

Representação Implícita de Sinais em Redes Neurais para Compressão e Multirresolução

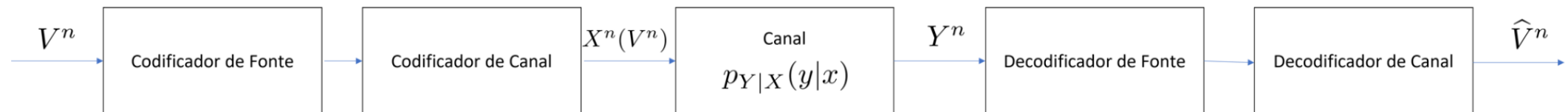
Teoria da Informação - IMPA 2021

Hallison Paz

Teorema da Separação Fonte Canal

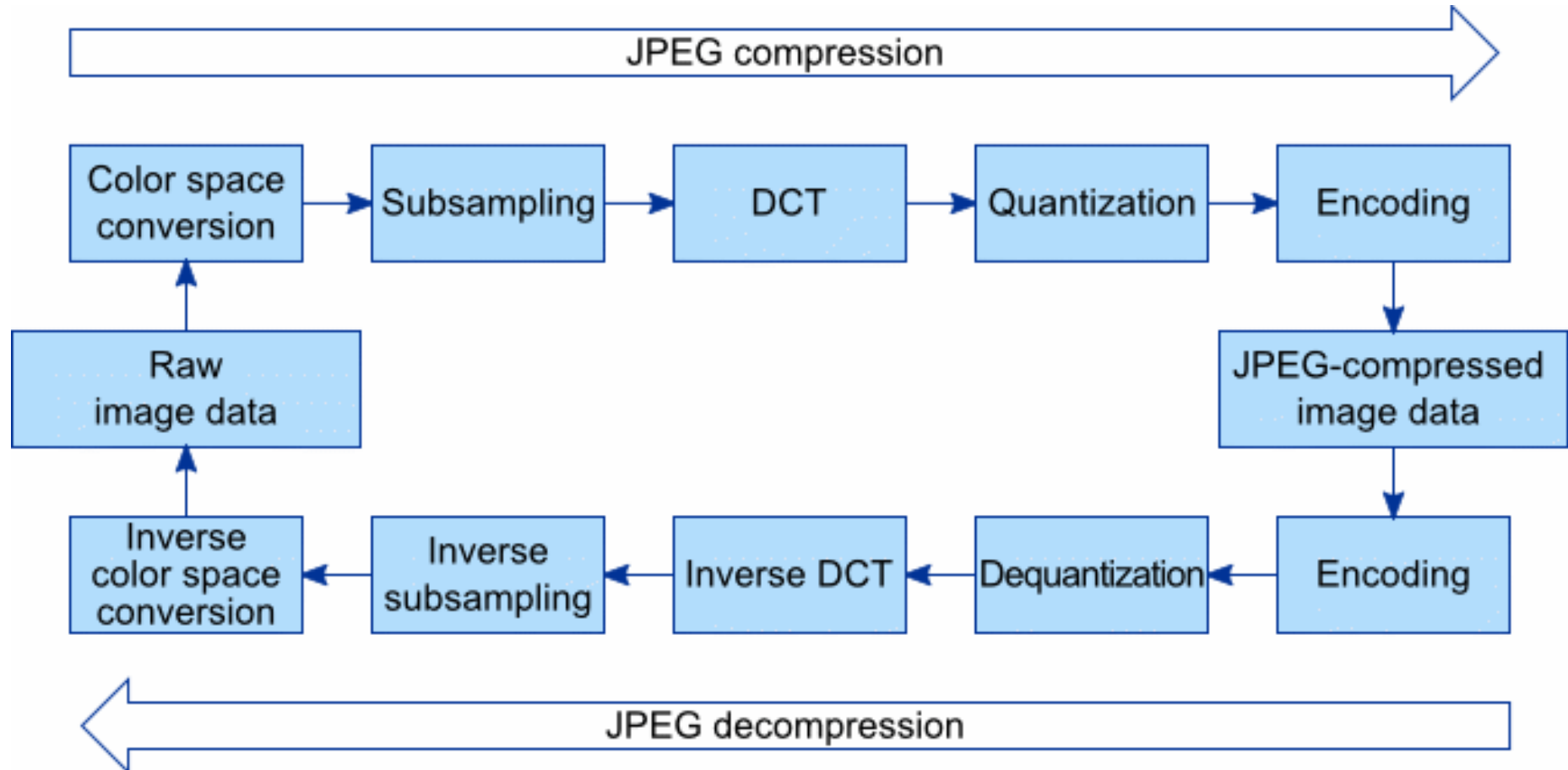
Da aula 13:

1. Mapeie o sinal diretamente aos possíveis valores a serem transmitidos
2. Mapeie o sinal primeiro a uma representação mais eficiente. Depois use esta representação para ser mapeada a valores a serem transmitidos.



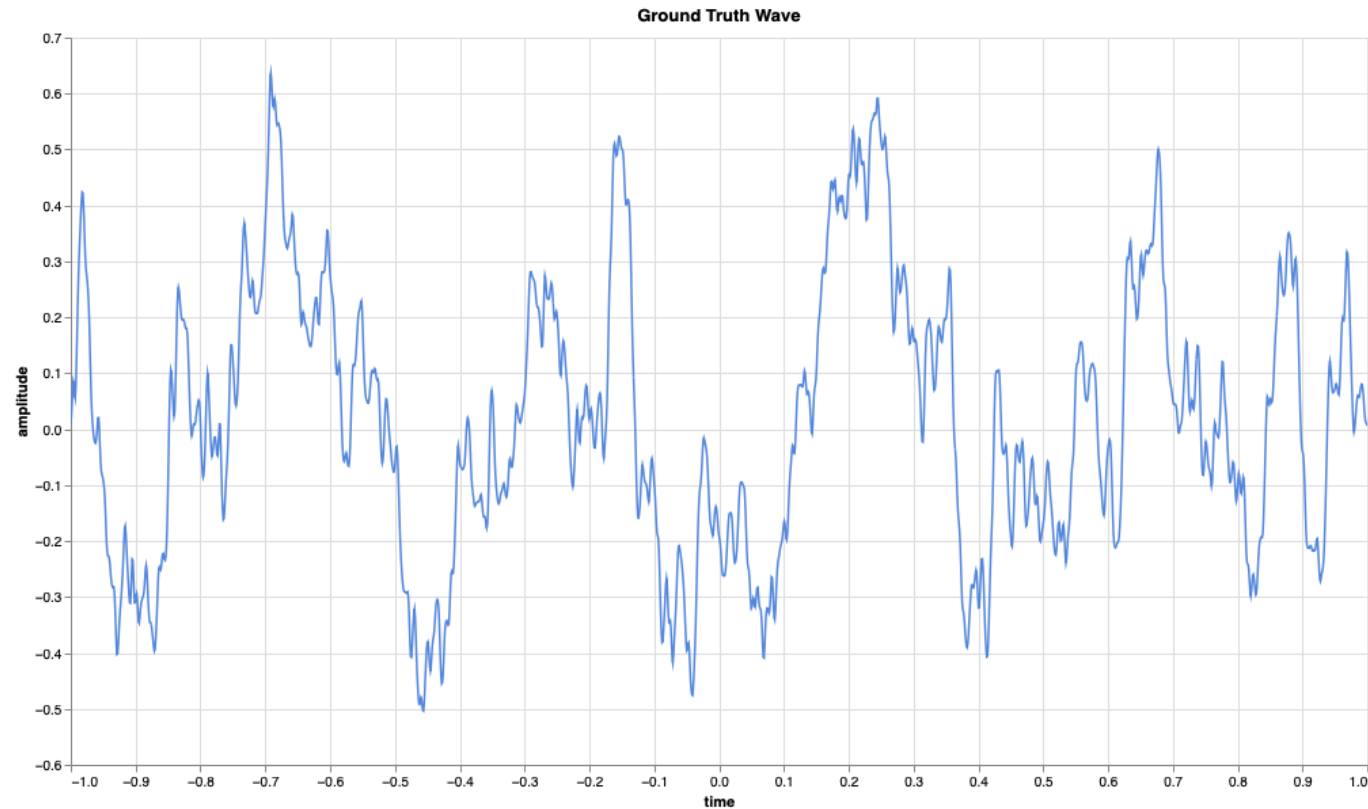
Exemplo

JPEG



O que queremos?

- Codificar sinais contínuos
- Preferencialmente:
 - Usando menos espaço
 - Com qualidade adequada a múltiplas aplicações



O que sabemos?

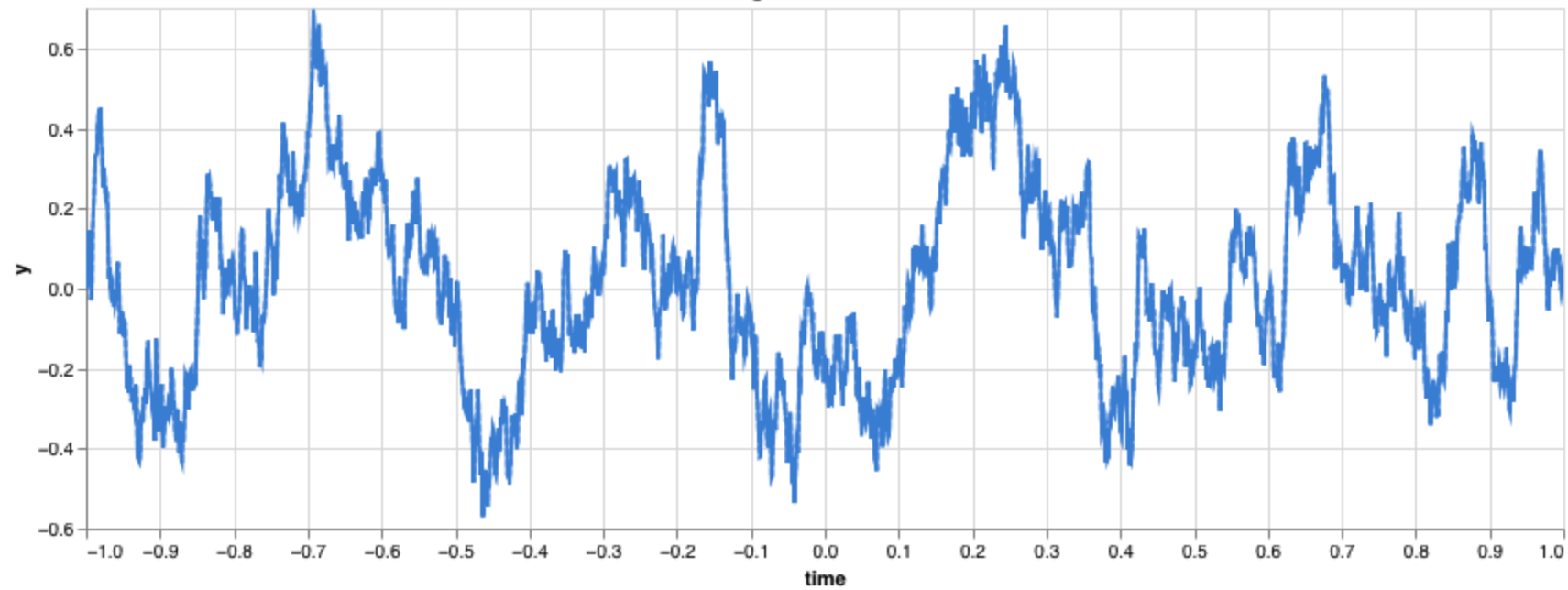
- A princípio, funções contínuas têm infinitos graus de liberdade
- Precisamos representar e transmitir quantidades finitas
- Discretização da imagem: **quantização**
- Discretização do domínio: **amostragem**

Amostragem Pontual Regular

- Teorema de amostragem de Nyquist-Shannon (aula 17)

"Suponha que uma função $f(t)$ é limitada em banda a W , ou seja, se o espectro de f é 0 para frequências maiores que W . Então a função é completamente determinada por amostras espaçadas $\frac{1}{2W}$ segundos."

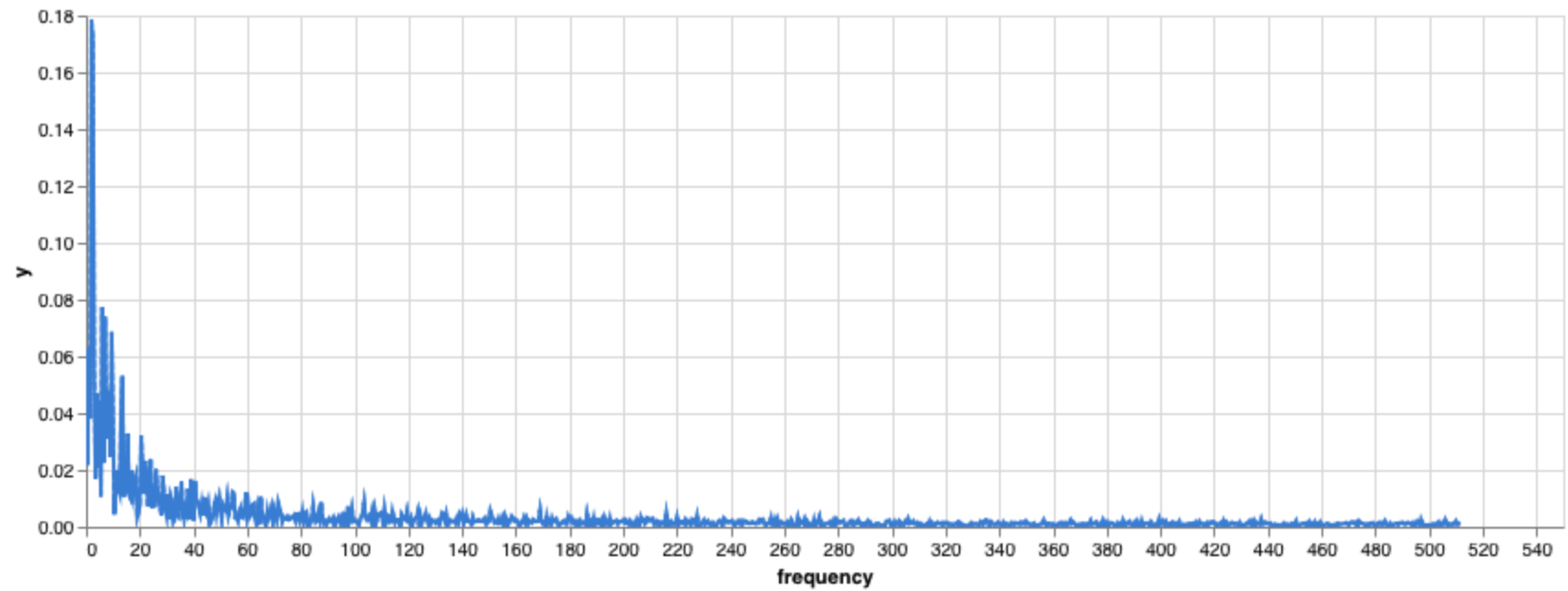
Regression Result



name
— w256_noise_16_1.4_scale^0_N2...

lineKey
— Ground Truth
-- Prediction

FFT Approximation

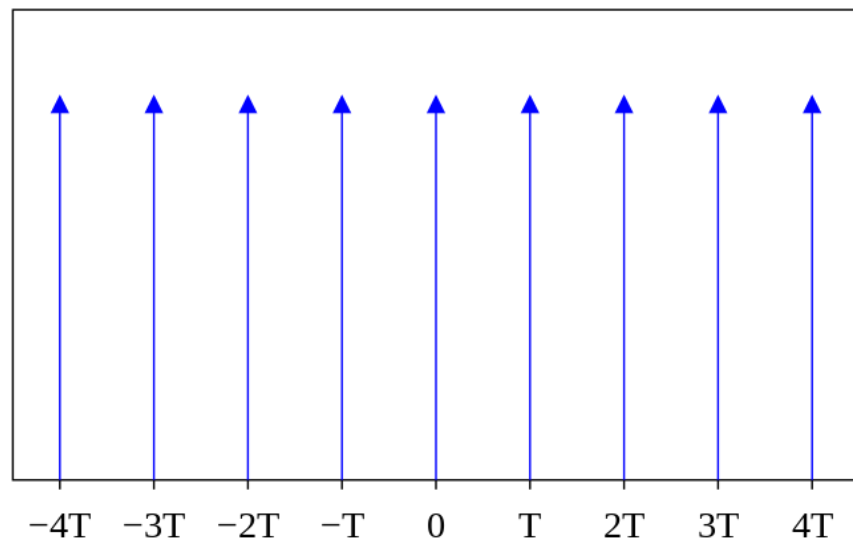


name
— w256_noise_16_1.4_scale^0_N2...

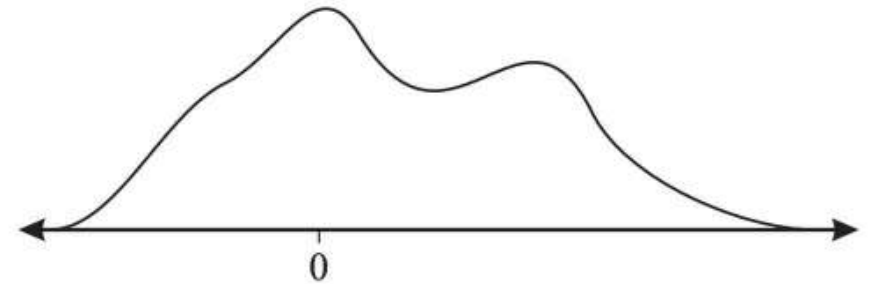
lineKey
— Ground Truth
-- Prediction

Amostragem Pontual Regular

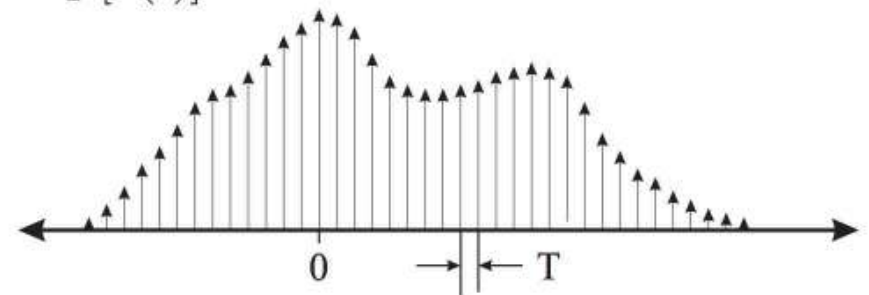
- Função pente (*comb*)



If $x(t)$ looks like

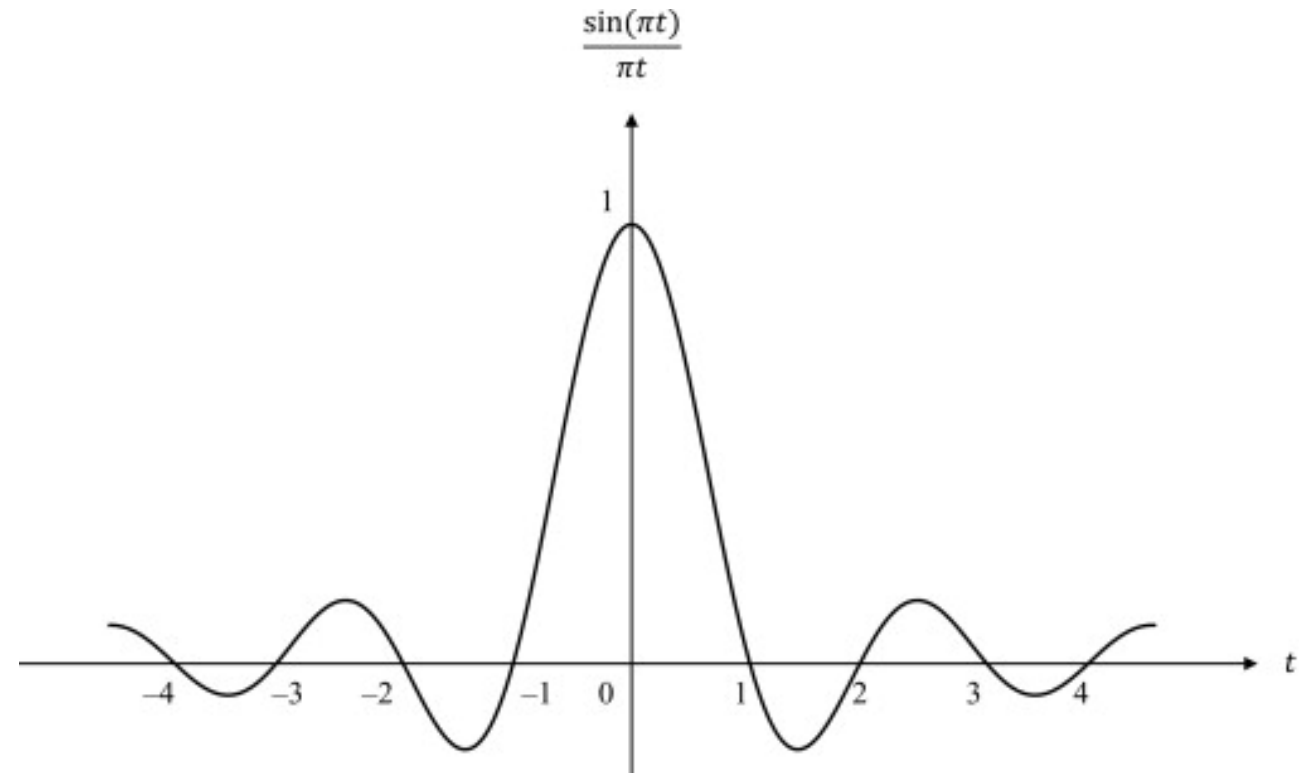


Then $\text{comb}_T[x(t)]$ looks like



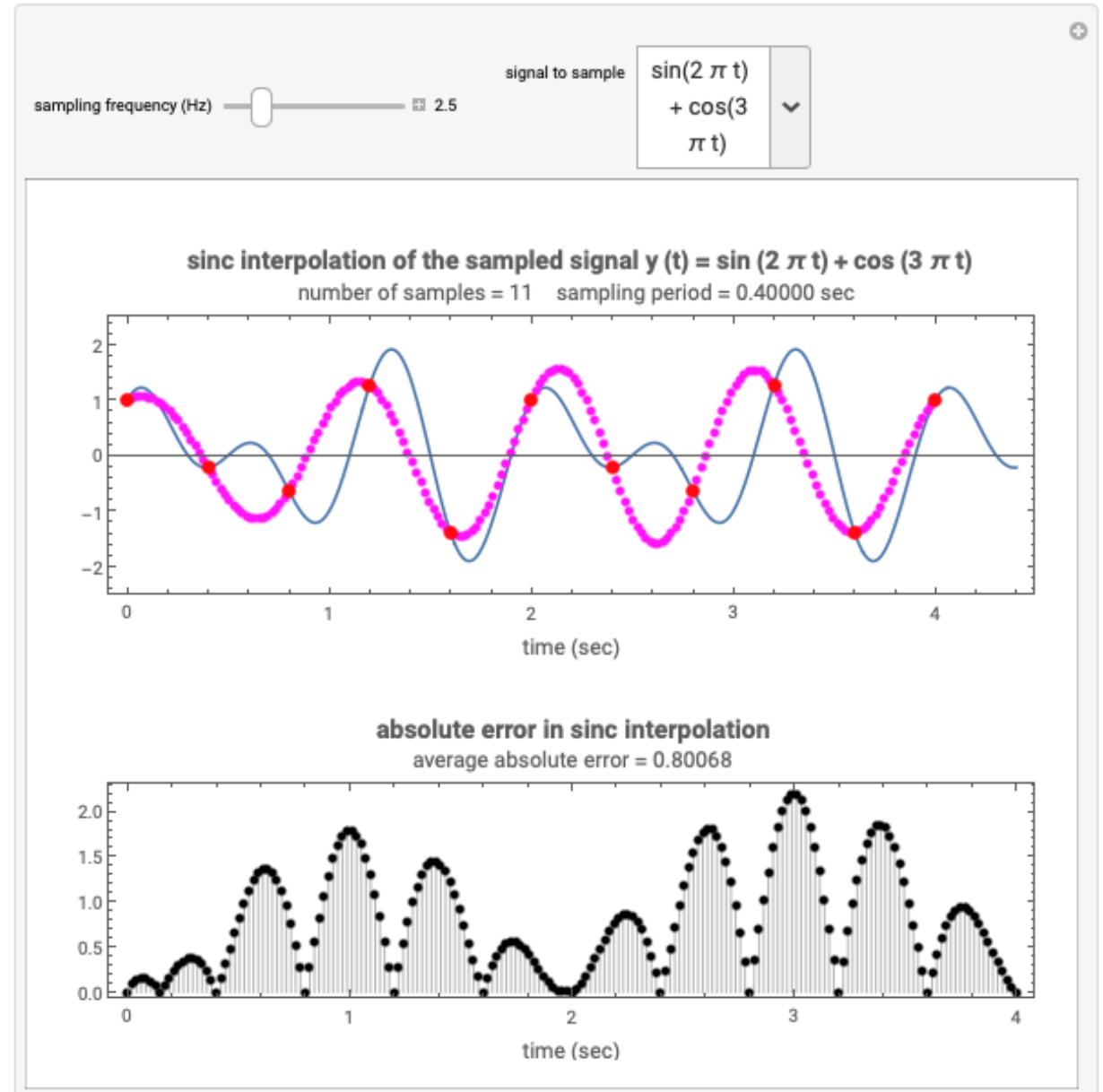
Reconstrução exata

- Se atendermos ao limite de Nyquist, podemos reconstruir o sinal usando a função *sinc*
- Na prática, há diversas questões a se tratar, pois sinais de banda limitada teriam suporte infinito.

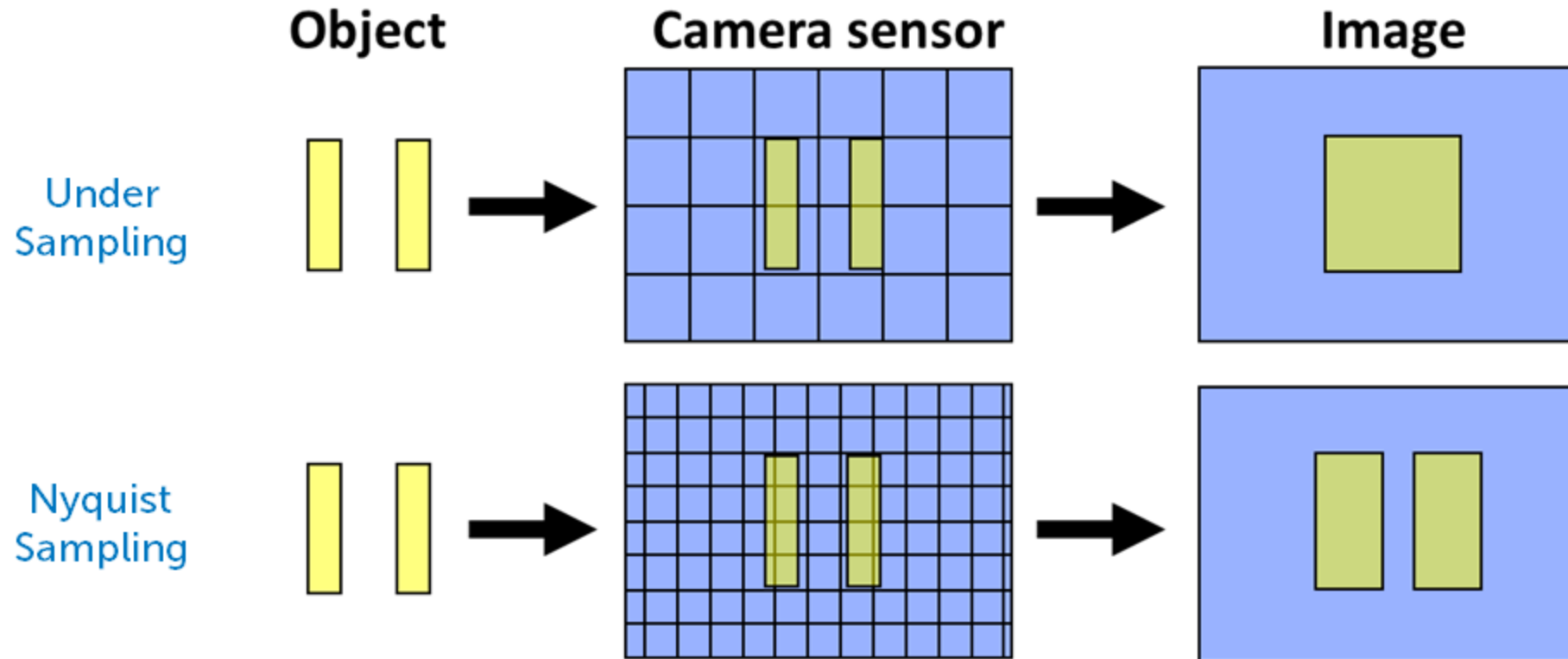


Amostragem e Reconstrução

- Wolfram Demonstrations Project

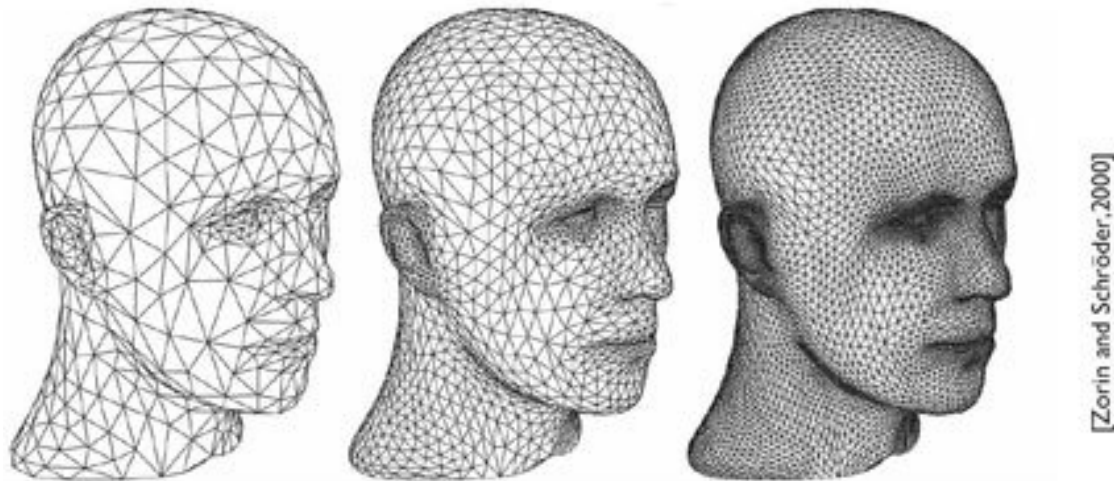


Imagens são sinais 2D



▶ Saiba mais em [Amostragem e Reconstrução de Imagens](#)

Superfícies são sinais 3D



- **Malha poligonal:** milhares/milhões de pontos
 - Resolução fixa na amostragem
- ▶ Saiba mais em [Modelagem 3D da Terra](#)

```
ply
format ascii 1.0
comment Mars model by Paul Bourke
element vertex 259200
property float x
property float y
property float z
element face 516960
property list uchar int vertex_indices
end_header
15081.5 -3.45644e+06 65.8061
15081 -3.45659e+06 197.422
15078.2 -3.45648e+06 329.009
15075.4 -3.45663e+06 460.597
15071.2 -3.4567e+06 592.148
15065.6 -3.45674e+06 723.653
15059.9 -3.457e+06 855.16
15050.7 -3.45674e+06 986.473

lots of vertices follow

14541.2 3.33642e+06 -698.464
14547.7 3.33663e+06 -571.58
14551.5 3.33649e+06 -444.589
14552.7 3.336e+06 -317.541
14556.9 3.33645e+06 -190.56
14558.7 3.33661e+06 -63.5247
3 0 721 1
3 721 0 720
3 1 722 2
3 722 1 721
3 2 723 3
3 723 2 722
```

lots of triangular facets follow

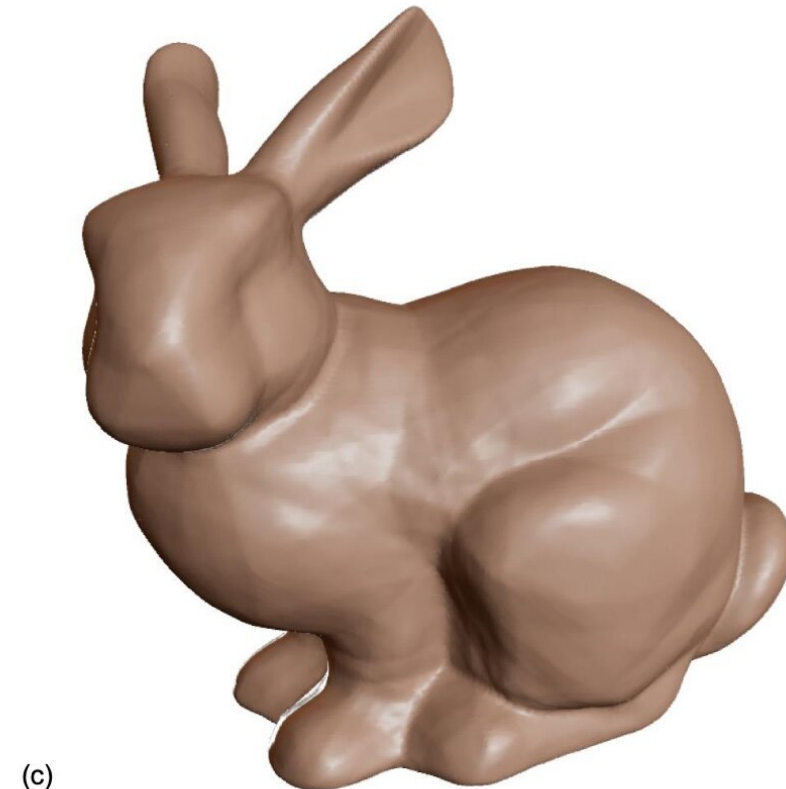
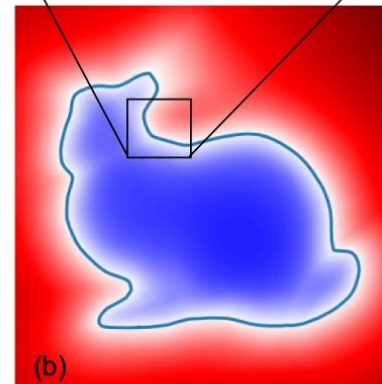
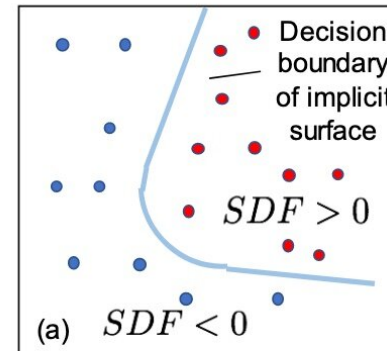
**Não é possível ter
uma representação
contínua e
compacta?!**



Representação Implícita!

Representação Implícita

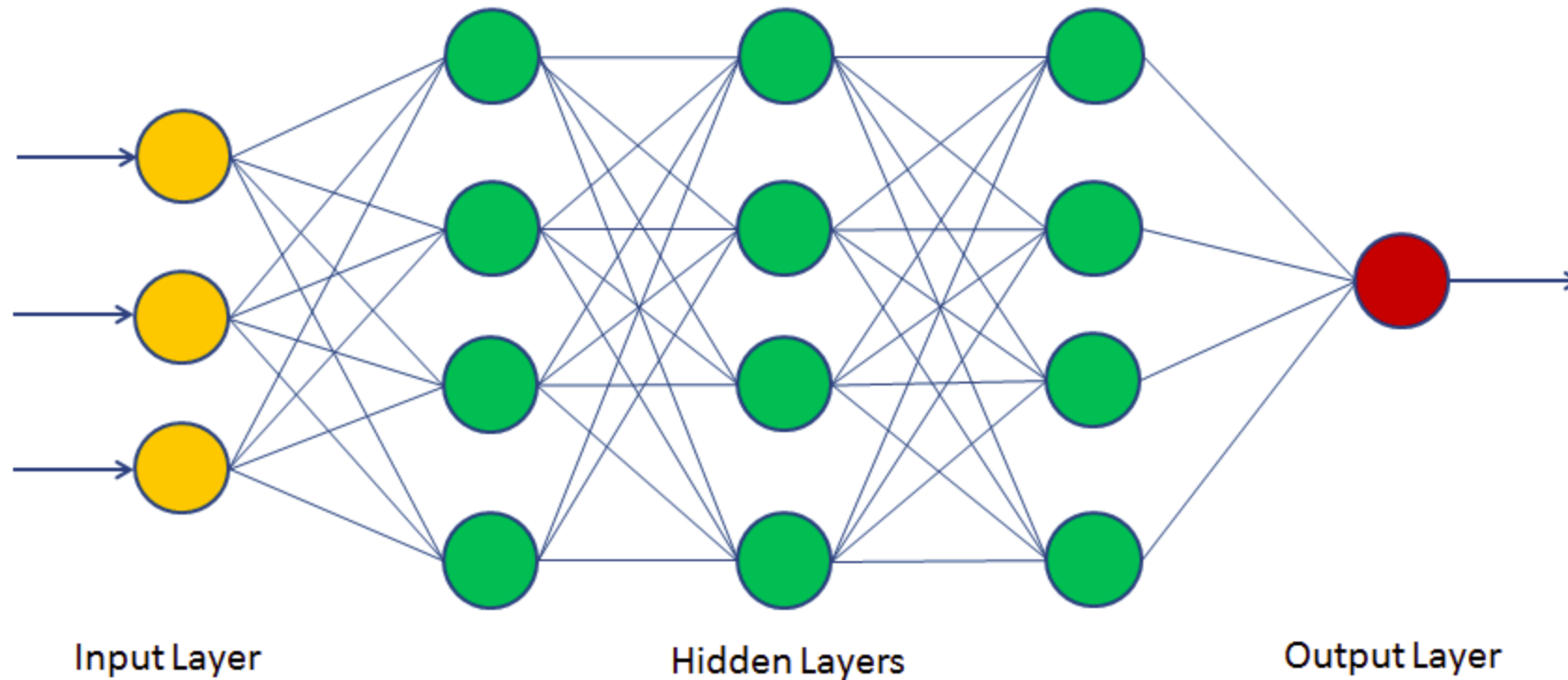
- Imagem inversa de um valor regular de um campo escalar (Teorema da Função Implícita)
- **Exemplo:**
Função Distância com Sinal
- Superfície de nível 0



Representação em Rede Neural

Rede Neural

- Aproximador Universal
- Modelo **paramétrico** para funções **contínuas**.



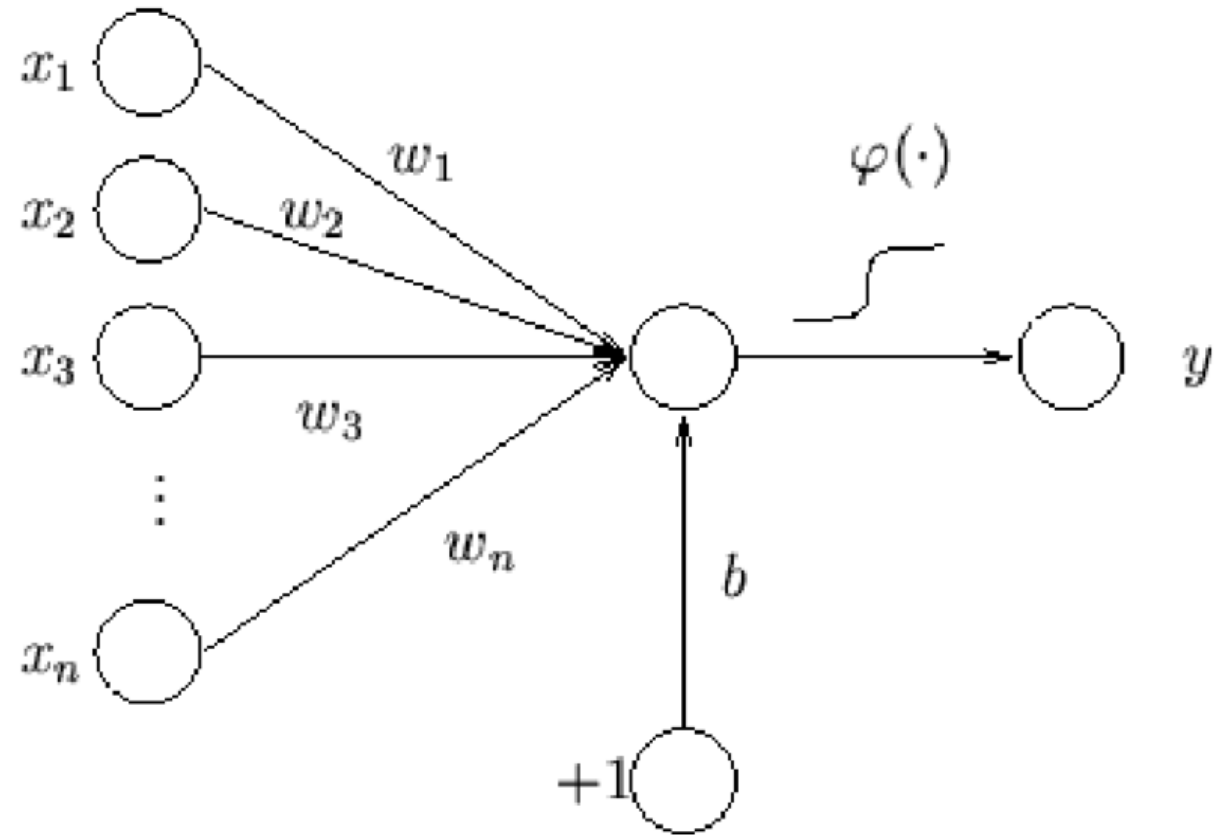
Hornik, Kurt; Tinchcombe, Maxwell; White, Halbert (1989).

[Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators](#). Neural Networks. 2. Pergamon Press. pp. 359–366.

Rede Neural

Perceptron (neurônio artificial)

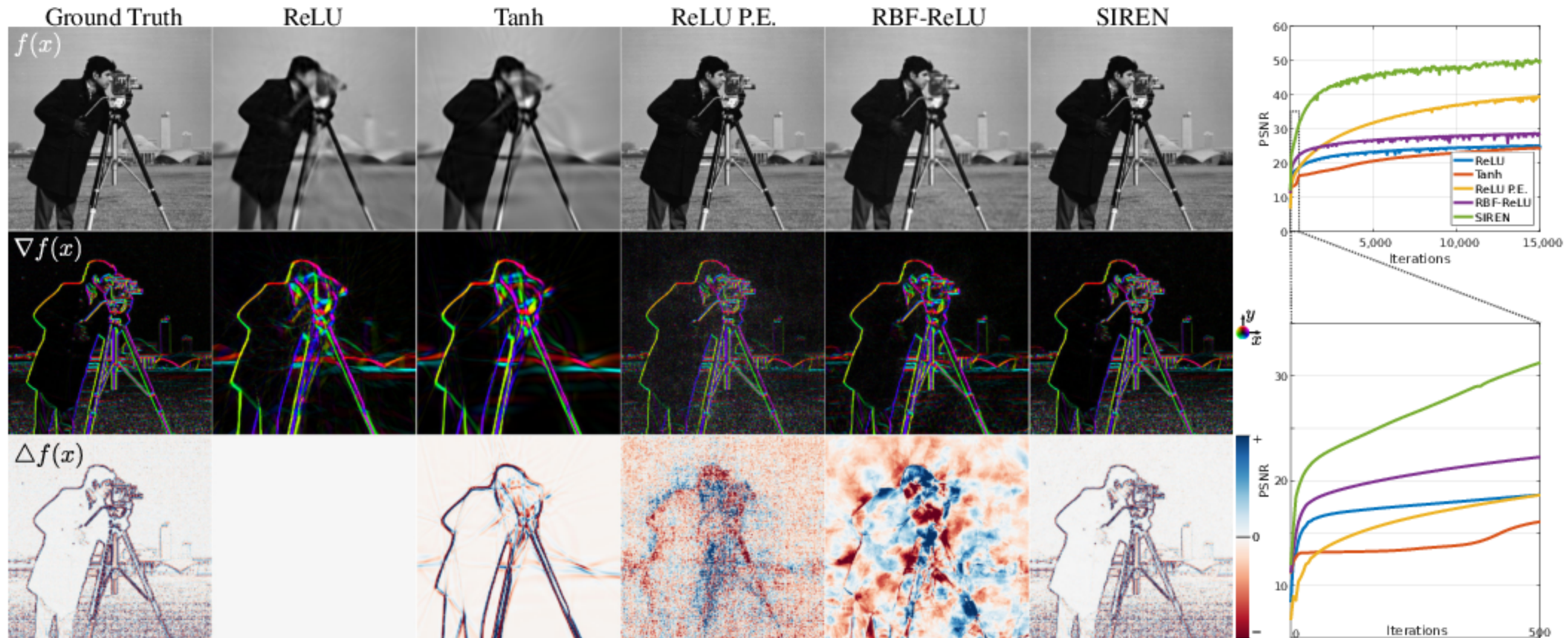
- Produto interno entre pesos (parâmetros) e entrada
- Não linearidade aplicada na saída
- Pesos podem ser ajustados por otimização



Podemos
representar
sinais na rede,
então?!

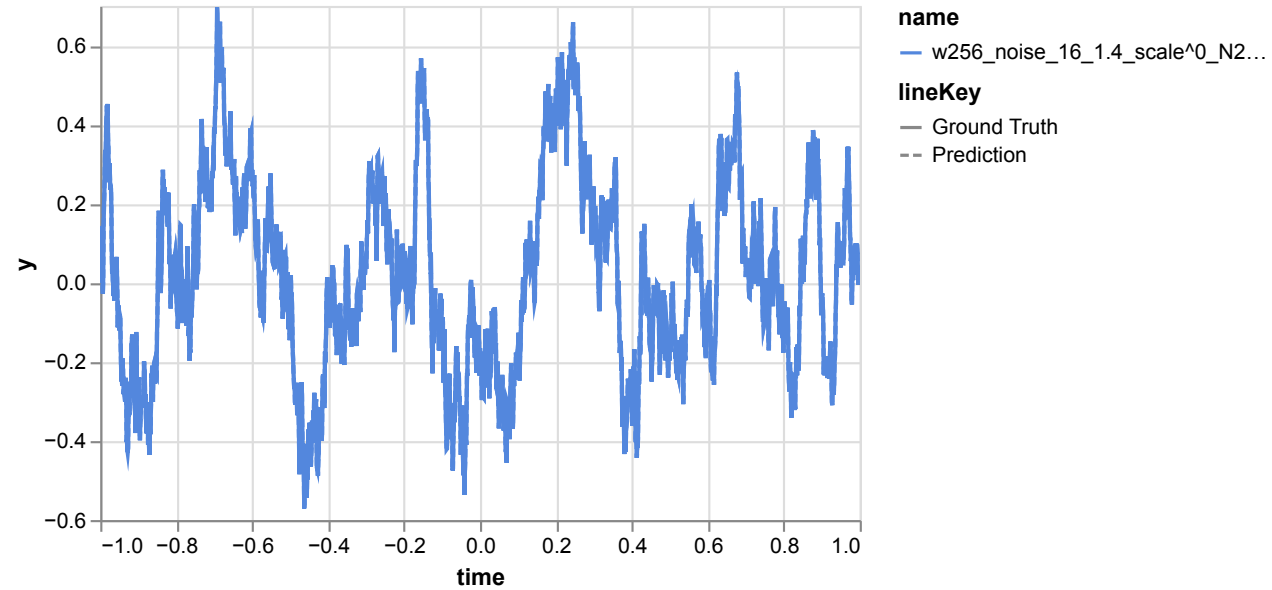


Rede SIREN - senos como não linearidade

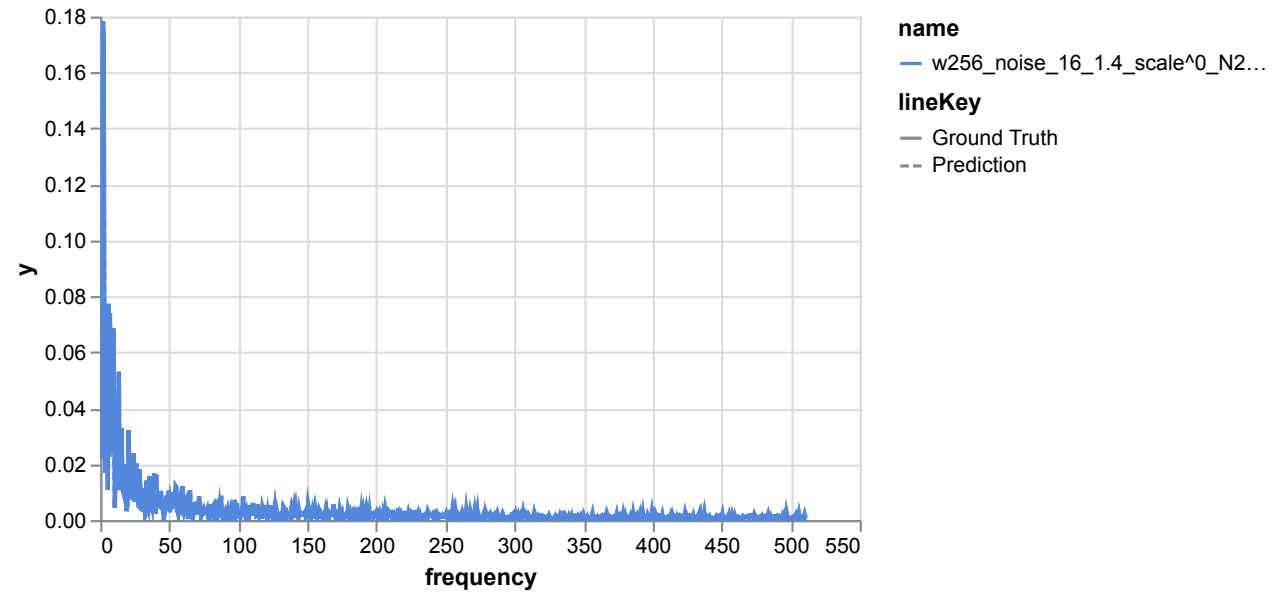


Ajustando a rede a um sinal 1D

Regression Result



FFT Approximation

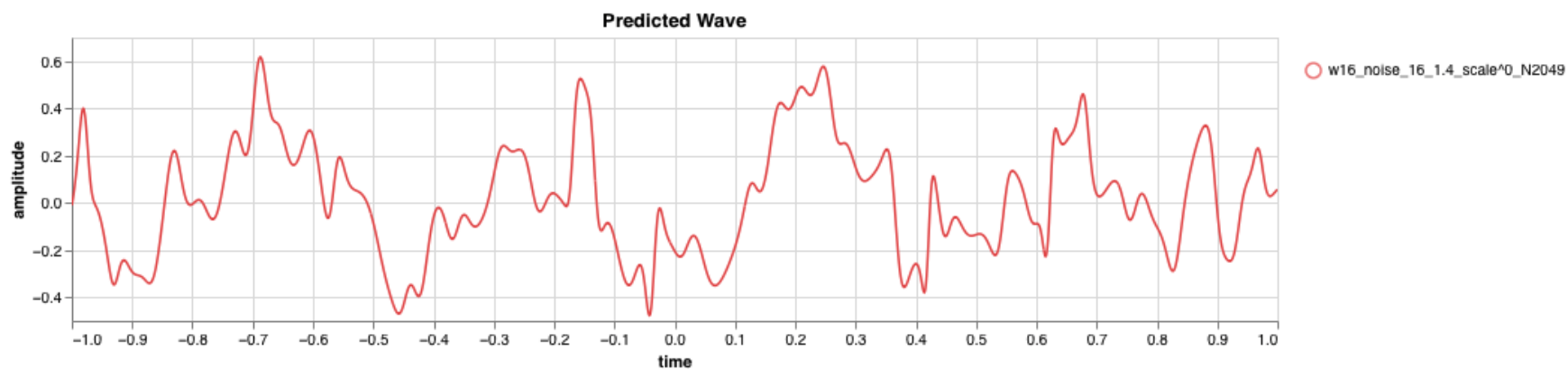


Compressão e Multiresolução

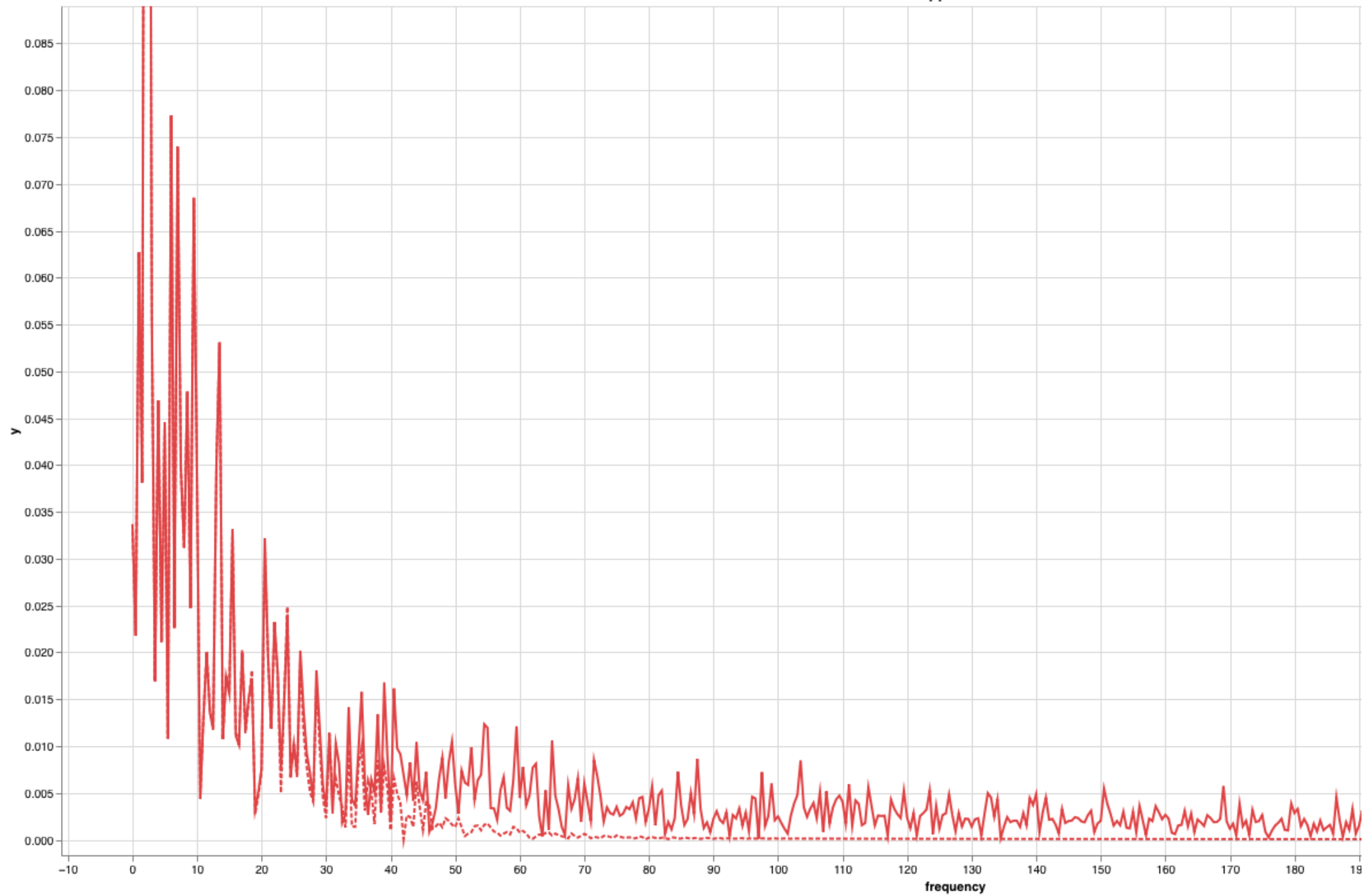
Compressão e Multiresolução

- ~~Armazenar amostras~~ Armazenar os pesos da rede?
- Podemos solicitar o sinal em qualquer resolução
- Qual a arquitetura mínima necessária para representar o sinal? Como eliminar redundâncias?
- É possível aprender uma base não linear mais adaptada ao sinal e reduzir o número de amostras e parâmetros necessários? (*Compressed sensing?*)

O que já aprendemos



FFT Approximation

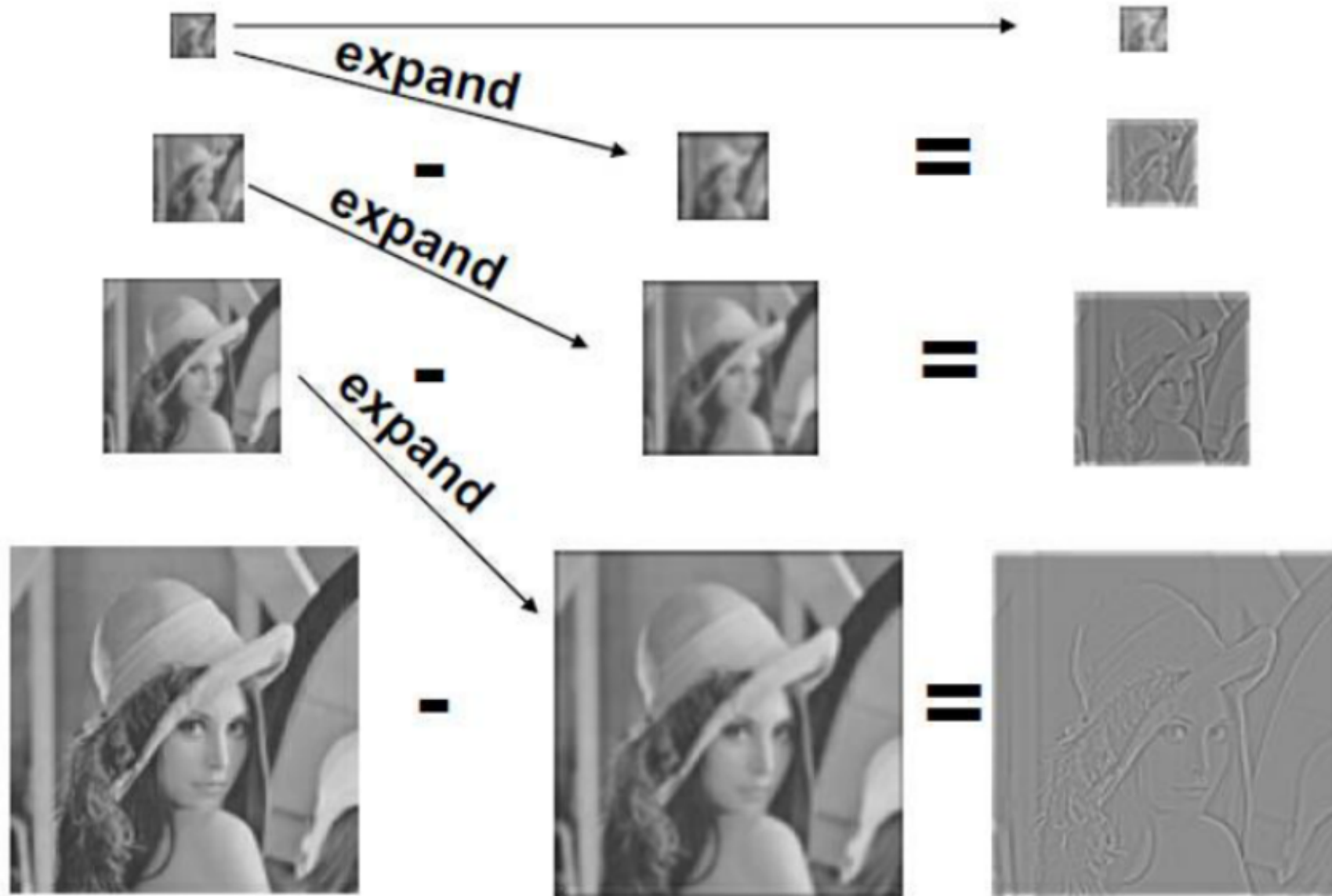


O que queremos fazer?

- Uma nova arquitetura de rede
- Aprendizado por banda de frequência
- Análise em multiescala

Gaussian Pyramid

Laplacian Pyramid



Rede pode aprender as pirâmides?

- **Experimento em curso:** treinar com menos pontos, comparar com os pontos originais
- Como as frequências de inicialização filtram as bandas do sinal reconstruído?
- Será que a rede aprende a pirâmide Laplaciana "sozinha"?
 - Transmitir e reconstruir o sinal das escalas mais grosseiras pras mais finas
 - Eliminar dados com baixo impacto perceptual

Conclusão

- Redes neurais podem ser modelo interessante para codificação de fonte
- Estamos verificando a teoria de amostragem na prática
- Não há muita teoria para compreender as redes neurais; estamos aprendendo
- Pesquisa em andamento, mas resultados promissores

Obrigado!

hallpaz@impa.br