

# Математическое моделирование

## Лабораторная работа № 1

---

Хамди Мохаммад

2026-02-19

# Содержание (i)

Вводная часть

Теория: модель

Эксперимент: базовый

Эксперимент: параметрическое исследование

Итоги

# 1. Вводная часть



## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста  $\alpha$  с помощью параметрического анализа

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста  $\alpha$  с помощью параметрического анализа
- Оценить:

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста  $\alpha$  с помощью параметрического анализа
- Оценить:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста  $\alpha$  с помощью параметрического анализа
- Оценить:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$

## Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста  $\alpha$  с помощью параметрического анализа
- Оценить:
  - ▶ характер изменения функции  $u(t)$
  - ▶ зависимость времени удвоения  $T_2$
  - ▶ особенности вычислительного процесса

## Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста

## Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание

## Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Выполнить вычислительный эксперимент при различных значениях  $\alpha$

## Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Выполнить вычислительный эксперимент при различных значениях  $\alpha$
- Представить результаты в графической форме

## 2. Теория: модель



Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- $u$  — моделируемая величина (численность, капитал и др.)

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- $u$  – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- $t$  – время

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- $u$  — моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- $t$  — время
- $\alpha$  — коэффициент роста

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- $u$  – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- $t$  – время
- $\alpha$  – коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  – увеличение

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- $u$  – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- $t$  – время
- $\alpha$  – коэффициент роста
  - ▶  $\alpha > 0$  – увеличение
  - ▶  $\alpha < 0$  – убывание

Общее решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- увеличение  $\alpha$  приводит к ускорению роста

Общее решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

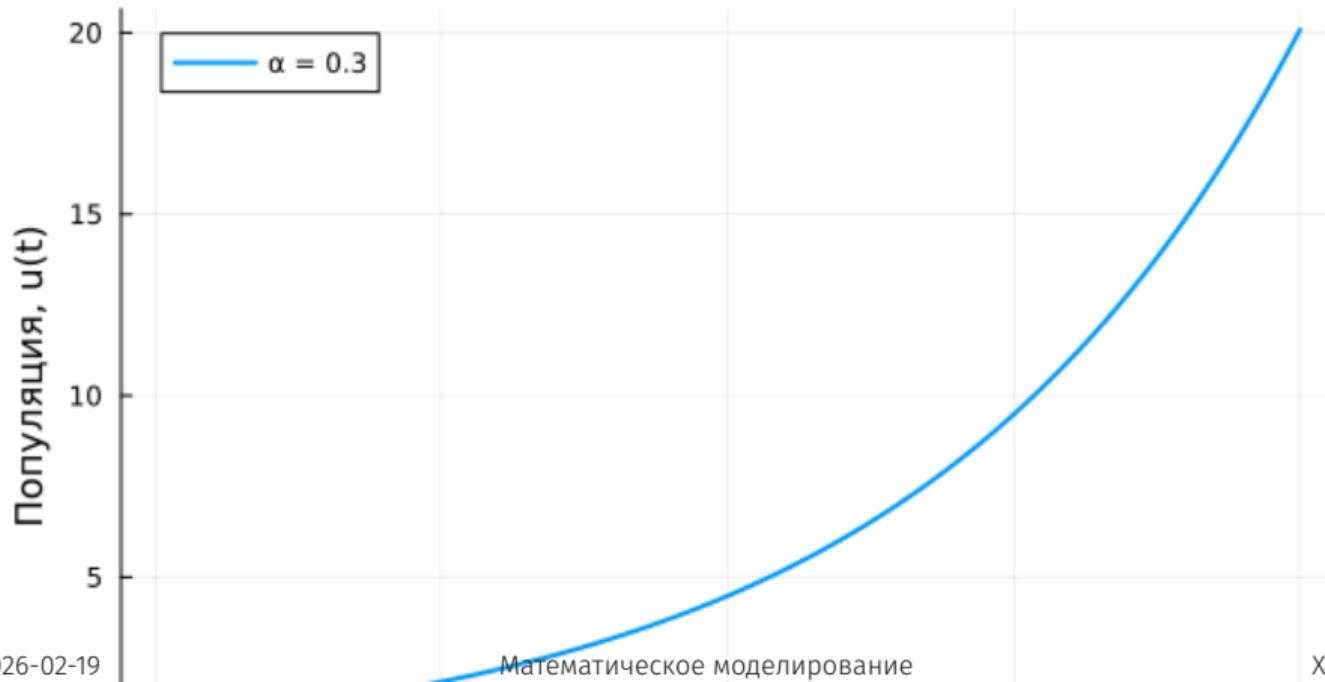
- увеличение  $\alpha$  приводит к ускорению роста
- время удвоения становится меньше при возрастании  $\alpha$

### 3. Эксперимент: базовый



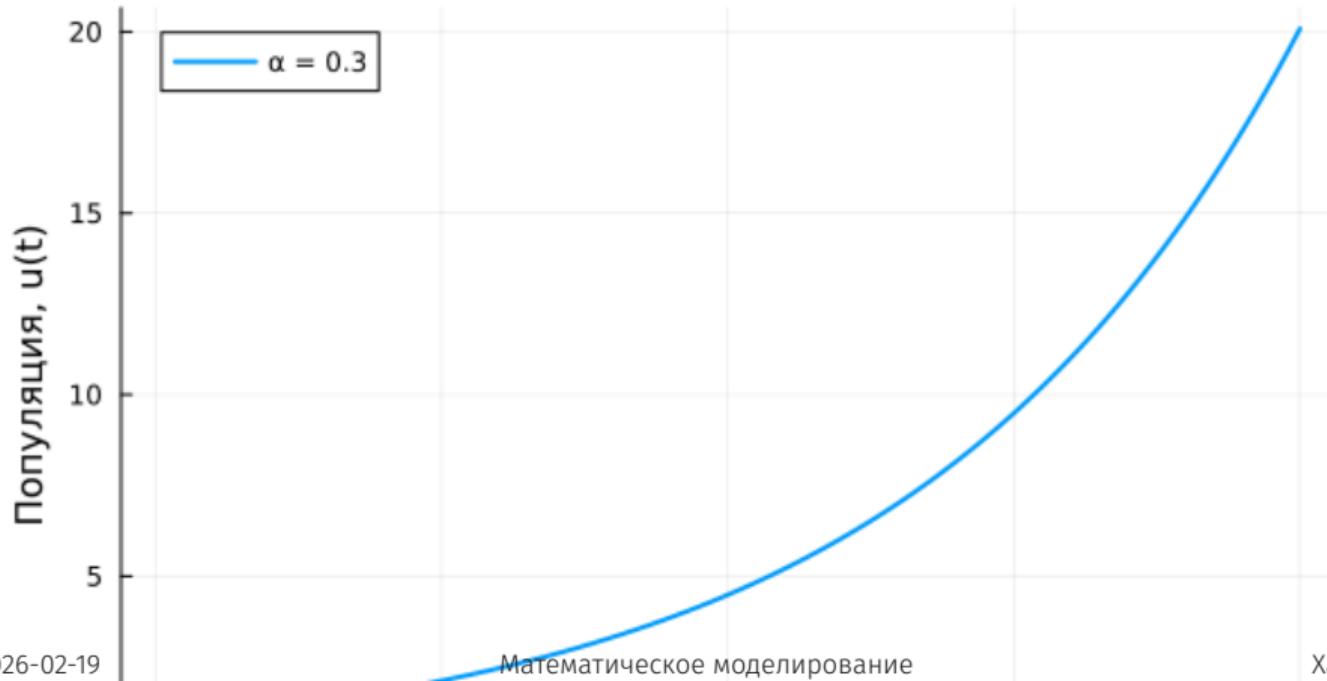
- Проанализировано поведение функции  $u(t)$  на фиксированном промежутке времени

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



- Проанализировано поведение функции  $u(t)$  на фиксированном промежутке времени
- Наблюдается характерное ускорение роста

### Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



## 4. Эксперимент: параметрическое исследование



## Влияние $\alpha$ на рост

- Проведены расчёты для набора значений:



## Влияние $\alpha$ на рост

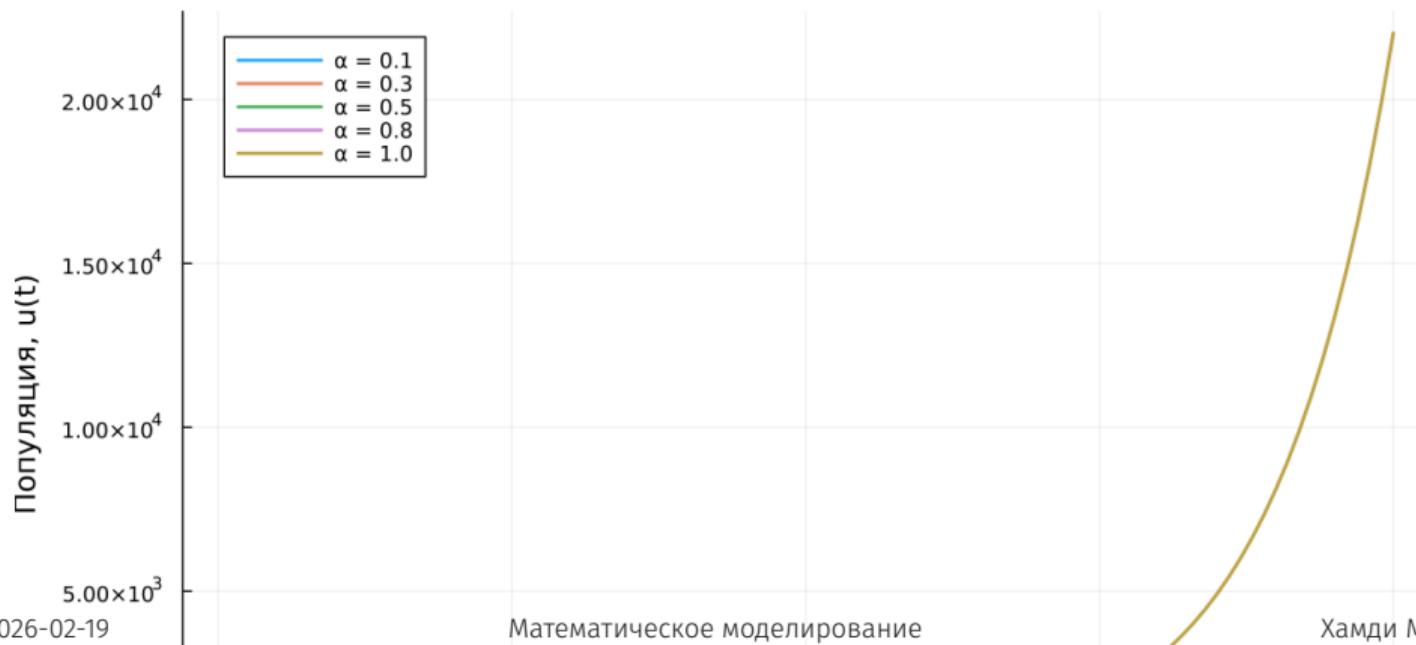
- Проведены расчёты для набора значений:
  - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



## Влияние $\alpha$ на рост

- Проведены расчёты для набора значений:
  - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- При увеличении  $\alpha$  темп роста системы значительно возрастает

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Полученные численные данные соответствуют теоретической зависимости

## Зависимость времени удвоения от $\alpha$



Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

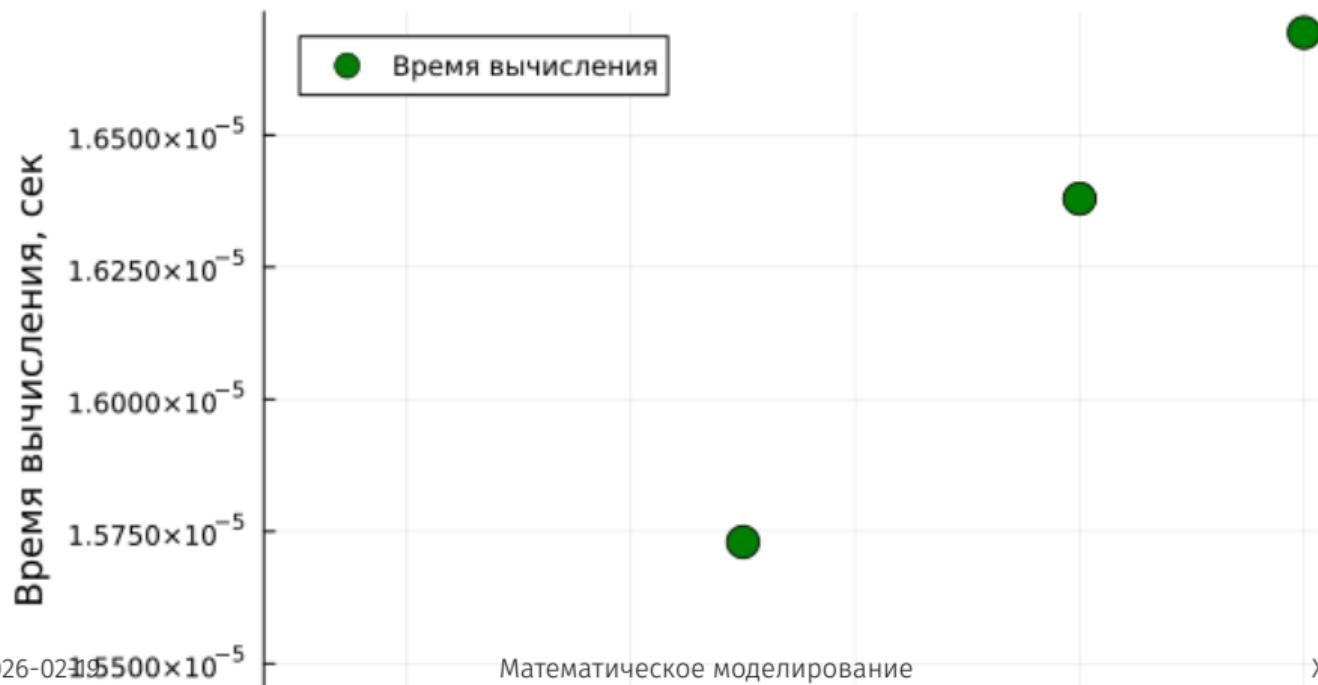
- Полученные численные данные соответствуют теоретической зависимости
- При увеличении  $\alpha$  время удвоения сокращается

## Зависимость времени удвоения от $\alpha$



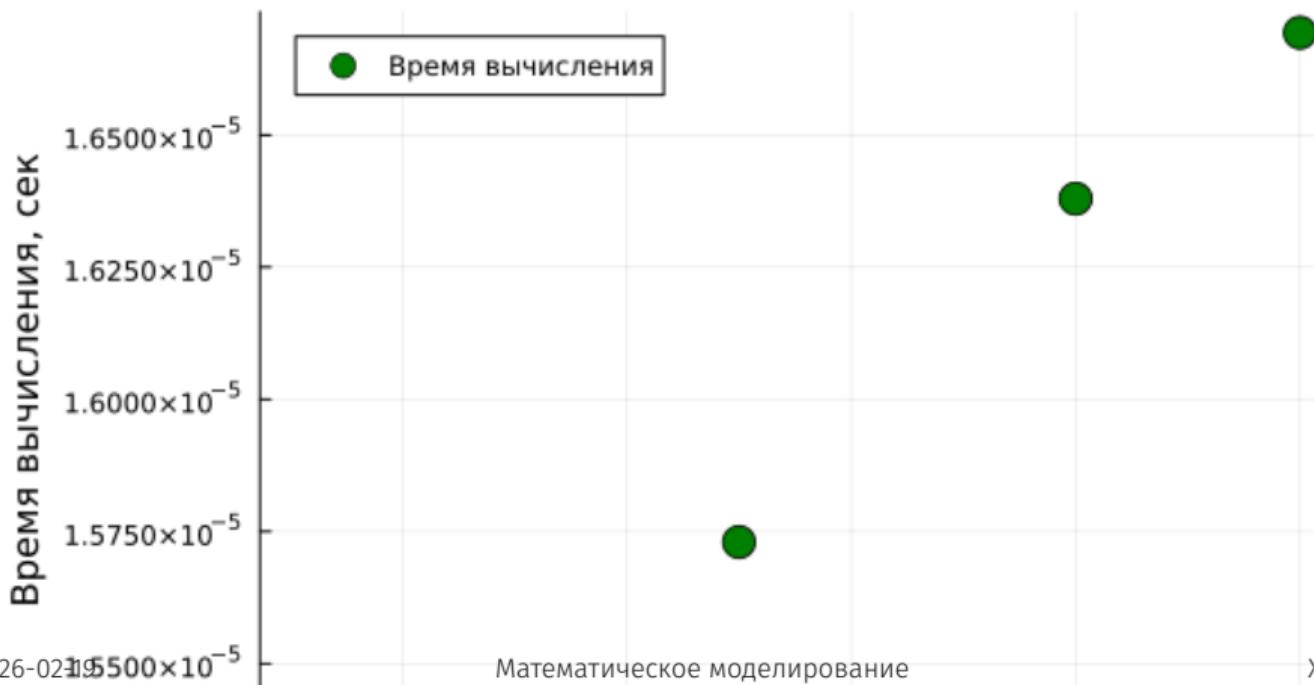
- Проанализирована зависимость длительности расчётов от  $\alpha$

Зависимость времени вычисления от  $\alpha$



- Проанализирована зависимость длительности расчётов от  $\alpha$
- Существенных изменений не выявлено

Зависимость времени вычисления от  $\alpha$



## 5. Итоги

---

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост становится более интенсивным

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост становится более интенсивным
  - ▶ время удвоения уменьшается

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост становится более интенсивным
  - ▶ время удвоения уменьшается
  - ▶ вычислительные затраты увеличиваются незначительно