PRÉNOM :

BLOC:



Examen de Mathématiques 1 :

1ère année Bachelier en Informatique de Gestion

BINV1090 - Mathématiques 1

Date: 17 janvier 2023

Durée de l'examen : 2 heures

Nombre de questions : 5

- 1. Sauf avis contraire, toute réponse doit être justifiée.
- 2. Si vous n'écrivez pas proprement et lisiblement, votre réponse recevra un zéro.
- 3. Écrire au crayon est autorisé si le point 2 ci-dessus est respecté.
- 4. Vous pouvez avoir à votre disposition 10 feuilles recto/verso respectant les conditions suivantes : vos nom et prénom doivent être indiqués, les feuilles doivent être manuscrites, reliées sur toute la longueur de manière à ne pas pouvoir en détacher sans l'arracher et le contenu ne fait pas l'objet de miniaturisation.
- 5. Pour les questions sur machine, vous devez travailler **sur le U**: . En effet, si vous travaillez ailleurs vos fichiers seront perdus.
- 6. Les points communiqués en regard des questions sont indicatifs. Des lacunes graves entraîneront l'échec au présent examen.
- 7. Mettez vos noms et prénoms au début de chaque question!

Question 1	/10
Question 2	/10
Question 3	/10
Question 4	/10
Question 5	/10
TOTAL	/50

PRÉNOM:

BLOC:

Question 1 (10 pts)

- a) Dans l'univers des habitations unifamiliales, on dispose des prédicats suivants :
 - *jardin(x)* : *x* possède un jardin ;
 - identiques(x,y): les plans de x et y sont identiques.

À l'aide de ceux-ci, traduisez la phrase suivante sous forme d'une expression mathématique :

« S'il existe au maximum une habitation avec jardin, alors toutes les autres habitations ont des plans identiques. »

 $[\forall x \ \forall \ y \ ((\textit{jardin}(x) \land \textit{jardin}(y)) \Rightarrow (x = y))] \Rightarrow [\forall x \ \forall \ y \ ((\neg \textit{jardin}(x) \land \neg \textit{jardin}(y)) \Rightarrow \textit{identique}(x, y))]$

b) Corriger la table de vérité ci-dessous pour qu'elle soit complète, correcte et cohérente. Vous devez indiquer les corrections directement dans le tableau ci-dessous (barrer chaque valeur fausse et indiquer la valeur correcte)!

p	q	r	$p \wedge q$	$p \lor r$	$\neg \big((p \land q) \lor (p \lor r) \big)$	$((r \lor p) \Rightarrow q) \land p$
0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
1	1	0, 1	1	0, 1	0	1
1	0	1 L'1	0 ın ou l'autı	e 1	0	0
1	0	0	0	0.1	1 0	0
1	1	0 1	1	1	0	Q 1
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	Q 1	0

PRÉNOM:

BLOC:

Question 2 (10 pts)

Démontrez par récurrence que $7^{2n} - 4$ est divisible par 3 pour tout naturel n.

```
1) Pas Initial: n=0: 7^{2\cdot 0}-4=7^0-4=1-4=-3=3\cdot (-1)=3\cdot p avec p=-1\in Z OK
```

- 2) Pas de récurrence :
 - a. Hypothèse : Pour n = k fixé : $\exists p \in Z : 7^{2k} 4 = 3p$ ou encore $7^{2k} = 3p + 4$.
 - b. Thèse : : Pour n = k + 1 fixé : $\exists q \in Z : 7^{2(k+1)} 4 = 3q$

c. Démonstration
$$7^{2(k+1)} - 4 = 7^{2k+2} - 4$$

$$= 7^2 \cdot 7^k - 4$$

$$= 49 \cdot 7^k - 4$$

$$= 48 \cdot 7^k + 7^k - 4$$

$$= 3 \cdot 16 \cdot 7^k + 3p + 4$$

$$= 3 \cdot (16 \cdot 7^{2k} + p)$$

$$= 3 \cdot q$$
Avec $q = 16 \cdot 7^{2k} + p \in Z$
OK
$$7^{2(k+1)} - 4 = 7^{2k+2} - 4$$

$$= 7^2 \cdot 7^{2k} - 4$$

$$= 49 \cdot 7^{2k} - 4$$

$$= 49 \cdot (3p + 4) - 4$$

$$= 49 \cdot 3p + 49 \cdot 4 - 4$$

$$= 3 \cdot 49 \cdot p + 196 - 4$$

$$= 3 \cdot 49 \cdot p + 192$$

$$= 3 \cdot 49 \cdot p + 3 \cdot 64$$

$$= 3 \cdot (49 \cdot p + 64)$$

$$= 3 \cdot q$$
Avec $q = 49 \cdot p + 64 \in Z$
OK

PRÉNOM:

BLOC:

Question 3 (10 pts)

1) Soient les ensembles $A = \{\{2,1\}, 1, P(P(\{1\}))\}\$ et $B = \{1, \{2\}, \emptyset\} \oplus P(\{1,2\})$

a) Que vaut |A|?

$$|A| = 3$$

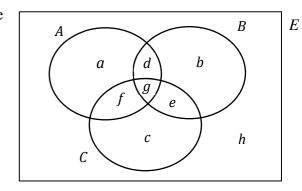
b) Donnez B et B - A en extension

$$B = \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$$
$$B - A = \{\{1\}\}$$

c) Donnez un ensemble C tel que $C \cup A = A$ et $C \in B$

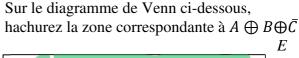
$$C = \{1\}$$

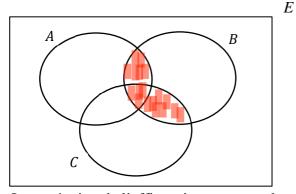
2) Soient A, B, C des sous-ensembles d'un Univers E. Sur le diagramme de Venn ci-contre, les minuscules a, b, c, ..., h désignent les cardinaux des zones correspondantes. Pour chaque affirmation ci -dessous, commencez par hachurer la zone correspondante des ensembles de mandés sur le diagramme de Venn et, ensuite, dites ce qu'on peut dire à propos des cardinaux a, b, c, ..., h si l'affirmation est vraie.

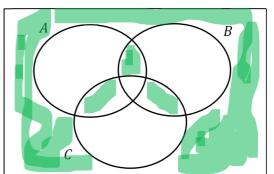


a) $|B \cap (C \cup A)| = |A \oplus B \oplus \overline{C}|$

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à $B \cap (C \cup A)$







Interprétation de l'affirmation en terme des cardinaux :

$$d+g+e=d+f+e+h \Rightarrow g=f+h$$

PRÉNOM:

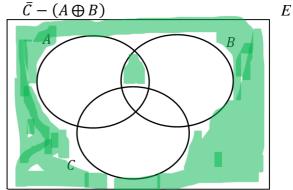
BLOC:

b)
$$(A - \overline{B}) \cup (C \cap A) \subseteq \overline{C} - (A \oplus B)$$

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à

 $(A - \overline{B}) \cup (C \cap A)$ B C

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à



Interprétation de l'affirmation en terme des cardinaux :

$$f = 0$$
 et $g = 0$

Question 4 (10 pts)

On vous demande d'utiliser la méthode de la bissection pour trouver une approximation avec 5 décimales exactes de la racine du polynôme $f(x) = x^3 - 3x + 1$ se trouvant dans l'intervalle [0.1, 0.4]. Pour ce faire vous devez utiliser le fichier MethNum.xlsx.

Dans celui-ci vous devez

- 1. Calculez le nombre d'étapes nécessaires pour atteindre le nombre de décimales exactes demandés.
- 2. Complétez le tableau déjà présent.

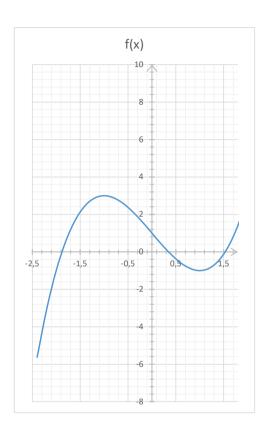
Remarques:

- Vos formules doivent être les plus générique possible (elles doivent fonctionner si on change l'intervalle et/ou le nombre de décimales exactes)
- Dans le tableau, E_n est la borne sur l'erreur absolue à l'étape n.
- Le nombre de lignes du tableau dépend du nombre d'étapes nécessaires pour atteindre le nombre de décimales exactes demandé. Il est donc possible que vous deviez en ajouter ou en supprimer.
- Pour toute éventuelle colonne ajoutée, n'oubliez pas de lui donner un titre.
- Toute valeur éventuelle provenant d'un calcul isolé doit aussi être décrite.

Méthode de la bissection

 $f(x)=x^3-3x+1$

Х	f(x)
-2,4	-5,624
-2,2	-3,048
-2	-1
-1,8	0,568
-1,6	1,704
-1,4	2,456
-1,2	2,872
-1	3
-0,8	2,888
-0,6	2,584
-0,4	2,136
-0,2	1,592
0	1
0,2	0,408
0,4	-0,136
0,6	-0,584
0,8	-0,888
1	-1
1,2	-0,872
1,4	-0,456
1,6	0,296
1,8	1,432
2	3
2,2	5,048
2,4	7,624



$f(x)=x^3-3x+1$	sur [a,b] =	[0,1 ;	0,4]

Nombre de décimales exactes : d = 5

Nombre d'étapes : n = 15

0,1	0,4					
T i	0,4	0,25	0,701	-0,136	0,265625	0,15
0,25	0,4	0,325	0,265625	-0,136	0,059328	0,075
0,325	0,4	0,3625	0,059328	-0,136	-0,03987	0,0375
0,325	0,3625	0,34375	0,059328	-0,03987	0,009369	0,01875
0,34375	0,3625	0,353125	0,009369	-0,03987	-0,01534	0,009375
0,34375	0,353125	0,3484375	0,009369	-0,01534	-0,00301	0,004688
0,34375	0,348438	0,34609375	0,009369	-0,00301	0,003174	0,002344
0,346094	0,348438	0,347265625	0,003174	-0,00301	8,11E-05	0,001172
0,347266	0,348438	0,347851563	8,11E-05	-0,00301	-0,00146	0,000586
0,347266	0,347852	0,347558594	8,11E-05	-0,00146	-0,00069	0,000293
0,347266	0,347559	0,347412109	8,11E-05	-0,00069	-0,00031	0,000146
0,347266	0,347412	0,347338867	8,11E-05	-0,00031	-0,00011	7,32E-05
0,347266	0,347339	0,347302246	8,11E-05	-0,00011	-1,6E-05	3,66E-05
0,347266	0,347302	0,347283936	8,11E-05	-1,6E-05	3,28E-05	1,83E-05
0,347284	0,347302	0,347293091	3,28E-05	-1,6E-05	8,61E-06	9,16E-06
0,347293	0,347302	0,347297668	8,61E-06	-1,6E-05	-3,5E-06	4,58E-06
	0,325 0,34375 0,34375 0,346094 0,347266 0,347266 0,347266 0,347266 0,347266 0,347266	0,325 0,3625 0,34375 0,3625 0,34375 0,353125 0,34375 0,348438 0,347266 0,348438 0,347266 0,347852 0,347266 0,347559 0,347266 0,347412 0,347266 0,347339 0,347264 0,347302 0,347284 0,347302	0,325 0,3625 0,34375 0,34375 0,3625 0,353125 0,34375 0,353125 0,3484375 0,34375 0,348438 0,34609375 0,346094 0,348438 0,347265625 0,347266 0,348438 0,347851563 0,347266 0,347852 0,347558594 0,347266 0,347559 0,347412109 0,347266 0,347412 0,347338867 0,347266 0,347339 0,34730246 0,347266 0,347302 0,347283936 0,347284 0,347302 0,347293091	0,325 0,3625 0,34375 0,059328 0,34375 0,3625 0,353125 0,009369 0,34375 0,353125 0,3484375 0,009369 0,34375 0,348438 0,34609375 0,009369 0,346094 0,348438 0,34726525 0,003174 0,347266 0,348438 0,347851563 8,11E-05 0,347266 0,347852 0,347558594 8,11E-05 0,347266 0,347559 0,347412109 8,11E-05 0,347266 0,347312 0,347302246 8,11E-05 0,347266 0,347302 0,347283936 8,11E-05 0,347284 0,347302 0,347293091 3,28E-05	0,325 0,3625 0,34375 0,059328 -0,03987 0,34375 0,3625 0,353125 0,009369 -0,03987 0,34375 0,353125 0,3484375 0,009369 -0,01534 0,346094 0,348438 0,347265625 0,003174 -0,00301 0,347266 0,348438 0,347851563 8,11E-05 -0,00301 0,347266 0,347852 0,347558594 8,11E-05 -0,00146 0,347266 0,347559 0,347412109 8,11E-05 -0,00069 0,347266 0,347312 0,347338867 8,11E-05 -0,00011 0,347266 0,347339 0,347283936 8,11E-05 -0,00011 0,347284 0,347302 0,347293091 3,28E-05 -1,6E-05	0,325 0,3625 0,34375 0,059328 -0,03987 0,009369 0,34375 0,3625 0,353125 0,009369 -0,01534 -0,00301 0,34375 0,353125 0,3484375 0,009369 -0,01534 -0,00301 0,34375 0,348438 0,34609375 0,009369 -0,00301 0,003174 0,347266 0,348438 0,347265625 0,003174 -0,00301 8,11E-05 0,347266 0,348438 0,347851563 8,11E-05 -0,00301 -0,00146 0,347266 0,347852 0,347558594 8,11E-05 -0,00146 -0,00069 0,347266 0,347412 0,347338867 8,11E-05 -0,00031 -0,00011 0,347266 0,347339 0,34738936 8,11E-05 -0,00011 -1,6E-05 0,347266 0,347302 0,347283936 8,11E-05 -1,6E-05 3,28E-05 0,347284 0,347302 0,347293091 3,28E-05 -1,6E-05 8,61E-06

Méthode de la bissection

$f(x)=x^3-3x+1$

х	f(x)
-2,4	=B6^3-3*B6+1
=B6+0,2	=B7^3-3*B7+1
=B7+0,2	=B8^3-3*B8+1
=B8+0,2	=B9^3-3*B9+1
=B9+0,2	=B10^3-3*B10+1
=B10+0,2	=B11^3-3*B11+1
=B11+0,2	=B12^3-3*B12+1
=B12+0,2	=B13^3-3*B13+1
=B13+0,2	=B14^3-3*B14+1
=B14+0,2	=B15^3-3*B15+1
=B15+0,2	=B16^3-3*B16+1
=B16+0,2	=B17^3-3*B17+1
=B17+0,2	=B18^3-3*B18+1
=B18+0,2	=B19^3-3*B19+1
=B19+0,2	=B20^3-3*B20+1
=B20+0,2	=B21^3-3*B21+1
=B21+0,2	=B22^3-3*B22+1
=B22+0,2	=B23^3-3*B23+1
=B23+0,2	=B24^3-3*B24+1
=B24+0,2	=B25^3-3*B25+1
=B25+0,2	=B26^3-3*B26+1
=B26+0,2	=B27^3-3*B27+1
=B27+0,2	=B28^3-3*B28+1
=B28+0,2	=B29^3-3*B29+1
=B29+0,2	=B30^3-3*B30+1



$f(x)=x^3-3x+1$	sur [a,b] =	[0.1	: 0.4	1

Nombre de décimales exactes : d = 5

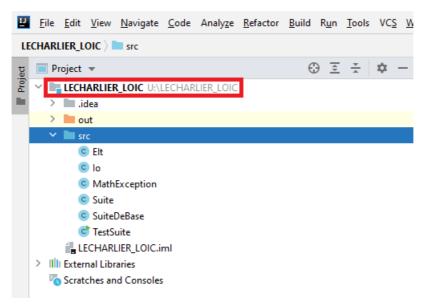
Nombre d'étapes : $n = = ARRONDI.SUP(LOG(10^S5*(R3-P3);2);0)$

Etape	a _n	b _n	X _n	f(a,)	f(b _n)	f(x _n)	E,
)	=P3	=R3	=(L10+M10)/2	=L10^3-3*L10+1	=M10^3-3*M10+1	=N10^3-3*N10+1	=(M10-L10)/2
- -K10+1	=SI(O10*Q10>=0;N10;L10)	=SI(P10*Q10>=0;N10;M10)	=(L11+M11)/2	=L11^3-3*L11+1	=M11^3-3*M11+1	=N11^3-3*N11+1	=(M11-L11)/2
=K11+1	=SI(O11*Q11>=0;N11;L11)	=SI(P11*Q11>=0;N11;M11)	=(L12+M12)/2	=L12^3-3*L12+1	=M12^3-3*M12+1	=N12^3-3*N12+1	=(M12-L12)/2
=K12+1	=SI(O12*Q12>=0;N12;L12)	=SI(P12*Q12>=0;N12;M12)	- "	=L13^3-3*L13+1	=M13^3-3*M13+1	=N13^3-3*N13+1	=(M13-L13)/2
-K13+1	=SI(013*Q13>=0;N13;L13)		, ,,	=L14^3-3*L14+1	=M14^3-3*M14+1	=N14^3-3*N14+1	=(M14-L14)/2
=K14+1	=SI(014*Q14>=0;N14;L14)	=SI(P14*Q14>=0;N14;M14)	=(L15+M15)/2	=L15^3-3*L15+1	=M15^3-3*M15+1	=N15^3-3*N15+1	=(M15-L15)/2
=K15+1	=SI(O15*Q15>=0;N15;L15)	=SI(P15*Q15>=0;N15;M15)	=(L16+M16)/2	=L16^3-3*L16+1	=M16^3-3*M16+1	=N16^3-3*N16+1	=(M16-L16)/2
=K16+1	=SI(O16*Q16>=0;N16;L16)	=SI(P16*Q16>=0;N16;M16)	 	=L17^3-3*L17+1	=M17^3-3*M17+1	=N17^3-3*N17+1	=(M17-L17)/2
=K17+1	=SI(O17*Q17>=0;N17;L17)	=SI(P17*Q17>=0;N17;M17)	=(L18+M18)/2	=L18^3-3*L18+1	=M18^3-3*M18+1	=N18^3-3*N18+1	=(M18-L18)/2
=K18+1	=SI(O18*Q18>=0;N18;L18)	=SI(P18*Q18>=0;N18;M18)	=(L19+M19)/2	=L19^3-3*L19+1	=M19^3-3*M19+1	=N19^3-3*N19+1	=(M19-L19)/2
=K19+1	=SI(O19*Q19>=0;N19;L19)	=SI(P19*Q19>=0;N19;M19)	=(L20+M20)/2	=L20^3-3*L20+1	=M20^3-3*M20+1	=N20^3-3*N20+1	=(M20-L20)/2
=K20+1	=SI(O20*Q20>=0;N20;L20)	=SI(P20*Q20>=0;N20;M20)	=(L21+M21)/2	=L21^3-3*L21+1	=M21^3-3*M21+1	=N21^3-3*N21+1	=(M21-L21)/2
=K21+1	=SI(O21*Q21>=0;N21;L21)	=SI(P21*Q21>=0;N21;M21)	=(L22+M22)/2	=L22^3-3*L22+1	=M22^3-3*M22+1	=N22^3-3*N22+1	=(M22-L22)/2
-K22+1	=SI(O22*Q22>=0;N22;L22)	=SI(P22*Q22>=0;N22;M22)	=(L23+M23)/2	=L23^3-3*L23+1	=M23^3-3*M23+1	=N23^3-3*N23+1	=(M23-L23)/2
=K23+1	=SI(O23*Q23>=0;N23;L23)	=SI(P23*Q23>=0;N23;M23)	=(L24+M24)/2	=L24^3-3*L24+1	=M24^3-3*M24+1	=N24^3-3*N24+1	=(M24-L24)/2
=K24+1	=SI(O24*Q24>=0;N24;L24)	=SI(P24*Q24>=0;N24;M24)	=(L25+M25)/2	=L25^3-3*L25+1	=M25^3-3*M25+1	=N25^3-3*N25+1	=(M25-L25)/2

Question 5 (10 pts)

On vous demande de compléter une méthode de la classe Suite, « héritant » de la classe SuiteDeBase. Pour ce faire

- 1) Ouvrez IntelliJ
- 2) Créez, sur le U :, un projet NOM_PRENOM (avec vos nom et prénom !)
- 3) Les classes données se trouvent dans le répertoire « Classes Java ». Faites un copier-coller de cellesci dans le répertoire « src » de votre projet IntelliJ. Voici ce que vous devriez obtenir :



On vous demande de programmer la méthode ci-dessous en utilisant la technique récursive.

Vous pouvez utiliser toutes les méthodes qui apparaissent dans le document joint "Memento_Suite_Java.pdf".

Si vous utilisez d'autres méthodes, vous devez donner leur code.

Vous pouvez tester vos solutions grâce à la classe TestSuite.

Attention! Il est interdit d'introduire d'autres méthodes, exceptée les méthodes privées <u>ayant les</u> <u>mêmes paramètres</u> que les méthodes publiques, dans le cas d'une version récursive où il y a des exceptions à gérer.

Méthode : auMoins2EnSuivant (Elt e)

```
/**
* Renvoie true si la suite courante contient au moins 2 occurrences
                   de l'Elt e qui se suivent
          false sinon
* Exemples :
 * this = (1,2,2) alors auMoins2EnSuivant(null) --> IllegalArgumentException
* this = (3,6,6,3,10) alors auMoins2EnSuivant(3) --> false
 * this = (3,9,6,3,3,12,3) alors auMoins2EnSuivant(3) --> true
* this = ()
                         alors auMoins2EnSuivant(4) --> false
* this = (3,8,2,6,3,3)
                          alors auMoins2EnSuivant(3) --> true
* this = (8,3,6,3,4,3)
                          alors auMoins2EnSuivant(3) --> false
* this = (8,3,3,3,4,5)
                          alors auMoins2EnSuivant(3) --> true
* this = (3)
                          alors auMoins2EnSuivant(3) --> false
* @param Elt e
 * @return true si la suite courante contient au moins 2 occurrences de e qui
               se suivent
          false sinon
* @throw IllegalArgumentException en cas de paramètre invalide
**/
```

```
74
 75
          /* Renvoie true si la suite courante contient au moins 2 occurences de l'Elt e
          qui se suivent
 76
           *
                     false sinon
           * Exemples :
 77
           * -----
 78
           * this = (1,2,2)
 79
                                     alors auMoins2EnSuivant(null) -->
           IllegalArgumentException
           * this = (3,6,6,3,10)
                                   alors auMoins2EnSuivant(3)
 80
                                                                    --> false
 81
           * this = (3, 9, 6, 3, 3, 12, 3) alors auMoins2EnSuivant(3)
                                                                    --> true
           * this = ()
 82
                                     alors auMoins2EnSuivant(4)
                                                                    --> false
           * this = (3,8,2,6,3,3)
 83
                                     alors auMoins2EnSuivant(3)
                                                                    --> true
           * this = (8,3,6,3,4,3)
                                     alors auMoins2EnSuivant(3)
 84
                                                                    --> false
 85
           * this = (8,3,3,3,4,5)
                                    alors auMoins2EnSuivant(3)
                                                                    --> true
           * this = (3)
 86
                                     alors auMoins2EnSuivant(3)
                                                                    --> false
           * @param Elt e
 87
           * @return true si la suite courante contient au moins 2 occurences de e qui se
 88
           suivent
 89
                     false sinon
 90
           * @throw IllegalArgumentException en cas de paramètre invalide
 91
 92
 93
          public boolean auMoins2EnSuivant(Elt e) {
 94
              if (e==null)
 95
                  throw new IllegalArgumentException("e est null");
 96
              return auMoins2EnSuivantBis(e) ;
 97
          }
 98
 99
          private boolean auMoins2EnSuivantBis(Elt e) {
100
              if (this.estVide())
101
                  return false ;
102
              if (this.corps().estVide())
103
                  return false ;
104
              if (this.tete().equals(e)&&this.corps().tete().equals(e))
105
                  return true ;
106
              return this.corps().auMoins2EnSuivantBis(e);
107
          }
108
109
          public boolean auMoins2EnSuivantIt(Elt e) {
110
              if (e == null)
111
                  throw new IllegalArgumentException("e est null");
112
              Iterator<Elt> it = this.iterator() ;
113
              Elt prec = null ;
114
              while (it.hasNext()) {
115
                  Elt suiv = it.next() ;
116
                  if (suiv.equals(prec)&&suiv.equals(e))
117
                      return true ;
118
                  prec = suiv ;
119
              }
120
              return false ;
121
          }
122
123
          public boolean auMoins2EnSuivantIt2(Elt e) {
              if (e == null)
124
125
                  throw new IllegalArgumentException("e est null");
126
              Elt prec = null ;
127
              for (Elt suiv:this) {
128
                  if (suiv.equals(prec)&&suiv.equals(e))
129
                      return true ;
130
                  prec = suiv ;
131
              }
132
              return false ;
133
          }
134
135
      }
136
```

137