

NOM :

Juin 2022

PRÉNOM :

BLOC :



## **Examen de Mathématiques 1 :**

1<sup>ère</sup> année Bachelier en Informatique de Gestion

### **BINV1090 – Mathématiques 1**

Date : 1 juin 2022

Durée de l'examen : 3 heures

Nombre de questions : 6

1. **Sauf avis contraire, toute réponse doit être justifiée.**
2. Si vous n'écrivez pas proprement et lisiblement, votre réponse recevra un zéro.
3. Écrire au crayon est autorisé si le point 2 ci-dessus est respecté.
4. Vous pouvez avoir à votre disposition 10 feuilles recto/verso respectant les conditions suivantes : vos nom et prénom doivent être indiqués, les feuilles doivent être manuscrites, reliées sur toute la longueur de manière à ne pas pouvoir en détacher sans l'arracher et le contenu ne fait pas l'objet de miniaturisation.
5. Pour les questions sur machine, vous devez travailler **sur le U** : . En effet, si vous travaillez ailleurs vos fichiers seront perdus.
6. Les points communiqués en regard des questions sont indicatifs. Des lacunes graves entraîneront l'échec au présent examen.
7. **Mettez vos noms et prénoms au début de chaque question !**

Question 1	/10
Question 2	/10
Question 3	/10
Question 4	/15
Question 5	/15
Question 6	/20
<b>TOTAL</b>	<b>/80</b>

**Question 1 (10 pts)**

- 1) Sur l'île de Puro-Pira, il n'y a que 2 types d'habitants : les Purs qui ne disent que des propositions vraies et les Pires qui ne disent que des propositions fausses.

Vous croisez 3 habitants A, B et C :

- A dit « nous ne sommes pas tous des Purs »
- B dit « il y a exactement deux Pires parmi nous si et seulement si j'en suis un »
- C dit « nous sommes tous des Pires »

De quel type sont A, B et C ? **Justifiez !**

- 2) Parmi les formules ci-dessous, lesquelles sont équivalentes. **Justifiez !**

- $a \oplus b$
- $(a \wedge b) \wedge (\neg a \vee \neg b)$
- $(a \vee \neg b) \Rightarrow (a \wedge \neg b)$

## Question 2 (10 pts)

Dans l'univers des pays et des serpents, on considère les prédicats suivants :

- $p(x)$  signifie x est un pays
- $s(x)$  signifie x est un serpent
- $vi(x,y)$  signifie x vit en y
- $m(x)$  signifie x est mortel

On considère aussi les constantes V désignant la vipère et B comme désignant la Belgique.

- a) Codez la phrase « La Belgique est un pays où ne vit qu'un seul serpent mortel : la vipère » ;

- b) Décodez, de la manière la plus élégante possible, la formule suivante :

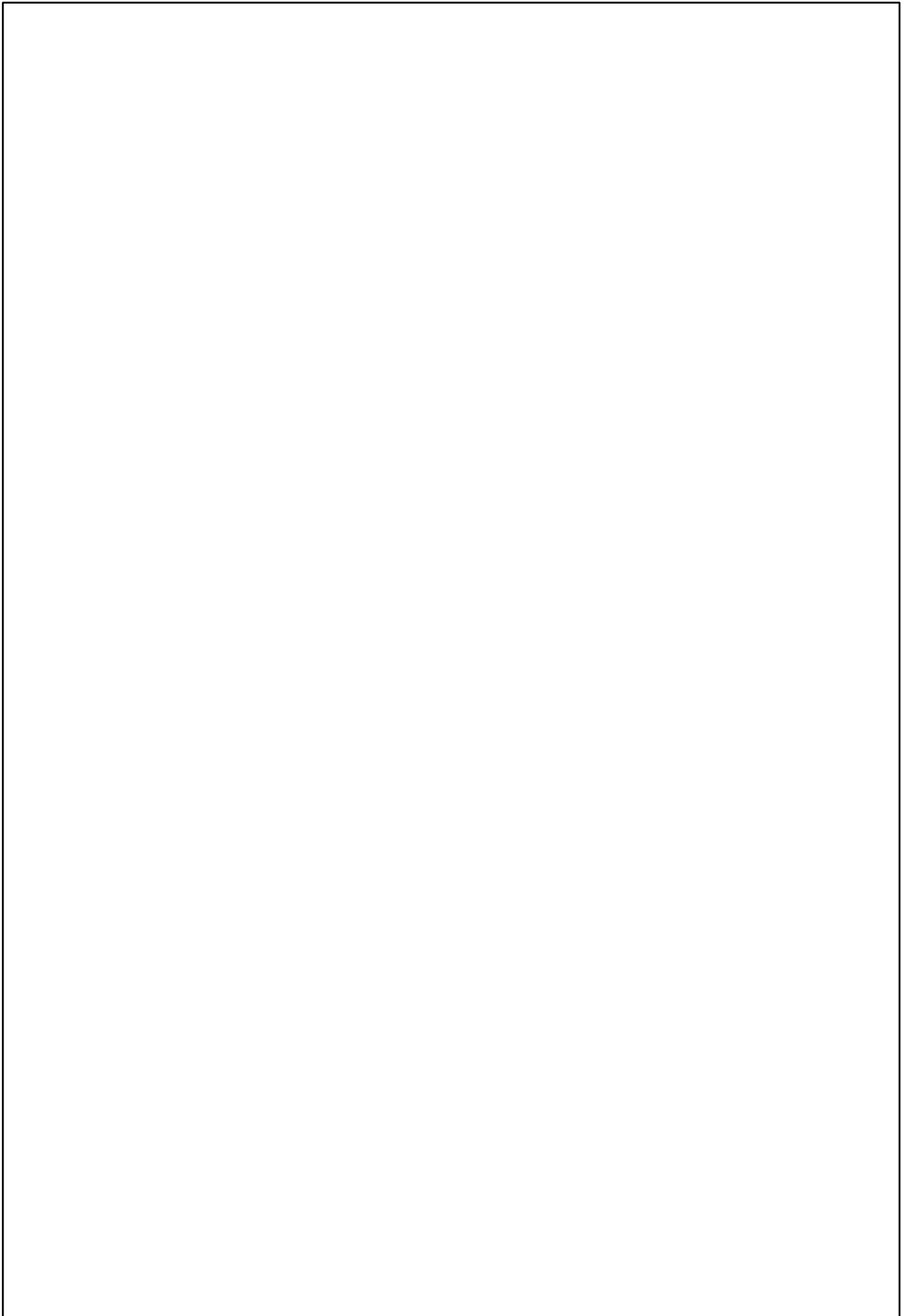
$$s(V) \wedge m(V) \wedge \forall x [(p(x) \wedge vi(x, V)) \Rightarrow (\forall y (s(y) \wedge m(y) \wedge (y \neq V)) \Rightarrow \neg vi(y, x))]$$

**Question 3 (10 pts)**

Démontrez par récurrence que

$$9 + 9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^2 + \dots + 9 \cdot 10^{n-1} = 10^n - 1$$

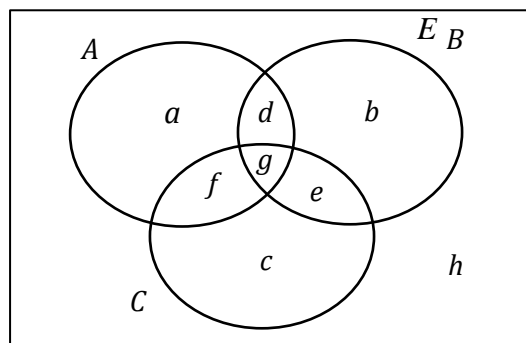
Pour tout naturel  $n \geq 1$ .





#### Question 4 (15 pts)

Soient  $A, B, C$  des sous-ensembles d'un Univers  $E$ . Sur le diagramme de Venn ci-contre, les minuscules  $a, b, c, \dots, h$  désignent les cardinaux des zones correspondantes.



a) Commencez par traduire chacune des 5 affirmations suivantes par une information concernant les entiers  $a, b, c, \dots$

1°  $A \cap C \neq \emptyset$

2°  $|C - (A \cup B)| = |P(A \cap (C \cap \bar{B}))|$

3°  $A \oplus B = \overline{E - (A \cap C)}$

4°  $|P(\emptyset)| + 1 \leq |P((A \oplus B) \oplus (\bar{B} \oplus C))| \leq |P(P(\emptyset) \cup \{\emptyset, 1\})|$

5°  $(B \cap C) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}) \not\subseteq (C - A) \cup B$

**Réponse.** Traduction des informations 1° à 5° : (Vous ne devez pas justifier)

1° :

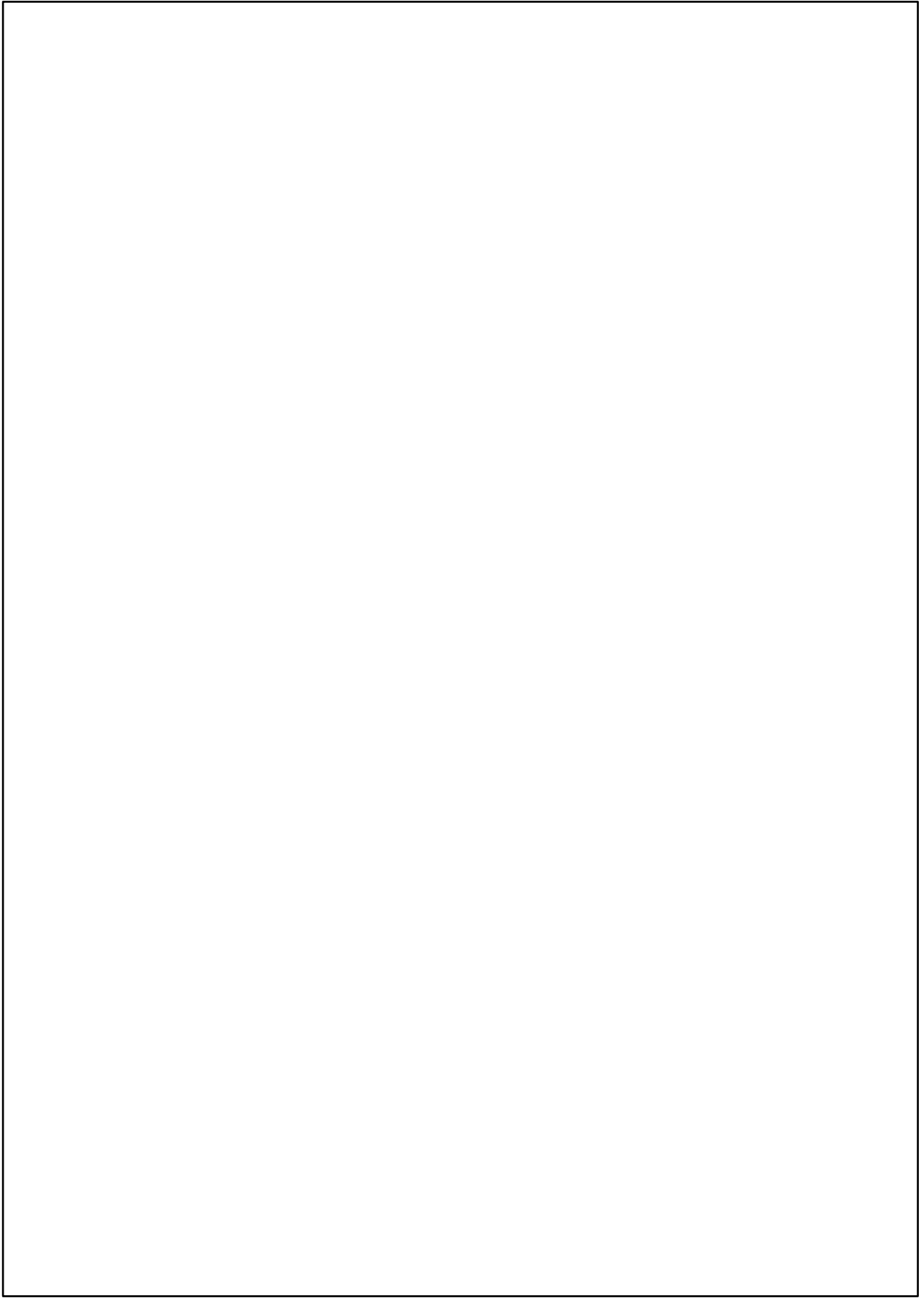
2° :

3° :

4° :

5° :

b) En supposant vraies les 5 informations du point a), donnez  $|C|$ . Justifiez votre réponse !





### Question 5 (15 pts)

La méthode de Héron est une méthode efficace d'extraction de racine carrée. Elle recherche la racine positive de la fonction  $f(x) = x^2 - a$ , avec  $a$  positif.

La formule de récurrence de Héron est :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2}$$

Si  $x_0 > 0$ , la suite converge vers  $\sqrt{a}$

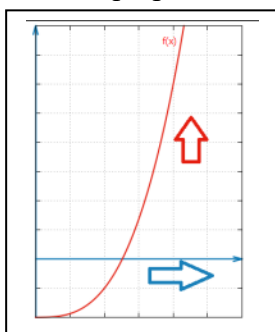
En Excel, calculez les 7 premières approximations de la méthode de Héron et de la méthode de Newton (vue au cours) appliquée sur l'intervalle  $[1, a]$ .

Que constatez-vous ? Tirez vos conclusions.

Complétez la feuille Excel *Newton\_Heron*.

#### Remarques :

- La valeur choisie du réel dont on veut connaître la racine est 10, mais cette valeur peut être modifiée par n'importe quel réel strictement positif.
- L'approximation initiale choisie pour Héron est 1. Mais cette valeur peut être modifiée par n'importe quel réel strictement positif. Observez ce qui se passe si vous modifiez cette valeur !
- Pour Newton, vous pouvez entrer directement l'approximation initiale. Déduisez-la en observant le graphique suivant qui présente l'allure de la fonction  $f(x) = x^2 - a$



- $f'(x) = 2x$
- Pour toute éventuelle colonne ajoutée, n'oubliez pas de lui donner un titre.
- Toute valeur éventuelle provenant d'un calcul isolé doit aussi être décrite.

#### Rappel :

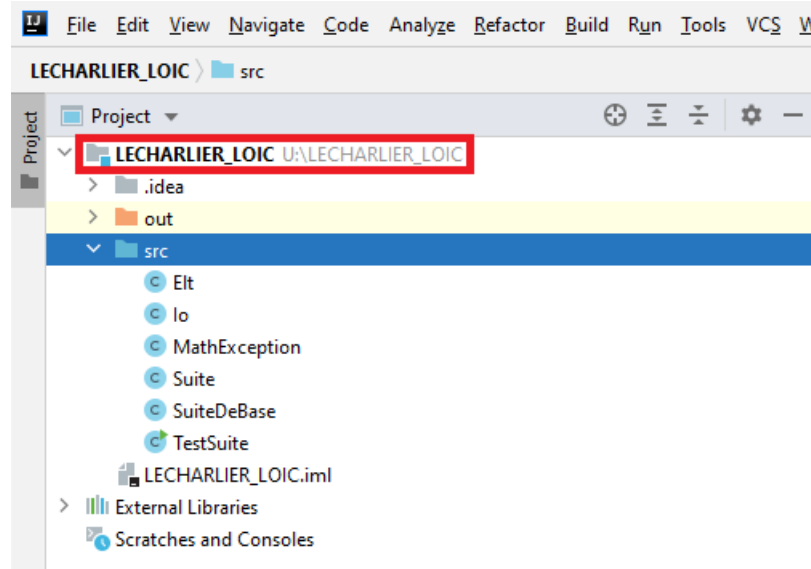
- La formule de récurrence de Newton est :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

## Question 6 (20 pts)

On vous demande de compléter 2 méthodes de la classe `Suite`, « héritant » de la classe `SuiteDeBase`. Pour ce faire

- 1) Ouvrez IntelliJ
- 2) Créez, **sur le U :**, un projet `NOM_PRENOM` (avec vos nom et prénom !)
- 3) Les classes données se trouvent dans le répertoire « Classes Java ». Faites un copier-coller de celles-ci dans le répertoire « src » de votre projet IntelliJ. Voici ce que vous devriez obtenir :



On vous demande de programmer **au moins une des deux méthodes** ci-dessous en utilisant la technique **récursive**.

Vous pouvez utiliser toutes les méthodes qui apparaissent dans le document joint "Memento\_Suite\_Java.pdf".

Si vous utilisez d'autres méthodes, vous devez donner leur code.

Vous pouvez tester vos solutions grâce à la classe `TestSuite`.

### Méthode 1 : `sommeDesPlusGrandsQue(int x)`

```
/* Renvoie la somme des éléments de la suite plus grands ou égaux à x
 * Exemples :
 * -----
 * this = (3,9,6,3,10) et x=9  alors
 *                               sommeDesPlusGrandsQue(x) --> 19 = 9+10
 * this = (4,9,2,12,6) et x=5  alors
 *                               sommeDesPlusGrandsQue(x) --> 27 =9+12+6
 * this = ()                  et x=-1 alors sommeDesPlusGrandsQue(x) --> 0
 * this = (11,3,9)           et x=12 alors sommeDesPlusGrandsQue(x) --> 0
 *
 * @param int x : minimum des nombres à sommer
 * @return la somme des éléments de la suite plus grands ou égaux à x
 */
```

## Méthode 2 : contientAuMoinsNElements(int n)

```
/* Renvoie true si la suite contient au moins n éléments et false sinon
 * Exemples :
 * -----
 * this = (3,7,5,12,2) et n=4  alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> true
 * this = (3,7,5,12,2) et n=5  alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> true
 * this = (3,7,5,12,2) et n=6  alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> false
 * this = ()                  et n=1  alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> false
 * this = ()                  et n=0  alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> true
 * this = (3,7,5,12,2) et n=-1 alors
 *                                contientAuMoinsNElements(n) --> IllegalArgumentException
 *
 * @param int n : nombre minimal d'éléments
 * @return true  si la suite à au moins n éléments
 *         false sinon
 * @throw IllegalArgumentException si n<0
 */
```

**//POUR CETTE MÉTHODE, IL EST INTERDIT D'UTILISER LA MÉTHODE longueur OU  
//TOUT AUTRE MÉTHODE CALCULANT LA LONGUEUR DE LA SUITE !!!**

## **BROUILLON**

## **BROUILLON**

## BROUILLON

## BROUILLON