## はじめに

本書は、物理・工学・化学などの分野でマクロな系を扱う際に必須の基礎理論となる統計力学の本格的な入門書である(I 巻のみを入門書として読むこともできる\*1)。主として物理に近い分野の読者を念頭に置いて執筆した。自習書としても、大学の専門課程での講義の教科書としても活用できる。

「入門書」と書いたのは、読者に統計力学の何らかの知識があることを仮定せず、必要なことがらはすべて責任をもって論理的に説明したということである。「本格的」と書いたのは、本書を通読すれば、統計力学の思想、道具立て、手法を着実に学ぶことができ、また、基本的な応用もひと通り見ることができるということである。本書を通読するためには、力学、解析力学、電磁気学、そして、初等的な量子力学の知識をもっていることが望ましいが、それら関連分野にかかわる内容についてもできる限り詳しく説明した。まだ量子力学を完全に学んでいない読者にも統計力学の醍醐味を知ってもらいたかったので、そのような読者にも配慮して、統計力学にとって不可欠な量子力学の知識についてもまとめておいた。

本書の内容と構成は、できる限り標準的なものにした。より正確には、私が「標準的」と信じる内容と構成にできる限り近いものにした、というべきだろう\*2。

私が「標準的な」教科書を書くにあたって心がけたのは、すべてごく当たり前のことである。必要とされる基礎知識を明確にし、一般的に知られていない事項については丁寧に説明すること。基礎的なアイディアを議論する部分と、応用を議論する部分を明確に分けて、読者の混乱を避けること。理論の基礎に関する抽象的な内容については、できる限り本質をついた簡潔な説明をすること。応用例として、物理的に重要で、かつ、統計力学の思想と方法を明確に描き出すような典型的なものを精選すること。応用例の解析については、計算の手法や手順も学べるように、具体的に丁寧に書くこと。個々の問題について、物理的な背景や必要な予備知識も丁寧に説明すること。これらの目標を達成するため最大限の努力をしたが、まだ至らぬところ

<sup>\*1</sup> I 巻で統計力学の一般論と基本的な応用を扱い、II 巻でより進んだ応用や基礎理論を取り上げる。I 巻を通読 すれば、統計力学の思想と方法を完全に理解し、結晶の比熱や黒体輻射といった重要な応用例を学ぶことがで きる。

<sup>\*2</sup> そういう意味で「標準的」な教科書はあまり見あたらない。

iv はじめに

もあろうかと思う。読者のご意見をいただければ幸いである。

目次を見ればわかると思うが、本書で扱う統計力学の応用例は(通常の基準からしても)標準的なものばかりである。理想気体、常磁性、高分子の弾性(5章)は定番の初歩的な応用例である。固体の比熱(6章)、黒体輻射(7章)、量子理想気体(10章)への応用では、それぞれ、連成振動の扱い、電磁場の固有モードへの展開と量子化、量子多体系の扱いの基礎について、統計力学の教科書にはあまり見られない詳しい解説をしたが、内容そのものはきわめて標準的である。相転移と臨界現象(11章)についても、数学的に厳密な結果の解説を含めた点が類書とは異なっているが、基本的な素材はこれ以上ないほどに標準的である。

しかし、統計力学の枠組みを導入する部分(2章、3章、4章)は、通常の教科書とはかなり趣を異にしている。多くの統計力学の教科書には、統計力学の導入について不必要に混迷した無駄の多い記述があると私は考えている。エルゴード性、H-定理といった、重要だが統計力学との関連は決して自明でない数理的な概念を未消化のまま(しかも、多くの場合、不正確に)紹介するものの、それらが本題の統計力学とどう関わるかは、けっきょく明確にならないことがほとんどである。その反面、自由エネルギーやエントロピーの統計力学的表現といった実用的かつ根本的な結果の導出が天下り的だったり不完全だったりする例を再三目にする。

本書では、マクロな系の平衡状態の普遍性についての経験事実を基本的な出発点に\*3、できる限り簡潔かつ直接的に平衡統計力学の形式を導き出す。理論面で重要な役割を果たすのは、「マクロな系では確率的記述を用いても確定的な予言ができることがある」という確率論の知見、そして、マクロな量子系の状態数の普遍的なふるまいである。私自身、長年の統計力学の講義の中で、統計力学の枠組みを導入するための複数のシナリオを検討してきたが、今は、本書で示したものが、物理的に見ても数理的に見ても最良だと信じている。もちろん、ここで示す導出法は私のオリジナルな発明などではなく、統計力学の基礎付けを真摯に考えている物理学者は(色々な微妙な違いはあるだろうが)よく理解しているものだと思う。ただし、このような考えが、教科書の形でまとまって解説されるのは、私の知るかぎり、これが初めてである。私は、ここで示す論法が「標準」になるべきだと信じているので、これから先、統計力学を学ぶ方、教える方、そして、統計力学の本を書かれる方たちの率直な反応に期待したい\*4。

さらに、あまり多くの教科書で取り上げられない素材としては、(ミクロカノニカル分布とカノニカル分布などの)異なった確率モデルの等価性について、熱力学との関連を明確にしながら、詳しく議論した(9章)。これは、やや基礎的な題材だが、統計力学についてじっくりと考えるためには是非とも知っておくべきである。関連して、マクロな量子多体系について数学的に厳密に知られている結果についても、詳しく解説した(付録 C)。このような数理物理学的な研究の成果が物理の教科書で取り上げられることはほとんどないのだが、安心して物理に

<sup>\*3</sup> 私は、この基本姿勢を大野克嗣氏から学んだ。

<sup>\*4</sup> 個人的には、統計力学の基礎や導出について書きたいことは、他にも実にたくさんある。しかし、私が重要だと信じる観点をすべて述べていると、入門書の枠を大きく越えてしまうので、本書では最低限の記述を目指した。

集中するためにも、何が厳密に示されているかを知るのは重要だろう。

本書では、いくつかの重要な結果について、歴史的な発展の経緯を少し詳しく説明した。自然に潜んでいた普遍的な法則に人類がどのようにして気づいていったかを知るのも(物理そのものを知るほどではないが)興味深いと思うからだ。私は科学史の専門家ではないし、一次史料を検討して歴史を記述する余裕も能力もないが、だからといって無責任に不正確な歴史を解説してしまうわけにはいかないだろう。ここでは、科学史について比較的信頼できると思われる文献 [15, 9, 14, 10, 13] を参照しながら歴史についての説明を書いた。より軽いエピソードの類については、一般的な解説書や伝記(たとえば [11, 12])も参照した。また、本文中に登場する科学者全員について脚注で簡単な紹介をしたが、その際には上記の文献以外に [16, 17] などを参照した。

私は、学習院大学に着任して以来ちょうど二十年にわたって統計力学の講義を担当してきた。毎年、試行錯誤をくり返しながら書きためた(書き殴った)講義用のメモもかなりの量になった。しかし、本書は私の講義のレジュメでは**ない**ことを強調しておきたい。あえて私の講義との関係をつければ、これは、私が自分の講義を聴いてくれている学生さんたちに読んでほしいと考えてきた(私の頭の中の)「理想の教科書」を実現しようとした試みだと言うことができるだろう(もちろん、実際に実現できるものは頭の中の理想より数段劣っているわけだが)。多くの読者が多くの反例を挙げて強く反対されるだろうことを覚悟の上で、講義と教科書の

多くの読者が多くの反例を挙げて強く反対されるだろうことを覚悟の上で、講義と教科書の 関係についての私の意見(偏見)を述べておこう。私は、いかに優れた科学者によるいかに優 れた講義だろうと、講義用のメモやノートをそのまま印刷したものが優れた教科書になるとは 信じない。

自然科学や数学の講義というのは、学問の世界にどっぷりと浸かって日々を過ごしている生身の研究者が、学問の生きた姿を描き出し研究の現場の空気を感じさせながら、やはり生身の学生さんたちに、新しい視点や知識や知的技術を伝える場である。そこでは、決して論理的には割り切れない、学問に向かう人間の「構え」を伝えることができる。他方、講義時間と板書の制約があるため、詳細な知識や技術、厳密な論理を伝えることには限界がある。

教科書というのは、まったく別の伝達手段である。教科書を読むときには、各々の読者が作者と一対一で対峙し、独自のやり方で作者の伝えたいことを読み取ることができる。各々の段落を徹底的に吟味して論理性を検証し、以前の議論との関連性や整合性を厳しくチェックしながら、あたかも自らが理論を構築するように厳密に読書することも可能である。逆に、興味の赴くままに面白そうなところ、気になったところだけを拾い読みして、何かを得ようという読書もありうる。あるいは、大学での定期試験や大学院の入試に備えて問題の解き方を学ぼうという読み方があってもよい。教科書の作者は、どのようなタイプの読者がどのようなタイプの読み方をしても、何かをつかむことができるような、完成した一冊の本を提供することを目指さなくてはならないと私は考えている。成功したか否かは別として、以前に上梓した熱力学

vi

の教科書 [5] も、この統計力学の教科書も、そういうことを心がけながら書いた。

講義と教科書が別物であるといっても、もちろん、両者の間には深い関連がある。二十年のあいだ、学生さんたちの反応を見ながら試行錯誤をくり返して統計力学の講義の構成や内容を改良・変革していくにつれ、私の頭の中の「理想の教科書」の姿も大きく変わってきたと感じる。そういう意味で、本書が形をなしたのは、私の講義を聴いてくれた(そして、特に、すぐには納得せず、様々な疑問をぶつけてくれた)多くの学生さんたちのお陰だと言っていいだろう。彼ら・彼女らに(何人もの顔と質問を思い出しながら)心から感謝する。

数年前に私が熱力学の教科書 [5] を書いたことはすでに述べたが、熱力学の教科書の執筆と、本書の執筆とは、精神的には大いに異なった作業になった。私にとっての熱力学は、美しく壮大な構築物(おそらく、人が作ったのではない構築物)であり、熱力学の教科書の最大の使命は、その美しい構造をもっとも明快な形で読者に伝えることだった。それに対して、私にとって統計力学は、生き生きとして多様な(しかし同時に雑多な混沌をも抱え込んだ)一つの「文化」と感じられる。もちろん、本書では、諸科学の基礎としての統計力学を明晰に伝えることに最大の努力を払ったのだが、それと同時に、「文化」としての統計力学のほんの一端でも描き出すことができればと願いながら筆を進めた。多くの読者に、堅実な知識と共に、生きた「文化」としての統計力学の香りと魅力が少しでも伝われば、私にとってこれほどの喜びはない。

本書(とそれに関連するテーマ)に関するご意見・コメント等は、私にメール\*5などの手段でお伝えいただければ大変ありがたい。また、本書の訂正や関連する演習問題などを専用のwebページ\*6で公開することを計画している。

私が本書の構想を固め最終的に書き上げるまでには実に多くの方々のお世話になった。大野 克嗣氏には、統計力学の基礎をはじめとする様々な点について多くを教えていただき、また、本書の草稿にも詳細なコメントや提案をいただいたことを、深く感謝する。多くの友人や同僚 たちと長年にわたって続けてきた統計力学に関わる議論、そして、執筆を進めるうちに抱いた 疑問に関する多くの専門家とのやりとりがなければ、本書は完成しなかっただろう。インターネットなどを通じて公開した本書の様々な段階での草稿を読んでくださって数え切れないほど の提案や指摘をしてくださった多くの皆さんの貢献も本質的だった。こうした方々全員のお名前をあげる余裕はないが、Joel Lebowitz, Elliott Lieb, 青木慎也、荒川一郎、石井菊次郎、井田大輔、伊藤伸泰、稲葉肇、上田正仁、江沢洋、小川智也、川畑有郷、木村栄伸、小谷正博、小波秀雄、高麗徹、斎藤一弥、佐々真一、清水明、高橋和孝、高橋利宏、田崎明、田崎一二、田中彰則、戸松玲治、長岡浩司、西坂崇之、西森秀稔、早川尚男、原隆、平野琢也、廣田正夫、

<sup>\*5</sup> hal.tasaki@gakushuin.ac.jp

<sup>\*6</sup> http://www.gakushuin.ac.jp/~881791/statbook/

藤井賢一、藤原久志、真野博史、溝口正、宮沢透、村上亮、綿引芳之、渡辺澄夫、渡邉匡人の皆さんには改めて感謝したい。

本書を敬愛する先輩の物理学者でもある父・田崎明に捧げる。

2008 年夏

田崎晴明