به نام خدا

شبیه سازی 2 درس کنترل دیجیتال

استاد : جناب دکتر حائری

حامد آجورلو 97101167

پاییز 1400

بخش 1)

با توجه به پاسخ خطی شده که در شبیه سازی اول به دست آوردیم ، قصد داریم زمان نمونه برداری را بدست آوریم . می دانیم که زمان نمونه برداری می تواند مقداری بین 0.1 تا 0.2 ثابت زمانی باشد . لذا اگر ثابت زمانی را بدست آوریم میتوان با آزمون و خطای مقادیر بین 0.1 تا 0.2 ثابت زمانی مقداری مناسب برای زمان نمونه برداری بدست آورد . ثابت زمانی مدت زمانی است که طول می کشد تا سیستم به 63.2٪ مقدار نهایی خود برسد . می بینیم که مقدار نهایی سیستم به ازای ورودی اول اعمالی به سیستم برابر 0.01125 می باشد . لذا :

$$0.01125 \times 0.632 = 0.07110$$

زمانی که سیستم به این مقدار خروجی رسیده است را پیدا می نماییم ، همانطور که در شکل ملاحظه می فرمایید :

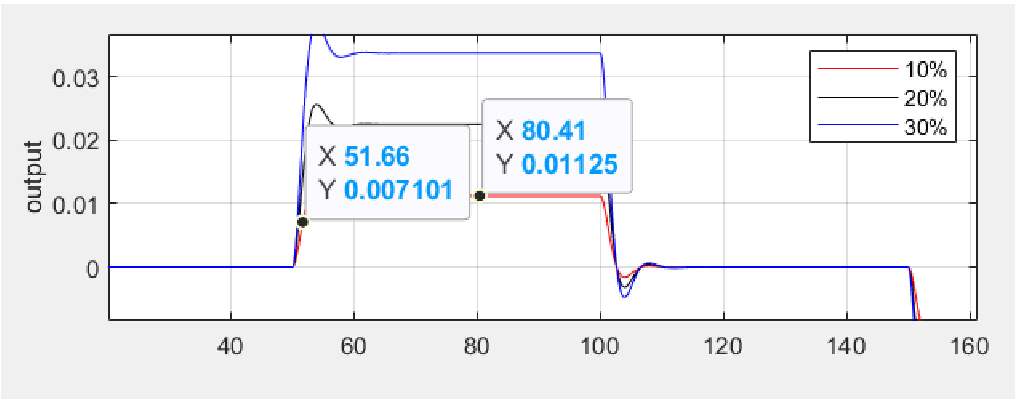

Figure 1: finding time constant of system

زمان رسیدن به این مقدار برابر 51.66 می باشد ، از آنجا که زمان اعمال ورودی از ثانیه 50 می باشد ، لذا ثابت زمانی برابر 1.66 ثانیه می باشد .

زمان نمونه برداری را برابر ۰,۱ ثابت زمانی در نظر می گیریم . یعنی زمان نمونه برداری برابر ۰,۱۶۶ ثانیه خواهد بود .

بخش ۲)

$$\frac{x_1(t+T_s)-x_1(t)}{T_s}=x_2(t)$$

$$\frac{x_2(t+T_s)-x_2(t)}{T_s}=-x_1(t)-x_2(t)+\frac{u(t)}{1-x_1(t)}$$

$$y=x_1(t)$$

چایگذاری می نماییم :

$$\boxed{t=kT_s}$$

$$\frac{x_1(kT_s+T_s)-x_1(kT_s)}{T_s}=x_2(kT_s)$$

$$\frac{x_2(kT_s+T_s)-x_2(kT_s)}{T_s}=-x_1(kT_s)-x_2(kT_s)+\frac{u(kT_s)}{1-x_1(kT_s)}$$

$$y=x_1(kT_s)$$

از تغییر متغیر زیر استفاده می کنیم :

$$\boxed{kT_s=n}$$

$$\frac{x_1(n+1)-x_1(n)}{T_s}=x_2(n)$$

$$\frac{x_2(n+1)-x_2(n)}{T_s}=-x_1(n)-x_2(n)+\frac{u(n)}{1-x_1(n)}$$

$$y=x_1(n)$$

$$x_1(n_0)=0.1\ ,\qquad x_2(n_0)=0\ ,\quad u(n_0)=0.09$$

بخش ۳)

آنچه در قسمت قبل بدست آوردیم ، سیستم گسسته ی متناظر با سیستم داده شده است . حال با استفاده از رابطه ی زیر سیستم گسسته بدست آمده را خطی می نماییم .

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ -T_s + \frac{T_s u(n_0)}{(1 - x_1(n_0))^2} & 1 - T_s \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_s}{1 - x_1(n_0)} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

مقادیر مربوطه را در روابط بالا جایگذاری می نماییم :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1660 \\ -0.1476 & 0.8340 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1844 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

شبیه سازی انجام شده نیز صحت این پاسخ را تایید می کند .

بخش ۴)

با استفاده از دستور زیر سیستم پیوسته بدست آمده در شبیه سازی اول را به روش ZOH گسسته می نماییم .

```
C_system = SS( A , B , C , D )
D_system= c2d(C_system , Ts , 'zoh' )
```

نتایج به قرار زیر است :

```
D_system =
 A =
        x1      x2
  x1   0.9884   0.1523
  x2  -0.1354   0.8361

 B =
        u1
  x1  0.01447
  x2   0.1693

 C =
     x1  x2
  y1   1   0

 D =
     u1
  y1   0
Sample time: 0.166 seconds
Discrete-time state-space model.
```

بخش ۵)

پاسخ سیستم های گسسته و پیوسته ی غیر خطی به ورودی مشخص شده عبارت است از :

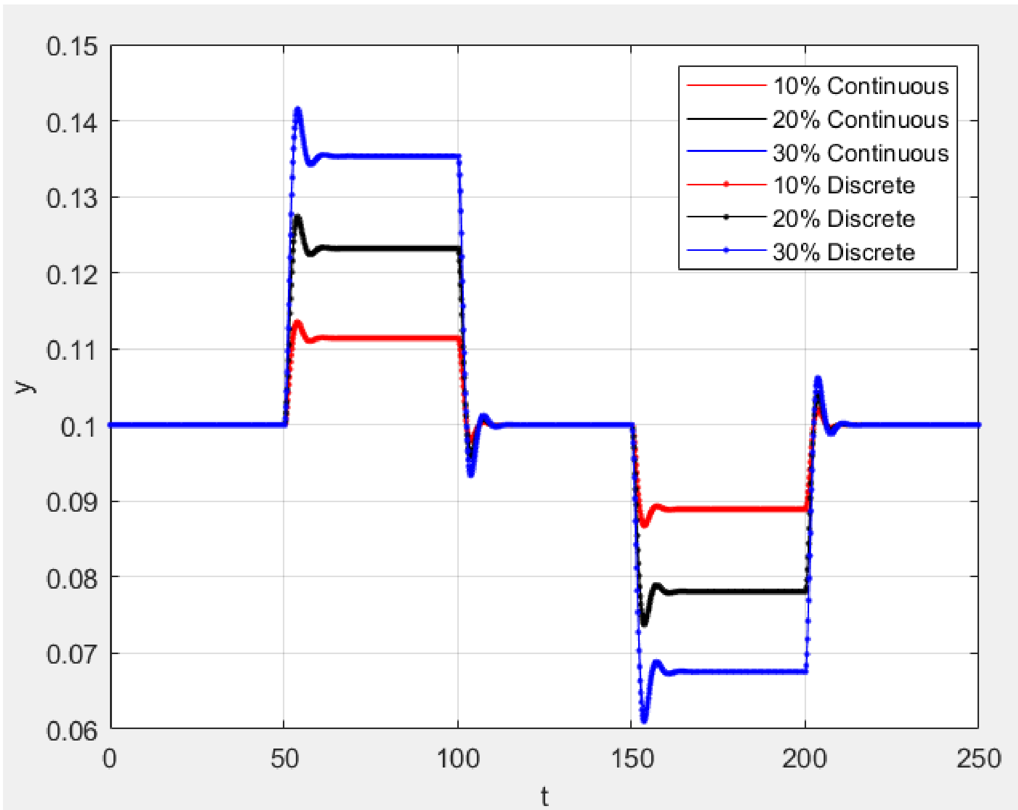

Figure 2 : response of discrete and continuous Nonlinear system to input

همانطور که ملاحظه می فرمایید پاسخ سیستم گسسته و پیوسته ی غیرخطی برای دامنه های مختلف ورودی ، کاملا بر هم منطبق هستند .

بخش ۶)

پاسخ سیستم های گسسته و پیوسته ی خطی به ورودی مشخص شده عبارت است از :

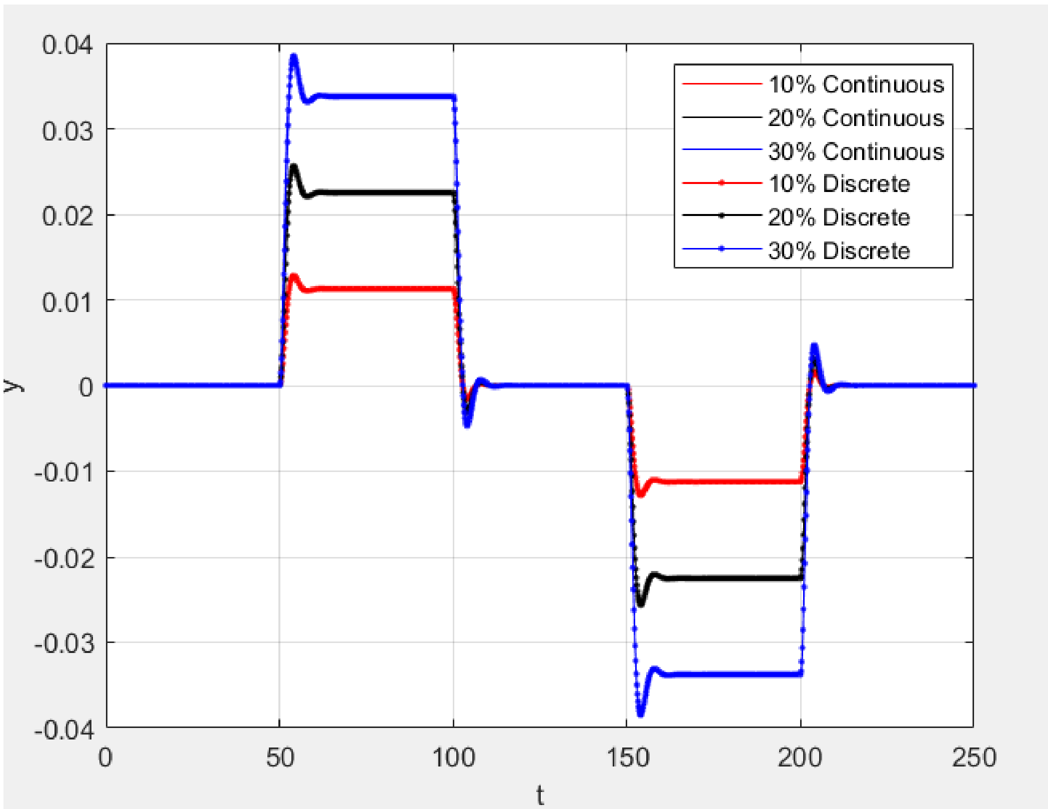

Figure 3 : response of discrete and continuous linear system to input

همانطور که ملاحظه می فرمایید پاسخ سیستم گسسته و پیوسته ی خطی برای دامنه های مختلف ورودی کاملا بر هم منطبق هستند .

بخش ۷)

به ازای مقادیر داده شده برای زمان نمونه برداری ، خروجی را محاسبه می کنیم . در ابتدا پاسخ های سیستم غیر خطی پیوسته و گسسته به ازای زمان های نمونه برداری مختلف را با هم مقایسه می کنیم .

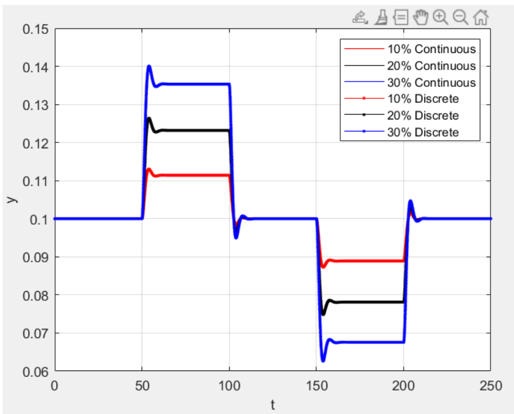

Figure 4 : 0.1Ts

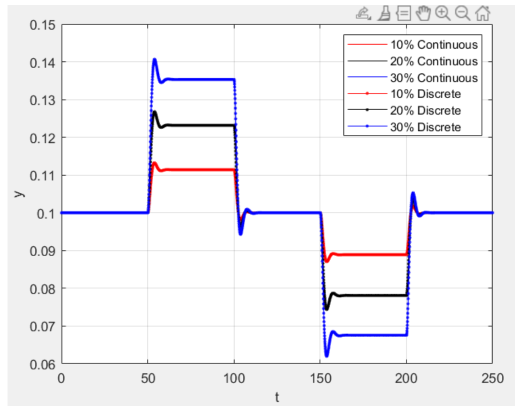

Figure 5: 0.5Ts

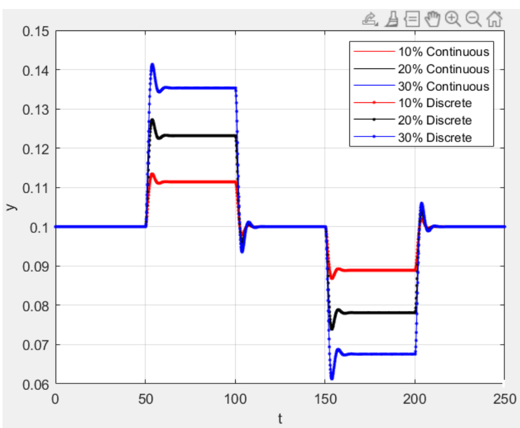

Figure 6 :0.9 Ts

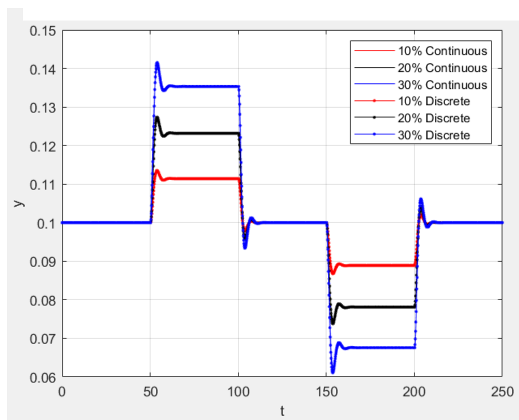

Figure 7: Ts

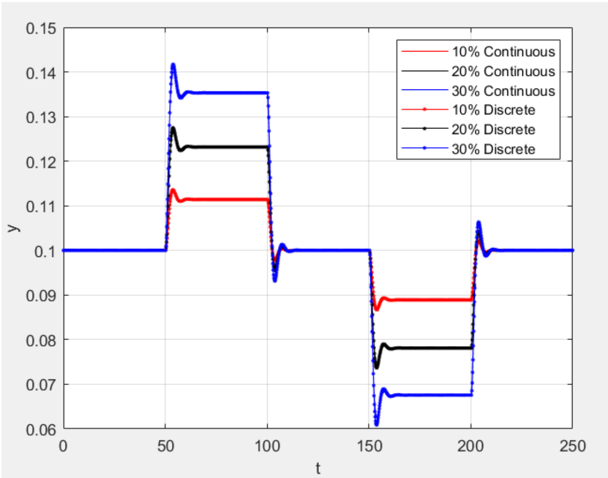

Figure 8 : 1.1Ts

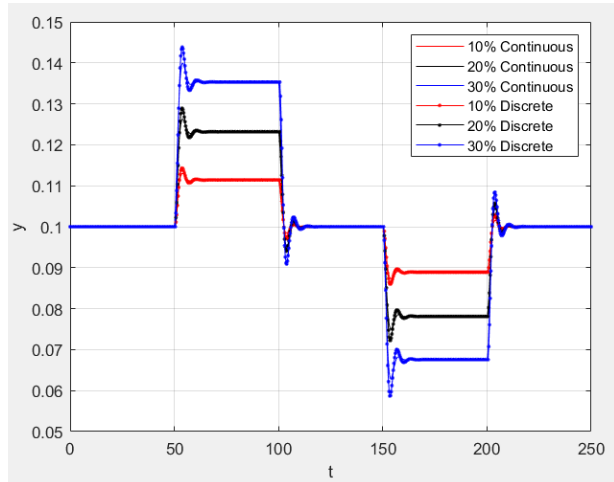

Figure 9 : 2Ts

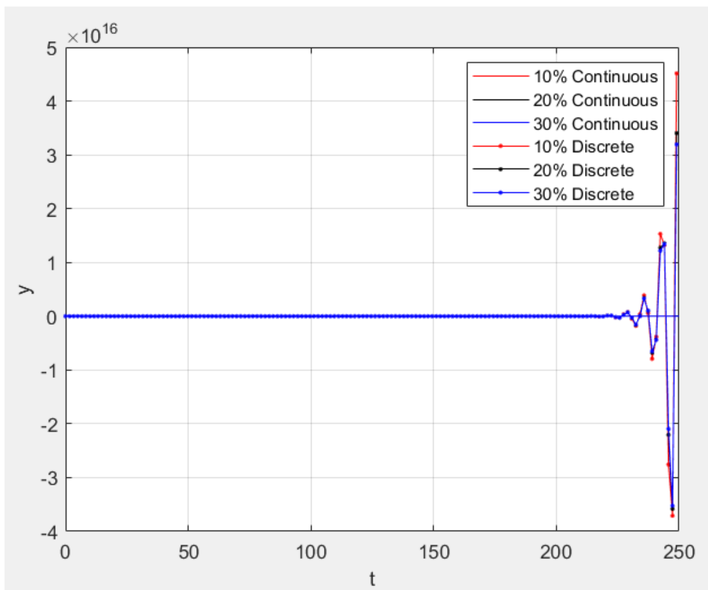

Figure 10 : 10Ts

هرچقدر زمان نمونه برداری کوچک تر میشود ، پاسخ گسسته به سیستم پیوسته نزدیک تر می شود و هرچه دامنه ی ورودی بزرگ تر باشد ، اختلاف بین پاسخ های پیوسته و گسسته بیشتر می شود . به ازای ۱۰ برابر زمان نمونه برداری ، سیستم ناپایدار می شود و پاسخ ها به بی نهایت میل می کنند .

حال پاسخ های سیستم خطی پیوسته و گسسته به ازای زمان های نمونه برداری مختلف را با هم مقایسه می کنیم .

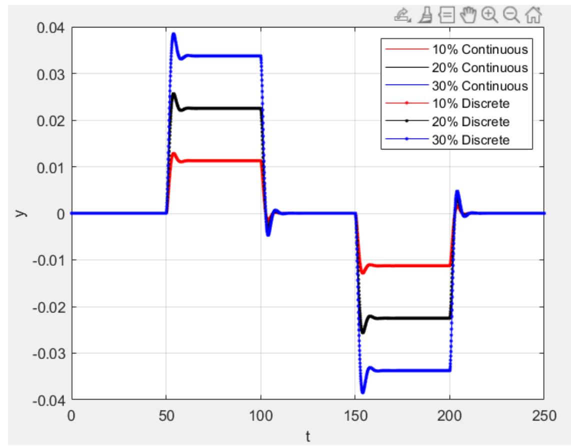

Figure 11 : 0.5Ts

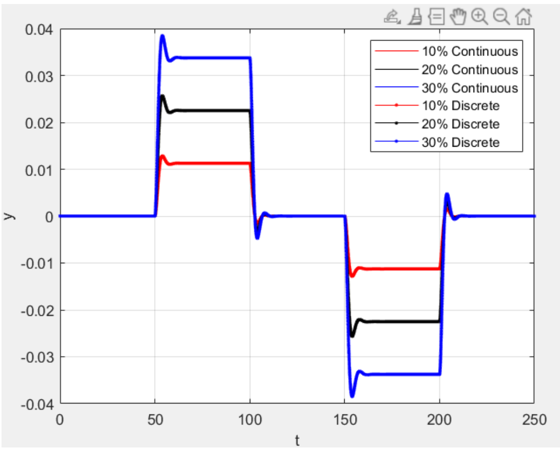

Figure 12 : 0.1Ts

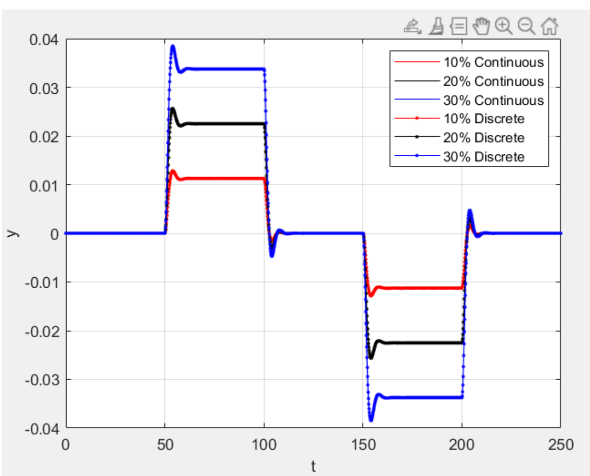

Figure 13 : 0.9Ts

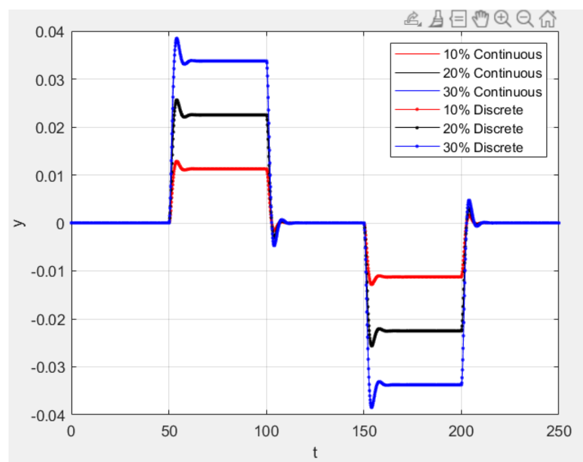

Figure 14 : Ts

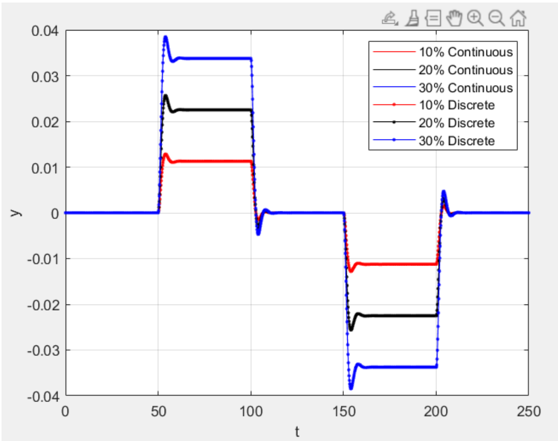

Figure 17 : 1.1Ts

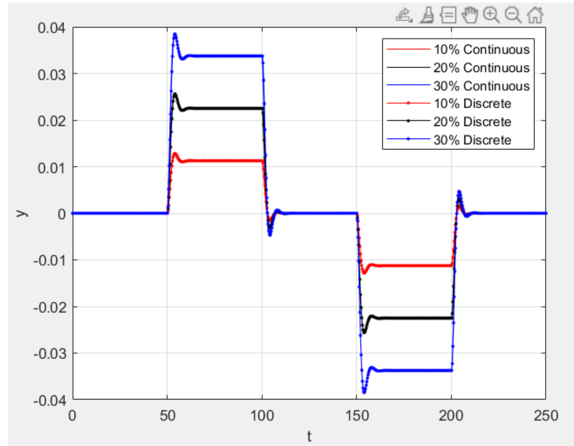

Figure 16 : 2Ts

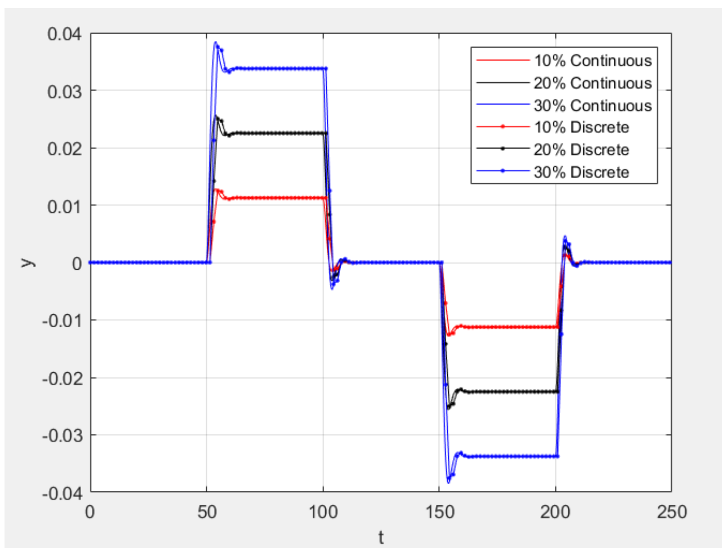

Figure 15 : 10Ts

ملاحظه می فرمایید که به ازای زمان های نمونه برداری کوچک پاسخ سیستم گسسته و پیوسته بسیار به هم نزدیک هستند . به ازای ۱۰ برابر زمان نمونه برداری پاسخ سیستم گسسته کمی نسبت به پاسخ سیستم پیوسته شیفت یافته است . دامنه های ورودی مختلف تفاوتی در پاسخ ها ایجاد نمیکنند .

بخش ۸)

با استفاده از دستور ss۲tf تابع تبدیل مدل پیوسته را پیدا می کنیم وبا استفاده از دستور زیر تابع تبدیل مدل خطی گسسته را بدست می آوریم .

```
tf_1  = c2d(tf_c, 1   * Ts, 'zoh')
```

تابع تبدیل مدل خطی پیوسته :

```
tf_c =

      1.111
  ----------------
  s^2 + s + 0.8889

Continuous-time transfer function.
```

تابع تبدیل مدل خطی گسسته :

```
tf_1 =

   0.01447 z + 0.01369
  ---------------------
  z^2 - 1.825 z + 0.847

Sample time: 0.166 seconds
Discrete-time transfer function.
```

بخش ۹)

تابع تبدیل هر یک از مدل ها با زمان نمونه برداری های داده شده را بدست می آوریم و دیاگرام بودی آنها را رسم می نماییم .

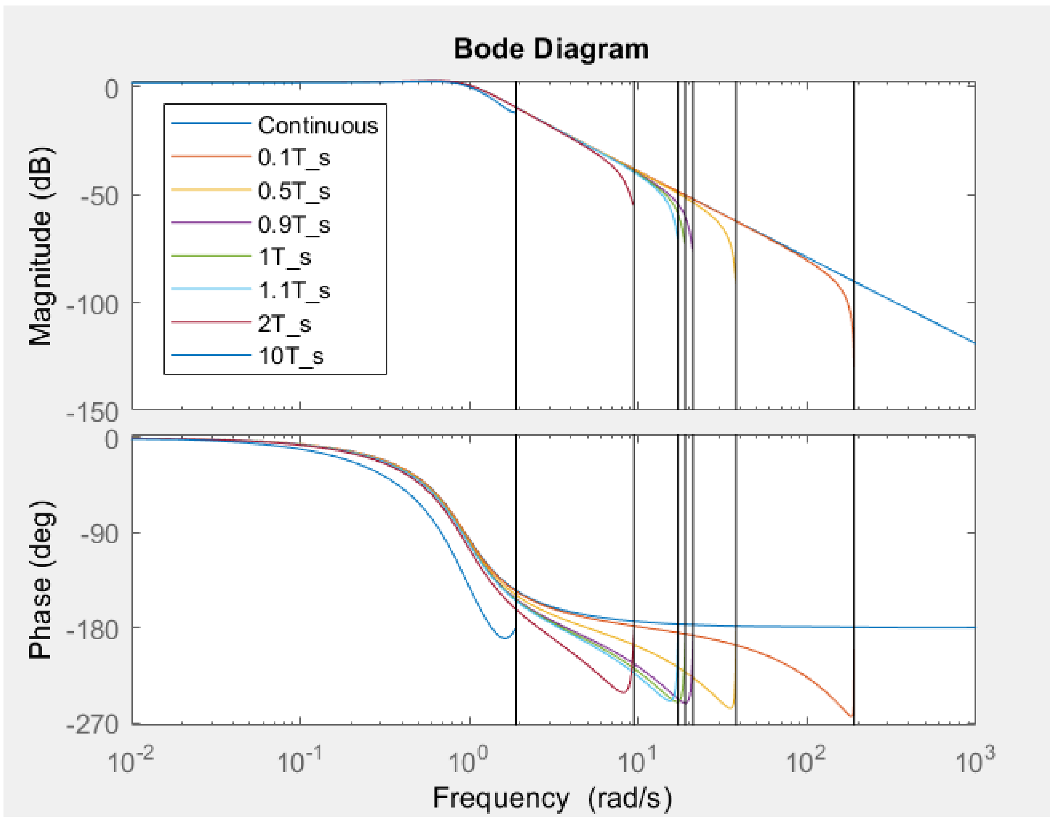

Figure 18 : bode diagram of model with different time constant

در نمودار ملاحظه می فرمایید که هرچه زمان نمونه برداری کوچک تر باشد ، نمودار بودی تابع تبدیل پیوسته و گسسته در محدوده ی بیشتری بر هم منطبق خواهند بود و بهتر می تواند آن را توصیف کند .

درواقع هر چه زمان نمونه برداری کمتر باشد، جزئیات سیستم را بهتر می توان مشاهده کرد ودر هر دو حالت خطی و غیر خطی پاسخ سیستم گسسته و پیوسته بیشتر بر هم منطبق خواهند بود

.