

# FICHE 08-02 : Sur la composition

Yvann Le Fay

Novembre 2019

## Enoncé

Soit  $g \in \mathcal{L}(E)$  avec  $E$  de dimension finie. Soit  $\varphi(g) : f \mapsto f \circ g$ . Pour tout  $\lambda \in \text{Sp } g$ , calculer  $\dim E_\lambda(\varphi(g))$ . Montrer que  $g$  est diagonalisable si et seulement si  $\varphi(g)$  l'est.

## Solution

On a

$$f \in E_\lambda(\varphi(g)) \iff g \circ f = \lambda f \iff \text{im } f \subset E_\lambda(g)$$

On en déduit donc que  $\dim E_\lambda(\varphi(g)) = n \dim E_\lambda(g)$  et ainsi  $n^2 = \sum_{\lambda \in \text{Sp } \varphi(g)} \dim E_\lambda(\varphi(g)) \iff n = \sum_{\lambda \in \text{Sp } g} \dim E_\lambda(g)$ , i.e  $\varphi(g)$  est diagonalisable si et seulement si  $g$  l'est. ■