

در این تمرین می‌خواهیم درخت اسپلی splay tree و اعمال مربوط به آن را پیاده‌سازی کنیم و همچنین عملکرد آن را با درخت جستجوی دودویی ایستا مقایسه کنیم. همانطور که می‌دانید درخت اسپلی یک درخت داینامیک است به این معنی که عمل search می‌تواند باعث تغییر ساختار درخت شود. در یک درخت ایستا عمل search تغییری در ساختار درخت ایجاد نمی‌کند. فرض کنید  $T$  یک BST باشد. می‌خواهیم زمان دسترسی را برای دنباله‌های دسترسی مختلف تحت دو استراتژی ایستا و splay مقایسه کنیم. یک دنباله دسترسی صرفاً دنباله‌ای از اعداد است. برای مثال زیر یک دنباله دسترسی است.

1, 1, 5, 1, 13, 20, 5, 7, 1, 1, 8, 4, 5

در حالت درخت ایستا، زمان دسترسی برای یک عنصر  $x$  که در درخت  $T$  ذخیره شده است، برابر با طول مسیر از ریشه تا راسی است که  $x$  در آن ذخیره شده است.

در حالت درخت اسپلی، زمان دسترسی برای عنصر  $x$  و درخت  $T$  برابر با طول مسیر از ریشه  $T$  تا راس حاوی  $x$  به اضافه زمان اسپلی کردن  $x$  است که معادل با تعداد دورانی است که باید انجام شود تا  $x$  به ریشه درخت برسد.

در هر دو حالت (ایستا و اسپلی) زمان دسترسی برای یک دنباله و درخت  $T$  برابر با مجموع زمانهای دسترسی عناصر موجود در دنباله است.

با توجه به مقدمات بالا قدمهای زیر پیاده‌سازی کنید.

۱. اعمال اصلی دو ساختار داده BST و Splay Tree را پیاده‌سازی کنید. این اعمال شامل Search, Insert, Delete می‌شود.

۲. درختهای دودویی حاصل بعد از انجام دنباله اعمالی که در فایل ضمیمه شده sequence.txt قرار داده شده را رسم کنید (برای هر دو ساختار داده BST و درخت اسپلی). برای این منظور می‌توانید از کدی که در فایل ضمیمه قرار داده شده کمک بگیرید. توجه کنید هنگام عمل  $Insert(x)$  اگر  $x$  قبلاً در درخت موجود باشد، آن را مانند عمل  $search(x)$  تعبیر کنید (در مورد درخت ایستا نیازی نیست کاری انجام شود. در حالت درخت اسپلی عنصر  $x$  به سمت ریشه سوق داده می‌شود).

۳.  $n \leftarrow 10000$

۴. جایگشت تصادفی از اعداد  $\{1, \dots, n\}$  را بسازید. فرض کنید

$a_1, \dots, a_n$

جایگشت تصادفی مورد نظر باشد. به ترتیب عناصر  $a_1$  تا  $a_n$  را در یک BST خالی درج کنید.

۵. با فرض اینکه  $T$  درخت BST قدم قبلی باشد، زمان دسترسی را برای دنباله‌هایی که در فایل ضمیمه accesslist.txt قرار داده شده بدست آورید و گزارش کنید. این کار را برای هر دو درخت اسپلی و BST انجام دهید.

۶. خروجی شما باید شامل فایل‌های مربوط به پیاده‌سازی (کد پایتون) و گزارشی از خروجی کدها که بصورت فایل pdf درآمده است باشد.