

効率をあげると パワーがでない

熱機関における効率と仕事率の
普遍的なトレードオフ関係

田崎 晴明

白石直人さん、齊藤圭司さんとの共同研究の紹介ですが
大学の熱力学についてのある程度の知識があれば理解できるはずです

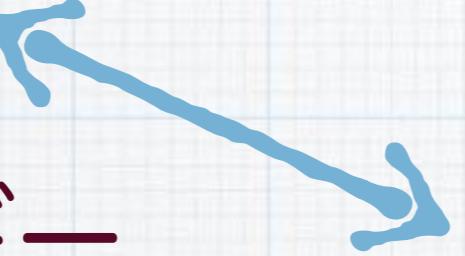
背景と動機

熱機関とは？

熱を仕事に変換する物理的な装置の総称

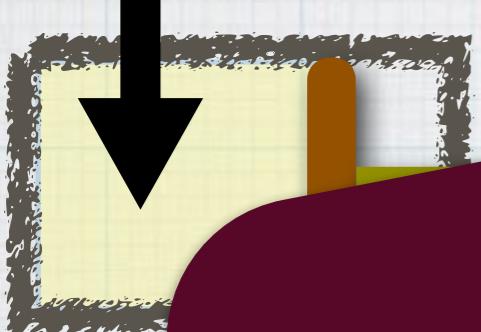


使えないエネルギー
力学的でない
エネルギーのやり取り

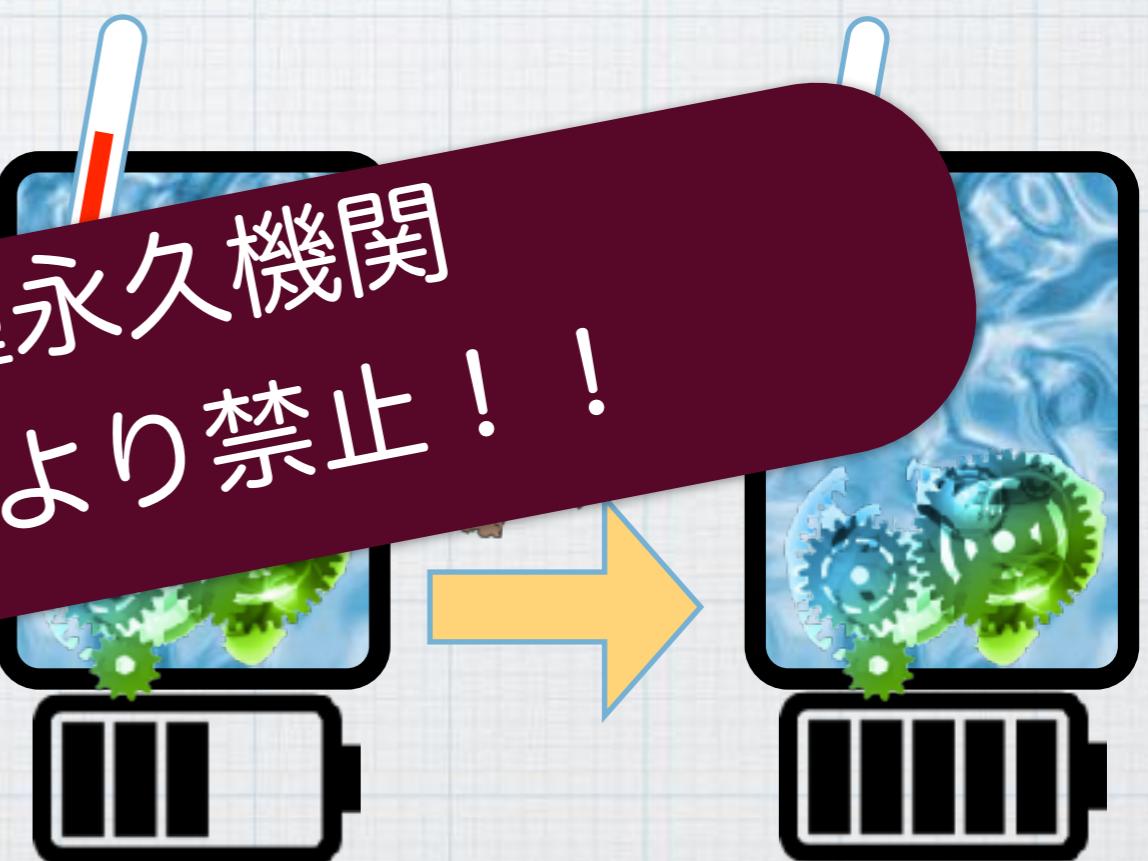


使えるエネルギー
力学的なエネルギー

熱浴



これらは第二種永久機関
熱力学第二法則により禁止！！



実現可能な熱機関(外燃機関)

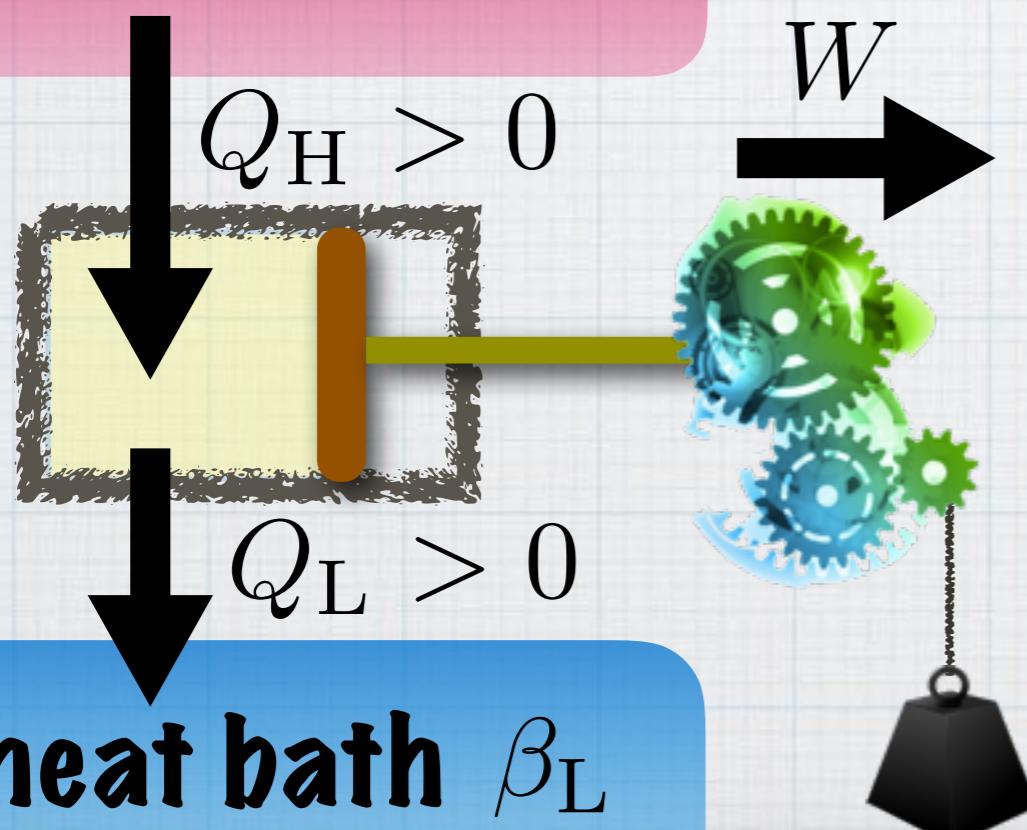
二つの熱浴と接して周期的に運転する

一回の周期のあいだに

高温の熱浴から Q_H だけ熱を吸収
低温の熱浴へ Q_L だけ熱を放出

取り出される仕事 $W = Q_H - Q_L$

heat bath β_H



$$\beta_H < \beta_L$$

$$\beta = T^{-1}$$



熱機関の効率と仕事率

二つの熱浴と接して周期的に運転する

一般的な熱機関

一周期で取り出される仕事

$$W = Q_H - Q_L$$

熱機関の効率

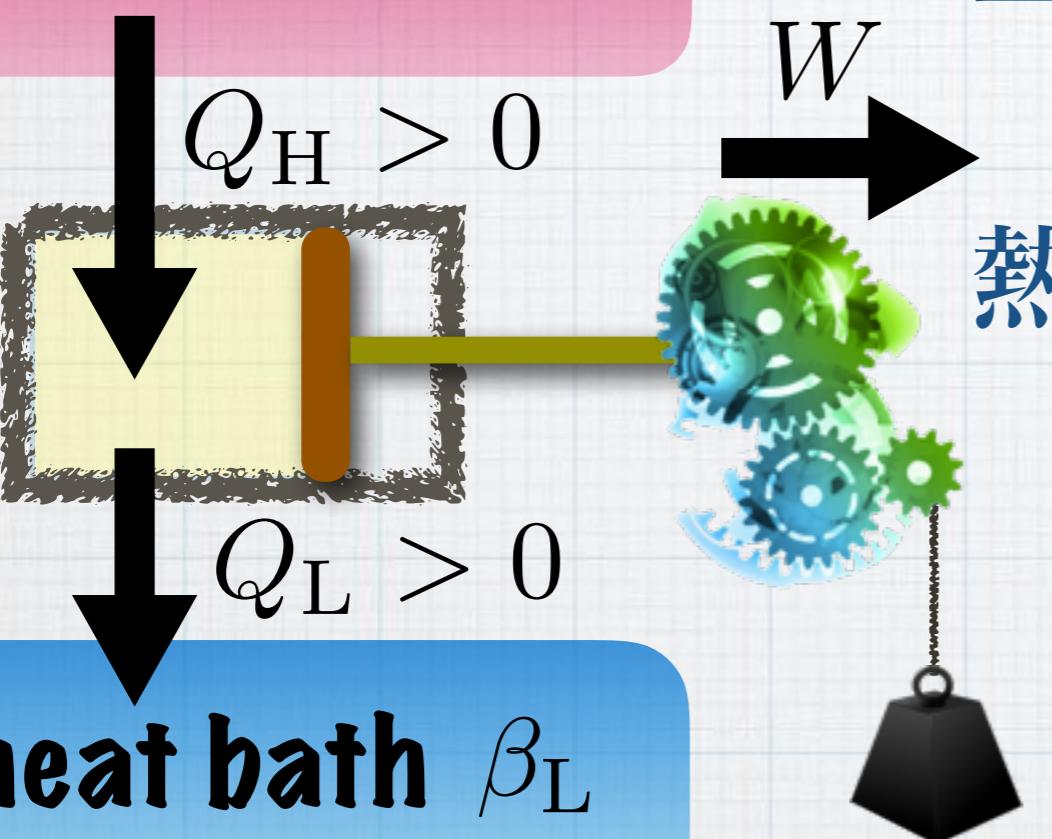
$$\eta = \frac{W}{Q_H} \leq \eta_C := 1 - \frac{\beta_H}{\beta_L} < 1$$

カルノー効率

カルノーの定理

τ 热機関の周期

$\frac{W}{\tau}$ 热機関の仕事率

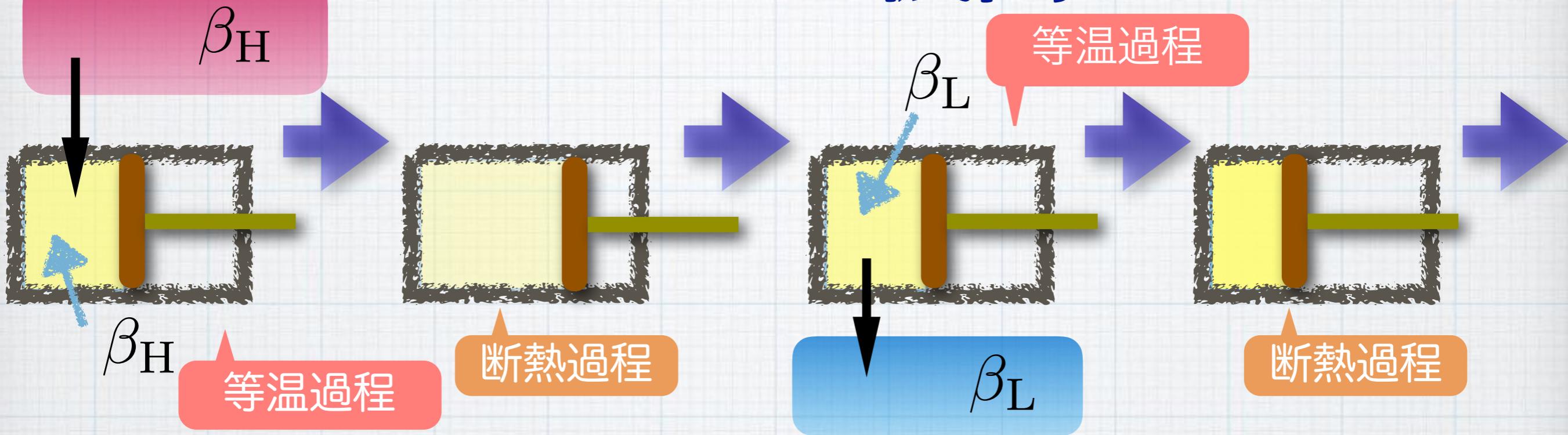


$$\beta_H < \beta_L$$

熱力学の体系には仕事率
についての原理的な制限
はない



カルノー機関



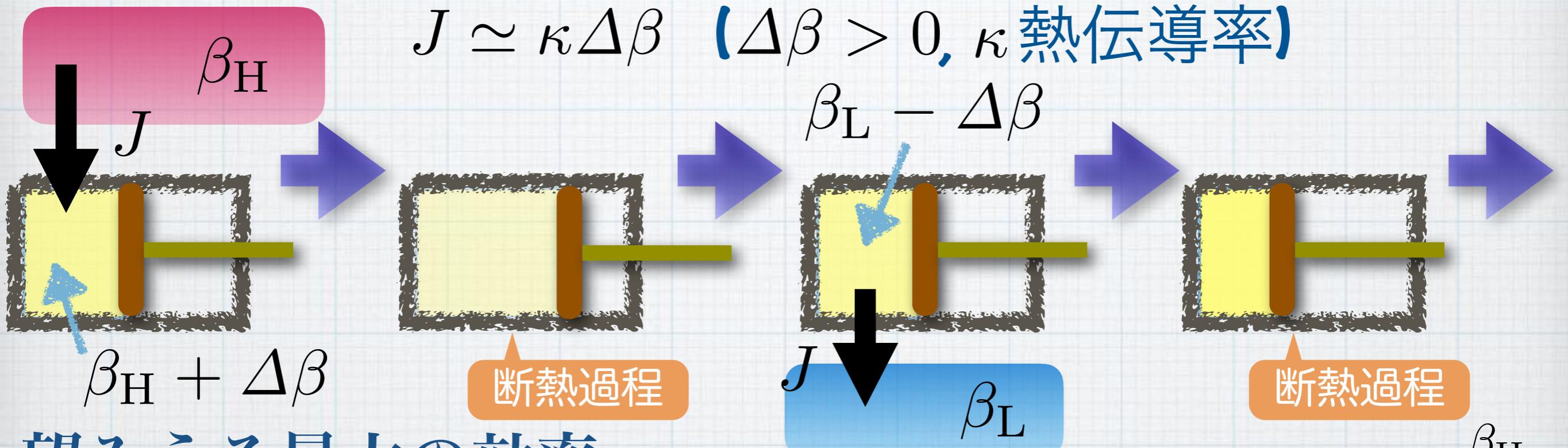
原理的に可能な最大の効率 η_C を達成する
ただし、全ては準静的なので、周期は $\tau \uparrow \infty$
 $\frac{W}{\tau} \downarrow 0$ 仕事率（パワー）はゼロ！！
カルノー機関は効率は高いがパワーは皆無！

根本的な問題：カルノー効率を達成し、しかも
仕事率がゼロでない熱機関は存在しうるのか？

カルノー機関より少し速い機関

わずかな温度差によってゼロでない熱流

$$J \simeq \kappa \Delta \beta \quad (\Delta \beta > 0, \kappa \text{ 熱伝導率})$$



望みうる最大の効率

$$\eta \simeq 1 - \frac{\beta_H + \Delta\beta}{\beta_L - \Delta\beta} \simeq \eta_C - \left(\frac{1}{\beta_L} + \frac{\beta_H}{(\beta_L)^2} \right) \Delta\beta$$

望みうる最小の周期

$$\tau \simeq \frac{Q_H + Q_L}{J} \simeq \frac{Q_H + Q_L}{\kappa \Delta\beta}$$

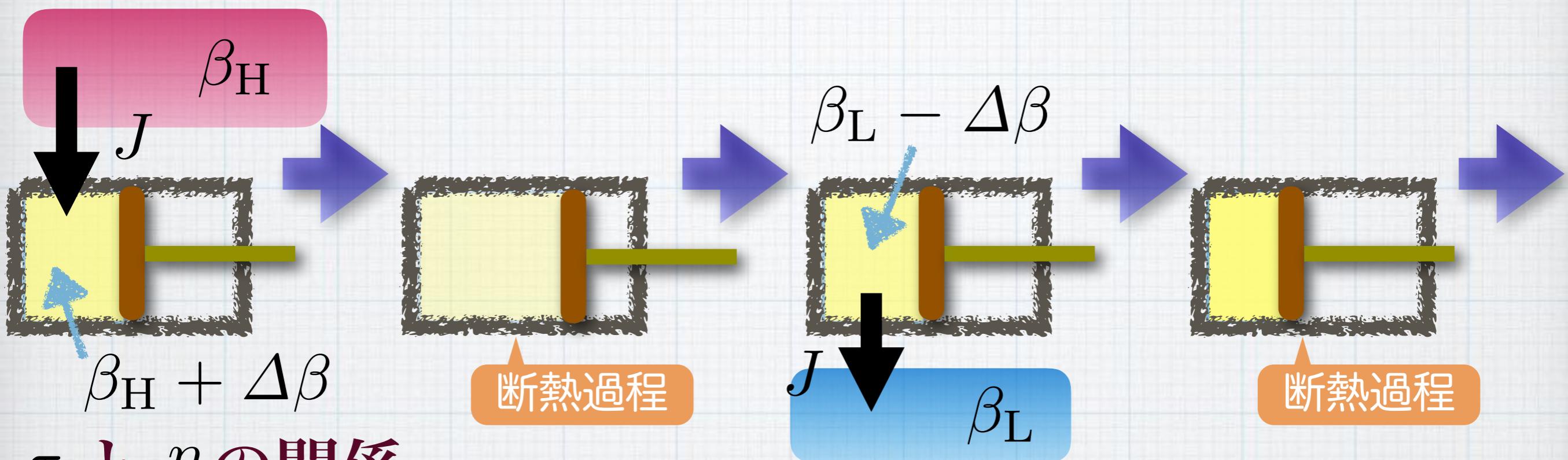
$$Q_H, Q_L > 0$$

τ と η の関係

$$\tau \simeq \frac{(Q_H + Q_L)^2}{\kappa \beta_L Q_H} \frac{1}{\eta_C - \eta}$$

$\eta \uparrow \eta_C$ のとき $\tau \uparrow \infty$

カルノー機関より少し速い機関



τ と η の関係

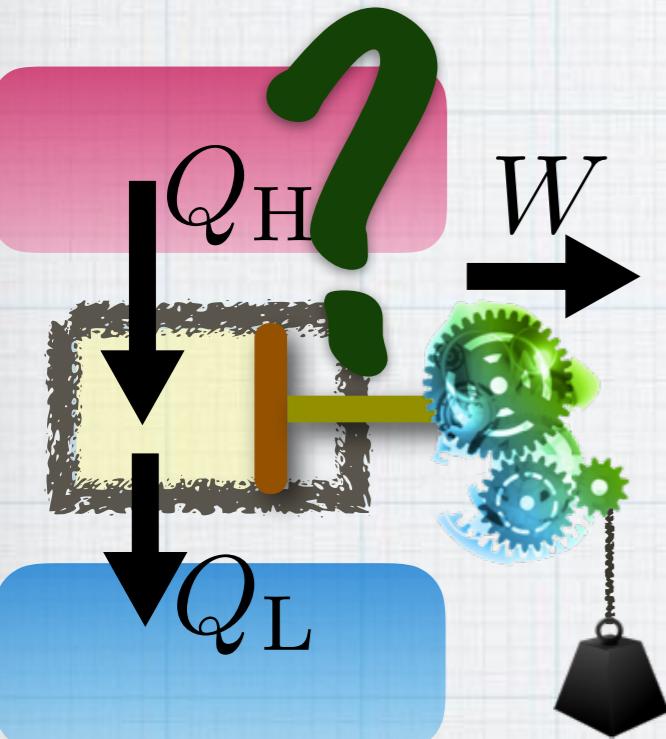
$$\tau \simeq \frac{(Q_H + Q_L)^2}{\kappa \beta_L Q_H} \frac{1}{\eta_C - \eta} \quad \eta \uparrow \eta_C のとき \tau \uparrow \infty$$

効率 η が最大効率 (カルノー効率) η_C に近づくと

仕事率 $\frac{W}{\tau} = \frac{Q_H - Q_L}{\tau}$ は必ずゼロに近づく

一般の熱機関(非平衡、複雑な装置)ではどうか？

一般的な熱機関（外燃機関）



根本的な問題：カルノー効率を達成し、しかも仕事率がゼロでない熱機関は存在しうるのか？

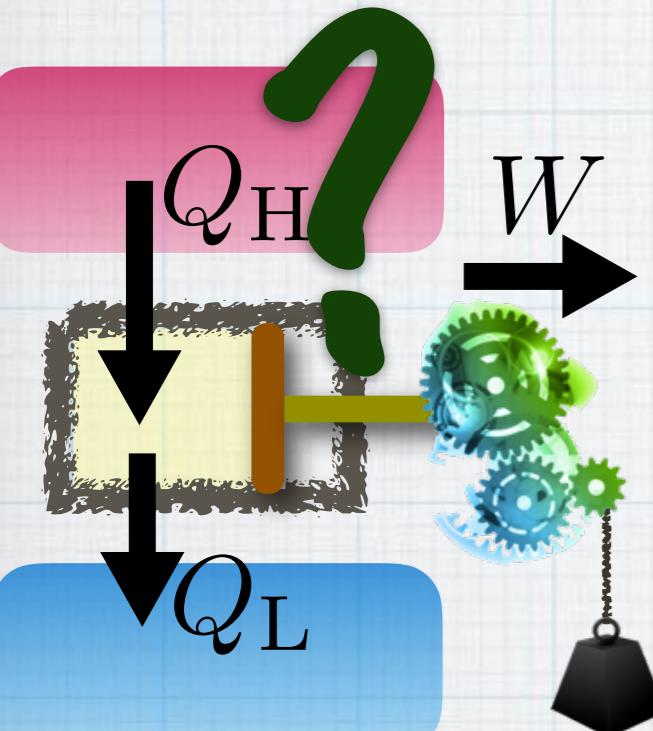
熱力学には時間スケールの概念がないので、熱力学だけでは、この問題には答えられない

なんらかのミクロな体系が必要



非平衡統計力学からのアプローチ

一般的な熱機関（外燃機関）



根本的な問題：カルノー効率を達成し、しかも仕事率はゼロでない熱機関は存在しうるのか？

yes?

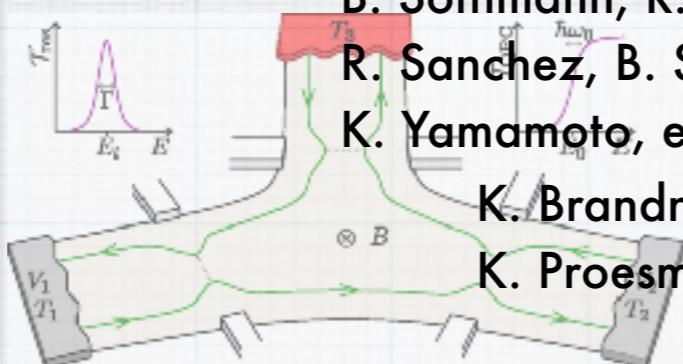
general argument within linear response

G. Benenti, K. Saito, and G. Casati, PRL 106, 230602 (2011)

concrete models (within linear response)

no...

- K. Brandner, K. Saito, and U. Seifert, PRL 110, 070603 (2013)
- V. Balachandran, G. Benenti, and G. Casati, PRB 87, 165419 (2013)
- J. Stark, et.al. PRL 112, 140601 (2014)
- B. Sothmann, R. Sanchez, and A. Jordan, EPL 107, 47003 (2014)
- R. Sanchez, B. Sothmann, and A. Jordan, PRL 114, 146801 (2015)
- K. Yamamoto, et.al., PRB 94, 121402(R) (2016)
- K. Brandner, K. Saito, and U. Seifert, PRX 5, 031019 (2015)
- K. Proesmans and C. Van den Broeck, PRL 115, 090601 (2015)



other approaches

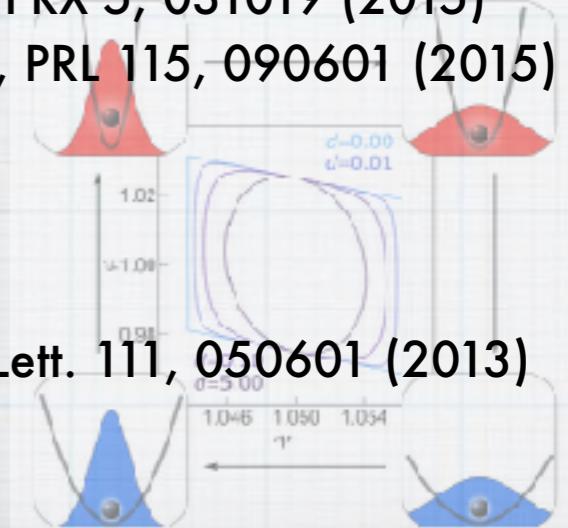
M. Mintchev, L. Santoni, and P. Sorba, arXiv:1310.2392 (2013)

M. Campisi and R. Fazio, Nature Commun. 7, 11895 (2016)

A.E. Allahverdyan, K. V. Hovhannisyan, A. V. Melkikh, and S. G. Gevorkian, Phys. Rev. Lett. 111, 050601 (2013)

M. Ponmurugan, arXiv:1604.01912 (2016)

M. Polettini and M. Esposito, arXiv:1611.08192 (2016)





Naoto
Keio U. (now at Gakushuin U.)



Keiji
Keio U.

Hal
Gakushuin U.

主要な結果

Naoto Shiraishi, Keiji Saito, and Hal Tasaki
Universal Trade-Off Relation between
Power and Efficiency for Heat Engines
Phys. Rev. Lett. 117, 190601 (2016)

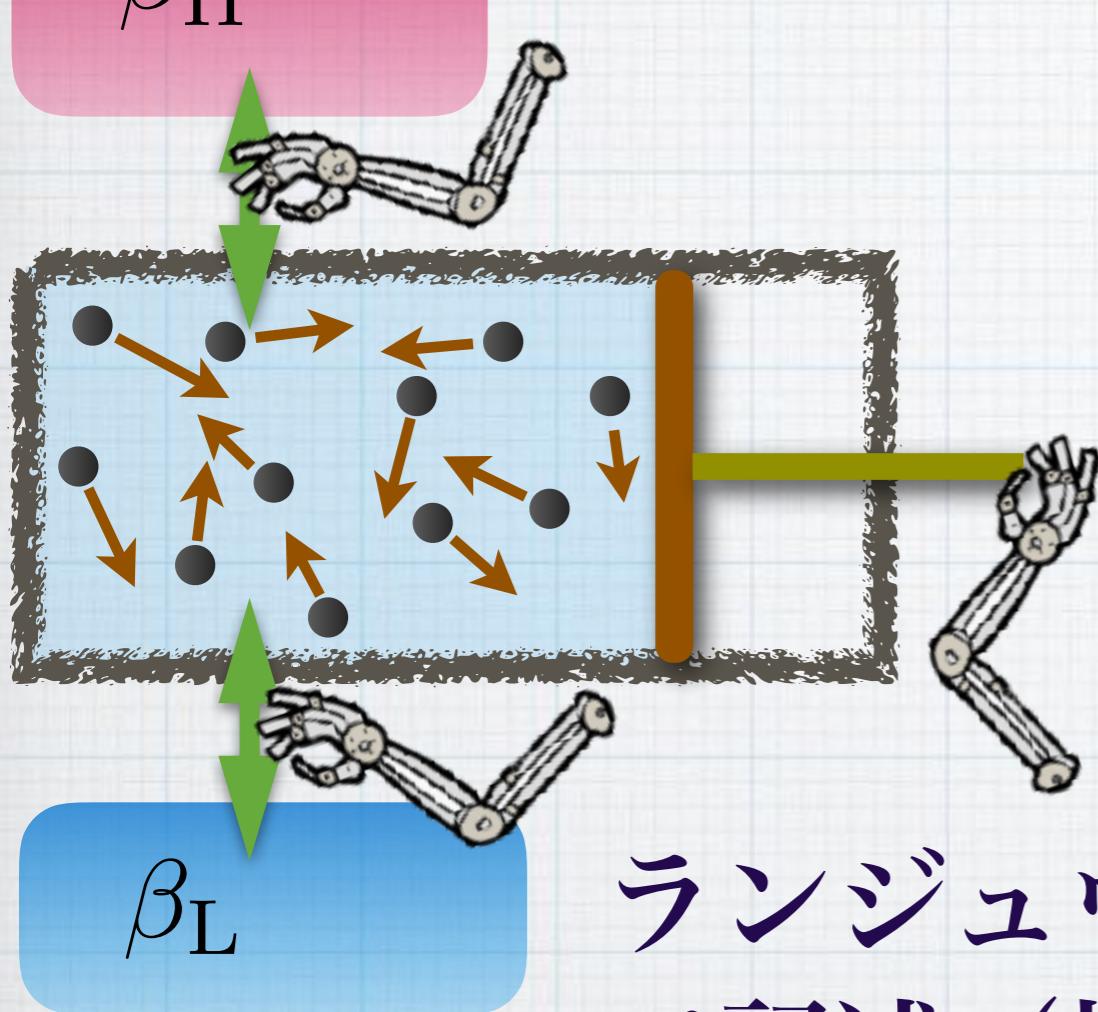
設定

熱機関は一般的の N 粒子の古典力学系。相互作用も外力ポテンシャルも完全に任意。

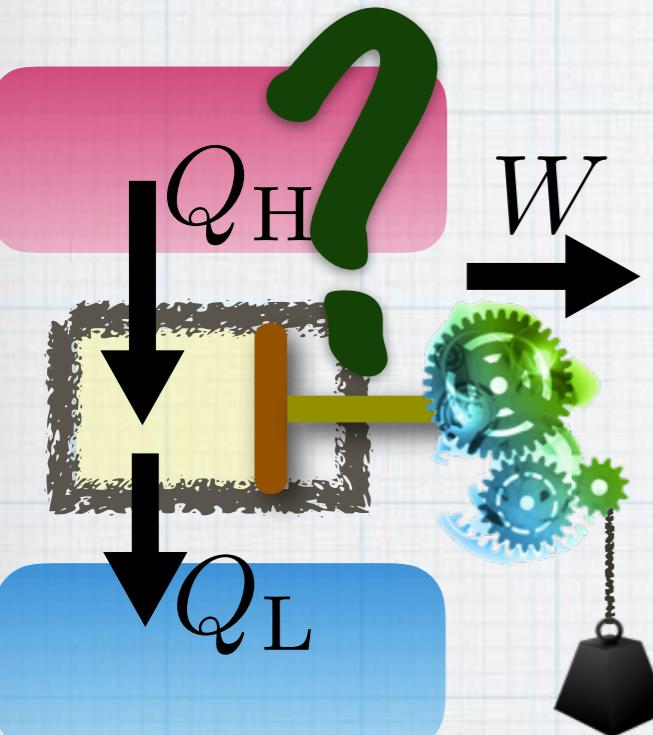
力学への熱浴の影響はランジュヴァン型のランダムな力として記述（標準的でかつ現実的な記述）

外力ポテンシャルと熱浴との結合の強さを外から周期的に制御

マクロな熱機関（外燃機関）であれば全てが記述できる一般的な枠組み



主要な結論



根本的な問題：カルノー効率を達成し、しかも仕事率がゼロでない熱機関は存在しうるのか？

我々の解答：存在し得ない

一般に成立する不等式

$$\tau \geq \frac{(Q_H + Q_L)^2}{\bar{\Theta} \beta_L Q_H} \frac{1}{\eta_C - \eta}$$

$$\frac{W}{\tau} \leq \bar{\Theta} \beta_L \eta (\eta_C - \eta)$$

系の状態と熱浴の設定に依存する量 $\bar{\Theta} < \infty$

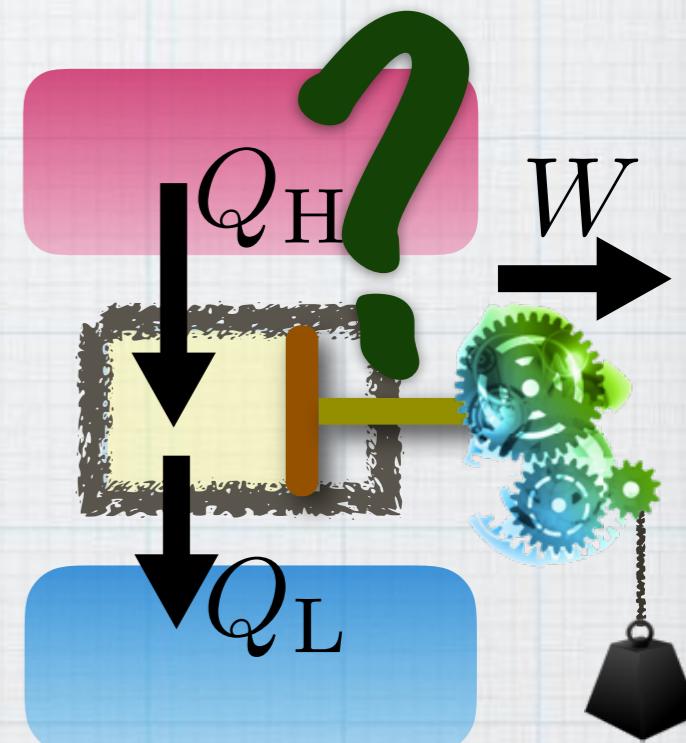
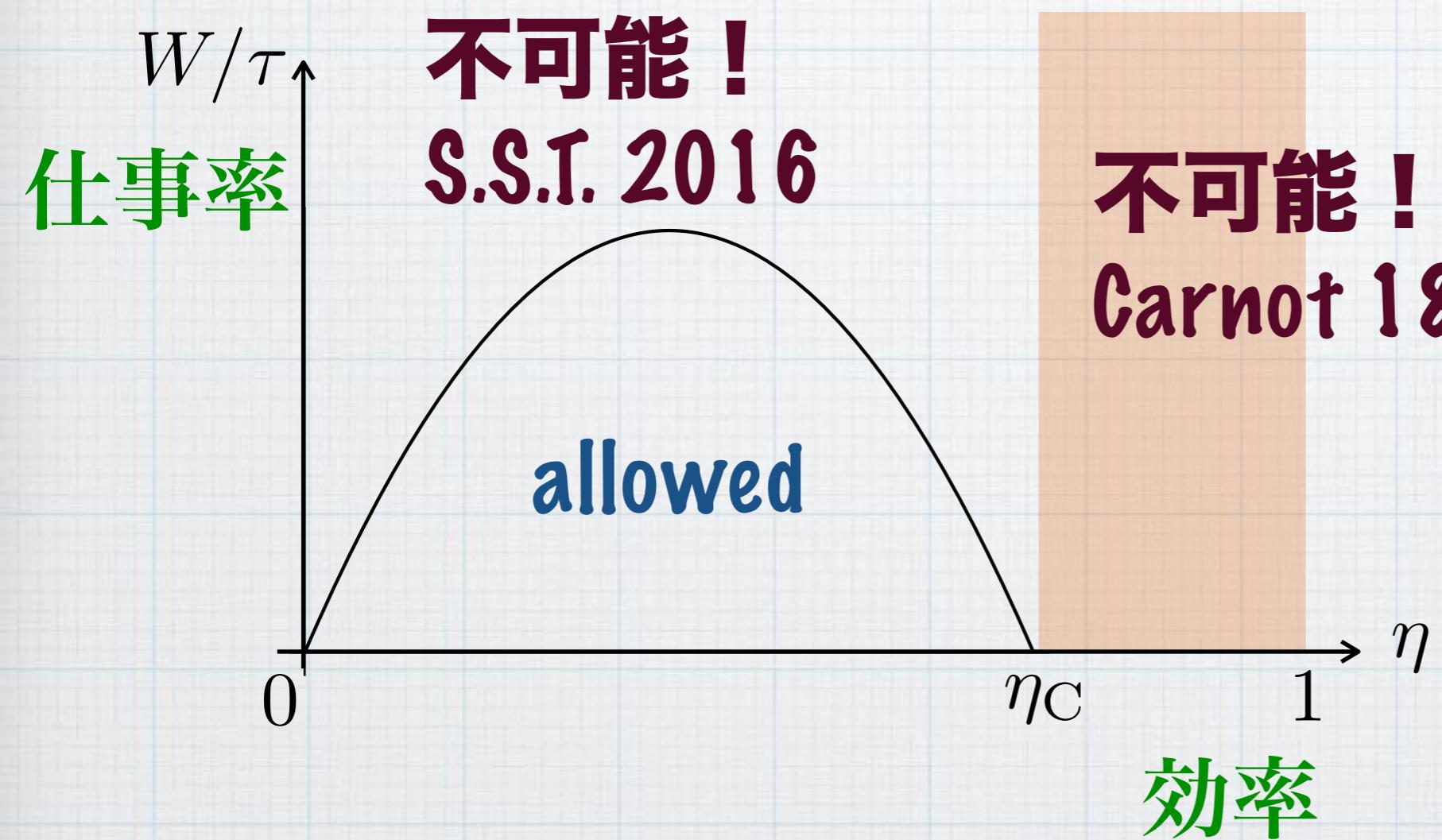
カルノー機関を少し速くした場合

$$\tau \simeq \frac{(Q_H + Q_L)^2}{\kappa \beta_L Q_H} \frac{1}{\eta_C - \eta}$$

熱機関の状態が熱平衡に近いとき $\bar{\Theta} \rightarrow \kappa$

効率と仕事率のトレードオフ関係

$$\frac{W}{\tau} \leq \bar{\Theta} \beta_L \eta (\eta_C - \eta)$$



効率的な熱機関はパワーがない

核心となる不等式

$$|J_H(t)| + |J_L(t)| \leq \sqrt{\Theta(t) \sigma(t)}$$

improved
Shiraishi-Saito bound

熱機関から

熱浴への熱流

時刻 t でのエントロピー生成率
(「無駄」の発生率)

$$\sigma(t) = \frac{d}{dt} H(\mathcal{P}_t) + \beta_H J_H(t) + \beta_L J_L(t)$$

$$\Theta(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{B=L,H} \frac{1}{\beta_B} \langle \gamma_B(\lambda(t), r_i) |v_i|^2 \rangle_t \simeq \kappa$$

仕事率がゼロでないと、熱流がゼロでなく、必然的に「無駄」が生じて、効率が低下する
この無駄は(熱伝導率が有限である限り)どのような工夫をしても決して取り除けない

まとめ

- 一般的な熱機関(外燃機関)について、効率と仕事率が満たすトレードオフ関係を導出した

$$\frac{W}{\tau} \leq \bar{\Theta} \beta_L \eta (\eta_C - \eta)$$

- 外燃機関では熱浴と熱機関の間の熱のやり取りに伴って必然的に散逸(無駄)が生じる
- 内燃機関であればこのような無駄は生じない
- 詳細にご興味があれば、動画 Part 2 (英語)と論文をご覧ください

Shiraishi, Saito, and Tasaki 2016, Shiraishi and Saito 2019