NOM :

PRÉNOM :

BLOC :

Juin 2022

Haute École Léonard de Vinci
Sciences et Techniques
Informatique de gestion *Paul Lambin*

Examen de Mathématiques 2 :

1ère année Bachelier en Informatique de Gestion

BINV1100 – Mathématiques 2

Date : 15 juin 2022

Durée de l'examen : 3 heures

Nombre de questions : 6

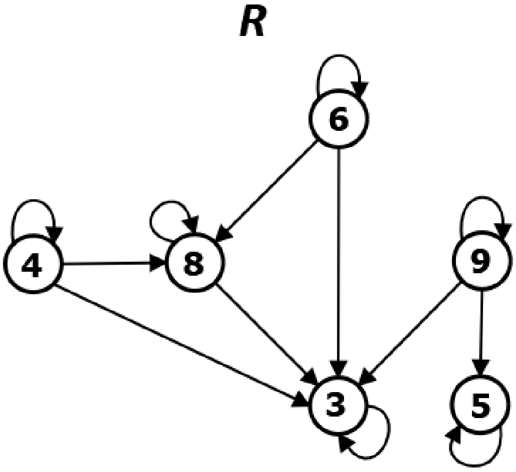
1. **Sauf avis contraire, toute réponse doit être justifiée.**
2. Si vous n'écrivez pas proprement et lisiblement, votre réponse recevra un zéro.
3. Écrire au crayon est autorisé si le point 2 ci-dessus est respecté.
4. Vous pouvez avoir à votre disposition 10 feuilles recto/verso respectant les conditions suivantes : vos nom et prénom doivent être indiqués, les feuilles doivent être manuscrites, reliées sur toute la longueur de manière à ne pas pouvoir en détacher sans l'arracher et le contenu ne fait pas l'objet de miniaturisation.
5. Pour les questions sur machine, vous devez travailler **sur le U :** . En effet, si vous travaillez ailleurs vos fichiers seront perdus.
6. Les points communiqués en regard des questions sont indicatifs. Des lacunes graves entraîneront l'échec au présent examen.
7. **Mettez vos noms et prénoms au début de chaque question !**

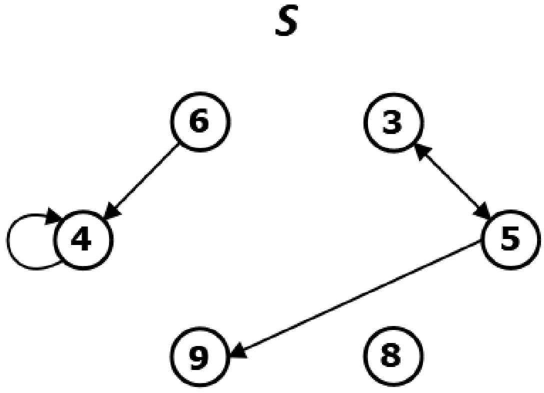
Question 1	**/15**
Question 2	**/10**
Question 3	**/15**
Question 4	**/15**
Question 5	**/10**
Question 6	**/15**
TOTAL	**/80**

PARTIE I : SUR PAPIER

Question 1 (15 pts)

Soit les relations R et S, ci-dessous, sur l'ensemble $E = \{3,4,5,6,8,9\}$.





1) a) Donnez le domaine et l'image de la relation S.

b) La relation S est-elle transitive ? Justifiez.

c) Donnez le digraphe de $R \circ S$.

2) La relation R est une relation d'ordre.

a) Donnez son diagramme de Hasse.

b) Donnez l'ensemble des majorants de $B = \{4,9\}$

c) Donnez un tri topologique de R

Question 2 (10 pts)

Résolvez le système suivant en utilisant la méthode de Gauss.

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + 2x_4 + \frac{1}{3} & = & x_1 - \frac{4}{3}x_3 \\ \frac{1}{2}x_1 - 2x_2 + 5x_4 - 4 & = & x_3 - \frac{1}{2}x_1 + 3 \\ x_1 - 3x_3 - 5 & = & 2x_2 - 3x_4 + 6 \\ \frac{1}{10}x_2 + \frac{1}{5}x_3 + \frac{2}{5}x_4 & = & \frac{3}{5} - \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 - x_4 \end{cases}$$

Question 3 (15 pts)

Pendant le blocus, un étudiant est susceptible de changer d'activité toutes les 5 minutes :

- Après 5 minutes d'études, il a une chance sur 4 de commencer à consulter ses réseaux sociaux mais aussi une chance sur 8 de se mettre à regarder la télé et une chance sur 8 de se mettre à jouer à de jeux vidéo. Sinon il continue d'étudier.
- Après avoir consulter ses réseaux, il a alors une chance sur deux de recommencer à étudier et une chance sur deux de poursuivre sa consultation.
- S'il a regardé la télé il a une chance sur 8 de se remettre à étudier après 5 minutes et 3 chances sur 8 de finir par consulter ses réseaux sociaux. Sinon, il continue de regarder la télé.
- S'il a joué à des jeux vidéo, il a une chance sur 8 de se remettre à étudier après 5 minutes et 3 chances sur 8 de finir par consulter ses réseaux sociaux. Sinon, il continue à jouer à des jeux vidéo.

1. Dessinez le graphe du processus de Markov associé.

2. Donnez la matrice de transition du processus

3. Donnez les classes de communication, la période de chaque classe et la nature de chaque état.

4. Le processus admet-il une distribution stable ? Est-elle unique ? **Justifiez sans la calculer !**

5. Décrivez (équation & brève explication) les deux méthodes permettant de trouver une distribution stable du processus si elle existe.

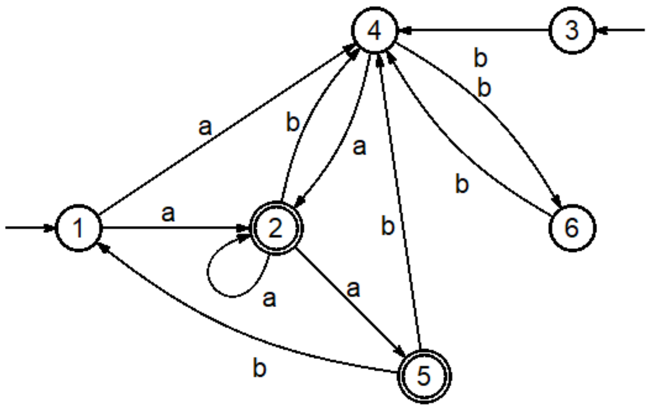
Question 4 (15 pts)

1) a) Soit L le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, formé de tous les mots comportant au minimum 2 lettres, comprenant un nombre impair de b et dans lesquels il n'y a jamais deux a consécutifs. Donnez une grammaire régulière engendrant ce langage. Précisez bien à quel « état » correspond chaque symbole non terminal !

b) Soit L le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, formé de tous les mots commençant par b ou c et dans lesquels au moins une des lettres ne s'y trouvent pas. Donnez un automate de Moore reconnaissant ce langage. Précisez bien à quel mot correspond chaque état !

2) Soit L le langage défini sur $\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$ reconnu par le NDFA M.

M

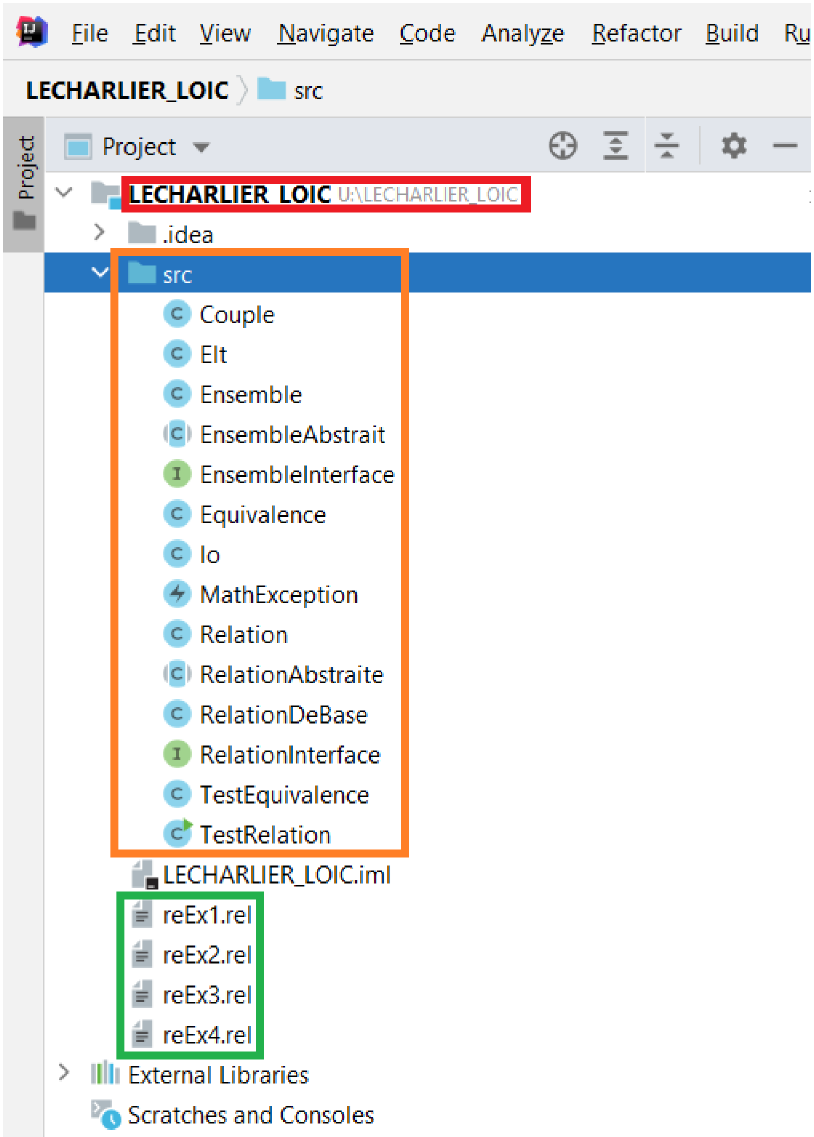


Utilisez la subset construction afin d'obtenir un automate de Moore reconnaissant le langage L :

PARTIE II : IMPLÉMENTATION

Dans cette partie nous allons vous demandez d'implémenter des méthodes dans plusieurs classes classes Java.
Pour ce faire :

1) Ouvrez IntelliJ
2) Créez, **sur le U :**, un projet NOM_PRENOM (**avec vos nom et prénom** !)
3) Les classes données se trouvent dans le répertoire « Classes Java ». Faites un copier-coller de celles-ci dans le répertoire « src » de votre projet IntelliJ. Voici ce que vous devriez obtenir :



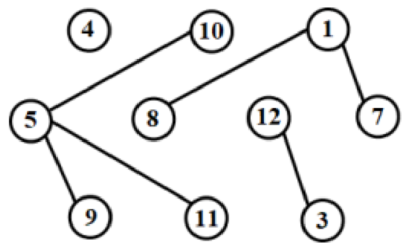
4) Les fichiers .rel nécessaires aux tests doivent être placés à la racine du projet comme sur l'image ci-dessous.

Les questions 5 et 6 ci-après vous expliquerons ce que vous devez implémenter.

Question 5 (10 pts)

Les instances de la classe *Equivalence* sont des relations d'équivalence sur une partie de l'univers. La partie de l'univers sur laquelle est définie la relation d'équivalence est stockée dans un *EnsembleAbstrait* (sousJac).
On a choisi de représenter une équivalence en choisissant pour chaque classe un représentant. Afin de réaliser cela, la classe Equivalence garde un tableau d'*Elt* (tabRep) dans lequel on stocke à l'indice correspondant à l'*Elt* le représentant de sa classe.

Exemple :
Soit ~ une relation d'équivalence sur {1,3,4,5,7,8,9,10,11,12}.



Cette relation ~ a 4 classes d'équivalence : {4}, {5,9,10,11}, {1,7,8} et {3,12}
On choisit un représentant par classe.
Par exemple : {**<u>4</u>**}, {5,**<u>9</u>**,10,11}, {1,**<u>7</u>**,8} et {**<u>3</u>**,12}

sousJac = {1,3,4,5,7,8,9,10,11,12}
tabRep =

\	7	\	3	4	9	\	7	7	9	9	9	3	\		\
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	…	MAX

Remarque :
Le contenu de la table dépend du choix des représentants
Si, dans l'exemple : {**<u>4</u>**}, {**<u>5</u>**,9,10,11}, {**<u>1</u>**,7,8} et {**<u>3</u>**,12}

sousJac = {1,3,4,5,7,8,9,10,11,12}
tabRep =

\	1	\	3	4	5	\	1	1	5	5	5	3	\		\
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	…	MAX

Dans la classe *Equivalence*, complétez le constructeur qui reçoit en paramètre une table avec les classes d'équivalence.

Testez-le avec la classe *TestEquivalence*.

Question 6 (15 pts)

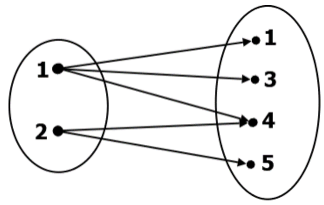
On vous demande d'implémenter la somme disjointe de deux ensembles.
Si A et B sont deux ensembles alors leur somme disjointe, notée $A + B$, est

$$A + B = \{(1, a) \mid a \in A\} \cup \{(2, b) \mid b \in B\}$$

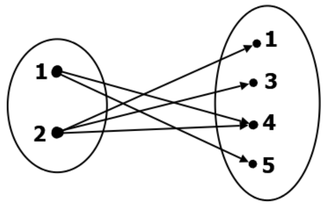
Autrement dit, la somme disjointe de A et B est une relation qui associe 1 à tous les éléments de A et 2 à tous les éléments de B.

Exemples :

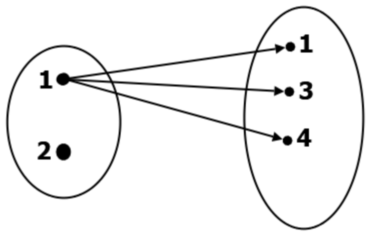
1) Si $A = \{1,3,4\}$ et $B = \{4,5\}$, alors $A + B = \{(1,1), (1,3), (1,4), (2,4), (2,5)\}$.
   Voici une représentation sagittale de la relation obtenue :



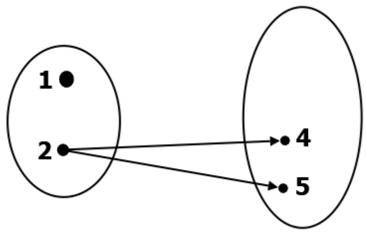
2) Si $A = \{4,5\}$ et $B = \{1,3,4\}$, alors $A + B = \{(1,4), (1,5), (2,1), (2,3), (2,4)\}$.
   Voici une représentation sagittale de la relation obtenue



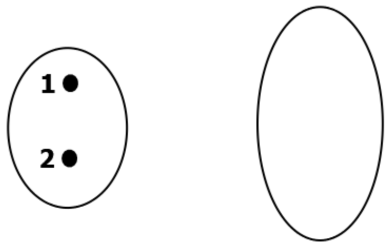
3) Si $A = \{1,3,4\}$ et $B = \{\,\}$, alors $A + B = \{(1,1), (1,3), (1,4)\}$.
   Voici une représentation sagittale de la relation obtenue



4) Si $A = \{\,\}$ et $B = \{4,5\}$, alors $A + B = \{(2,4), (2,5)\}$.
   Voici une représentation sagittale de la relation obtenue



5) Si $A = \{\,\}$ et $B = \{\,\}$, alors $A + B = \{\,\}$.
   Voici une représentation sagittale de la relation obtenue



On vous demande de compléter la méthode `sommeDisjointe` de la classe `EnsembleAbstrait`.

Attention ! Pour cette question, les ensembles sont `Iterable` car `EnsembleInterface` hérite de `Iterable<Elt>`.De plus vous avez accès à la classe Ensemble qui implémente toutes les méthodes de `EnsembleInterface` et de `EnsembleAbstrait`.

Vous trouverez toute la documentation sur les implémentations des ensembles et des relations dans le document Ensembles_Relations_Implementations.pdf qui reprend toutes les méthodes à votre disposition.

Enfin, la classe `TestRelation` est à votre disposition pour tester votre méthode.

Méthode `sommeDisjointe(EnsembleAbstrait a)`

```
/* Renvoie une Relation représentant this + a
 *
 * @parameter a : l'ensemble à "sommer" avec this.
 * @return une Relation représentant la somme disjointe de this et a
 * @throws IllegalArgumentException en cas de paramètre invalide
 **/
```

BROUILLON

BROUILLON

BROUILLON

BROUILLON