

NOM :

Janvier 2023

PRÉNOM :

BLOC :



Examen de Mathématiques 1 :

1^{ère} année Bachelier en Informatique de Gestion

BINV1090 – Mathématiques 1

Date : 17 janvier 2023

Durée de l'examen : 2 heures

Nombre de questions : 5

1. **Sauf avis contraire, toute réponse doit être justifiée.**
2. Si vous n'écrivez pas proprement et lisiblement, votre réponse recevra un zéro.
3. Écrire au crayon est autorisé si le point 2 ci-dessus est respecté.
4. Vous pouvez avoir à votre disposition 10 feuilles recto/verso respectant les conditions suivantes : vos nom et prénom doivent être indiqués, les feuilles doivent être manuscrites, reliées sur toute la longueur de manière à ne pas pouvoir en détacher sans l'arracher et le contenu ne fait pas l'objet de miniaturisation.
5. Pour les questions sur machine, vous devez travailler **sur le U** : . En effet, si vous travaillez ailleurs vos fichiers seront perdus.
6. Les points communiqués en regard des questions sont indicatifs. Des lacunes graves entraîneront l'échec au présent examen.
7. **Mettez vos noms et prénoms au début de chaque question !**

Question 1	/10
Question 2	/10
Question 3	/10
Question 4	/10
Question 5	/10
TOTAL	/50

Question 1 (10 pts)

a) Dans l'univers des habitations unifamiliales, on dispose des prédicats suivants :

- $jardin(x)$: x possède un jardin ;
- $mêmeRue(x,y)$: x et y sont dans la même rue.

À l'aide de ceux-ci, traduisez la phrase suivante sous forme d'une expression mathématique :

« Il existe au minimum trois habitations avec jardin qui sont dans des rues différentes les unes des autres. »

$\exists x \exists y \exists z [jardin(x) \wedge jardin(y) \wedge jardin(z) \wedge \neg mêmeRue(x,y) \wedge \neg mêmeRue(x,z) \wedge \neg mêmeRue(y,z)]$

b) Corriger la table de vérité ci-dessous pour qu'elle soit complète, correcte et cohérente. **Vous devez indiquer les corrections directement dans le tableau ci-dessous (barrer chaque valeur fausse et indiquer la valeur correcte) !**

p	q	r	$p \vee q$	$p \wedge r$	$\neg((p \vee q) \wedge (p \wedge r))$	$(r \Rightarrow (q \vee p)) \wedge q$
0	0	0	0	0	1	0
0	1	0 1	1	0	1	1
1	1	0	1	1 0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0 1	0
1	1	1	0 1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0 1	1	0	1	0 1

Question 2 (10 pts)

Démontrez par récurrence que

$$4 + 7 + 10 + \dots + (3n + 1) = \frac{3n^2 + 5n}{2}$$

pour tout naturel $n > 0$.

1) Pas Initial : $n = 1$: $\left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 1 + 1 = 4 \\ \frac{3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{array} \right.$ OK

2) Pas de récurrence :

a. Hypothèse : Pour $n = k$ fixé : $4 + 7 + 10 + \dots + (3k + 1) = \frac{3k^2 + 5k}{2}$

b. Thèse : Pour $n = k + 1$ fixé : $4 + 7 + 10 + \dots + (3(k + 1) + 1) = \frac{3(k+1)^2 + 5(k+1)}{2}$

c. Démonstration :

$$\begin{aligned} 4 + 7 + 10 + \dots + (3(k + 1) + 1) &= ? \frac{3(k + 1)^2 + 5(k + 1)}{2} \\ 4 + 7 + 10 + \dots + (3k + 1) + (3(k + 1) + 1) &= ? \frac{3(k^2 + 2k + 1) + 5k + 5}{2} \\ \frac{3k^2 + 5k}{2} + (3(k + 1) + 1) &= ? \frac{3k^2 + 6k + 3 + 5k + 5}{2} \\ \frac{3k^2 + 5k}{2} + 3k + 3 + 1 &= ? \frac{3k^2 + 11k + 8}{2} \\ \frac{3k^2 + 5k}{2} + 3k + 4 &= ? \frac{3k^2 + 11k + 8}{2} \\ \frac{3k^2 + 5k + 6k + 8}{2} &= ? \frac{3k^2 + 11k + 8}{2} \\ \frac{3k^2 + 11k + 8}{2} &= \frac{3k^2 + 11k + 8}{2} \\ &\text{OK} \end{aligned}$$

Question 3 (10 pts)

1) Soient les ensembles $A = \{4, \{2,1\}, 2, \{3,2\} \oplus \{1,2,4\}\}$ et $B = \{1, \{2,4\}, \{1,2\}\} \cap P(\{1,4,2\})$

a) Que vaut $|A|$?

$$|A| = 4$$

b) Donnez B et $B \cup A$ en extension

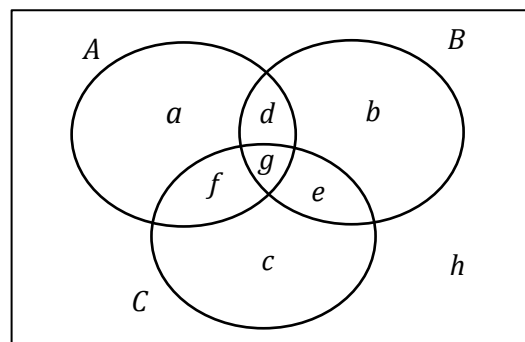
$$B = \{\{2,4\}, \{1,2\}\}$$

$$B \cup A = \{4, \{2,1\}, 2, \{3,1,4\}, \{2,4\}\}$$

c) Donnez un ensemble C tel que $C \cap A = C$ et $C \in B$

$$C = \{2,4\}$$

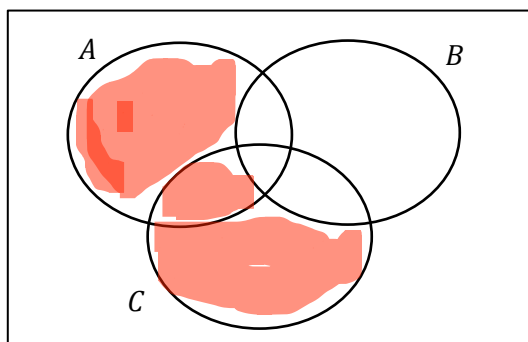
2) Soient A, B, C des sous-ensembles d'un Univers E . Sur le diagramme de Venn ci-contre, les minuscules a, b, c, \dots, h désignent les cardinaux des zones correspondantes. Pour chaque affirmation ci-dessous, commencez par hachurer la zone correspondante des ensembles de mandés sur le diagramme de Venn et, ensuite, dites ce qu'on peut dire à propos des cardinaux a, b, c, \dots, h si l'affirmation est vraie.



E

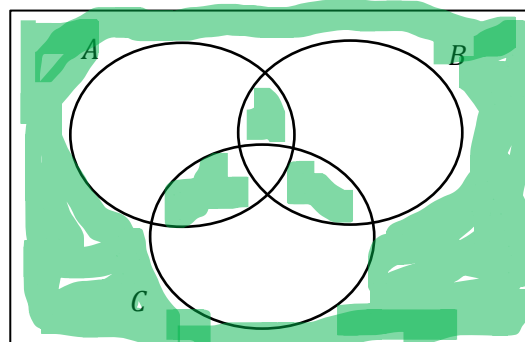
a) $|(C \cup A) - B| < |\overline{A \oplus B \oplus C}|$

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à $(C \cup A) - B$



E

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à $\overline{A \oplus B \oplus C}$



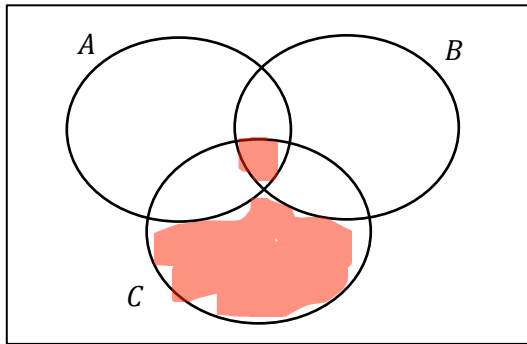
E

Interprétation de l'affirmation en terme des cardinaux :

$$a + f + c < d + f + e + h \Rightarrow a + c < d + e + h$$

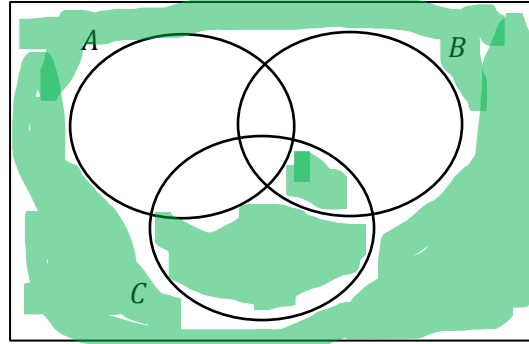
b) $(A \oplus \bar{B}) \cap C = (\overline{B \cup A}) \cup (C - A)$

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à $(A \oplus \bar{B}) \cap C$



E

Sur le diagramme de Venn ci-dessous, hachurez la zone correspondante à $(\overline{B \cup A}) \cup (C - A)$



E

Interprétation de l'affirmation en terme des cardinaux :

$g = 0$ et $h = 0$ et $e = 0$

Question 4 (10 pts)

On vous demande d'utiliser la méthode de la bisection pour trouver une approximation avec 4 décimales exactes de la racine du polynôme $f(x) = -4x^3 - 6x^2 + 1$ se trouvant dans l'intervalle $[-1.5, -1.3]$.

Pour ce faire vous devez utiliser le fichier MethNum.xlsx.

Dans celui-ci vous devez

1. Calculez le nombre d'étapes nécessaires pour atteindre le nombre de décimales exactes demandés.
2. Complétez le tableau déjà présent.

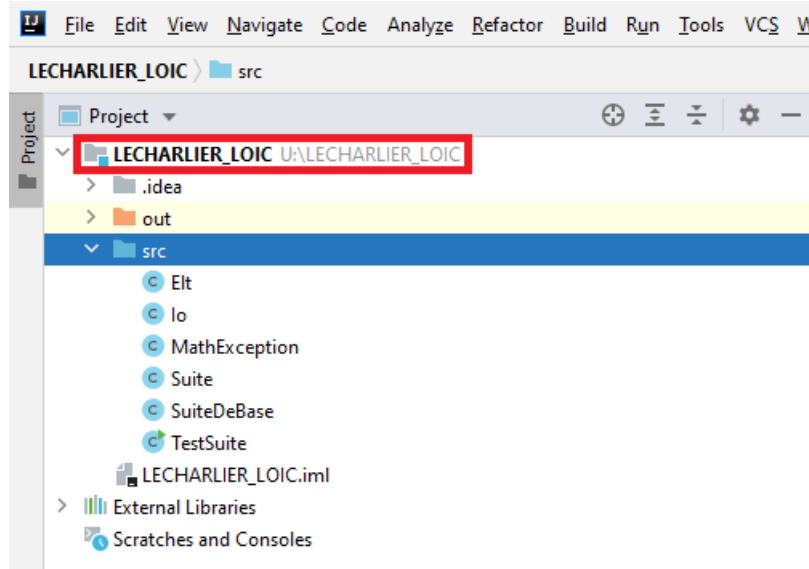
Remarques :

- Vos formules doivent être les plus générique possible (elles doivent fonctionner si on change l'intervalle et/ou le nombre de décimales exactes)
- Dans le tableau, E_n est la borne sur l'erreur absolue à l'étape n .
- Le nombre de lignes du tableau dépend du nombre d'étapes nécessaires pour atteindre le nombre de décimales exactes demandé. Il est donc possible que vous deviez en ajouter ou en supprimer.
- Pour toute éventuelle colonne ajoutée, n'oubliez pas de lui donner un titre.
- Toute valeur éventuelle provenant d'un calcul isolé doit aussi être décrite.

Question 5 (10 pts)

On vous demande de compléter une méthode de la classe `Suite`, « héritant » de la classe `SuiteDeBase`. Pour ce faire

- 1) Ouvrez IntelliJ
- 2) Créez, **sur le U :**, un projet `NOM_PRENOM` (avec vos nom et prénom !)
- 3) Les classes données se trouvent dans le répertoire « Classes Java ». Faites un copier-coller de celles-ci dans le répertoire « src » de votre projet IntelliJ. Voici ce que vous devriez obtenir :



On vous demande de programmer la méthode ci-dessous en utilisant la technique **récursive**.

Vous pouvez utiliser toutes les méthodes qui apparaissent dans le document joint "Memento_Suite_Java.pdf". Si vous utilisez d'autres méthodes, vous devez donner leur code.

Vous pouvez tester vos solutions grâce à la classe `TestSuite`.

Attention ! Il est interdit d'introduire d'autres méthodes, exceptée les méthodes privées ayant les mêmes paramètres que les méthodes publiques, dans le cas d'une version récursive où il y a des exceptions à gérer.

Méthode : `jamaisApres(Elt x, Elt y)`

```
/* Renvoie true si l'Elt x n'est jamais juste après l'Elt y dans la suite
 * courante
 * false sinon
 * Exemples :
 * -----
 * this = (1,2,2)    alors jamaisApres(null,3)    --> IllegalArgumentException
 * this = (1,2,2)    alors jamaisApres(3,null)    --> IllegalArgumentException
 * this = (3,6,4,3,6) alors jamaisApres(3,4)      --> false
 * this = (3,9,3,4,5,7) alors jamaisApres(3,4)    --> true
 * this = ()         alors jamaisApres(3,4)      --> true
 * this = (7,8,4,6,10) alors jamaisApres(3,4)    --> true
 * this = (8,3,6,3,7,3) alors jamaisApres(3,4)   --> true
 * this = (8,3,6,3,7,3) alors jamaisApres(3,3)   --> true
 * this = (8,3,3,7,3) alors jamaisApres(3,3)     --> false
 * this = (8,9,12,4,3) alors jamaisApres(3,4)    --> false
 * this = (3)        alors jamaisApres(3,4)      --> true
 * @param Elt x
 * @param Elt y
 * @return true si l'Elt x n'est jamais après l'Elt y dans la suite courante
 * false sinon
```

```
* @throw IllegalArgumentException en cas de paramètre invalide  
*/
```


BROUILLON

BROUILLON

BROUILLON

BROUILLON