

<物理学とは何か?> 1

まわりの
我々の世界を、できる限り厳密に
理解し、その理解をもとに
必要に応じて制御する営み

できる限り厳密な理解

- ・ 世界の中の限られた部分に注目
- ・ 予言能力をもった普遍的な構造

をみたす

↓
数学のことばで

書かれていた。
(なぜ???)

世界

2

天体の運動

地上での物体の運動

Tycho Brahe + Kepler
(1546-1601) (1571-1603)

Galileo Galilei
(1564-1642)

惑星の運動の法則

運動の法則

(いざなると)



Newton 力学

Isaac Newton
(1642-1726)

・大きな分子から銀河まで、
ほぼすべての「もの」の運動を記述

・未来の現象についても定量的に予言
11-アリス, はやぶさ...

Newton 力学

・微分方程式という数学のことで
 書かれている

自然界での運動を記述する
 もっとも自然なことは

▶ Newtonの運動方程式

$$F = m a \quad (1)$$

物体に
 働く力

物体の
 質量

物体の加速度
 (位置の時間
 に対する2階微分)

すべこの運動がこの方程式から
 出てくる!

注:
 (F も a はベクトル)

Newton 方程式の例

4

例1 一定の外力 f を受けた粒子の1次元での運動
 $x(t)$: 時刻 t での粒子の位置

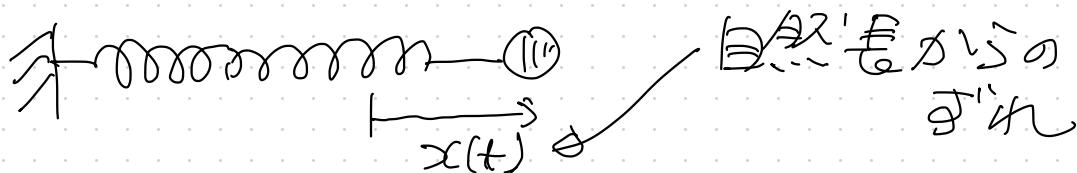
$$m \frac{d^2}{dt^2} x(t) = f \quad (1)$$

高校で覚えた 等加速度運動の式

$$x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{f}{2m} t^2 \quad (2)$$

は (1) を満たす (代入して、左辺=右辺をチェック!)

例2 バネ定数 k のバネにつながった粒子



$$m \frac{d^2}{dt^2} x(t) = -k x(t) \quad (3)$$

単振動の式

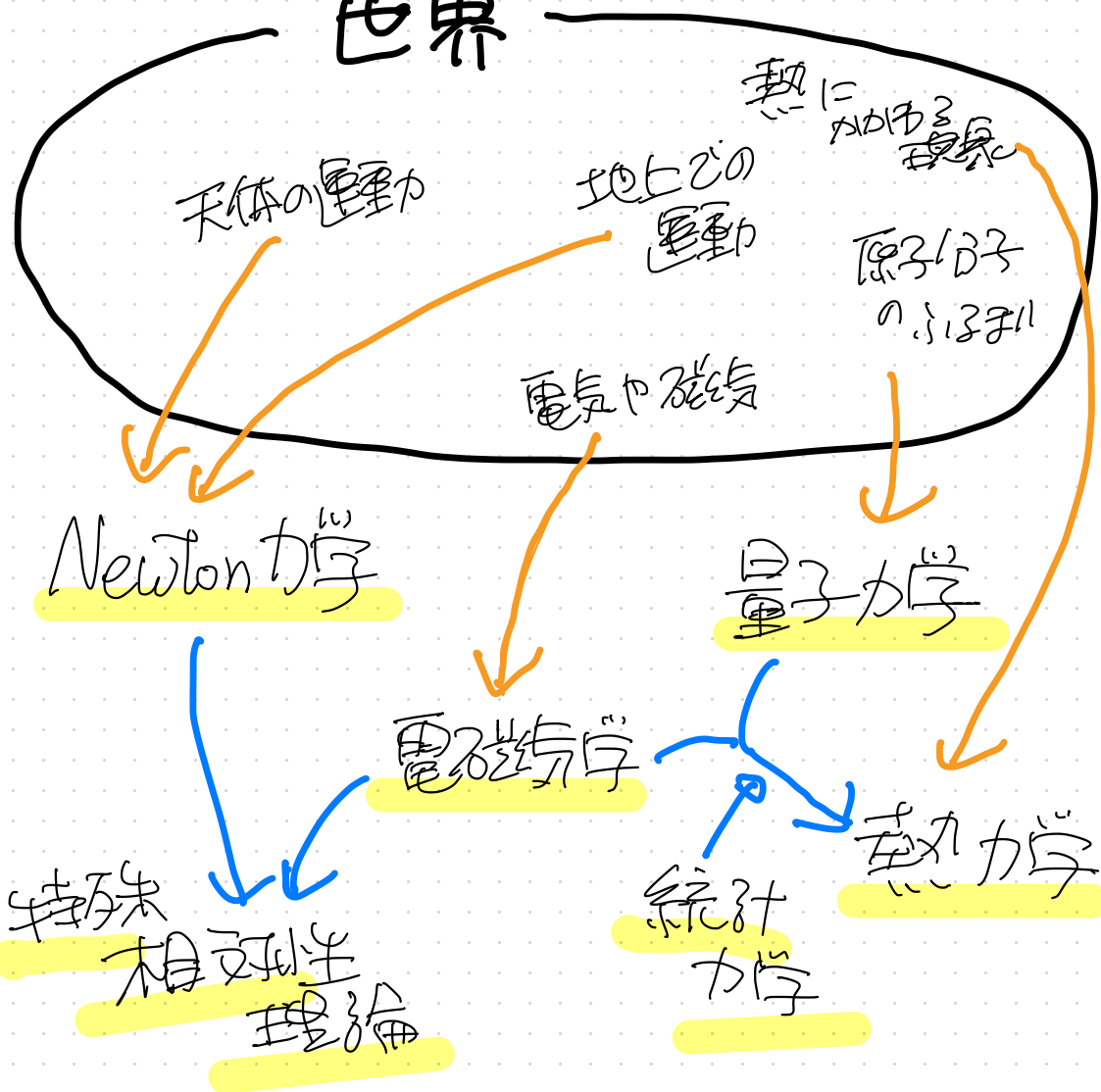
$$x(t) = A \cos(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \theta) \quad (4)$$

は、(3) を満たす (A と θ は定数)

様々な普遍的な構造

5

世界



普遍的な構造は互いに論理的に関連して!!

6 <和の扱いかいについて> §1.3.3

- a_1, a_2, a_3, \dots を何らかの数とす
- これらを $a_i, i=1, 2, \dots$ と書く

例 $a_i = 2i^2$ とす

$a_1 = 2, a_2 = 8, a_3 = 18, a_4 = 32, \dots$

別に i をかんたんちきで表わせば $(2もよい)$

たとえば $S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \quad (1)$

$S = \sum_{i=1}^4 a_i \quad (2)$ と書く

§1.3.6
ギリシャ文字
の表を見よ!

この i は ダミー変数 (仮の変数)

S の中に i は全く登場しない!

ダミー変数は
なんでも (1)

$S = \sum_{j=1}^4 a_j \quad (3)$

でも同じこと

• $a_{i,j}$ $i, j = 1, 2, \dots$ を何らかの値? 7

(例 $a_{i,j} = (i + 3j)^2$ とする)

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_{i,j} = \sum_{i=1}^2 \{a_{i,1} + a_{i,2}\}$$

$$= \sum_{i=1}^2 a_{i,1} + \sum_{i=1}^2 a_{i,2}$$

$$= a_{1,1} + a_{2,1} + a_{1,2} + a_{2,2} \quad (1)$$

$j \backslash i$	1	2
1	$a_{1,1}$	$a_{2,1}$
2	$a_{1,2}$	$a_{2,2}$

この表の中身を
ぜんじり足した。

これを

$$\sum_{i,j=1}^2 a_{i,j}$$
 と書く。

8

クロネッカーのデルタ

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i=j \text{ のとき} \\ 0 & i \neq j \text{ のとき} \end{cases} \quad (1)$$

$$\delta_{1,2}=0, \delta_{3,3}=1, \delta_{4,5}=0 \text{ など}$$

簡単なものだが、使いこなすと便利

$$\sum_{j=1}^M \delta_{i,j} a_j = \begin{cases} a_i & 1 \leq i \leq M \text{ なら} \\ 0 & i > M \text{ なら} \end{cases} \quad (2)$$

i は定数変数。
 j はダミー変数。
 i はダミー変数ではない！

$$M=3 \text{ とし}$$

(具体的な数値を代入できる)

$$\sum_{j=1}^M \delta_{i,j} a_j = \delta_{i,1} a_1 + \delta_{i,2} a_2 + \delta_{i,3} a_3 \quad (3)$$

$i=1, 2, 3, 4$ の場合を考慮してみよう！