

به نام خدا

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی کامپیووتر

## پاسخ تمرین سری دوم تصویرپردازی رقمی

استاد:

دکتر رحمتی

دانشجو:

حليمه رحيمى

شماره دانشجویی:

۹۹۱۳۱۰۴۳

بهار ۱۴۰۰

## 1. Mathematics of Image Point Processing Operations

First, consider the following 3-bit image of the size 8x8:

1	2	3	3	3	5	6	6
2	2	2	4	6	6	7	7
2	2	3	4	5	7	7	6
2	3	3	3	6	7	6	6
3	4	5	6	5	4	4	5
2	3	5	5	4	4	4	5
2	4	4	4	4	2	3	4
3	4	4	3	3	2	1	4

a. Find the digital negative of the image.

6	5	4	4	4	2	1	1
5	5	5	3	1	1	0	0
5	5	4	3	2	0	0	1
5	4	4	4	1	0	1	1
4	3	2	1	2	3	3	2
5	4	2	2	3	3	3	2
5	3	3	3	3	5	4	3
4	3	3	4	4	5	6	3

Negative transformation function has the form:  $s = L - 1 - r$

b. Perform bit-plane slicing and write down all bit-planes representations of the image.

001	010	011	011	011	101	110	110
010	010	010	100	110	110	111	111
010	010	011	100	101	111	111	110
010	011	011	011	110	111	110	110
011	100	110	101	101	100	100	101
010	011	101	100	100	100	100	101
010	100	100	100	100	010	011	100
011	100	100	011	011	010	001	100

MSB plane

0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1

Center Bit plane

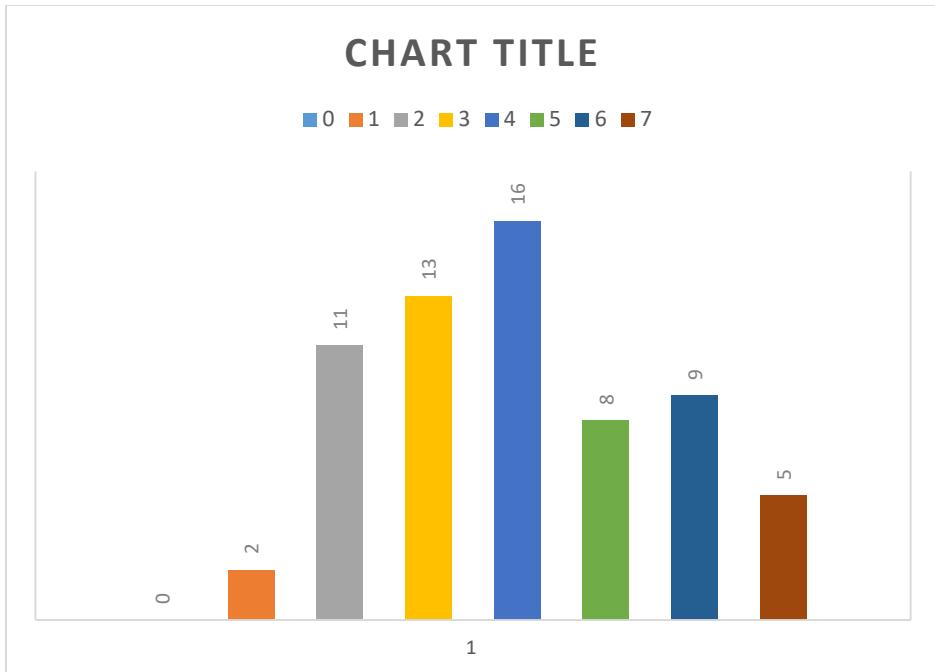
0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0	0

LSB plane

1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0

### c. Compute the image histogram.

Formula	$p(r_k) = \frac{n_k}{MN}$							
Values	0	1	2	3	4	5	6	7
PDF	0/64	2/64	11/64	13/64	16/64	8/64	9/64	5/64



d. Determine a “valley” in the histogram, and threshold the image at this value. Write down the resultant image matrix.

There's a valley on “5”.

0	0	0	0	0	7	7	7
0	0	0	0	7	7	7	7
0	0	0	0	7	7	7	7
0	0	0	0	7	7	7	7
0	0	7	7	7	0	0	7
0	0	7	7	0	0	0	7
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

e. Apply linear scaling for stretching the gray levels of the image to the range of 0-255. Write down the result matrix.

36	73	109	109	109	182	219	219
73	73	73	145	219	192	255	255
73	73	109	145	182	255	255	192
73	109	109	109	219	255	219	219

109	145	182	219	182	145	145	182
73	109	182	182	145	145	145	182
73	145	145	145	145	73	109	145
109	145	145	109	109	73	36	145

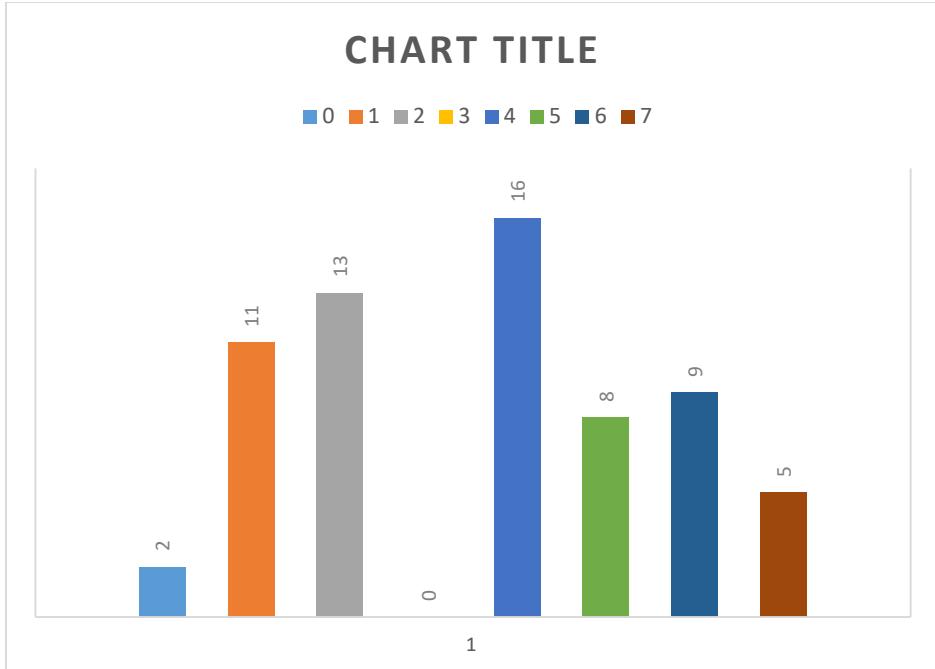
f. Apply histogram equalization to the image. Write the resultant matrix as well as the equalized histogram.

$$s_k = T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$$

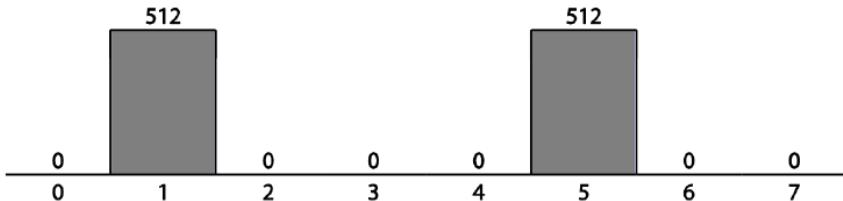
values	0	1	2	3	4	5	6	7
CDF	0/64	2/64	13/64	26/64	42/64	50/64	59/64	64/64
New values	0	0.21	1.42	2.84	4.59	5.46	6.45	7
New values	0	0	1	2	4	5	6	7

0	1	2	2	2	5	6	6
1	1	1	4	6	6	7	7
1	1	2	4	5	7	7	6
1	2	2	2	6	7	6	6
2	4	5	6	5	4	4	5
1	2	5	5	4	4	4	5
1	4	4	4	4	1	2	4
2	4	4	2	2	1	0	4

Values	0	1	2	3	4	5	6	7
Count	2	11	13	0	16	8	9	5



g. Suppose you want to shape the histogram of the above image to match that of a second image, given below:



Use histogram specification to devise a gray-level transformation that shapes the histogram of the original image to look like the second. Note that you have to adopt a strategy to handle certain cases, including when two input values map to the same output value, and no input values map onto a particular output value.

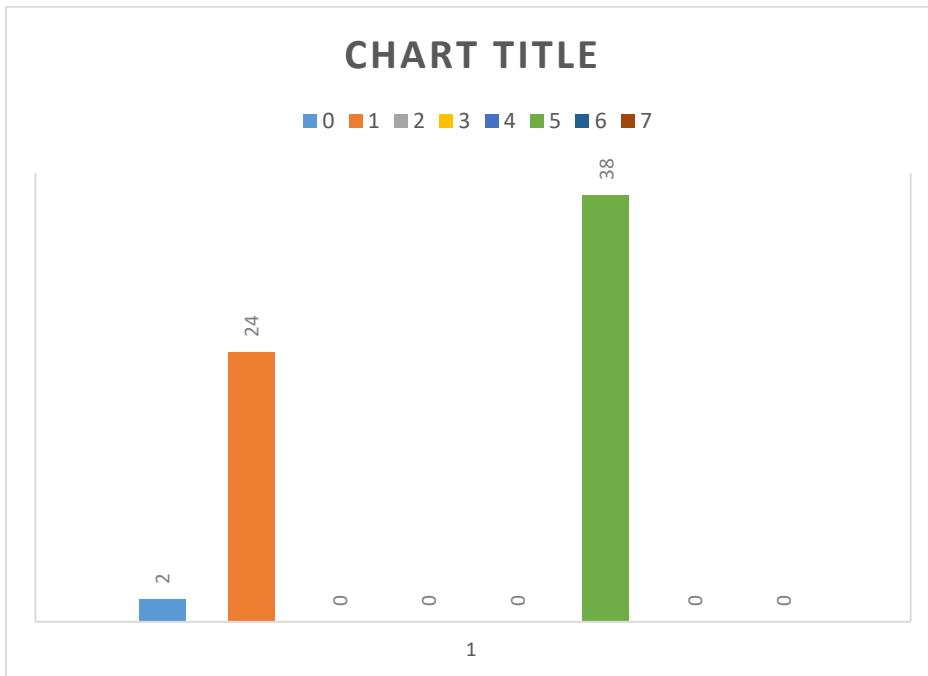
I have considered  $G(z)-s \geq 0$ .

Values	0	1	2	3	4	5	6	7
Goal PDF	0	0.5	0	0	0	0.5	0	0
Goal CDF	0	0.5	0.5	0.5	0.5	1	1	1
New Values	0	3	3	3	3	7	7	7

Values	0	1	2	3	4	5	6	7
Values from f.	0	0	1	2	4	5	6	7
New Values	0	0	1	1	5	5	5	5

0	1	1	1	1	5	5	5
1	1	1	5	5	5	5	5
1	1	1	5	5	5	5	5
1	1	1	1	5	5	5	5
1	5	5	5	5	5	5	5
1	1	5	5	5	5	5	5
1	5	5	5	5	1	1	5
1	5	5	1	1	1	0	5

Values	0	1	2	3	4	5	6	7
Count	2	24	0	0	0	38	0	0



Now, assume an image with the following gray-level histogram:

$$p_r = \frac{e^r - 1}{e - 2}, \quad r \in [0,1]$$

h. Find a gray-level transformation  $s = T(r)$  to make the transformed histogram  $p_s$  uniform, i.e.:

$$p_s = 1 \quad s \in [0, 1]$$

$$s = T(r) = \int_0^1 \frac{e^r - 1}{e - 2} dr = \frac{1}{e - 2} \int_0^1 (e^r - 1) dr = \frac{1}{e - 2} (e^r - 1)_0^1 = \frac{e - 1 - 0 + 0}{e - 2} = \frac{e - 1}{e - 2}$$

Note: Make sure to show all intermediate steps in the calculations.

## 2. Practicing Image (De) Convolution Calculation

First, a 3-bit image of the size 8x8 is given. Convolve each one of the given kernels (a) to (h) with this image and write the output image matrix. Also describe how each mask affects the input image.

$$f[n_1, n_2] * * h[n_1, n_2] = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} f[m_1, m_2] h[n_1 - m_1, n_2 - m_2]$$

So I'm going to be rotating each filter 180 degrees and calculate the sum of multiplications.

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(a)

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

(b)

1	1	0
1	0	-1
0	-1	-1

(c)

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(d)

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(e)

-1	-1	-1
2	2	2
-1	-1	-1

(f)

0	1	1
-1	0	1
-1	-1	0

(g)

-1	2	-1
-1	2	-1
-1	2	-1

(h)

( a )  
[[ -14. 42. 42. -7. -6. 11. 5. 11.]  
[-21. 32. -34. -16. -15. 2. 32. 5.]  
[-21. 39. 0. 18. 8. 1. -2. 11.]  
[-14. 39. -27. -19. -22. 38. -22. -9.]  
[-10. -24. 42. -20. 8. 2. 8. -6.]  
[ 17. -31. 42. -30. 9. 0. 6. -12.]  
[ 47. -30. 46. -20. 8. 2. -2. 11.]  
[ 14. 7. -10. -10. -13. 47. -23. 50.]]

[[0. 7. 7. 0. 0. 7. 5. 7.]  
[0. 7. 0. 0. 0. 2. 7. 5.]  
[0. 7. 0. 7. 7. 1. 0. 7.]  
[0. 7. 0. 0. 0. 7. 0. 0.]  
[0. 0. 7. 0. 7. 2. 7. 0.]  
[7. 0. 7. 0. 7. 0. 6. 0.]  
[7. 0. 7. 0. 7. 2. 0. 7.]  
[7. 7. 0. 0. 0. 7. 0. 7.]]

( c )  
[[ 14. 14. -7. -7. 6. 13. 10. 0.]  
[ 14. 3. -15. -1. 9. 10. 0. -10.]  
[ 14. 3. -11. 0. 7. 4. -10. -13.]

( b )  
[[ 14. 7. -14. -7. 6. 10. 0. -10.]  
[ 21. 10. -18. -7. 6. 10. 0. -13.]  
[ 21. 3. -18. 0. 10. 7. -7. -10.]  
[ 14. 10. -11. -4. 10. 0. -10. -6.]  
[ 7. 11. -7. -8. 13. 0. -13. -6.]  
[ 0. 11. 0. -12. 9. 0. -6. -9.]  
[ 3. 1. -3. -8. 13. 0. -3. -6.]  
[ 3. -3. -3. -4. 10. 0. 0. -3.]]

[[7. 7. 0. 0. 6. 7. 0. 0.]  
[7. 7. 0. 0. 6. 7. 0. 0.]  
[7. 3. 0. 0. 7. 7. 0. 0.]  
[7. 7. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  
[7. 7. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  
[0. 7. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  
[3. 1. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  
[3. 0. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]]

( d )  
[[ -7. 14. 21. -7. -3. 6. -1. 6.]  
[ -7. 14. -17. -3. -6. -1. 16. -1.]  
[ -7. 11. 2. 6. 6. -4. -1. 6.]

<p>[ 7. 0. -10. -3. 7. 0. -10. -6.]  [ 3. 7. 0. -1. 9. -1. -7. -3.]  [ 7. 11. 0. -8. 6. 0. -3. -3.]  [ 3. 0. -7. -11. 7. 1. 1. 1.]  [ -4. -10. -10. -7. 4. -6. -6. -6.]]</p> <p>[[7. 7. 0. 0. 6. 7. 7. 0.]  [7. 3. 0. 0. 7. 7. 0. 0.]  [7. 3. 0. 0. 7. 4. 0. 0.]  [7. 0. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  [3. 7. 0. 0. 7. 0. 0. 0.]  [7. 7. 0. 0. 6. 0. 0. 0.]  [3. 0. 0. 0. 7. 1. 1. 1.]  [0. 0. 0. 0. 4. 0. 0. 0.]]</p>	<p>[ -7. 21. -17. -3. -13. 22. -13. -3.]  [ -3. -14. 21. -10. 6. -4. 6. -3.]  [ 5. -10. 14. -10. 3. 0. 3. -6.]  [ 22. -17. 21. -10. 6. -4. 3. 2.]  [ 2. 9. -10. 0. -10. 25. -17. 25.]]</p> <p>[[0. 7. 7. 0. 0. 6. 0. 6.]  [0. 7. 0. 0. 0. 0. 7. 0.]  [0. 7. 2. 6. 6. 0. 0. 6.]  [0. 7. 0. 0. 0. 7. 0. 0.]  [0. 0. 7. 0. 6. 0. 6. 0.]  [5. 0. 7. 0. 3. 0. 3. 0.]  [7. 0. 7. 0. 6. 0. 3. 2.]  [2. 7. 0. 0. 0. 7. 0. 7.]]</p>
<p>( e )</p> <p>[[14. 21. 21. 7. 6. 16. 22. 16.]  [21. 31. 34. 16. 15. 25. 31. 22.]  [21. 24. 27. 9. 19. 26. 29. 16.]  [14. 24. 27. 19. 22. 25. 22. 9.]  [10. 24. 21. 20. 19. 25. 19. 6.]  [10. 31. 21. 30. 18. 27. 21. 12.]  [16. 30. 17. 20. 19. 25. 29. 16.]  [13. 20. 10. 10. 13. 16. 23. 13.]]</p> <p>[[7. 7. 7. 7. 6. 7. 7. 7.]  [7. 7. 7. 7. 7. 7. 7. 6.]  [7. 7. 7. 7. 7. 7. 7. 7.]  [7. 7. 7. 7. 7. 7. 7. 7.]  [7. 7. 7. 7. 7. 7. 7. 7.]]</p>	<p>( f )</p> <p>[[ 7. 21. 21. 14. 3. 2. 5. 2.]  [ 0. -10. -13. -16. -6. 5. 8. 8.]  [ 0. 6. 12. 18. 8. 1. -2. 2.]  [ 7. -3. -6. -19. -1. -4. -1. -9.]  [-10. -3. 0. 10. -1. 2. -1. 3.]  [-1. -1. 0. 0. 0. 0. -3. -3.]  [ 5. 12. 4. 10. -1. 2. -2. 2.]  [ 5. -2. -1. -10. 8. 5. 19. 8.]]</p> <p>[[7. 7. 7. 7. 3. 2. 5. 2.]  [0. 0. 0. 0. 5. 7. 7.]  [0. 6. 7. 7. 7. 1. 0. 2.]  [7. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]  [0. 0. 0. 7. 0. 2. 0. 3.]  [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]  [5. 7. 4. 7. 0. 2. 0. 2.]  [5. 0. 0. 0. 7. 5. 7. 7.]]</p>
<p>( g )</p> <p>[[ -7. 0. 14. 7. -3. 0. 10. 13.]  [-14. -7. 10. 6. 0. -7. 0. 10.]  [-14. -3. 11. 0. -3. -3. -3. 0.]  [-14. -10. 8. 1. -10. 0. 7. 0.]  [-4. -11. 7. 11. -7. -1. 9. 6.]  [ 7. -4. 0. 8. -6. 0. 6. 9.]  [ 0. -1. -4. 1. -9. 1. 4. 10.]  [-10. -4. -4. -3. -13. -6. -6. -3.]]</p> <p>[[0. 0. 7. 7. 0. 0. 7. 7.]  [0. 0. 7. 6. 0. 0. 0. 7.]  [0. 0. 7. 0. 0. 0. 0. 0.]  [0. 0. 7. 1. 0. 0. 7. 0.]  [0. 0. 7. 7. 0. 0. 7. 6.]  [7. 0. 0. 7. 0. 0. 6. 7.]]</p>	<p>( h )</p> <p>[[ -14. 21. 0. -7. -6. 2. 8. 2.]  [-21. 32. -4. -7. -6. 2. 8. 5.]  [-21. 39. -18. 0. -10. 13. 1. 2.]  [-14. 18. 3. -10. -4. 14. -4. 0.]  [-1. -3. 21. -20. -1. 14. -1. -6.]  [ 20. -31. 42. -30. 9. 0. 6. -3.]  [ 23. -21. 25. -20. -1. 14. -11. 14.]  [ 17. -11. 11. -10. -4. 14. -14. 17.]]</p> <p>[[0. 7. 0. 0. 0. 2. 7. 2.]  [0. 7. 0. 0. 0. 2. 7. 5.]  [0. 7. 0. 0. 0. 7. 1. 2.]  [0. 7. 3. 0. 0. 7. 0. 0.]  [0. 0. 7. 0. 0. 7. 0. 0.]  [7. 0. 7. 0. 7. 0. 6. 0.]]</p>

$[0. 0. 0. 1. 0. 1. 4. 7.]$ $[0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]$	$[7. 0. 7. 0. 0. 7. 0. 7.]$ $[7. 0. 7. 0. 0. 7. 0. 7.]$
---	--

- (a) این فیلتر نقاط متمایز شامل مرزها را مشخص خواهد کرد و بخش‌های solid تصویر نیز صفر خواهد بود؛ چراکه اگر مقدار یک خانه کمتر از مقدار خانه‌های اطرافش باشد پس از کانولوشن مقدار کمتر خواهد داشت.
- (b) این فیلتر مرزهای عمودی را مشخص می‌کند؛ به گونه‌ای که باعث می‌شود سمت چپ مرز نیز مقدار کمی بگیرد.
- (c) این فیلتر مرزها را از سمت جنوب شرق به شمال غرب مشخص می‌کند؛ به گونه‌ای که سایه‌ای از مقادیر کمتر در سمت چپ این نوع از مرزها مشخص می‌شود.
- (d) این فیلتر نقاطی را که به شدت از اطراف خود متمایزند حفظ می‌کند. به عبارتی نقطه‌ای که تفاوت بسیاری با نقاط اطرافش داشته باشد.
- (e) این فیلتر نقاطی را که دورتر از بخش‌های روشن‌تر است را مشخص می‌کند. به عبارتی یک نقطه ممکن است تیره باشد اما در نزدیکی مرز باشد و اثر خود را از دست بدهد؛ چراکه تمامی خانه‌هایی که در فیلتر قرار می‌گیرند به یک اندازه اثرگذارند.
- (f) این فیلتر نقاط برجسته از جمله مرزی را که به طور افقی در همسایگی نقاط روشن است علاوه بر خود آن نقاط روشن، نگاه می‌دارد و روشن‌تر می‌کند بعلاوه اگر چند نقطه به شکل افقی در کنار هم کمی هم روشن باشند، روشن‌تر می‌شوند. در حالیکه نقاط تیره اثر مخالف را دارند.
- (g) این فیلتر مرزها را از سمت شمال شرق به جنوب غرب مشخص می‌کند؛ به گونه‌ای که سایه‌ای از مقادیر کمتر در سمت چپ این نوع از مرزها مشخص می‌شود.
- (h) این فیلتر نقاط برجسته از جمله مرزی را که به طور عمودی در همسایگی نقاط روشن است علاوه بر خود آن نقاط روشن، نگاه می‌دارد و روشن‌تر می‌کند بعلاوه اگر چند نقطه به شکل عمودی در کنار هم کمی هم روشن باشند، روشن‌تر می‌شوند. در حالیکه نقاط تیره اثر مخالف را دارند.

**Now, let's do something more exciting. We're going to do the reverse process, i.e. Image Deconvolution. It's a technique widely used to restore the original image by estimating the convolution kernel. Here, you are asked to specify each one of the 3x3 kernel which was convolved with the original image to yield the outputs (i) to (p). Please clearly explain the strategy you used for each part.**

**Note: Rounded intensities are shown by blue, and out-of-bound values are shown by red.**

1  
2 i)  
3  $\frac{1}{4} \times$   
4 
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

گایی حل ، دراینرا تایی بچهارم حساب نمودن برداشتن  
نموده را در تغیر شرکت - درزی اینها می سیند:

6  
7 mat [3, 7]

8  
9 
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

10  $\Rightarrow 1$

11  $\Rightarrow$

12 zero padding

از جمع و کم کردن این ارقام مدار ۱ نمود  
نهاده شده به حالتی می تقصیم نمود . بصری

نیز سهل ارقام اعشاری است .

14 mat [2, 3]

15  
16 
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

17  $\Rightarrow 1$

18  $9/9 = 1$

mat [3, 2]

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 3 \\ \hline 7 & 0 \\ \hline 0 & 7 \\ \hline \end{array}$$

$\Rightarrow 3$

$27/9 = 3$

20 mat [5, 5]

21  
22 
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

23  $\Rightarrow 3$

24  $27/9 = 3$

mat [2, 2]

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 0 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline 7 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$\Rightarrow 3$

$27/9 = 3$

در عالم اینجا بطریخونه باید خانه های پس از جمع شوند و می تقصیم

26  
27 
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

mat [5, 7]

28  
29  $\Rightarrow \frac{12}{9} = 3 \dots \approx 3$

گایی اطمینان ،

30  $\Rightarrow \frac{12}{9} = 3 \dots \approx 3$

31  $\Rightarrow \frac{12}{9} = 3 \dots \approx 3$

GOLBARG zero padding

Year:

Month:

Day:

Subject:

(ن)

0	0	0
1	1	1
0	0	0

مقدار اصلی ماتریس را در ماتریس پایه نمایش داده و مقدار اضافی خود را که نیاز به داشت از مقدار اصلی کم کرده و با مقدار اصلی مجموع ماتریس را بدست آورید.

(۱)

مقدار اضافی را از مقدار اصلی کم کرده و مقدار اضافی خود را که نیاز به داشت از مقدار اصلی کم کرده و با مقدار اصلی مجموع ماتریس را بدست آورید.

 $\text{mat}[1, 3]$ 

7	0	0
0	0	0
3	3	3

 $\text{mat}[3, 3]$ 

3	3	3
0	0	0
7	0	3

 $\text{mat}[3, 7]$ 

3	3	0
0	0	0
3	0	0

 $\text{mat}[7, 3]$ 

7	0	3
0	0	0
0	0	0

↑ zero padding

↑ zero padding

 $\text{mat}[4, 0]$ 

0	0	7
0	0	0
0	3	0

دراخمه بینندگان برای دو

 $\text{mat}[0, 4]$ 

↑ zero padding

 $\text{mat}[0, 4]$ 

لیے احتمال دیگر اول و سوم افتاده.

0	0	0
0	0	3
0	0	3

0	0	3
0	0	3
3	3	3

لیے احتمال دیگر اول و سوم

کاملاً صفر است.

$\text{mat} \begin{bmatrix} 1, 6 \end{bmatrix}$

3	3	3
3	-	3
3	3	3

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} : \text{این ماتریس را نیز کسر نمی‌شود}$$

$$3+7+3=13 \Rightarrow \text{out of bound} \Rightarrow 7$$

$\Delta$	<table border="1"> <tr> <td>9</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	9	0	0	0	1	1	0	0	0	$\Delta'$
9	0	0									
0	1	1									
0	0	0									

mat[1,1] ~~process~~

0	7	7
0	7	0
0	7	0

12

$$\frac{1}{3} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

mat [0, 3]

mat [0, 4]

zero padding →

0	0	0
0	0	3
0	0	3

mat [1, 37]

`mat[1,4]`

11

7	0	0
0	0	0
3	3	3

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} \rightarrow 1$$

۰ با توجه به اینکه اعدادی که در این صورتی ممکن است در عینتر داشتم.

تاسیف سه توان دو اتمال داده با این مجموعه ای که باید برای این همه مسأله ها متفق باشد

و صریب ۷، صدر ایت و سیده ایرانی با هم جمع و ستم را می سند

mat [2, 2]

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 3 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow 1$$

مکانیزم

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

پس تذمیر نیست

$$\frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \text{و این انتقال خودکار است}$$

mat [1, 6]

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

↓

4, ...

↓

3

$$\frac{3+7+3}{3} = \frac{13}{3} \approx 4$$

$$\frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

با توجه بر اینه این دو عکس درک  $\Rightarrow$   
عدد بایم صفت داشته و آن در سریع

و بسط است،  $\frac{3+3+3}{3} = 3$  سیزده مرتبت است:

سیزده مرتبت سیزده مرتبت است:

١)

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

mat [7, 3]

$$\begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

از جی سرچ می شود که صفر سه است:

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

نایاب این مقادیر است و وجود ندارد:

mat [6, 7]

mat [7, 0]

mat [2, 2]

می داریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

 $\Rightarrow 5$ 

$$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

 $\Rightarrow 5$ 

$$\begin{vmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 3 \\ 7 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

 $\Rightarrow 5$ 

آنها هر سه ۴ ترکیب با علائم ۳، ۷ و ۹ باشند

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

اگر داشته باشیم نیز

همانند و استدلال آن وجود  $3^3$  ممکن است. بخلافه از هر حالت آن را وجود

mat [3, 7]

mat [4, 7]

mat [5, 7]

$$\begin{vmatrix} \times & 3 & \times \\ 0 & 0 & 0 \\ \times & 0 & \times \end{vmatrix}$$

 $\Rightarrow 0$  فرضیه

$$\begin{vmatrix} \times & 0 & \times \\ 3 & 0 & 0 \\ \times & 0 & \times \end{vmatrix}$$

 $\Rightarrow 0$  فرضیه

$$\begin{vmatrix} \times & 0 & \times \\ 3 & 0 & 0 \\ \times & 3 & \times \end{vmatrix}$$

(محدوده از محدوده)

$$\begin{vmatrix} \times & 0 & \times \\ 3 & 3 & 0 \\ \times & 7 & \times \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow -3 - 7 = -10$$

$$15 - 10 = 5$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

می خواهیم  $\Leftrightarrow$ 

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

برای همین موارد نیز مجموع است

m)

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

عوچه بی ایمی مقداری بینیم که از محدوده عبور کرده است.

و محل  $\frac{1}{2}$  که در ماتریس اصلی همراه باشد در اینجا

مقداری را که در محدوده اند و حاصل  $\frac{1}{2}$  هست.

دلتا

مقدار

باید این صدق بحث بین احتمال را بی هم که وسط این نیز است.

با توجه بر این مقداری می شود. با توجه به ایمی مقداری محدوده بینه اند

بین احتمال مقداری بین در محدوده که در نظر گرفته شده است.

mat [2, 2]

7	0	0
2	3	(3)
7	0	0

$$7 + 7 + 7 + 3 = 24$$

$$3 \times (-8) = -24$$

mat [0, 4]

0	0	0
0	0	(3)
0	0	(3)

$$3 + 3 = 6$$

دانشجوی ایمی در

مقابل مجموع

mat [0, 3]

0	0	0
7	0	0
e	0	0

مقدار حاصل حساب بود.

نمایش ماتریس با مجموع خانه های اطراف،

کار حاصل و مطابقت می شود.

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

بررسی صحیح می شود.

کار مقدار مورد سه نمایش

Year	Month	Day	Subject
1			
2	0)		
3	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	$\text{mat}[0, 3]$	: ماتریس معادل 0 است متز
4	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0 \Rightarrow$		
5	$\begin{vmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{vmatrix}$		
6	$\text{mat}[1, 6]$	$\text{mat}[2, 0]$	$\text{mat}[3, 5]$
7	$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$	$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & 7 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$
8			
9			
10			
11	$\text{mat}[1, 7]$		
12	$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	: ماتریس معادل 0 است متز
13			
14			
15			
16	$\text{mat}[6, 1]$	$\text{mat}[4, 0]$	
17	$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 7 \\ \times & \times & \times \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 1$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 7 \\ \times & \times & \times \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 1$	
18			
19			
20			
21	$10 - 9 = 1$	$7 - 6 = 1$	$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
22	$\Rightarrow 7 + 3 - 3 - 2(3) \rightarrow 7 - 2(3)$		
23			
24	$\text{mat}[6, 4]$	$\text{mat}[4, 5]$	
25	$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 3 \\ \times & \times & \times \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} \Rightarrow 2$	$\begin{vmatrix} 0 & 7 & 0 \\ \times & \times & \times \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 2$	
26			
27			
28			
29	$3 - 7 + 2(3) = 9 - 7 = 2$	$2(7) - 2(3) - 3 - 3 = 14 - 12 = 2$	
30			
31			

P)

$$\frac{1}{4} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$\text{mat}[0, 3]$  همین از متراد صفر شروع کنم.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$$

 $\text{mat}[7, 2]$ 

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0$$

 $\text{mat}[5, 3]$ 

$$\begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 5$$

$$7+3+7+3=20/4=5$$

 $\text{mat}[3, 4]$  $\text{mat}[3, 3]$ 

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow 4$$

$$3+3+7+3=16/4=4$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$3+3+3=9/4=2,25 \Rightarrow 2, \dots$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

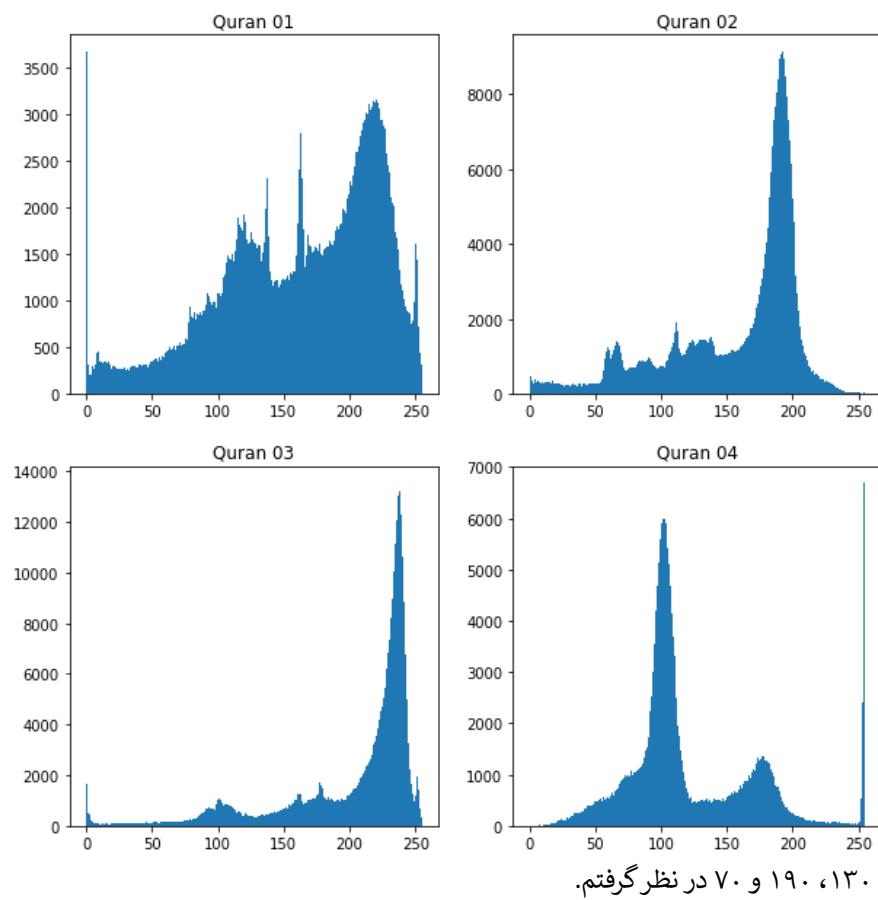
$$3+3+3+3=12 \Rightarrow 0$$

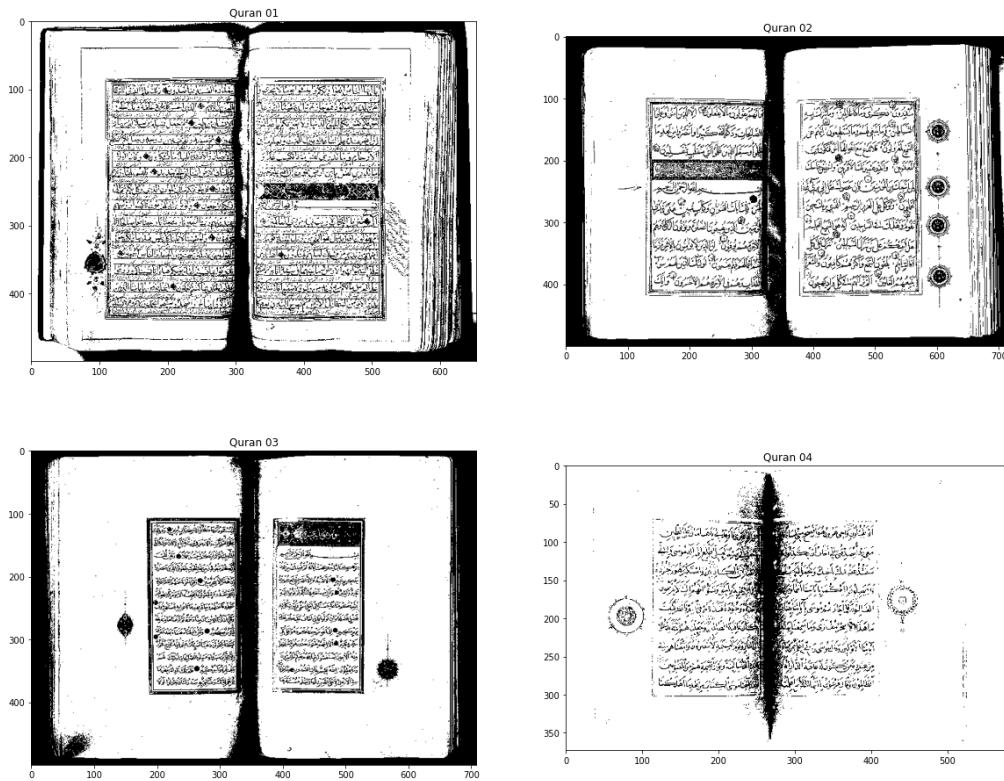
$$\frac{1}{4} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{4} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \leftarrow \text{این سیر} \Leftarrow$$

### 3. Taking Part in a Noble Activity: Reviving Ancient Transcripts

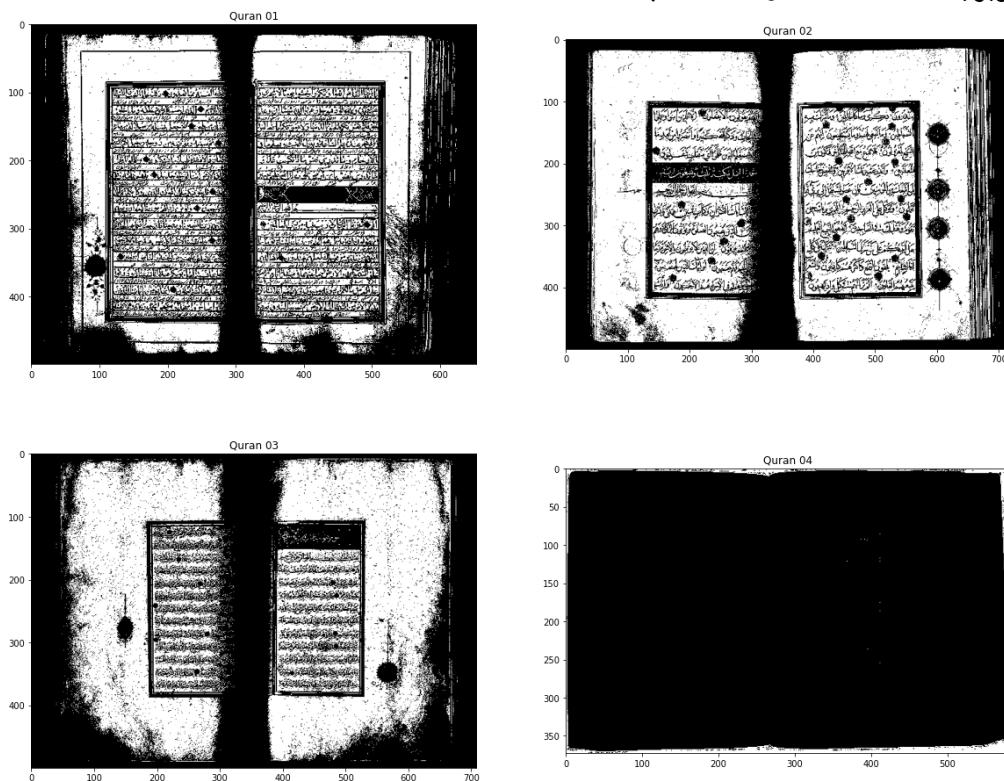
#### a. Perform thresholding using global thresholding method.





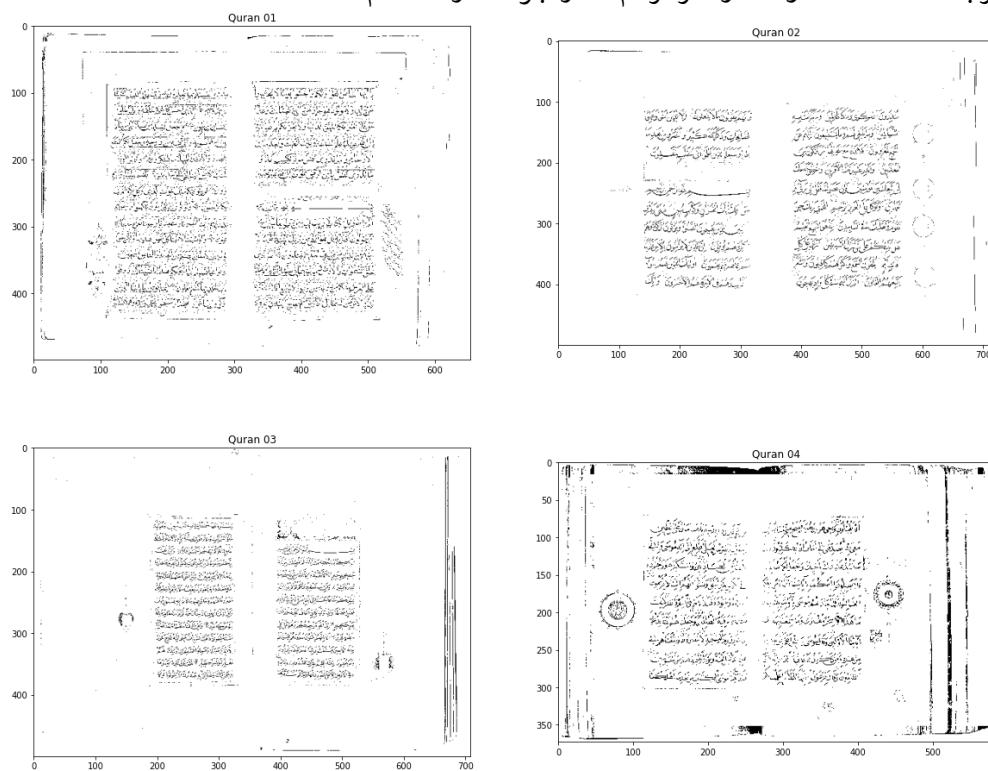
**b. Perform thresholding using Otsu's method in its recursion form.**

مقادیر ترشولد به ترتیب برابر با ۱۹۰، ۱۷۲، ۲۲۹ و ۲۵۴ انتخاب شد.



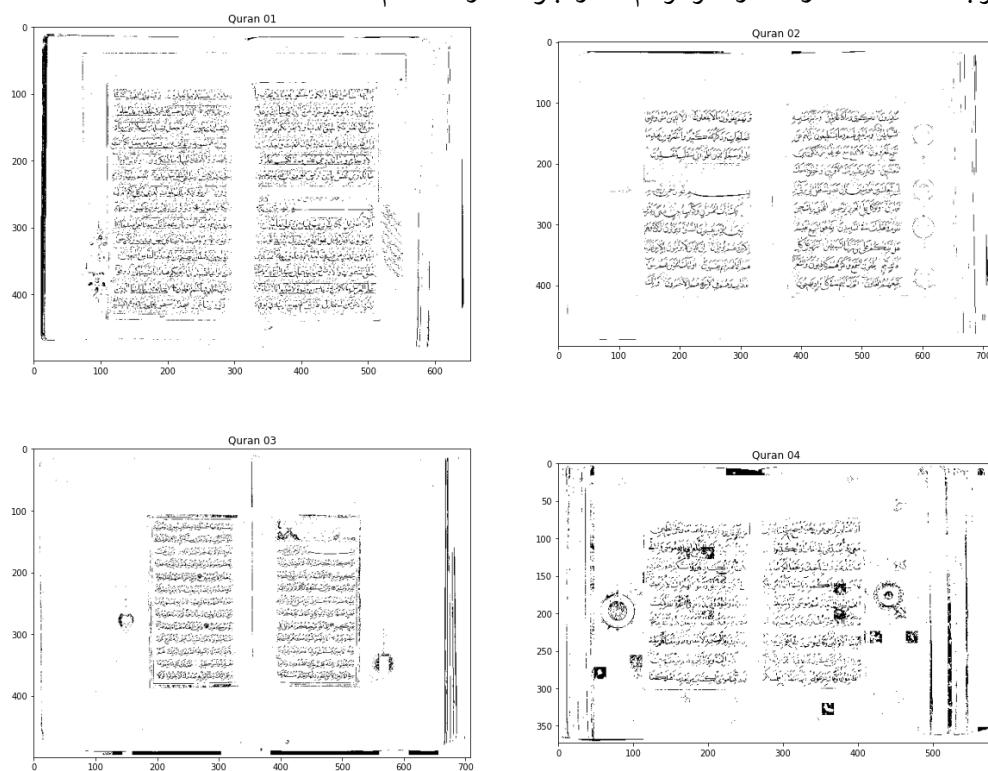
**c. Perform adaptive mean thresholding. Find and report appropriate parameters by trial and error.**

مقادیر ثابت را به ترتیب برابر با  $10.5$ ،  $11.0$ ،  $11.0$  و  $4.0$  در نظر گرفتم. اندازه بلوک ها را  $16 \times 16$  دادم.



**d. Perform adaptive Gaussian thresholding. Find and report appropriate parameters by trial and error.**

مقادیر ثابت را به ترتیب برابر با  $9.0$ ،  $10.0$ ،  $8.0$  و  $4.0$  در نظر گرفتم. اندازه بلوک ها را  $16 \times 16$  دادم.



**e. Compare and justify the results obtained in the previous parts.**

برای بخش global thresholding از valley های درون هیستوگرام استفاده کردم اما لازم بود که به tune کردن خود ادامه دهم. اینکه مقدار ترشولد را کجا انتخاب می کنم بسته به خود تصویر بود. در اینجا به علت آنکه لای برگه ها و لای کتاب سایه هی بیشتری هست در حالیکه باقی جاهای یکدست تر هستند، این قسمت ها سیاه دیده می شوند. برای انتخاب ترشولد تصویر چهارم باید دقت می کردم که خود تصویر نسبتاً تیره بود، بنابراین مقداری را انتخاب کردم که از مقدار خاکستری که تعداد بسیاری پیکسل به آن نسبت داده شده اند، کمتر باشد.

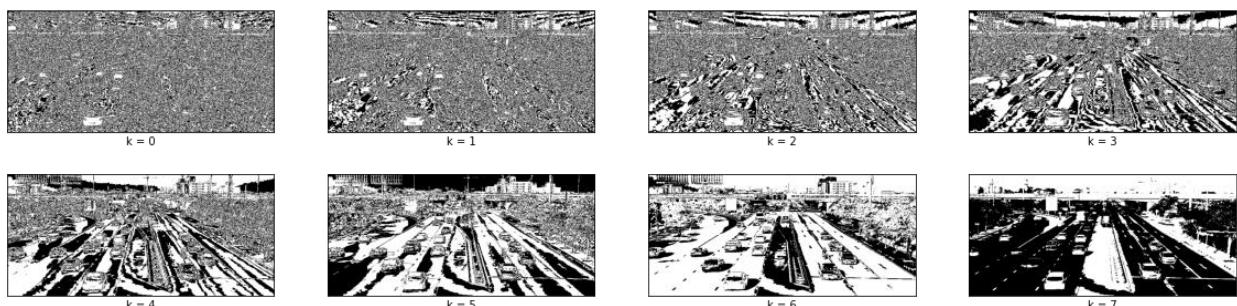
با توجه به اینکه Otsu's Method سعی دارد هر چه بیشتر بین پیکسل های دو سوی ترشولد تمایز ایجاد کند، بنابراین طبیعی است که تیره تر شدن تصویر، این روش به خوبی عمل نکند. کاملاً از تصاویر مشهود است که دو گروه بیشترین تمایز را از یکدیگر دارند. بخش adaptive mean thresholding از میانگین منهای یک مقدار ثابت به عنوان ترشولد در هر بلوک استفاده می کند. به این علت که سایه در یک بلوک از تصویر بسیار کمتر از کل تصویر تغییر می کند، در نهایت نتیجه دارای سیاهی های شدید نخواهد بود و کلمات به راحتی از سایه در می آیند.

بخش adaptive Gaussian thresholding نیز مانند حالت قبلی است با این تفاوت که از ضرایب گاوی استفاده می شود که باعث می گردد مرکز هر بلوک تاثیر بیشتری داشته باشد. این کار در صورتی که مرکز بلوک در بخش سایه هی کتاب (لای کتاب و برگه ها) قرار نگیرد، موجب می گردد سایه های شدید آن قسمت ها تاثیر کمتری داشته باشد. همین اتفاق نیز در اینجا افتاده است. به عبارت بهتر این سایه ها تاثیر کمتری در انتخاب ترشولد دارند، در حالیکه در حالت قبلی (میانگین) تمامی آنها به یک اندازه در انتخاب ترشولد تاثیر گذار بودند. در اینجا شکل گل مانند در تصویر باقی مانده است. دونوع آخر نتیجه بهتری نسبت به قبلی ها داده اند.

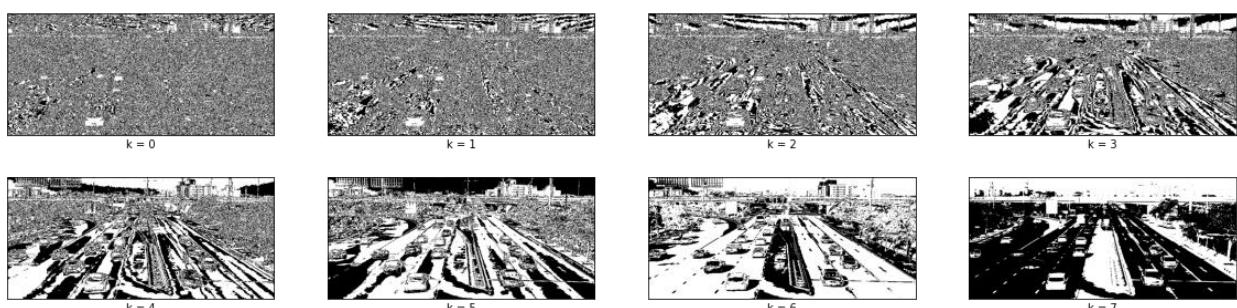
#### 4. Motion Detection Algorithm Based on Bit-plane Slicing

a. Implement a function `bitplane_slice()` which takes an input image, converts it into grayscale and then slices it into its bitplanes. Perform bit-plane slicing on the given two frames using your function, and display the results.

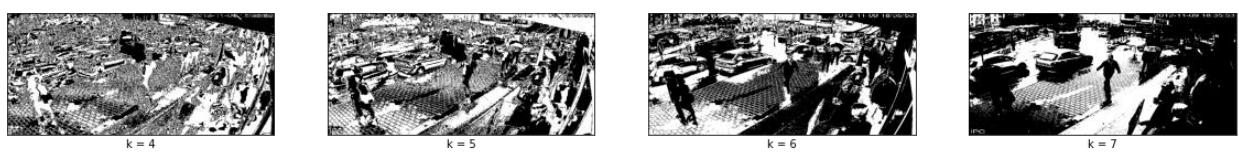
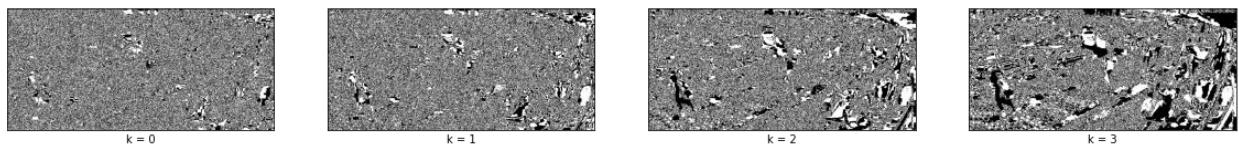
`bitplane_slice`



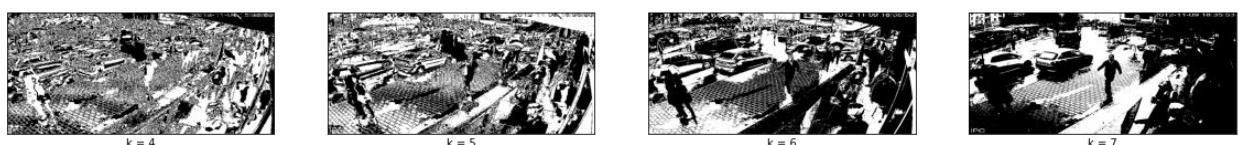
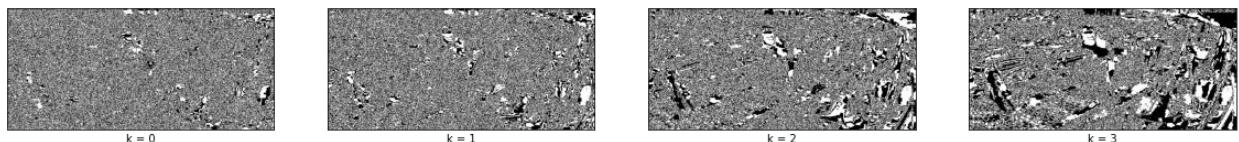
`bitplane_slice`



bitplane\_slice

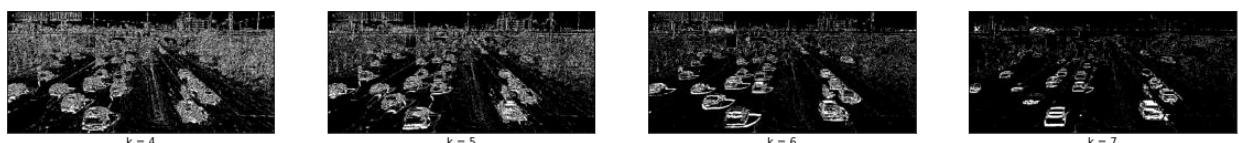
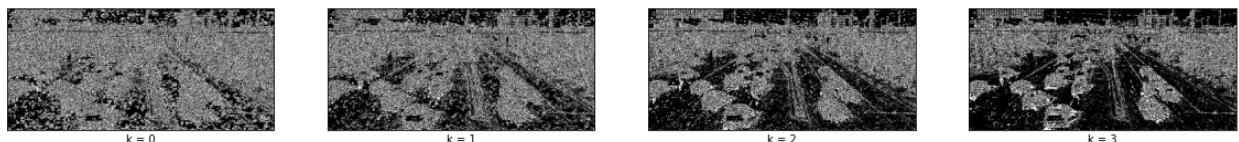


bitplane\_slice

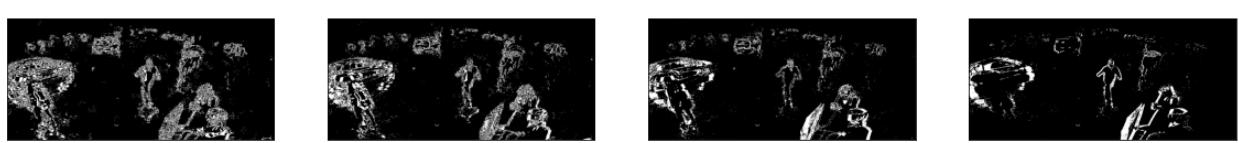
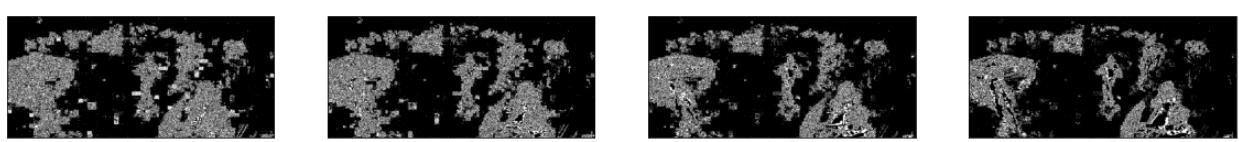


**b. Perform XOR function on the corresponding bit-planes of the two frames, and display the results.**

xor



xor



c. Use the 4 highest bit-planes to obtain moving parts of the two frames.

moving region



moving region



d. Apply proper image enhancement techniques to obtain a final clean image.

enhanced



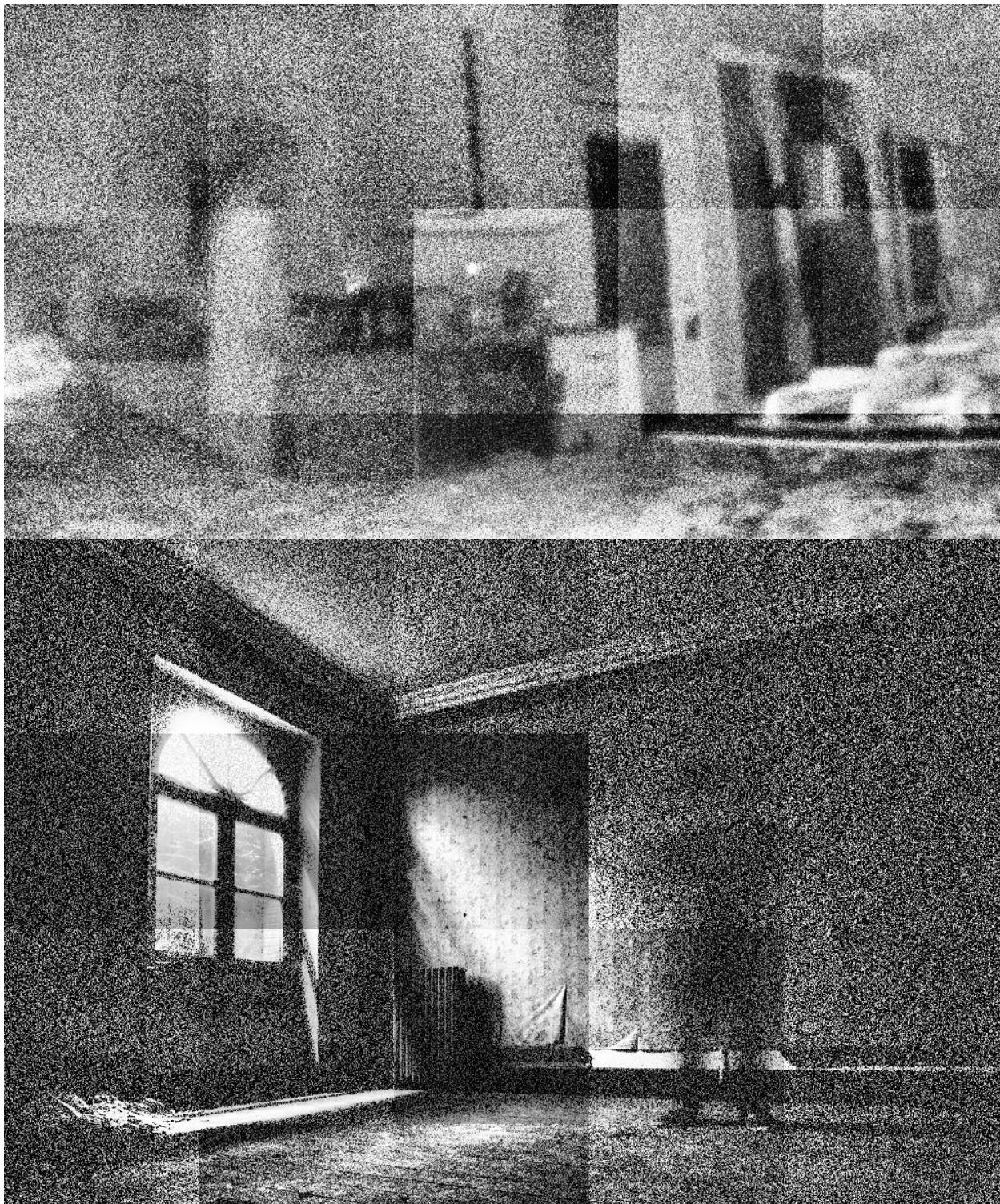
enhanced

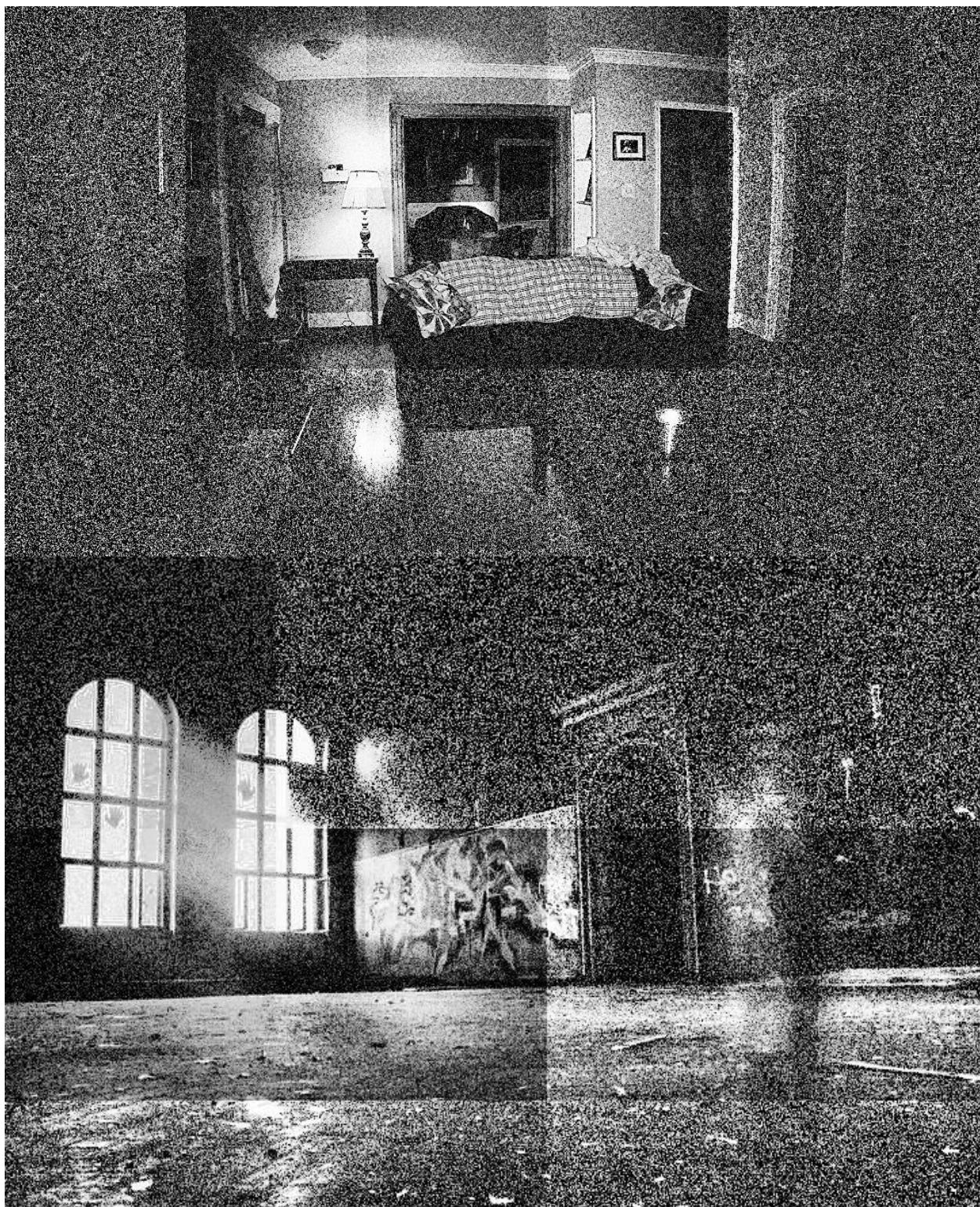


برای قسمت آخر از Thresholding و MedianBlur استفاده شده است.

##### 5. Afraid of Ghosts? Let's Meet Them!

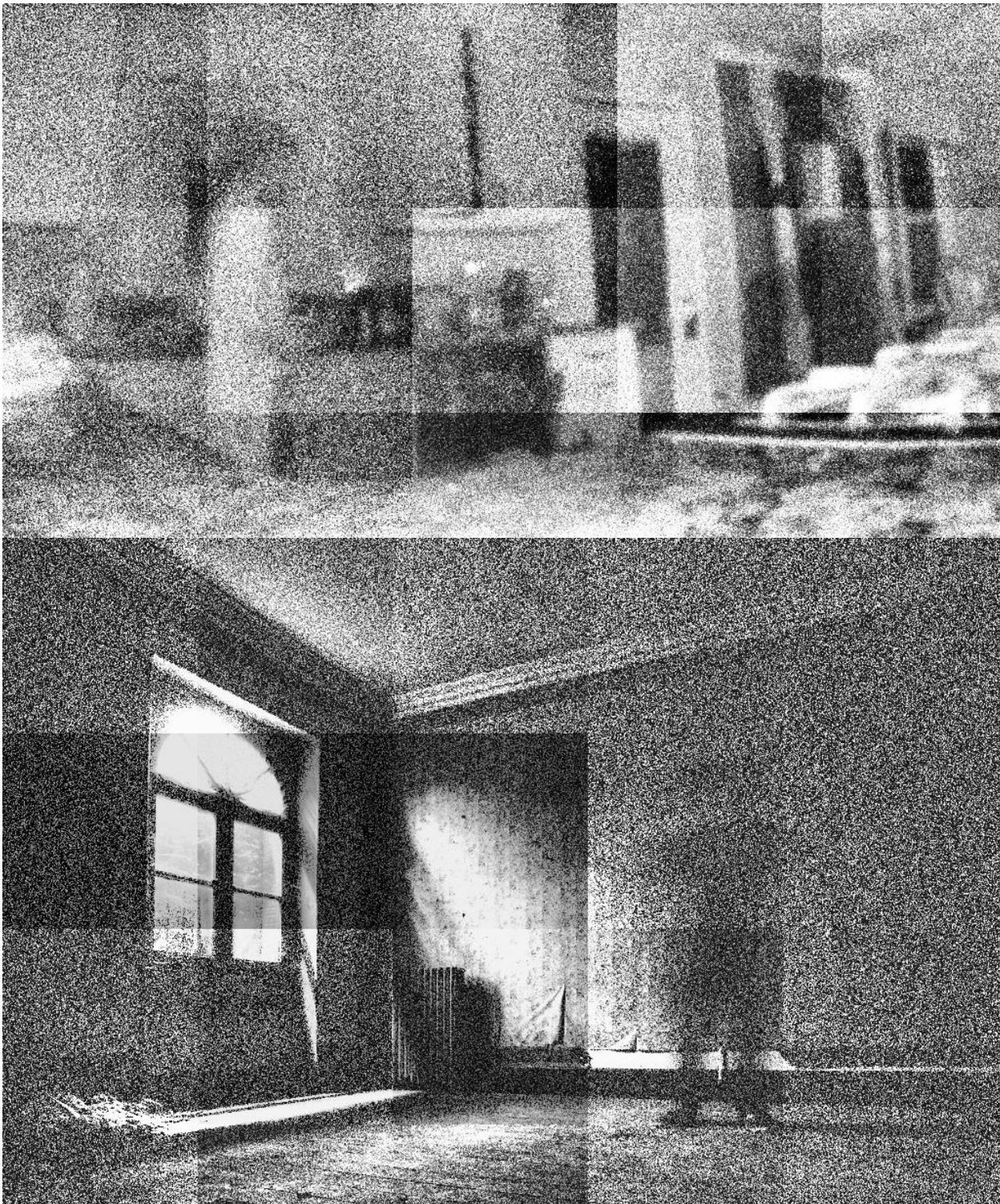
- Divide the image into tiles with the size T. Perform histogram equalization in each tile, and display the results.

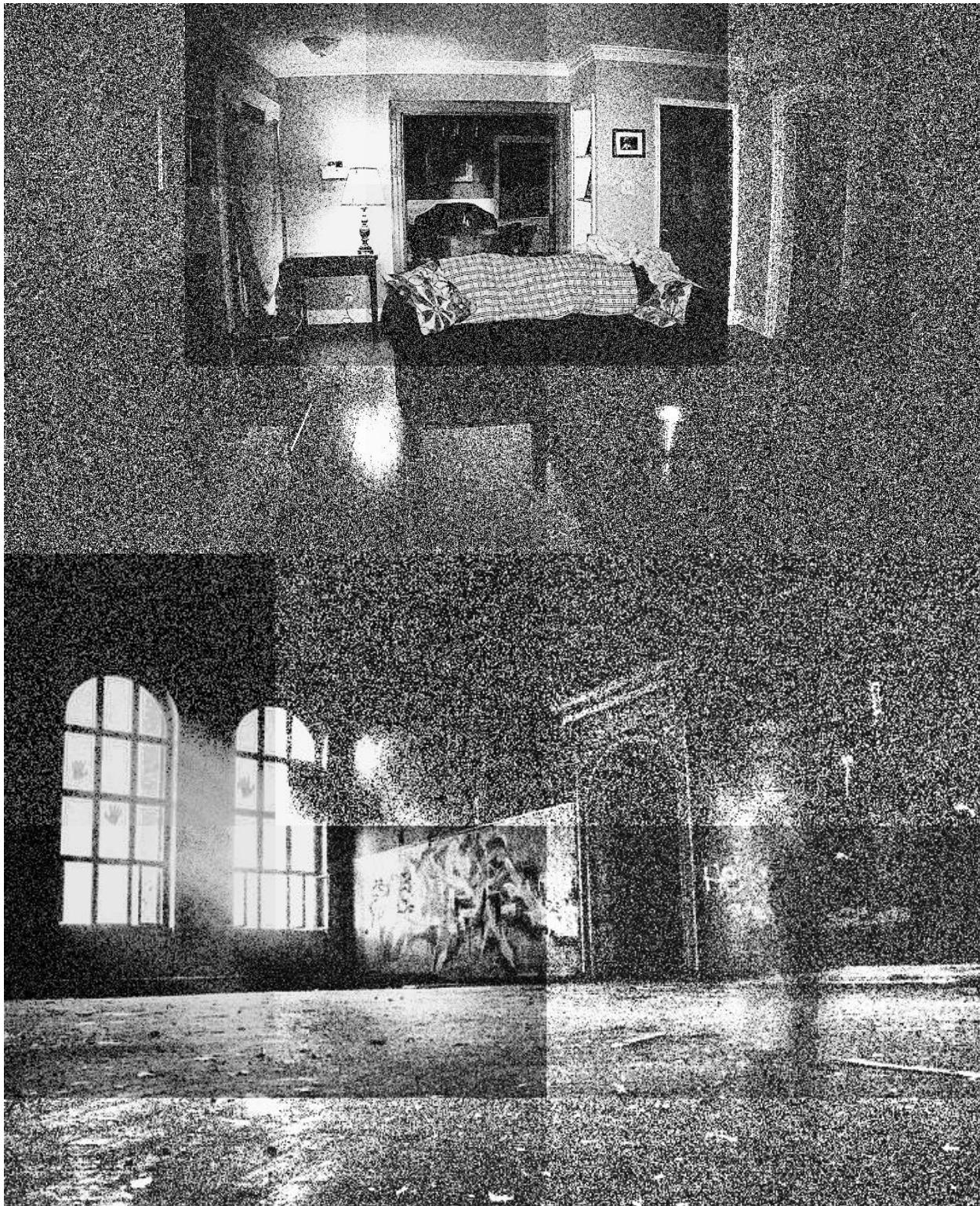




**b. Eliminate artificially induced boundaries in the images by combining neighboring tiles using Bilinear Interpolation.**

c. Another variant of AHE, known as Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization (CLAHE) attempts to limit the contrast amplification, so as to reduce the problem of noise amplification in AHE. Perform this method, and compare the results with the previous part.





لازم به ذکر است که در هر دو بخش CDF را نرمال کردم تا نتیجه بهتری حاصل شود. تقسیم بر تعداد پیکسل‌ها نتیجه بخش نبود. همانطور که مشهود است ارواح در تمامی عکس‌ها قابل مشاهده اند. اندازهی هر بلوک را  $200 \times 200$  در نظر گرفتم؛ چرا که عملکرد بهتری داشت. مسئله اینجاست که تصویر شامل نقاط تیره‌ی نزدیک هم و نقاط روشن نزدیک هم اند؛ به همین دلیل اگر بلوک را کوچکتر بگیریم تصویر واضح نمی‌شود و تبدیل به تصویری از مربعات تیره و روشن خواهد شد.

d. Use any other image enhancement techniques so that the ghosts become clearly visible in white.

**6. Let's Keep the Ball Rolling!**

a. Estimate the background image using the first n frames. Set  $n = 2, 5, 10, 20$ .

Method = Average





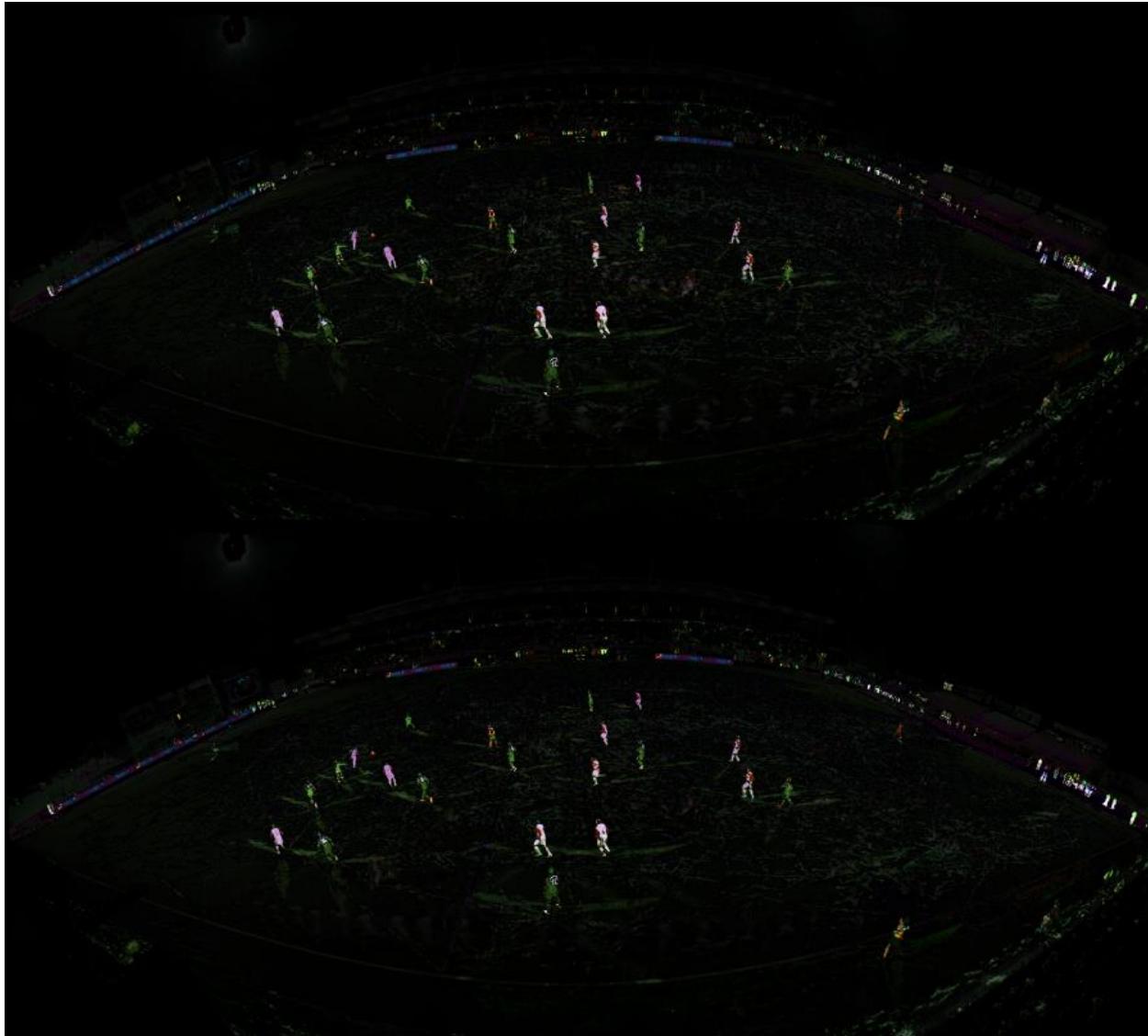
Method = Median

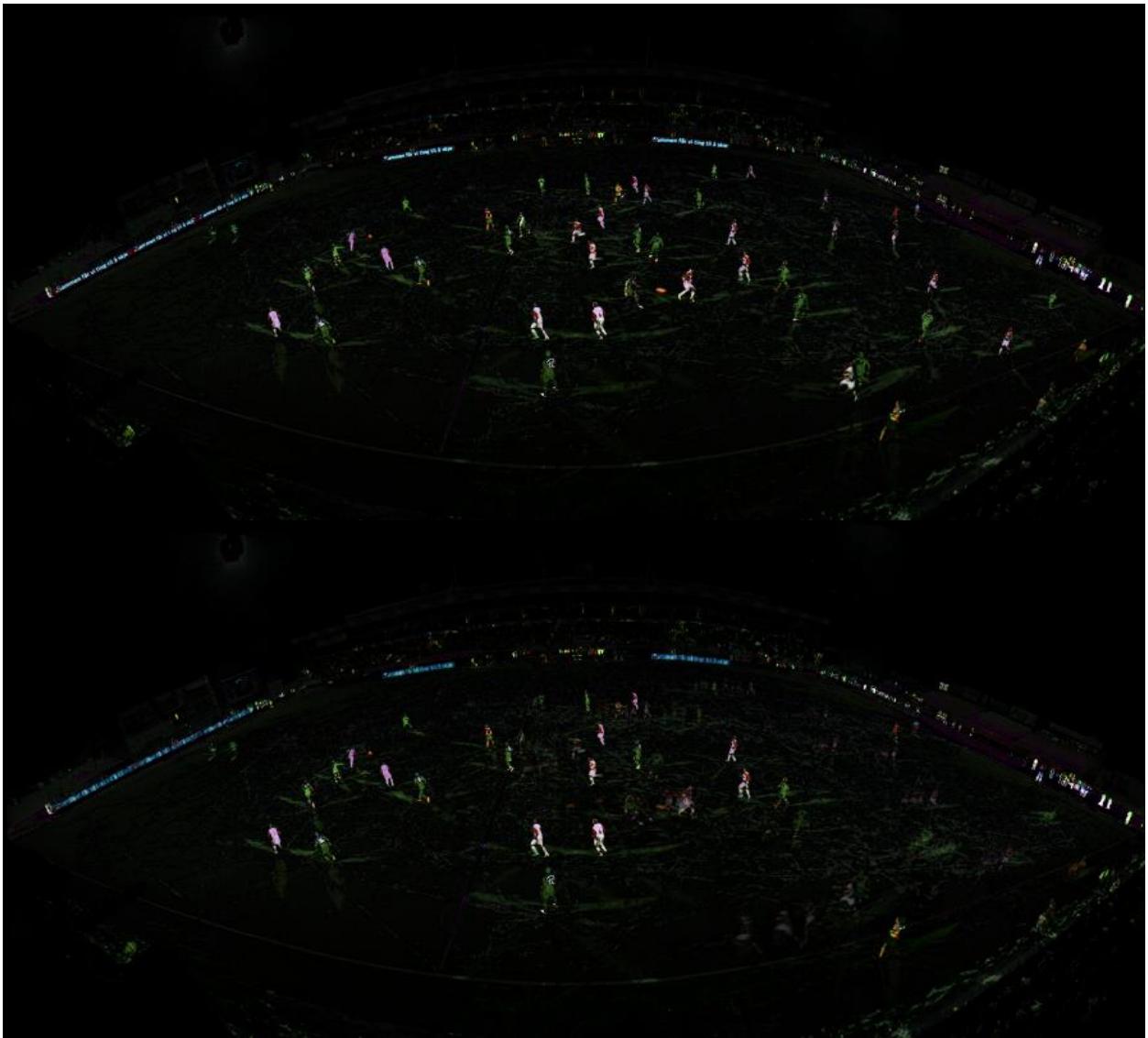




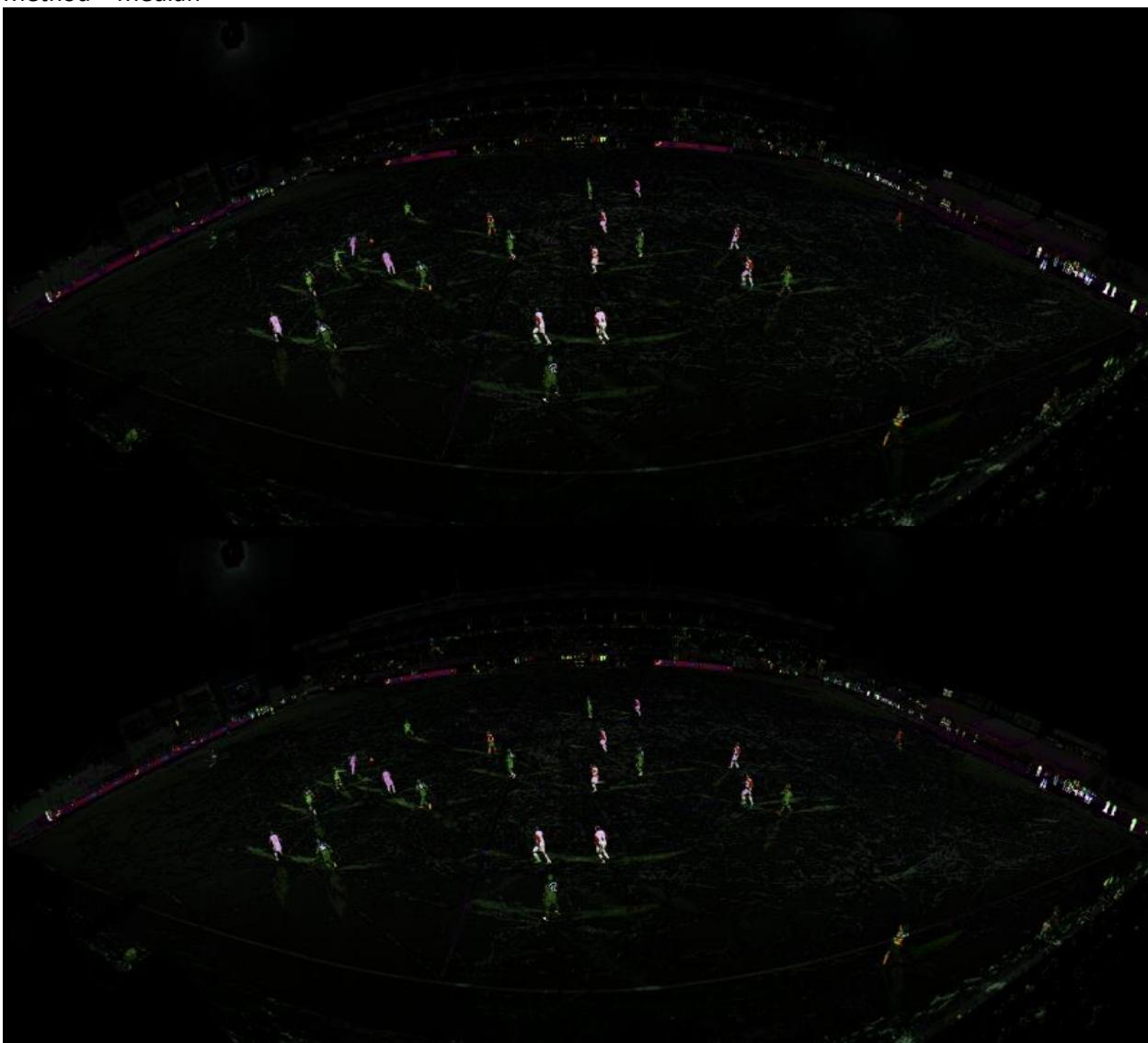
**b. Subtract the test frame from the background image you obtained in the previous part.**

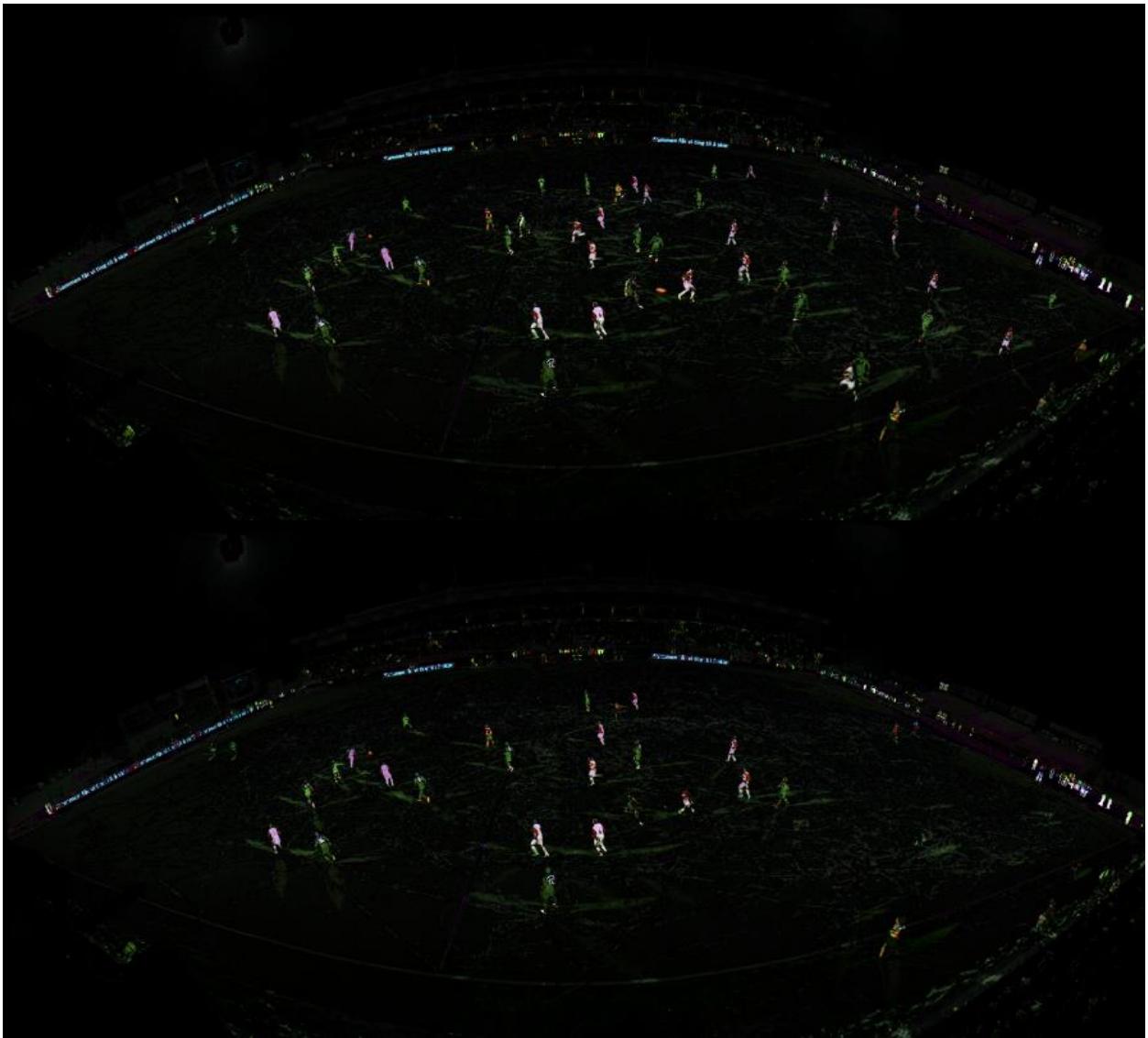
Method = Average





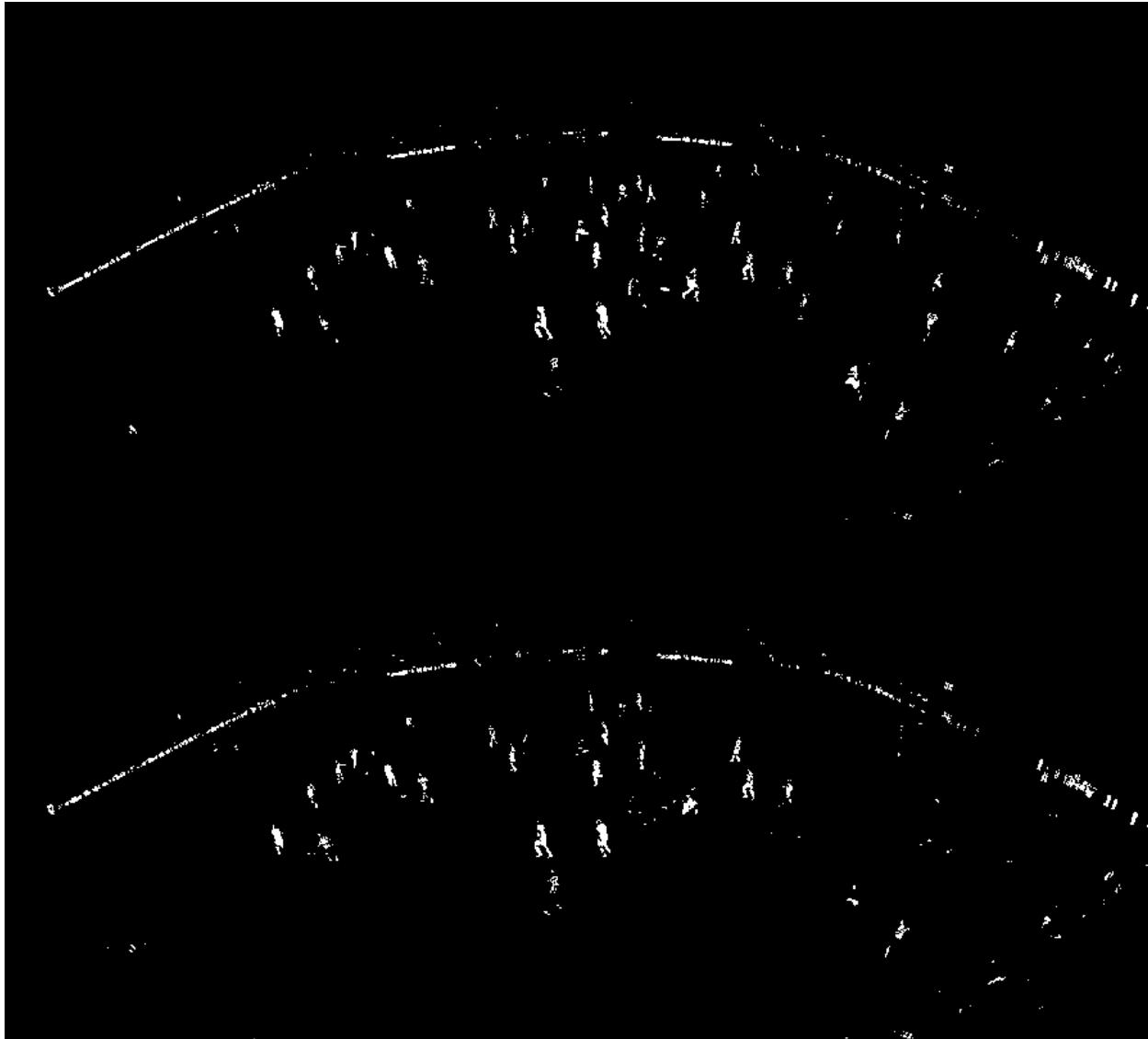
Method = Median

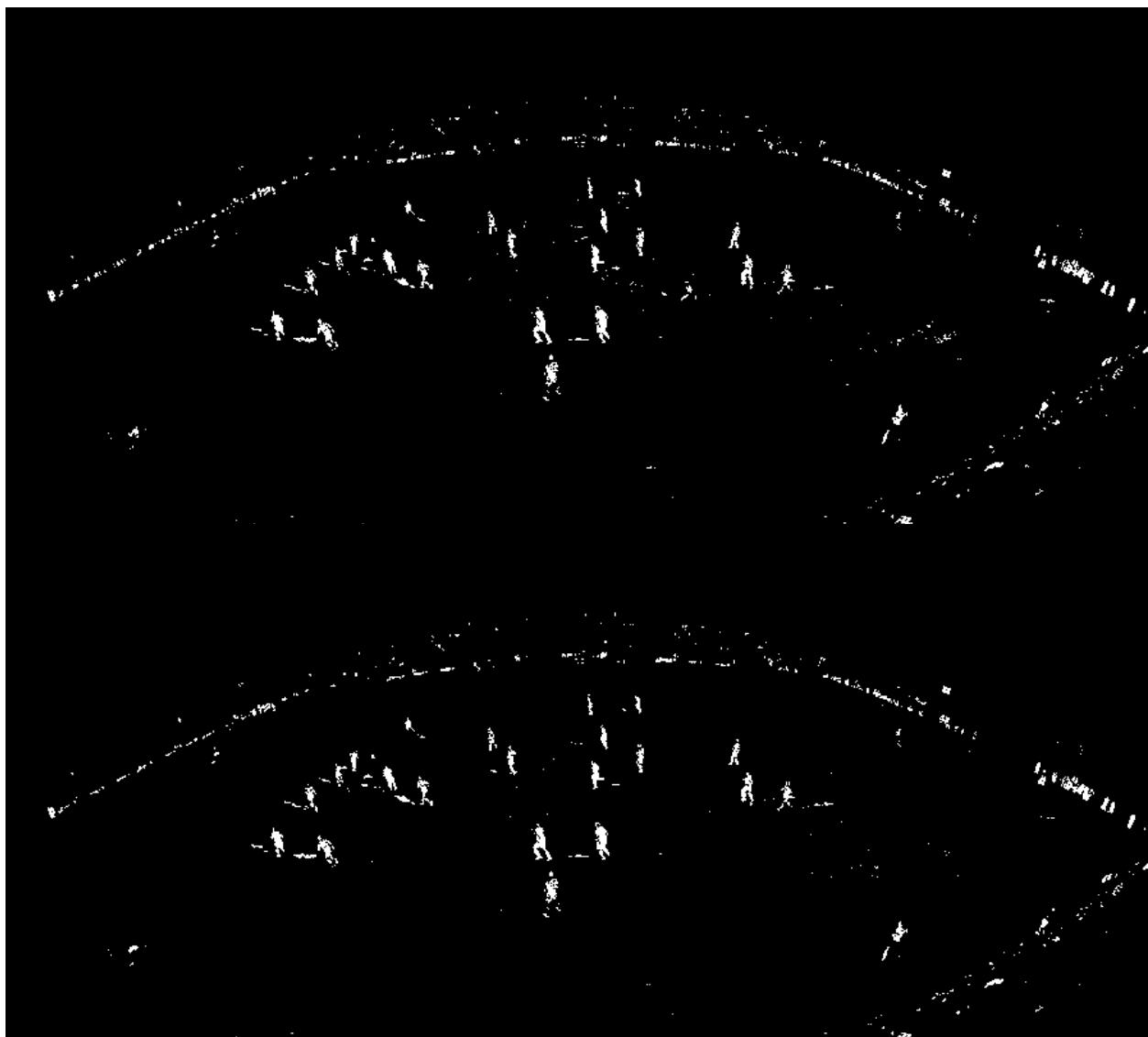




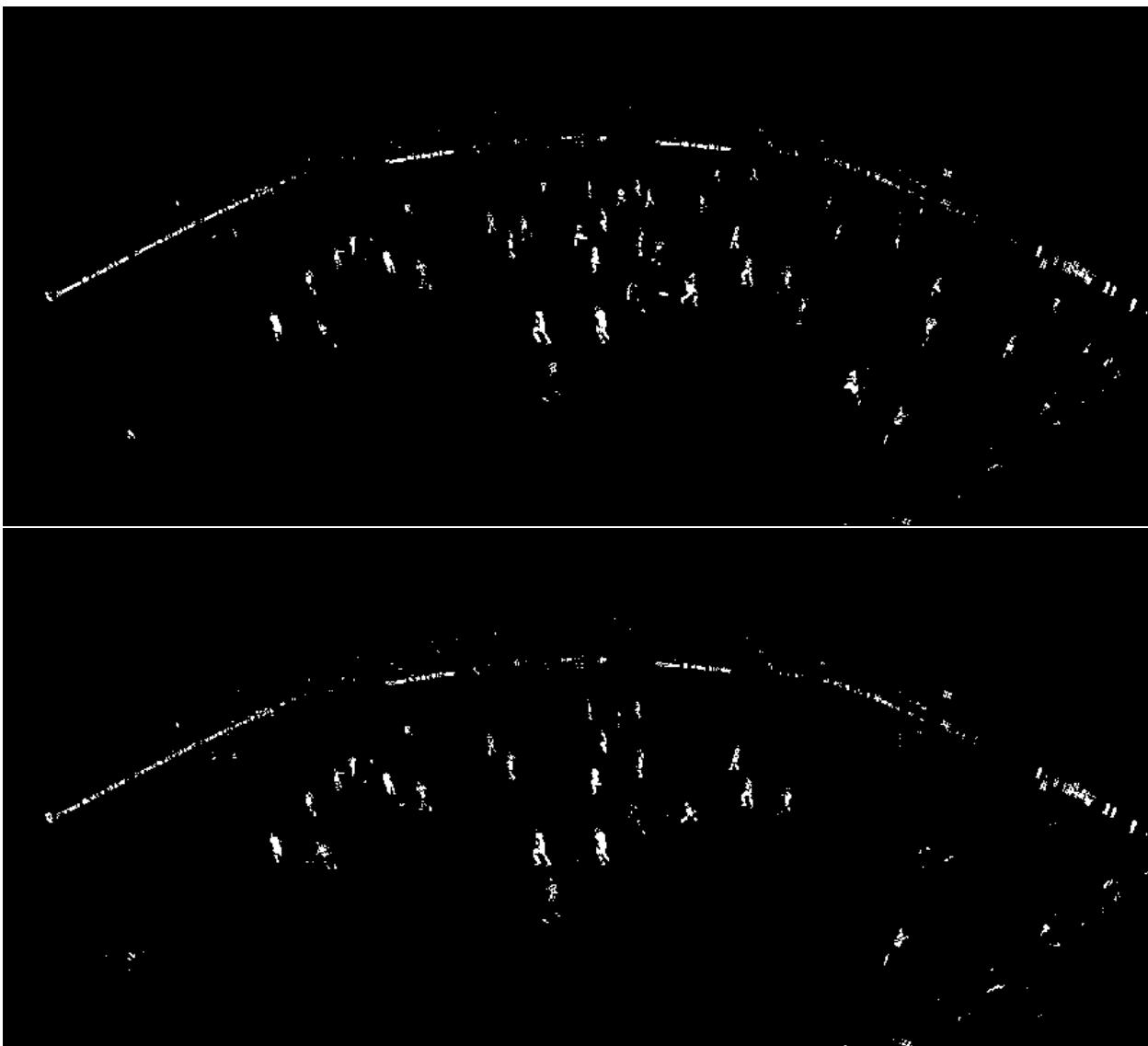
c. Define appropriate thresholds and find foreground masks corresponding to each of the background images.

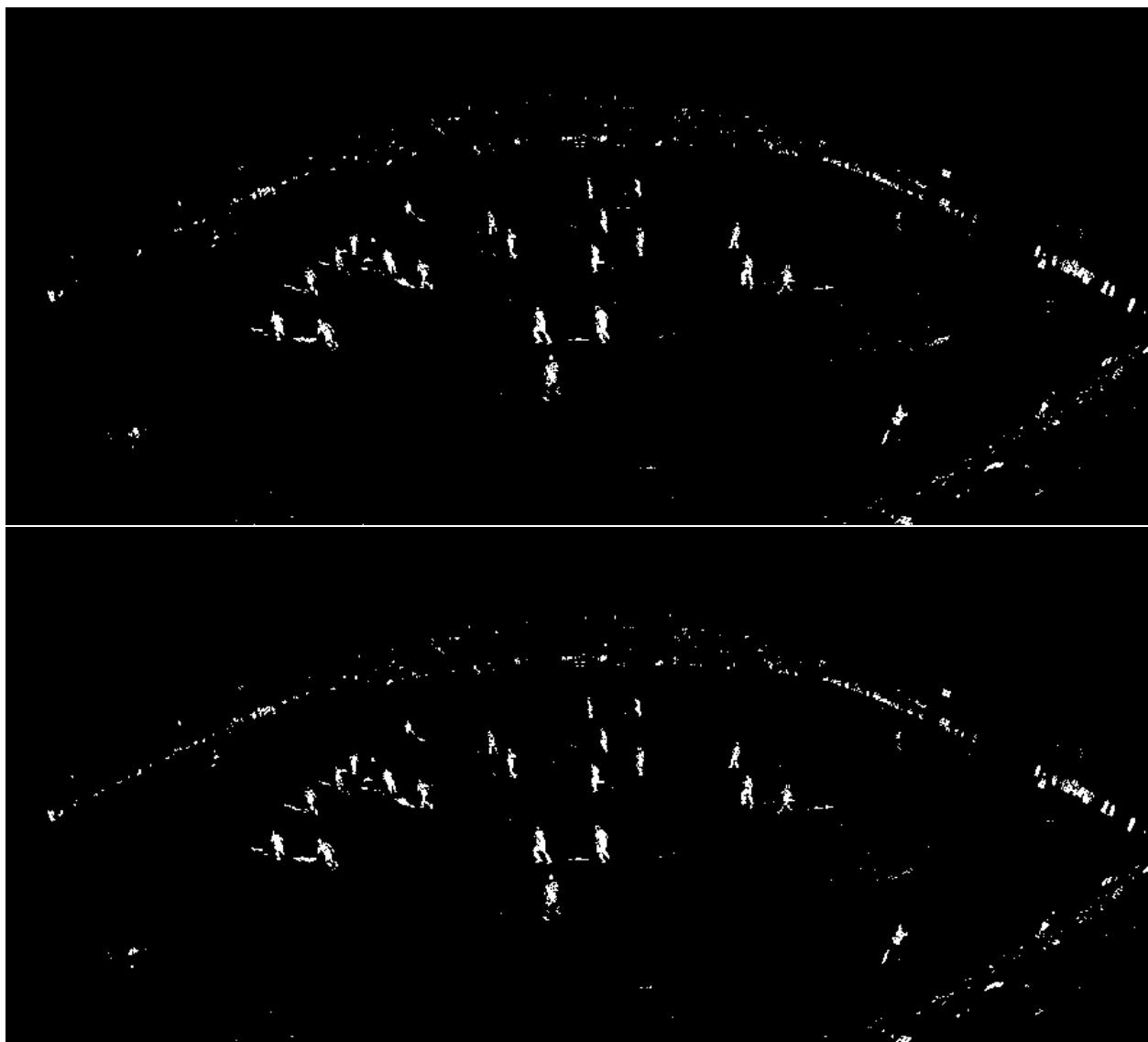
Method = Average





Method = Median

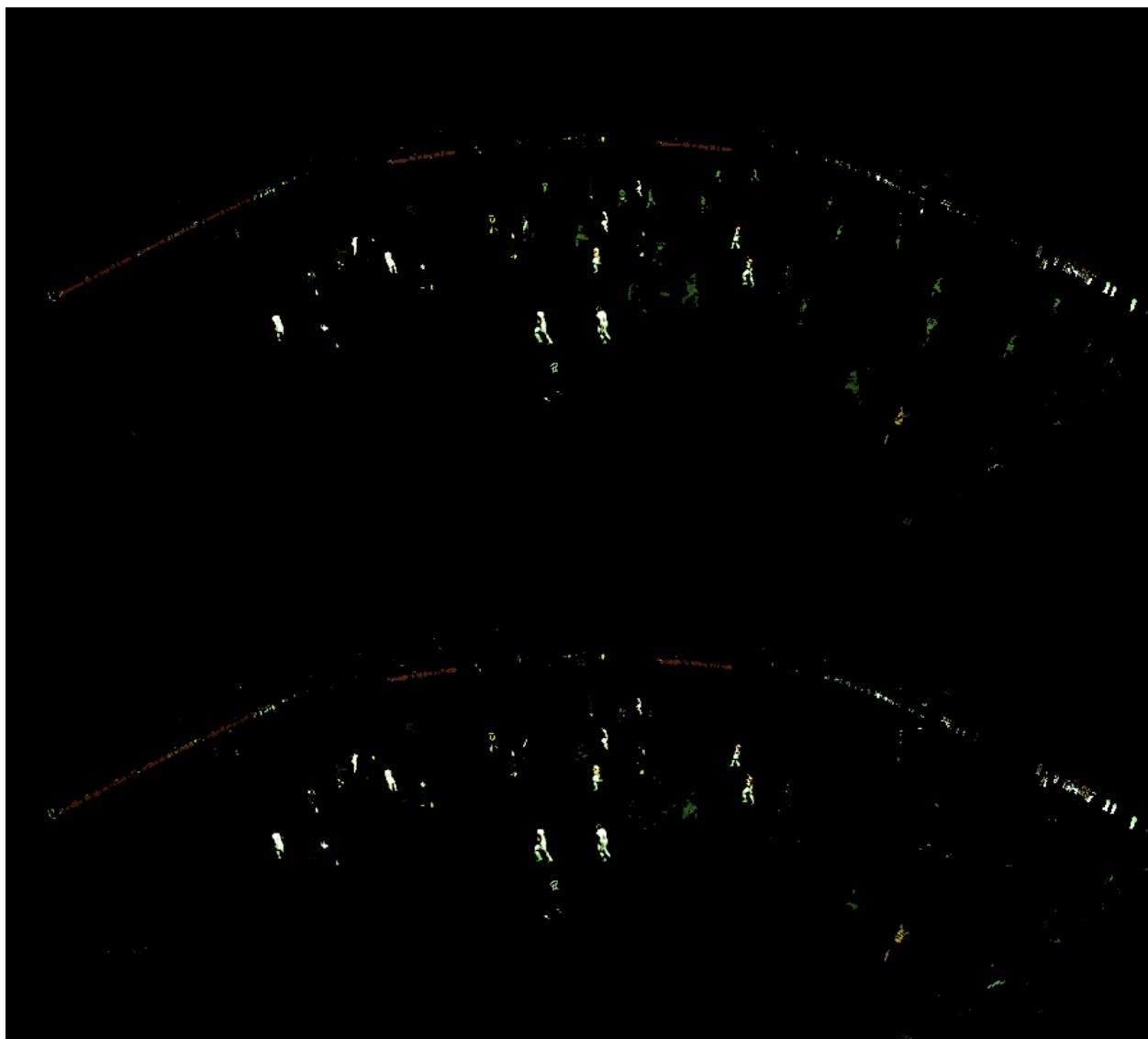




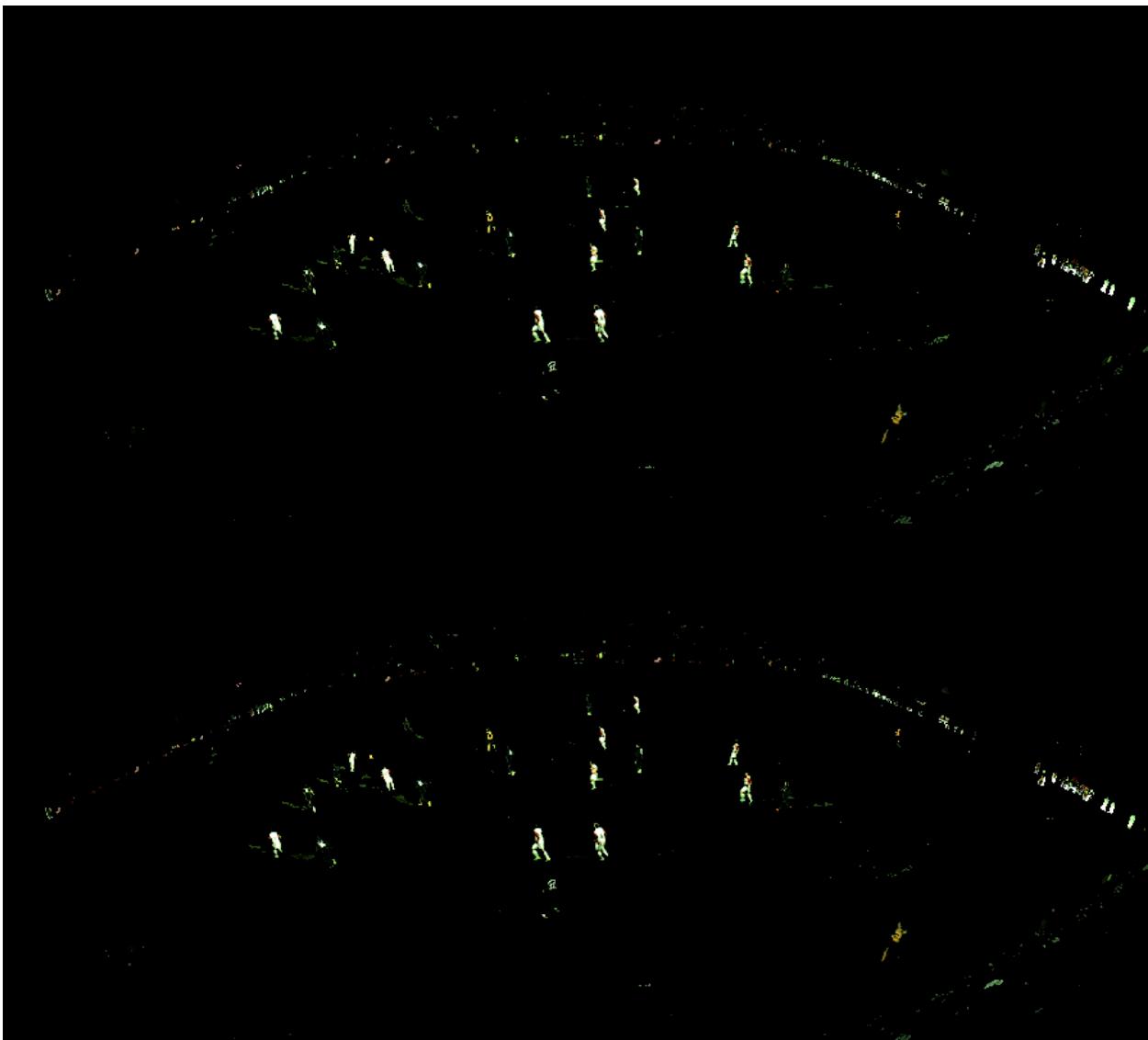
d. Use the resultant masks to extract players in the test frame. Assign black color (0,0,0) to the remaining regions of the image.

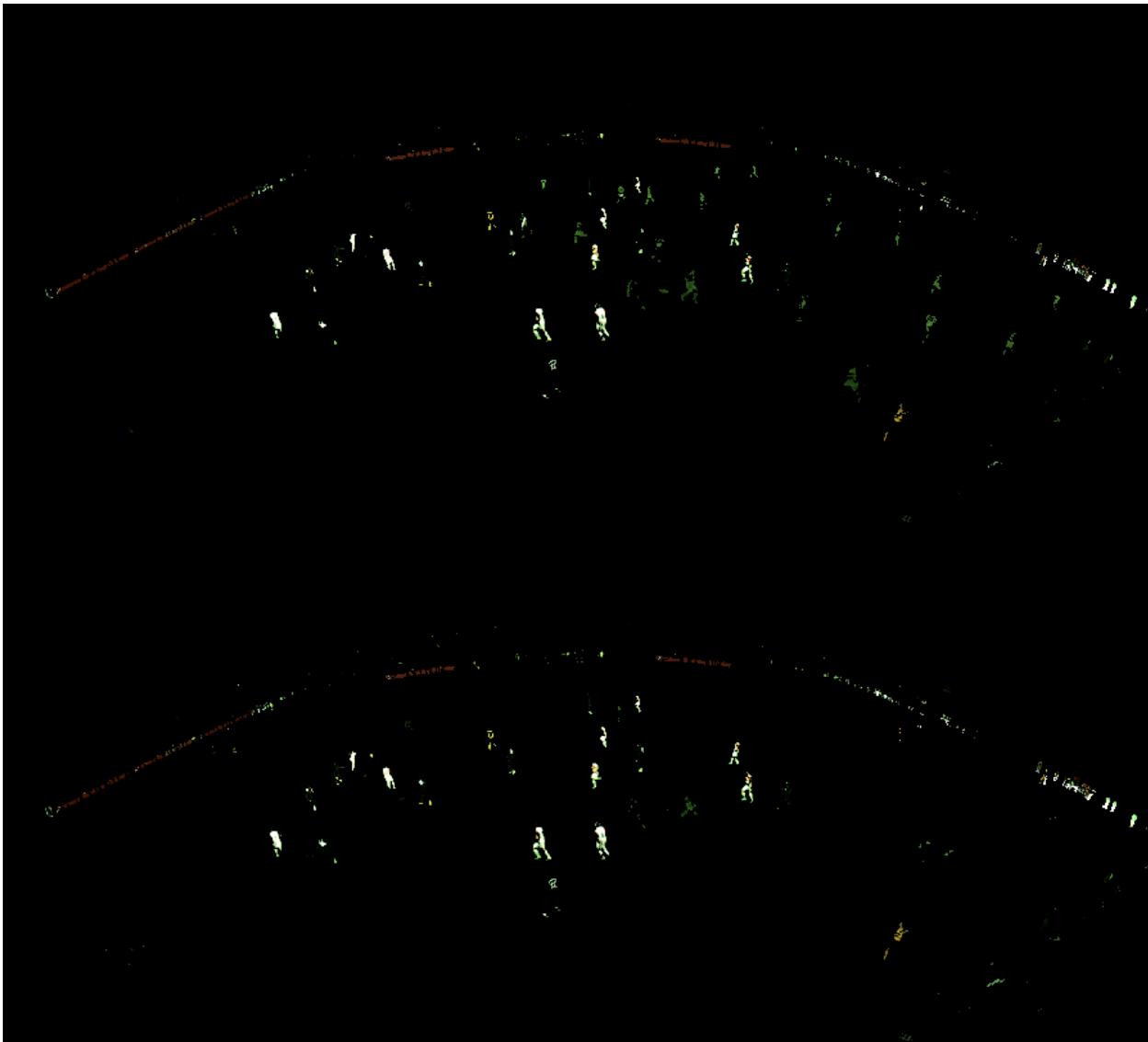
Method = Average





Method = Median





e. Repeat this process using median operation, and compare the results.

مشاهده می‌گردد که بک‌گراند‌ها با بیشتر شدن تعداد تصاویر بهبود می‌یابند. بعلاوه استفاده از `median` نتیجه بهتری داشته است. علت این امر آن است که در صورت استفاده از `median` و داشتن تعداد زیاد تصاویر، در حالتی که در بسیاری از تصاویر بک‌گراند مشخص باشد، احتمال بیشتری هست که رنگ بک‌گراند انتخاب گردد. حال آنکه در میانگین‌گیری، صرفاً میانگین آن مقادیر گرفته می‌شود و تعداد بیشتر تصاویر نیز به این علت کمک کننده است که احتمال بیشتر آنها رنگ بک‌گراند مشخص باشد.

برای فورگراند بسته به این دارد که آن تصاویر انتخاب شده برای ایجاد بک‌گراند به تصویر تست شبیه باشند یا خیر. دلیل بخش‌های سبز رنگ پس از به دست آوردن فورگراند (بازیکنی نیست ولی رنگ سبز دیده می‌شود) به همین دلیل است. به عبارتی تصاویر استفاده شده برای ایجاد بک‌گراند، موجب شده رنگ آن قسمت‌های تصویر مشابه رنگ چمن در آن تصاویر شود و بنابراین احتمال دارد آن بخش‌ها جزو فورگراند به دست بیایند.

## 7. From Naïve Image Filtering to Smart Image Resizing

a. Reduce the width of the images in part (a) and (b) in Figure 14 by 10%, 25% and 50%. As well as displaying the final result, display the intermediate results including energy maps and selected seams (similar to Figure 13).















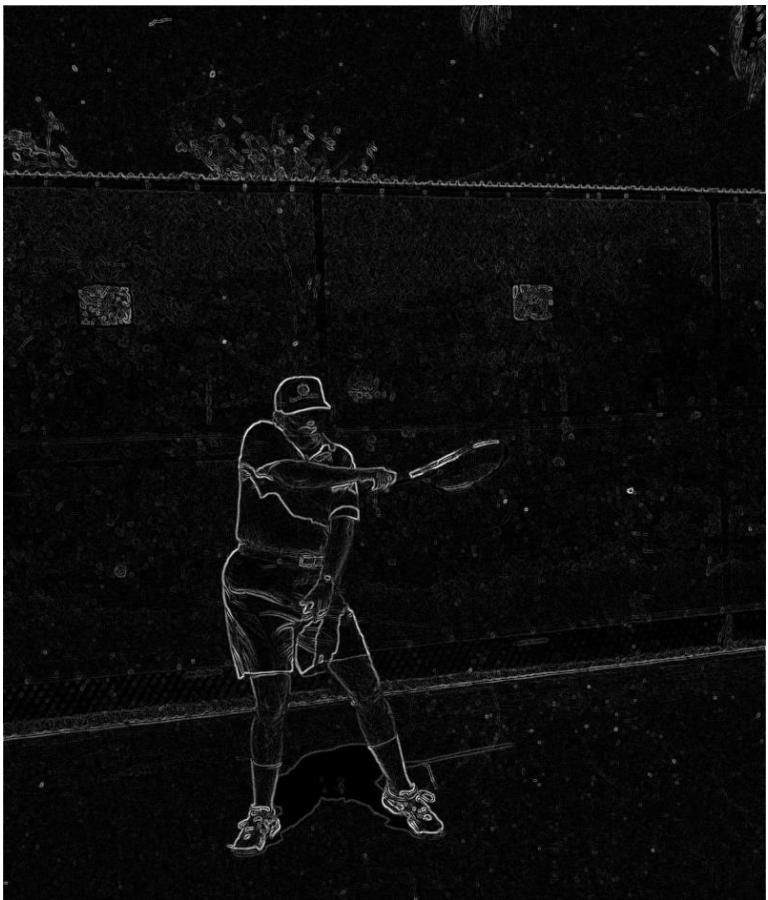
**b. Reduce the height of the images in part (c) and (d) in Figure 14 by 10%, 25% and 50%. As well as displaying the final result, display the intermediate results including energy maps and selected seams (similar to Figure 13).**

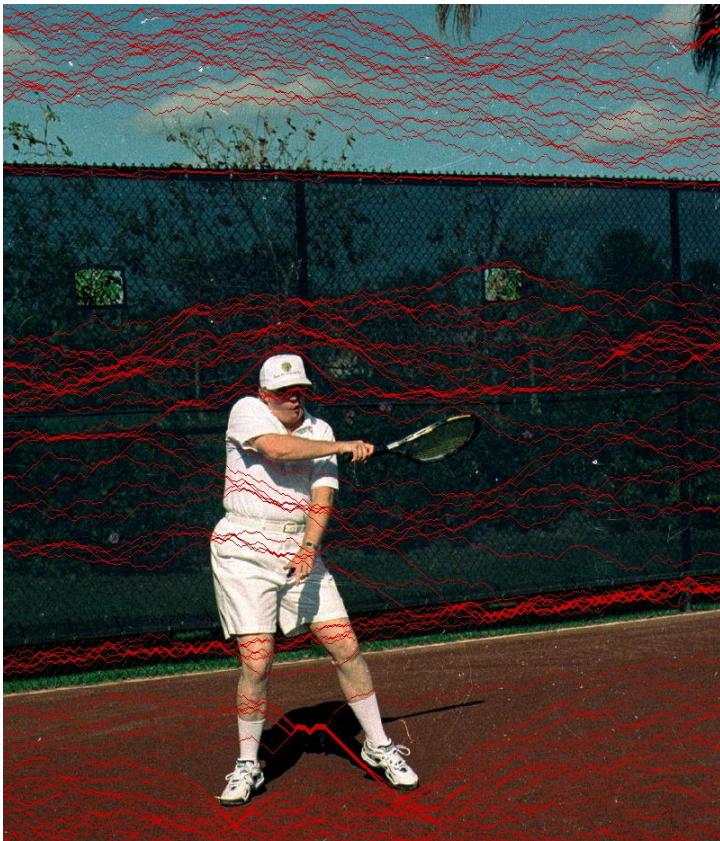


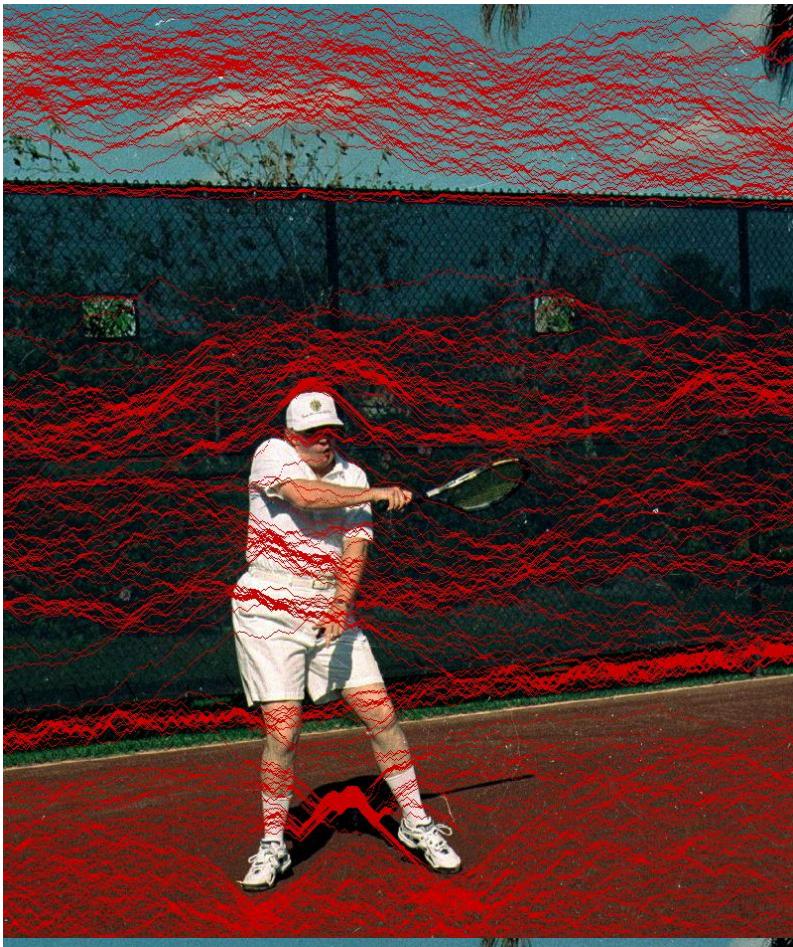


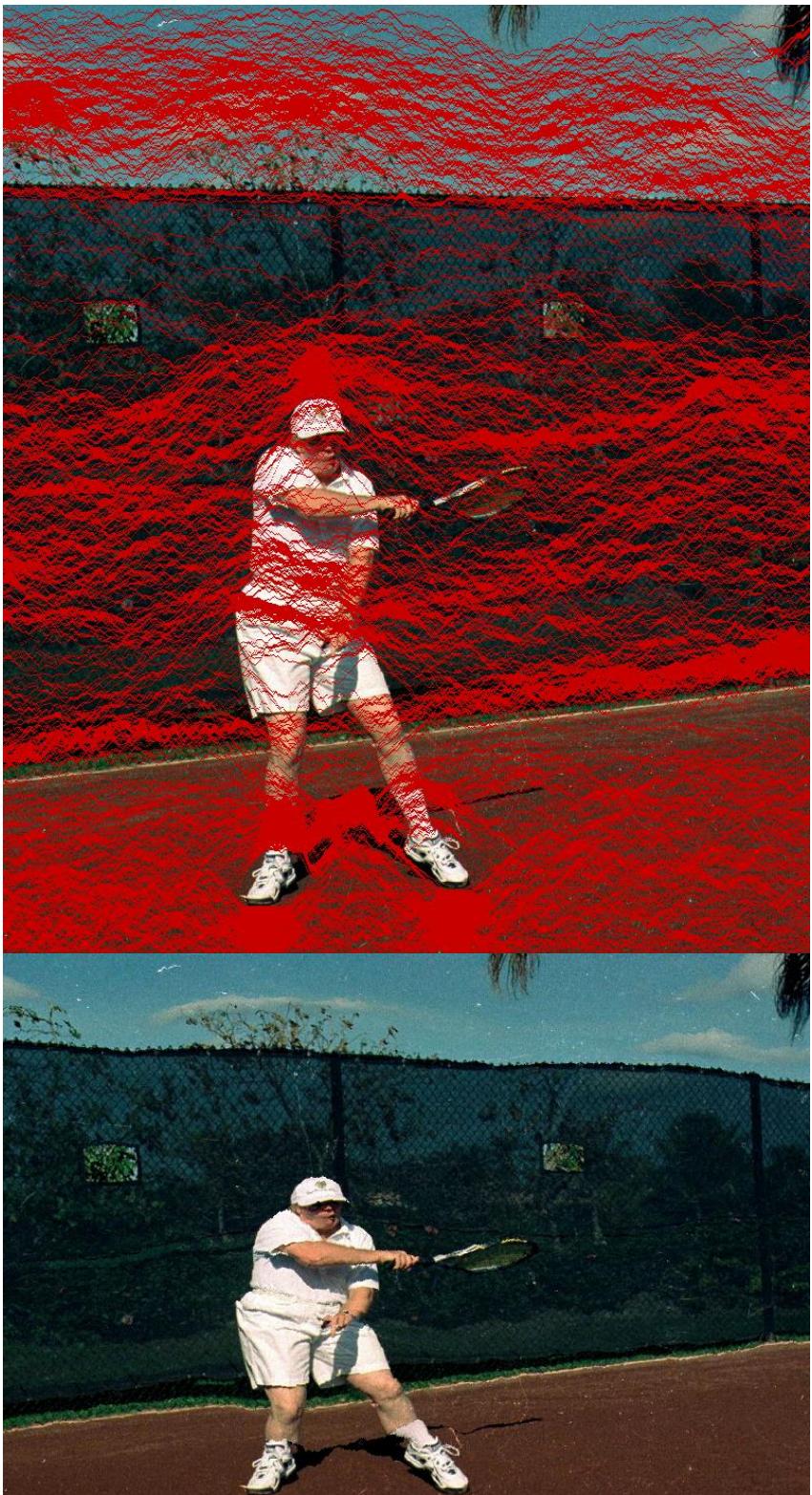






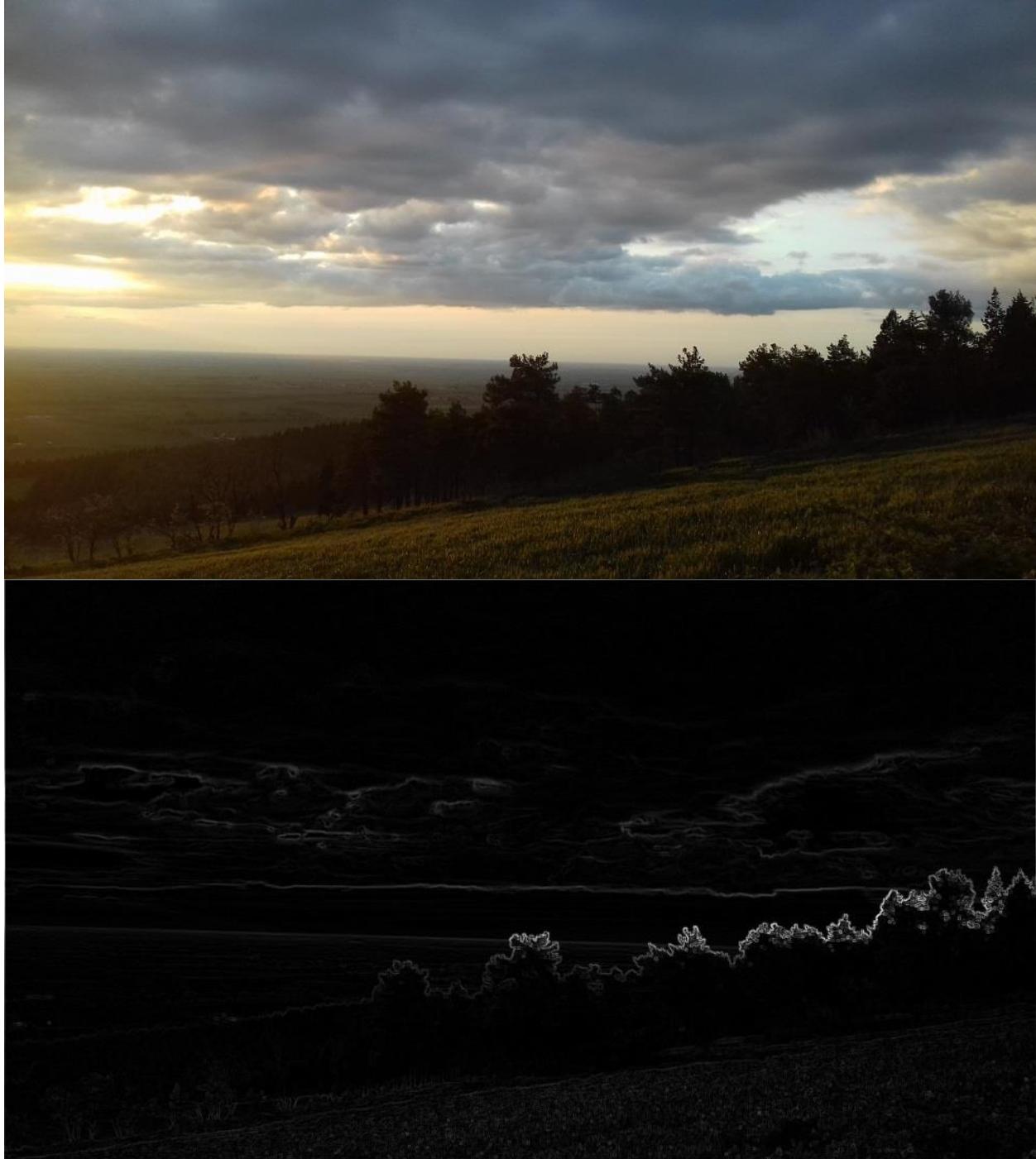




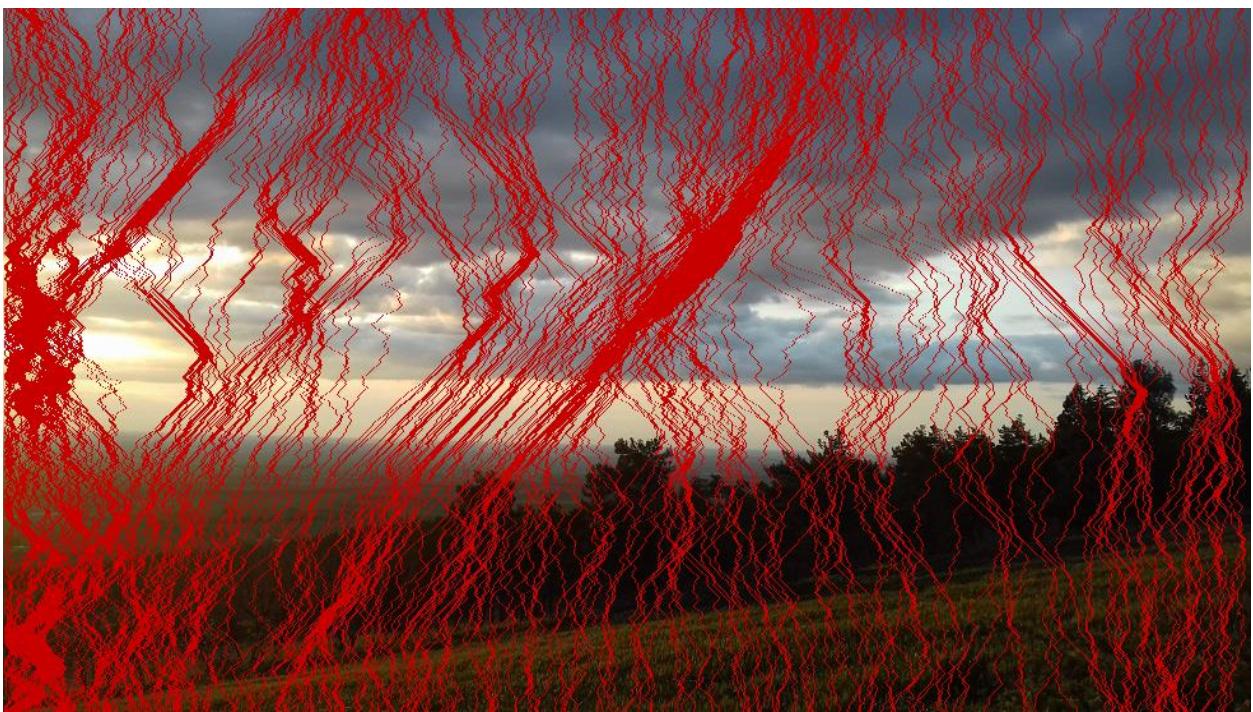


c. Find an input image of your own on the web in which this technique obtains interesting successful result (either horizontally or vertically). Display the image as well as the result, and describe why the algorithm seems to work well.

تصویر اصلی:



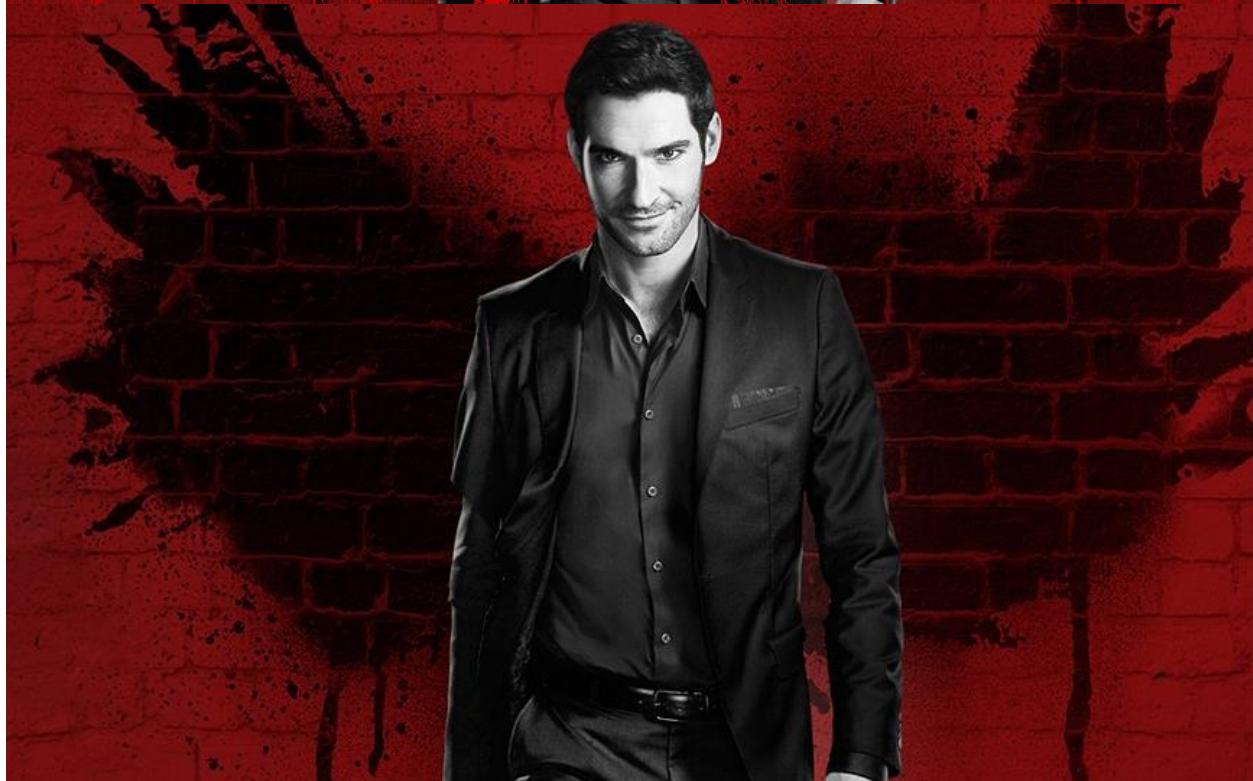
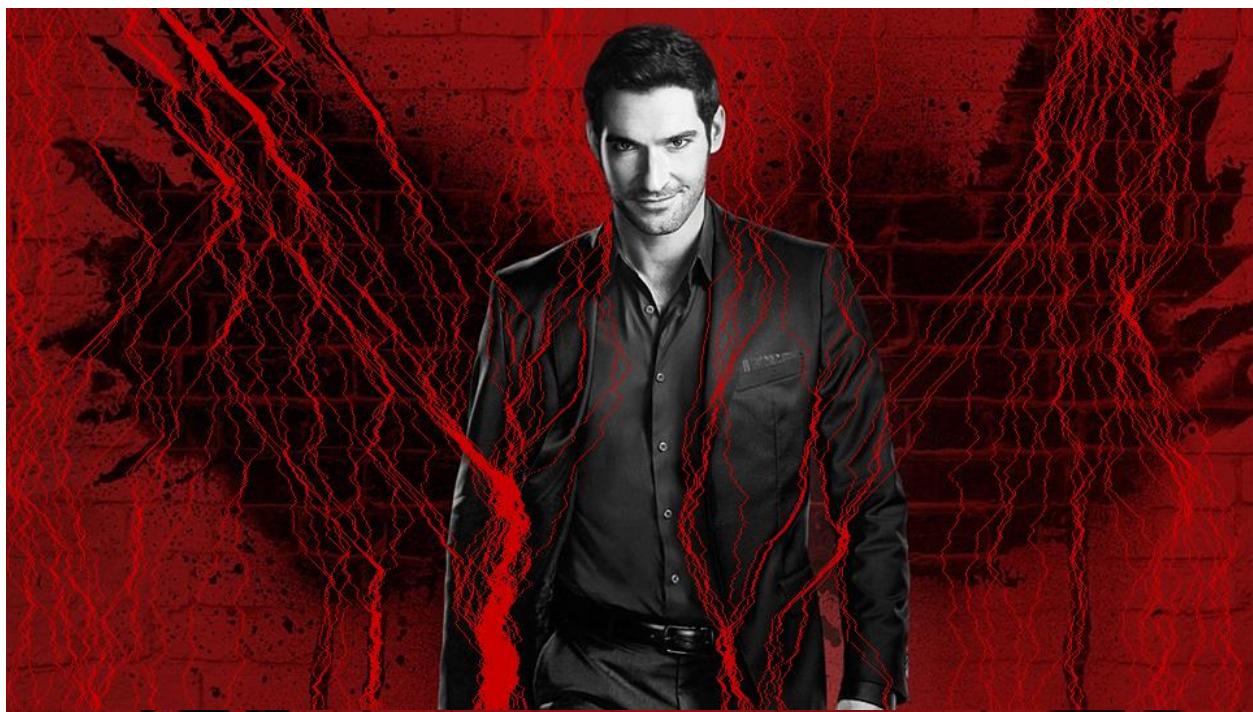


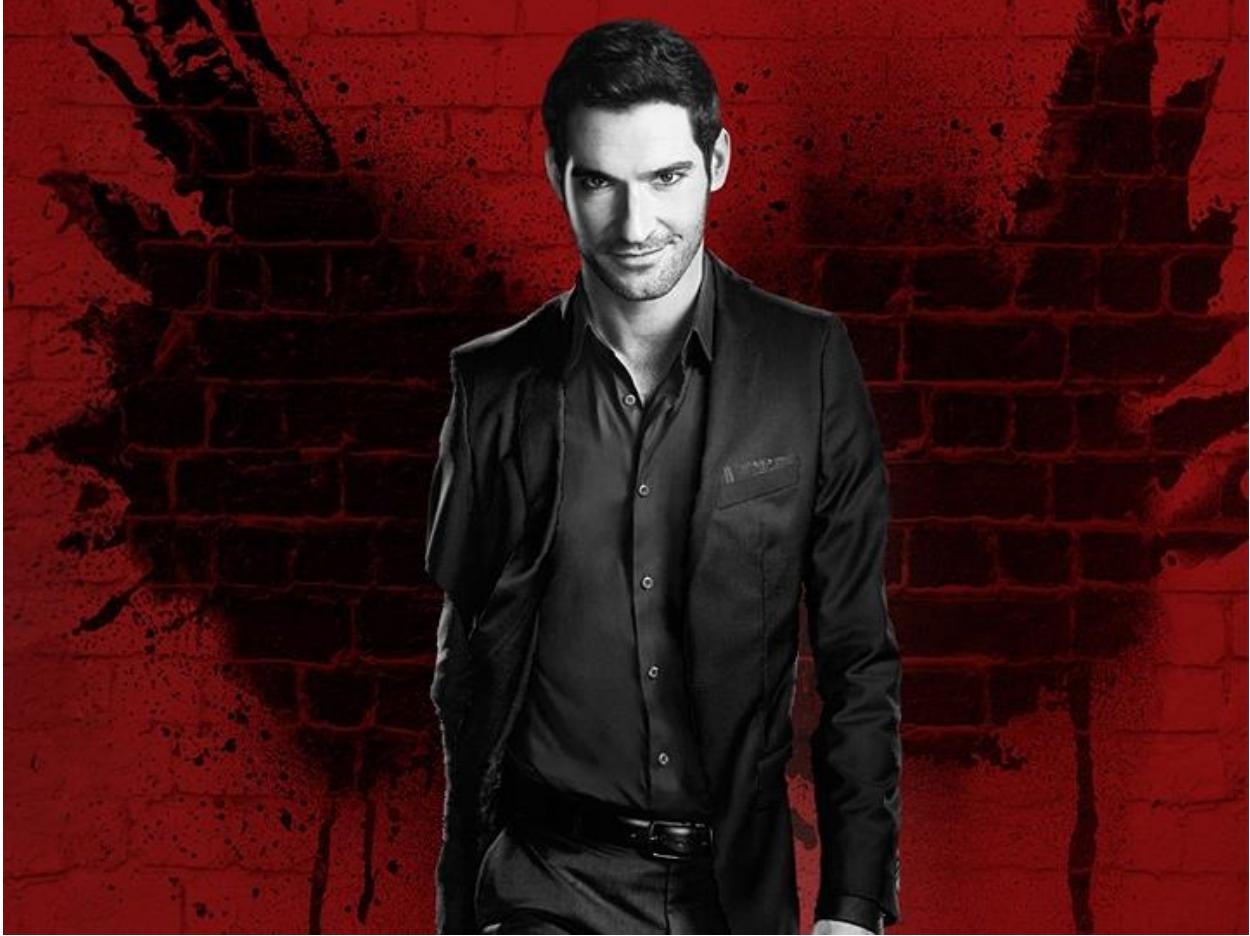
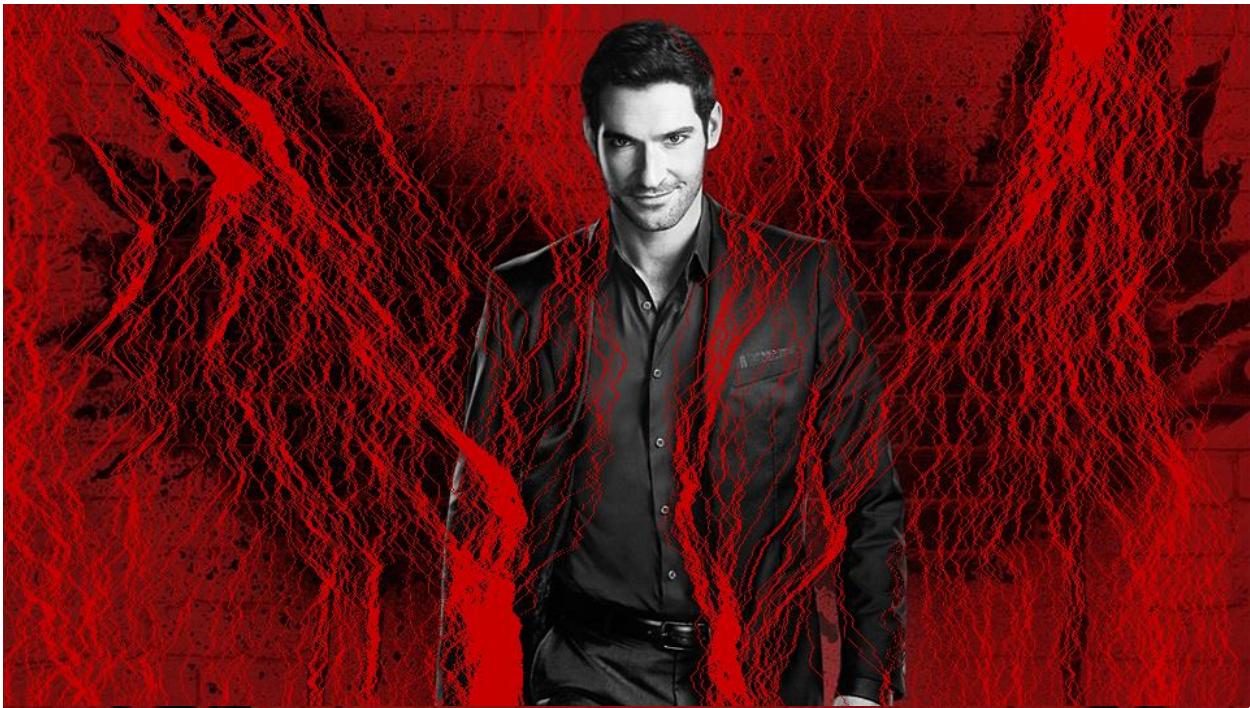


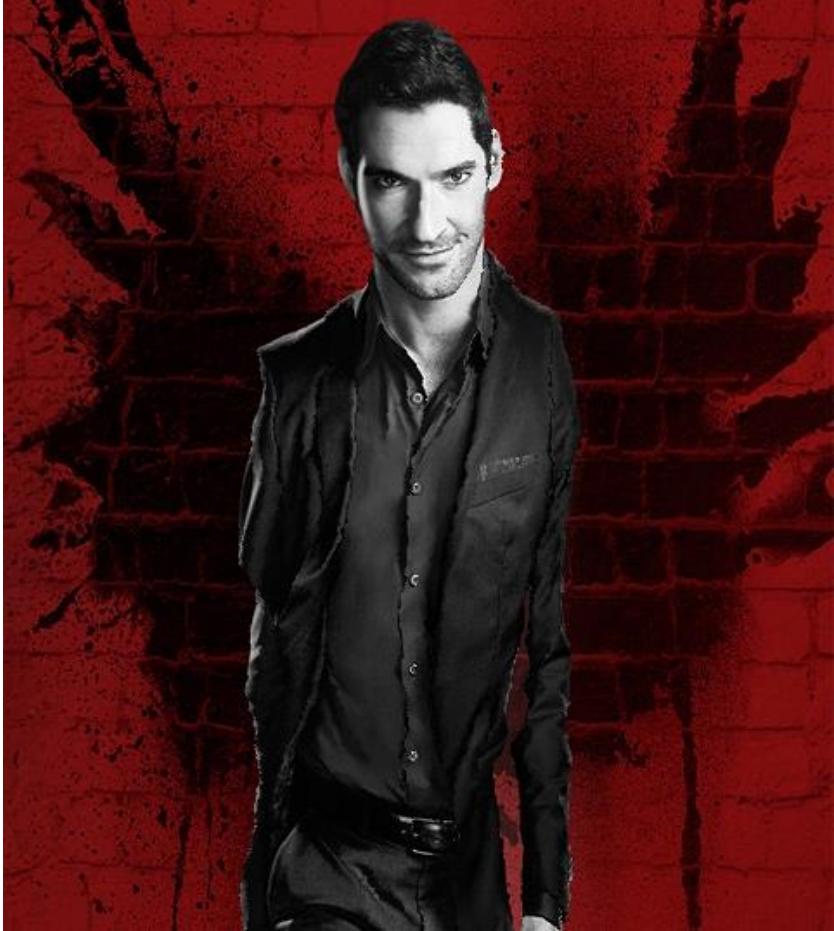
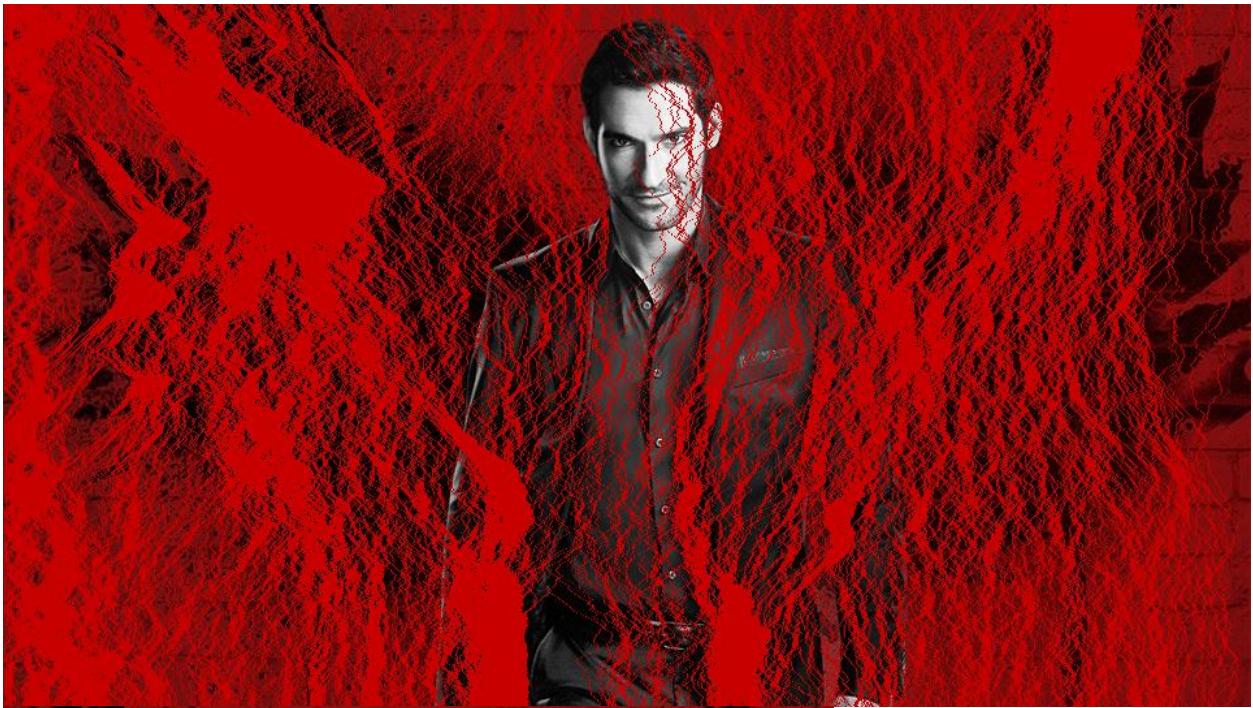


d. Find an input image of your own on the web in which this technique obtains interesting poor result (either horizontally or vertically). Display the image as well as the result, and describe why the algorithm seems to work poorly.









برخی تصاویر را کوچک کرده ام تا در صفحات جا بگیرند، به علت حجم زیاد تصاویر آنها را در اندازه اصلی ارسال نخواهم کرد.  
دلیل اینکه در برخی جاهای الگوریتم به خوبی عمل نمی کند، احتمالاً مرتبط با تغییرات گرادیان است. در تصاویر تراپ، تقریباً تغییرات خاصی در سطح لباس های تراپ رخ نمی دهد، در حالیکه تغییرات بیشتری در چمن ها و یا فنس ها وجود داشته است.  
در مورد تصاویر دلخواه، قابل مشاهده است که در مورد تصویر اول نسبتاً خوب عمل کرده و درختان نزدیکتر بیشتر حفظ شده اند، البته وقتی که عرض تصویر نصف می شود نتیجه چندان خوبی ندارد. از طرف تصویر دوم، سوژه اصلی را از همان ابتدای کار دچار مشکل کرده است و دقیقاً همان بخشی حذف شده که کاملاً سیاه بوده و تغییرات چندانی در آن رخ نداده است، درحالیکه دیوار پشت سوژه به خوبی حفظ شده.

## 9. Some Explanatory Questions

Please answer the following questions as clear as possible:

a. Does repeatedly applying a 3x3 sharpening filter to an image always converge to a certain state?  
Explain.

با توجه به آنکه هر بار پیکسل های برجسته تر روشن تر می گردد و پیکسل های همسطح تیره تر، بله، هر تصویری به سمت جدایی پیکسل های برجسته از باقی پیکسل ها خواهد رفت تا زمانی که دیگر هر محاسبه ای منجر به خروج از محدوده مقادیر گردد.

b. What is the effect of setting the LSB bit-plane to zero on the image histogram? What about setting the MSB bit-plane to zero?

با صفر کردن کم ارزش ترین بیت، تصویر تنها کم تیره خواهد شد؛ چرا که مقدار فقط به اندازه ۱ کاهش خواهد داشت ولی با صفر کردن پر ارزش ترین بیت، نقاط روشن تصویر به شدت تیره خواهند شد. بنابراین در حالت اول، هیستوگرام تصویر به گونه ای خواهد بود که در مقادیر فرد، تعداد پیکسل ها صفر بوده و تعداد پیشین آن حالا به تعداد پیکسل های مقدار زوج کمتر اضافه شده اند. برای حالت دوم، تعداد پیکسل ها در سمت چپ هیستوگرام جمع خواهد شد.

c. Which one is more efficient: filtering an image with two 1D filters, or filtering it with one 2D filter.  
Justify your answer.

استفاده از دو فیلتر یک بعدی.  
تصور کنید فیلتر دو بعدی  $n \times n$  داشته باشیم و معادل آن دو بردار عمودی و افقی دارای  $n$  مولفه. برای هر بردار،  $n$  ضرب لازم خواهیم داشت، به عبارتی در مجموعه  $2n$  عملیات ضرب داریم. درحالیکه برای فیلتر دو بعدی  $n^2$  عملیات ضرب لازم است.

d. Is it possible to perform binary template matching using image filtering? If yes, design a 3x3 filter to find all plus signs (+) in an image. If no, explain why.

بله، به این شکل که در صورت وجود آن پتن در بخشی از تصویر، مقدار پیکسل مرکزی آن در تصویر بدست آمده بیشتر خواهد بود.  
البته همانطور که انتظار می رود علامت (+) را بپیدا خواهد کرد که در مربع  $3 \times 3$  جا گردد.  
اگر چهار گوشه را صفر بگذاریم، حتی اگر یک مربع  $3 \times 3$  داشته باشیم، مقدار بالایی بدست می آید. از یک طرف دو حالت ممکن است:  
یک اینکه مربع تیره تر از اطرافش باشد، دوم اینکه مربع روشن تر از اطرافش باشد.  
در هر حالت جانب احتیاط را در برابر مقادیر کم و مقادیر بالا رعایت کرده ام.  
برای حالت اول:

2/5	-1/5	2/5
-1/5	-1/5	-1/5
2/5	-1/5	2/5

برای حالت دوم:

-1/5	1/5	-1/5
1/5	2/5	1/5
-1/5	1/5	-1/5

e. Imagine you want to produce a noisy grayscale image from a given color image. What is the difference between first converting the image into grayscale and then adding noise, and first adding noise and then converting to grayscale? Are these two states comparable? Assume the noise parameters equal in both experiments.

در صورتی که نویز با تبدیل به مقیاس خاکستری همان مقداری را بگیرد که در تصویر مقیاس خاکستری می‌گیرد، نتیجه یکسان خواهد بود اما محاسبات بیشتری برای حالت نویز در فضای رنگی نیاز است. بنابراین بهتر است در ابتدا به مقیاس خاکستری تبدیل و سپس نویز ایجاد کنیم. نویز نمک و فلفل با توجه به اینکه رنگ سیاه و سفید ایجاد می‌کند بنابراین نتیجه چه در حالت رنگی و چه در حالت مقیاس خاکستری یکسان خواهد شد.