

# 2022 ACM-ICPC Teamnote

HeukseokZZANG

October 5, 2022

## Contents

### 1 기본 템플릿

### 2 주요 알고리즘

2.1	유니온 파인드	...
2.2	다익스트라	...
2.3	DFS	...
2.4	BFS	...
2.5	선분 교차 판정	...
2.6	소수 리스트 생성	...
2.7	소수 판정 알고리즘	...
2.8	밀러-라빈 소수 판정	...
2.9	폴라드-로 소인수분해	...

### 3 수학

3.1	NTT	...
3.2	스프라그-그런디	...
3.3	유클리드 호제법	...
3.4	확장 유클리드	...
3.5	페르마 소정리	...
3.6	중국인의 나머지 정리	...
3.7	모듈러 곱셈 역원	...
3.8	좌표 압축	...

### 4 그래프

4.1	최대 유량	...
4.2	이분 매칭	...

### 5 트리

5.1	세그먼트 트리	...	13
5.2	펜윅 트리	...	14
5.3	2차원 펜윅 트리	...	15

### 6 테크닉

6.1	비트마스킹	...	16
6.2	이분탐색	...	16

## 1 기본 템플릿

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;

using vInt = vector<int>;
using matInt = vector<vInt>;
using pii = pair<int, int>;
using vPii = vector<pii>;
using matPii = vector<vPii>;
using LL = long long;
using vLL = vector<LL>;
using matLL = vector<vLL>;
using pLL = pair<LL, LL>;
using vPLL = vector<pLL>;
using vBool = vector<bool>;
using matBool = vector<vBool>;
using vStr = vector<string>;

int main(){
    ios::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
}
```

## 2 주요 알고리즘

### 2.1 유니온 파인드

```
int rank[MAX_SIZE];
```

```
for (int i=0; i<MAX_SIZE; i++)
    rank[i] = 1;
```

```
int find(int x){
    if (x==parent[x]){
        return x;
    }
    else{
        int y = find(parent[x]);
        parent[x] = y;
        return y;
    }
}
```

```
void union(int x, int y){
    x = find(x);
    y = find(y);
```

```
    if (x == y)
        return;
```

```
    if (rank[x] > rank[y]){
        parent[y] = x;
        rank[x] += rank[y];
    }
```

```
    else {
        parent[x] = y;
        rank[y] += rank[x];
    }
}
```

## 2.2 다익스트라

```
int v,e,st; //정점의 개수, 간선의 개수, 시작 위치
```

```
// {비용, 정점 번호}
```

```
vector<pair<int,int>> adj[MAX_SIZE]; //adj[i].push_back({w,x}) 면 i->x 이고 거리는 w
```

```
const int INF = 0x3f3f3f3f;
```

```
int d[MAX_SIZE]; // 최단 거리 테이블
```

```
fill(d,d+v+1,INF);
```

```
while(e--){
```

```
    int u,x,w;
```

```
    adj[u].push_back({w,x});
}
```

```
priority_queue<pair<int,int>, vector<pair<int,int>>, greater<pair<int,int>>> >
d[st] = 0;
```

```
// 우선순위 큐에 (0, 시작점) 추가
```

```
pq.push({d[st],st});
```

```
while(!pq.empty()){
```

```
    auto cur = pq.top(); pq.pop(); // {비용, 정점 번호}
```

```
// 거리가 d에 있는 값과 다를 경우 넘어감
```

```
if(d[cur.second] != cur.first) continue;
```

```
for(auto nxt : adj[cur.second]){ //이웃하는 모든 노드들 = nxt에 대하여 반복
```

```
    if(d[nxt.second] <= d[cur.second]+nxt.X) continue;
```

```
// cur를 거쳐가는 것이 더 작은 값을 가질 경우
```

```
// d[nxt.Y]을 갱신하고 우선순위 큐에 (거리, nxt.Y)를 추가
```

```
d[nxt.second] = d[cur.second]+nxt.first;
```

```
pq.push({d[nxt.second],nxt.second});
```

```
}
```

## 2.3 DFS

```
bool visited[9];
```

```
vector<int> graph[9];
```

```
void dfs(int x)
```

```
{
```

```
    visited[x] = true;
```

```
    cout << x << " ";
```

```
    for (int i = 0; i < graph[x].size(); i++){
```

```
        {
```

```
            int y = graph[x][i];
```

```
            if (!visited[y])
```

```
                dfs(y);
```

```
        }
```

```
}
```

## 2.4 BFS

```
#define X first
```

```
#define Y second
```

```
int board[502][502] =
```

```

{{1,1,1,0,1,0,0,0,0,0},
 {1,0,0,0,1,0,0,0,0,0},
 {1,1,1,0,1,0,0,0,0,0},
 {1,1,0,0,1,0,0,0,0,0},
 {0,1,0,0,0,0,0,0,0,0},
 {0,0,0,0,0,0,0,0,0,0},
 {0,0,0,0,0,0,0,0,0,0} };
bool vis[502][502];
int n = 7, m = 10;
int dx[4] = {1,0,-1,0};
int dy[4] = {0,1,0,-1};
int main(void){
    ios::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    queue<pair<int,int> > Q;
    vis[0][0] = 1;
    Q.push({0,0});
    while(!Q.empty()){
        pair<int,int> cur = Q.front(); Q.pop();
        cout << '(' << cur.X << ", " << cur.Y << ") -> ";
        for(int dir = 0; dir < 4; dir++){
            int nx = cur.X + dx[dir];
            int ny = cur.Y + dy[dir];
            if(nx < 0 || nx >= n || ny < 0 || ny >= m) continue;
            if(vis[nx][ny] || board[nx][ny] != 1) continue;
            vis[nx][ny] = 1;
            Q.push({nx,ny});
        }
    }
}

```

## 2.5 선분 교차 판정

```

int ccw(pair<int, int>p1, pair<int, int>p2, pair<int, int>p3) {
    int s = p1.first * p2.second + p2.first * p3.second + p3.first * p1.second;
    s -= (p1.second * p2.first + p2.second * p3.first + p3.second * p1.first);

    if (s > 0) return 1;
    else if (s == 0) return 0;
    else return -1;
}

```

```

#define pii pair<int, int>
bool isIntercept(pair<pii, pii> l1, pair<pii, pii> l2) {

    pii p1 = l1.first;
    pii p2 = l1.second;
    pii p3 = l2.first;
    pii p4 = l2.second;

    int p1p2 = ccw(p1, p2, p3) * ccw(p1, p2, p4); // l1 기준
    int p3p4 = ccw(p3, p4, p1) * ccw(p3, p4, p2); // l2 기준

    // 두 직선이 일직선 상에 존재
    if (p1p2 == 0 && p3p4 == 0) {
        // 비교를 일반화하기 위한 점 위치 변경
        if (p1 > p2) swap(p2, p1);
        if (p3 > p4) swap(p3, p4);

        return p3 <= p2 && p1 <= p4; // 두 선분이 포개어져 있는지 확인
    }

    return p1p2 <= 0 && p3p4 <= 0;
}

```

## 2.6 소수 리스트 생성

```

import math
def prime_list(limit):
    if limit < 3:
        return [2] if limit == 2 else []
    size = (limit - 3) // 2
    is_prime = [True] * (size + 1)
    for i in range(math.isqrt(limit - 3) // 2 + 1):
        if is_prime[i]:
            p = i + i + 3
            s = p * (i + 1) + i
            is_prime[s::p] = [False] * ((size - s) // p + 1)
    return [2] + [i + i + 3 for i, v in enumerate(is_prime) if v]

```

## 2.7 소수 판정 알고리즘

```
# NO! sqrt(N) 이하의 소인수로 나누어떨어지는지 검사
# primes = prime_list(10000000) 으로 소수 리스트 생성 후 실행
# 소수 리스트를 백만(107)까지 생성한다면 약 (1014)까지 판별가능
def isprime(x):
    if x == 1:
        return False
    for i in primes:
        if i > x ** .5:
            break
        if x % i == 0:
            return False
    return True
```

## 2.8 밀러-라빈 소수 판정

```
def power(x, y, p):
    res = 1

    while y > 0:
        if y % 2 != 0:
            res = (res * x) % p
        y //= 2
        x = (x * x) % p
    return res

def miller_rabin(n, a):
    r = 0
    d = n - 1
    while d % 2 == 0:
        r += 1
        d = d // 2

    x = power(a, d, n)
    if x == 1 or x == n - 1:
        return True

    for i in range(r - 1):
        x = power(x, 2, n)
        if x == n - 1:
            return True
    return False
```

## 2.9 폴라드-로 소인수분해

```
import random
def is_prime(n):
    alist = [2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41]
    if n == 1:
        return False
    if n == 2 or n == 3:
        return True
    if n % 2 == 0:
        return False
    for a in alist:
        if n == a:
            return True
        if not miller_rabin(n, a):
            return False
    return True
```

```
def pollardRho(n):
    if is_prime(n):
        return n
    if n == 1:
        return 1
    if n % 2 == 0:
        return 2
    x = random.randrange(2, n)
    y = x
    c = random.randrange(1, n)
    d = 1
    while d == 1:
        x = ((x ** 2 % n) + c + n) % n
        y = ((y ** 2 % n) + c + n) % n
        y = ((y ** 2 % n) + c + n) % n
        d = gcd(abs(x - y), n)
        if d == n:
            return pollardRho(n)
    if is_prime(d):
        return d
    else:
        return pollardRho(d)
```

## 3 수학

### 3.1 NTT

```
from decimal import Decimal, setcontext, Context, MAX_EMAX, MAX_PREC

def multiply(a, b, digit = 0):
    setcontext(Context(prec=MAX_PREC, Emax=MAX_EMAX))
    if digit == 0:
        digit = min(20, len(str(min(len(a), len(b)) * max(a) * max(b)))
    f = f'0{digit}d'
    a_dec = Decimal(''.join(format(x, f) for x in a))
    b_dec = Decimal(''.join(format(x, f) for x in b))
    c_dec = a_dec * b_dec
    total_digit = digit * (len(a) + len(b) - 1)
    c = format(c_dec, f'0{total_digit}f')
    return [int(c[_i:_i + digit]) for _i in range(0, total_digit, digit)]
```

### 3.2 스프라그-그런디

```
def mex(s):
    if not s:
        return 0
    for i in range(100):
        if i not in s:
            return i

b = list(multiinput())
dp = [0] * 501
for i in range(1, 501):
    s = set()
    for bb in b:
        if i - bb >= 0:
            s.add(dp[i - bb])
    dp[i] = mex(s)

for _ in range(5):
    x, y = multiinput()
    if (dp[x] ^ dp[y]) == 0:
        print('B')
    else:
        print('A')
```

### 3.3 유클리드 호제법

```
int GCD(int a, int b)
{
    if(b==0) return a;
    else return GCD(b,a%b);
}
```

### 3.4 확장 유클리드

```
# a, b의 gcd가 1일 때만 작동
# ax + by = 1의 해를 리턴
def eea(a, b):
    s0, s1, t0, t1 = 1, 0, 0, 1
    r0, r1 = a, b
    q1 = r0 // r1
    while 1:
        s0, s1, t0, t1 = s1, s0 - s1 * q1, t1, t0 - t1 * q1
        r0, r1 = r1, r0 - r1 * q1
        if r1:
            q1 = r0 // r1
        else:
            return s0, t0
```

### 3.5 페르마 소정리

### 3.6 중국인의 나머지 정리

### 3.7 모듈러 곱셈 역원

```
def modininv(p, q):
    mod = 1000000007
    expo = mod - 2
    while (expo):
        if (expo & 1):
            p = (p * q) % mod
        q = (q * q) % mod
        expo >>= 1

    return p
```

### 3.8 좌표 압축

```
def comp(arr):
    dic = {x: i for i, x in enumerate(sorted(set(arr)))}
    return [dic[x] for x in arr]
```

## 4 그래프

### 4.1 최대 유량

```
INF = 10**9
# V = 10
# capacity = [[1] * V for _ in range(V)]
# flow = [[0] * V for _ in range(V)]

V = 4
capacity = [[0, 1, 3, 0], [0, 0, 1, 2], [0, 0, 0, 1], [0, 0, 0, 0]]
flow = [[0, 0, 0, 0] for _ in range(4)]
```

```
def networkFlow(source, sink):
    totalFlow = 0
    while 1:
        parent = [-1] * V
        q = deque()
        parent[source] = source
        q.append(source)
        while q and parent[sink] == -1:
            here = q.popleft()
            for there in range(0, V):
                if capacity[here][there] - flow[here][there] > 0 and parent[there] == -1:
                    q.append(there)
                    parent[there] = here
        if parent[sink] == -1:
            break
        amount = INF
        p = sink
        while p != source:
            amount = min(capacity[parent[p]][p] - flow[parent[p]][p], amount)
            p = parent[p]
        p = sink
        while p != source:
            flow[parent[p]][p] += amount
            flow[p][parent[p]] -= amount
            p = parent[p]
        totalFlow += amount
    return totalFlow
```

### 4.2 이분 매칭

```
# N명의 직원이 M개의 일을 나누어서 할 때,
# i번째 직원이 할 수 있는 일이 정해져 있음
# 할 수 있는 최대 일의 개수 구하기
from collections import deque
adj = []
n, m = map(int, input().split())
for i in range(n):
    s = list(map(int, input().split()))[1:]
    ss = [0] * m
    for j in s:
        ss[j - 1] = 1
    adj.append(ss)

aMatch = [-1] * n
bMatch = [-1] * m

def dfs(a, visited):
    if visited[a]:
        return 0
    visited[a] = 1
    for b in range(0, m):
        if adj[a][b]:
            if bMatch[b] == -1 or dfs(bMatch[b], visited):
                aMatch[a] = b
                bMatch[b] = a
                return 1
    return 0

def bipartiteMatch():
    size = 0
    for start in range(0, n):
        visited = [0] * m
        if dfs(start, visited):
            size += 1
```

```
return size
```

## 5 트리

### 5.1 세그먼트 트리

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
using namespace std;
void init(vector<long long> &a, vector<long long> &tree, int node, int start, int end) {
    if (start == end) {
        tree[node] = a[start];
    } else {
        init(a, tree, node*2, start, (start+end)/2);
        init(a, tree, node*2+1, (start+end)/2+1, end);
        tree[node] = tree[node*2] + tree[node*2+1];
    }
}
void update(vector<long long> &a, vector<long long> &tree, int node, int start, int end, int index, long long val) {
    if (index < start || index > end) {
        return;
    }
    if (start == end) {
        a[index] = val;
        tree[node] = val;
        return;
    }
    update(a, tree, node*2, start, (start+end)/2, index, val);
    update(a, tree, node*2+1, (start+end)/2+1, end, index, val);
    tree[node] = tree[node*2] + tree[node*2+1];
}
long long query(vector<long long> &tree, int node, int start, int end, int left, int right) {
    if (left > end || right < start) {
        return 0;
    }
    if (left <= start && end <= right) {
        return tree[node];
    }
    long long lsum = query(tree, node*2, start, (start+end)/2, left, right);
    long long rsum = query(tree, node*2+1, (start+end)/2+1, end, left, right);
    return lsum + rsum;
}

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(nullptr);
    int n, m, k;
    cin >> n >> m >> k;
    vector<long long> a(n);
    int h = (int)ceil(log2(n));
    int tree_size = (1 << (h+1));
    vector<long long> tree(tree_size);
    for (int i=0; i<n; i++) {
        cin >> a[i];
    }
    init(a, tree, 1, 0, n-1);
    while (m--) {
        int what;
        cin >> what;
        if (what == 1) {
            int index;
            long long val;
            cin >> index >> val;
            update(a, tree, 1, 0, n-1, index-1, val);
        } else if (what == 2) {
            int left, right;
            cin >> left >> right;
            cout << query(tree, 1, 0, n-1, left-1, right-1) << '\n';
        }
    }
    return 0;
}

5.2 페wick 트리
mod = 998244353
class FenwickTree:
    def __init__(self, size):
        self.data = [0] * (size + 1)
        self.size = size
    def prefix_sum(self, i):
```

```

s = 0
while i > 0:
    s = (s + self.data[i]) % mod
    i -= i & -i
return s

```

```

def add(self, i, x):
    i += 1
    while i <= self.size:
        self.data[i] = (self.data[i] + x) % mod
        i += i & -i

```

### 5.3 2차원 펜윅 트리

```

class Fenwick2D:
    def __init__(self, w, h):
        self.data = [[0] * h for _ in range(w)]
        self.w = w
        self.h = h
    def prefix_sum(self, r, c):
        cnt = 0
        while r > 0:
            cc = c
            while cc > 0:
                cnt += self.data[r][cc]
                cc -= cc & -cc
            r -= r & -r
        return cnt
    def add(self, r, c, diff):
        while r <= self.w:
            cc = c
            while cc <= self.h:
                self.data[r][cc] += diff
                cc += cc & -cc
            r += r & -r

```

## 6 테크닉

### 6.1 비트마스킹

### 6.2 이분탐색

```

def bisect_left(a, x, lo=0, hi=None, *, key=None):
    """Return the index where to insert item x in list a, assuming a is sorted.
    The return value i is such that all e in a[:i] have e < x, and all e in
    a[i:] have e >= x. So if x already appears in the list, a.insert(i, x) will
    insert just before the leftmost x already there.
    Optional args lo (default 0) and hi (default len(a)) bound the
    slice of a to be searched.
    """

```

```

    if lo < 0:
        raise ValueError('lo must be non-negative')
    if hi is None:
        hi = len(a)
    # Note, the comparison uses "<" to match the
    # __lt__() logic in list.sort() and in heapq.
    if key is None:
        while lo < hi:
            mid = (lo + hi) // 2
            if a[mid] < x:
                lo = mid + 1
            else:
                hi = mid
    else:
        while lo < hi:
            mid = (lo + hi) // 2
            if key(a[mid]) < x:
                lo = mid + 1
            else:
                hi = mid
    return lo

```

```

def bisect_right(a, x, lo=0, hi=None, *, key=None):
    """Return the index where to insert item x in list a, assuming a is sorted.
    The return value i is such that all e in a[:i] have e <= x, and all e in
    a[i:] have e > x. So if x already appears in the list, a.insert(i, x) will
    insert just after the rightmost x already there.
    Optional args lo (default 0) and hi (default len(a)) bound the

```



```
slice of a to be searched.  
"""
```

```
if lo < 0:  
    raise ValueError('lo must be non-negative')  
if hi is None:  
    hi = len(a)  
# Note, the comparison uses "<" to match the  
# __lt__() logic in list.sort() and in heapq.  
if key is None:  
    while lo < hi:  
        mid = (lo + hi) // 2
```

```
        if x < a[mid]:  
            hi = mid  
        else:  
            lo = mid + 1  
    else:  
        while lo < hi:  
            mid = (lo + hi) // 2  
            if x < key(a[mid]):  
                hi = mid  
            else:  
                lo = mid + 1  
return
```