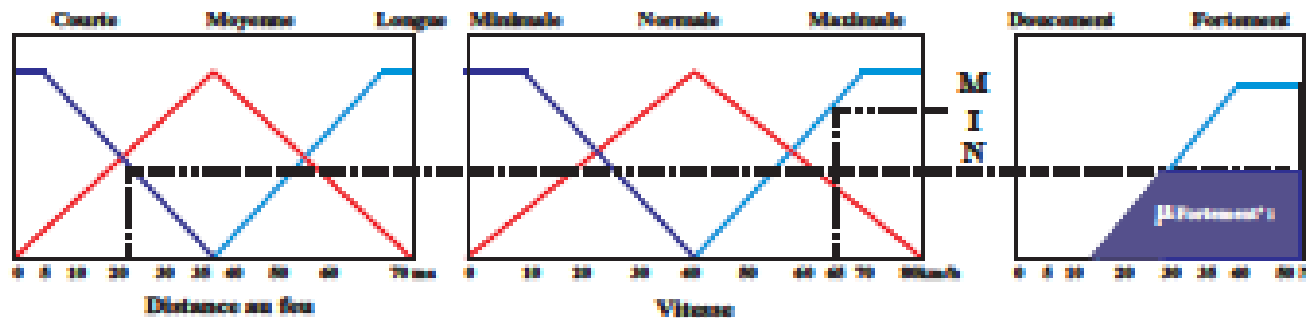
$$x_1 = 20 \rightarrow \mu_{Courte}(20) = 0.42, \mu_{Moyenne}(20) = 0.57, \mu_{Longue}(20) = 0.0$$

$$x_2 = 65 \rightarrow \mu_{Minimale}(65) = 0.0, \mu_{Normale}(65) = 0.375, \mu_{Maximale}(65) = 0.833$$

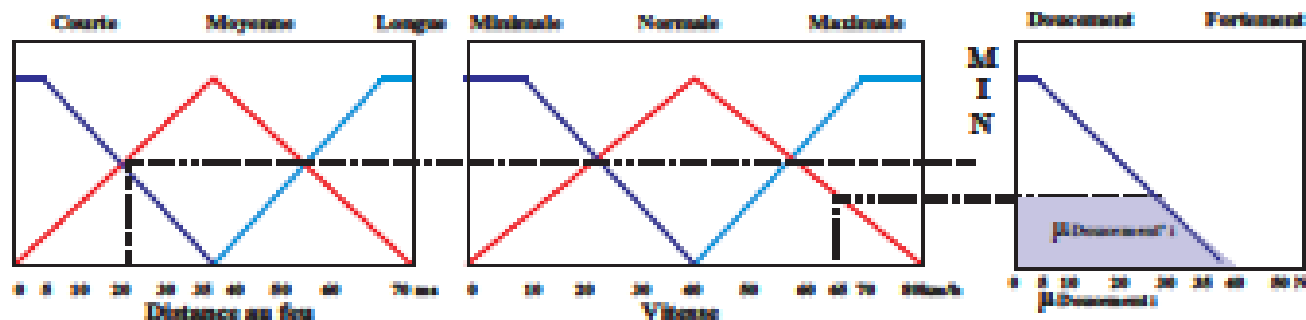
$$R_1 : \mu_{Fortement_1} = [\min(\mu_{Courte}(0.42), \mu_{Maximale}(0.833))] = \min(0.42, 0.833) = 0.42$$

$$R_2 : \mu_{Douxement_1} = [\min(\mu_{Moyenne}(0.57), \mu_{Normale}(0.375))] = \min(0.57, 0.375) = 0.375$$

Règle 1 : Si distance est Courte et Vitesse est Maximale Alors freiner Fortement

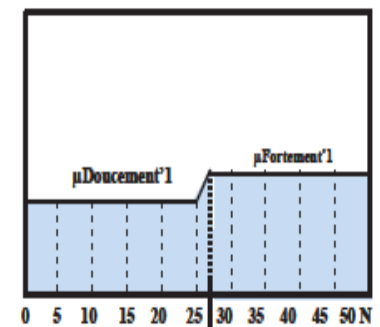
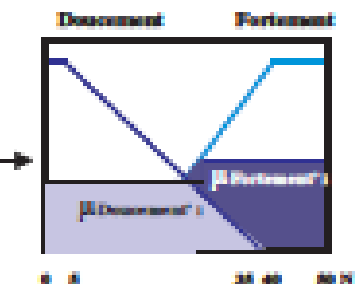


Règle 2 : Si distance est Moyenne et Vitesse est Normale freiner Doucement



**Combinaison
Des prémisses**

**Agrégation
des
règles**



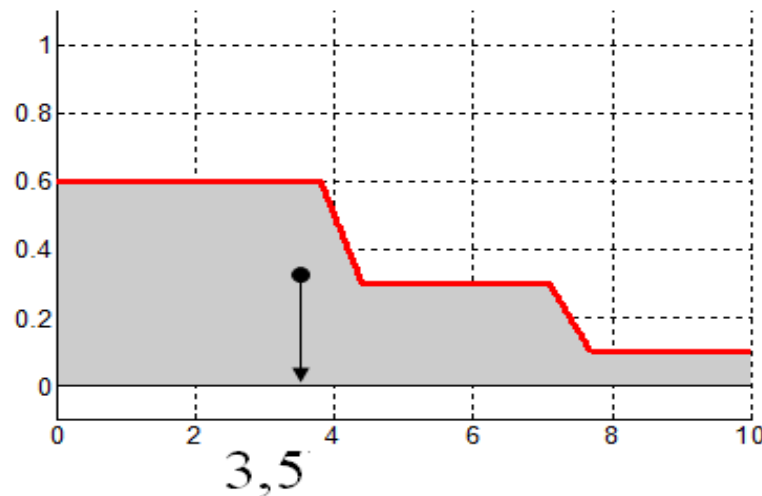
Méthode de défuzzification

Méthode du centre de gravité (COG) C'est l'abscisse du centre de gravité de la surface du sous ensemble flou obtenu après agrégation des règles.

$$sortie = \frac{\int_U y \cdot \mu(y) \cdot dy}{\int_U \mu(y) \cdot dy}$$

U = Univers du discours

= Toutes les valeurs de sorties considérées

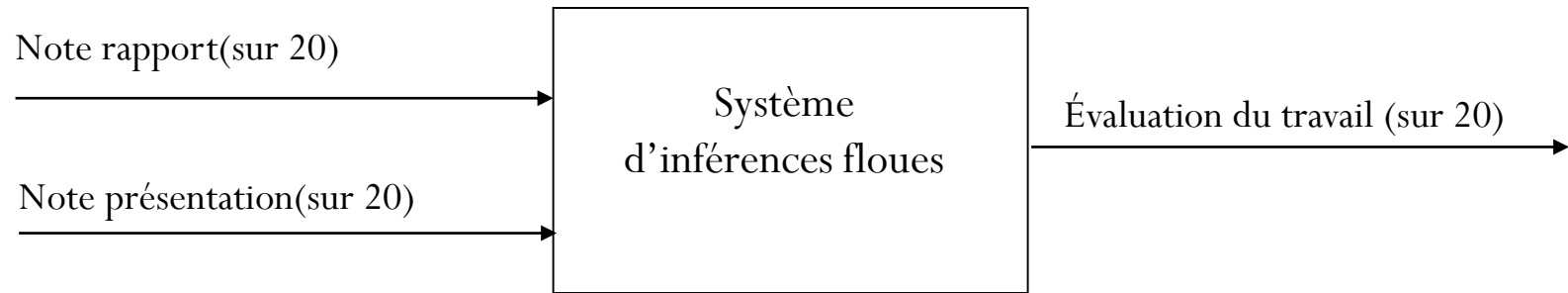


Remarque:

Il existe d'autres méthodes de défuzzification [Ross, 2005] :
méthodes des maximums,

- ✓ somme-prod,
- ✓ moyenne-pondérée,
- ✓ moyenne des maximums.
- ✓ Etc...

Exercice : Système d'évaluation floue des PFE Master



Mise en place du système d'inférences floues (1)

1. Choix des entrées/sorties

2 entrées: Rapport; Présentation.

1 sortie: Évaluation

2. Univers des discours

[0..20] pour chacune des E/S

3. Classes d'appartenances:

Notes Rapport et Présentation

{Médiocre; Moyen; Excellent}

Evaluation \in {Médiocre; Mauvais; Moyen; Bon; Excellent}

Bases de règles (maximum 9 règles)

1. If (**Rapport** is excellent) and (**Présentation** is excellent) then (Evaluation is excellent)
2. . If (**Rapport** is moyen) and (**Présentation** is excellent) then (Evaluation is bon)
3. . If (**Rapport** is médiocre) and (**Présentation** is excellent) then (Evaluation is moyen)
4. . If (**Rapport** is médiocre) and (**Présentation** is moyen) then (Evaluation is mauvais)
5. . If (**Rapport** is médiocre) and (**Présentation** is médiocre) then (Evaluation is médiocre)
6. ...

Travaux Pratique Décision floue

Utilisation de la laibririe **JFuzzyLogic en java**

Ou **Scikit Fuzzy en python**

FUNCTION_BLOCK tipper // Block definition

VAR_INPUT // Define input variables

service : REAL;

food : REAL;

END_VAR

VAR_OUTPUT // Define output variable

tip : REAL;

END_VAR

FUZZIFY service // Fuzzify input variable 'service': {'poor', 'good', 'excellent'}

TERM poor := (0, 1) (4, 0) ;

TERM good := (1, 0) (4,1) (6,1) (9,0);

TERM excellent := (6, 0) (9, 1);

END_FUZZIFY

// voir explication des valeurs

FUZZIFY food // Fuzzify input variable 'food': { 'rancid', 'delicious' }

TERM rancid := (0, 1) (1, 1) (3,0) ;

TERM delicious := (7,0) (9,1);

END_FUZZIFY

```
DEFUZZIFY tip // output variable 'tip' : {'cheap', 'average', 'generous' }  
TERM cheap := (0,0) (5,1) (10,0);  
TERM average := (10,0) (15,1) (20,0);  
TERM generous := (20,0) (25,1) (30,0);  
METHOD : COG; // Use 'Center Of Gravity' defuzzification method  
DEFAULT := 0; // Default value is 0 (if no rule activates defuzzifier)  
END_DEFUZZIFY
```

RULEBLOCK No1

```
AND : MIN; // Use 'min' for 'and' (also implicit use 'max' for 'or' to fulfill  
DeMorgan's Law)
```

```
ACT : MIN; // Use 'min' activation method
```

```
ACCU : MAX; // Use 'max' accumulation method
```

```
RULE 1 : IF service IS poor OR food IS rancid THEN tip IS cheap;
```

```
RULE 2 : IF service IS good THEN tip IS average;
```

```
RULE 3 : IF service IS excellent AND food IS delicious THEN tip IS generous;
```

```
END_RULEBLOCK
```

```
END_FUNCTION_BLOCK
```


Quelques bibliothèques nécessaires:

- `import net.sourceforge.jFuzzyLogic.FIS;`
- `import net.sourceforge.jFuzzyLogic.rule.*; (ou
 .rule.FuzzyRuleSet)`

```
public static void main(String[] args) throws Exception {  
    String fileName = "c:/tipper.fcl";  
    FIS fis = FIS.load(fileName,true);  
    if( fis == null ) {  
        System.err.println("Can't load file:« »      + fileName + """);  
        return;  
    }  
}
```

```
fis.chart(); // Visualiser les partitions floues de fuzzification  
// Test: // Set inputs  
fis.setVariable("service", 4);  
fis.setVariable("food", 7);  
// Evaluate calcul de la décision pour la valeur de test  
fis.evaluate();  
// affichage de la décision:  
System.out.println(fis.getVariable("tip").defuzzify());  
fis.getVariable("tip").chartDefuzzifier(true);
```

Exercice

- Réaliser sous Java (JFuzzyLogic) une application intelligente à base de logique floue pour prédire le montant d'un crédit que peut obtenir un client bancaire, en se basant sur son âge et son salaire. On suppose que le montant maximal de crédit accordé est de 100 000 DH.
- On suppose que l'âge des clients est compris entre [20 et 65] , et le salaire est entre 2500 et 35 000 DH.

Et On considère que :

$$Age \in \{Petit, Moyen, Grand\}$$

$$Salaire \in \{Petit, Moyen, Grand\}$$

$$Montant_credit \in \{TrèsPetit, Petit, Moyen, Grand, TrèsGrand\}$$

Exercice2:

Réaliser, sous JFuzzyLogic, une application d'aide à la conduite d'un véhicule, (système de freinage intelligent):

- On considère que la vitesse et la distance entre deux véhicules seront représentées par 5 valeurs linguistiques et le freinage par 7 valeurs linguistiques.
- On suppose que la vitesse maximale du véhicule est de 200 Km/h , la distance maximale qui nous intéresse entre les deux véhicules est de 100 m et le freinage varie entre 0 et 100.

ET	flou	: MIN
OU	flou	: MAX
Implication	floue	: MIN
Agrégation des règles		: MAX
Défuzzification		: COG