

السؤال الاول:

ضع كلمة (نعم) لكل عبارة صائبة وكلمة (لا) لكل عبارة خاطئة من العبارات التالية في الجدول رقم (1) في دفتر الإجابة :

(1) عدد الأعداد المختلفة في النظام $F(2, 3, -1, 2)$ هو 33 عدد مختلف .

(2) تسمى المصفوفة A سائدة قطريا اذا وفقط اذا كانت $|a_{k,k}| > |a_{k,1}| + |a_{k,2}| + \dots + |a_{k,k-1}| + |a_{k,k+1}| + \dots + |a_{k,n}|$

(3) الكسر العشري 0.132 في النظام الثنائي هو تقريبا $(0.0010000111)_2$.

(4) يكون للنظام الخطي المتجانس لمجموعة من المعادلات الخطية حل و حيد إذا كانت قيمة $a_{nn} = 0$, $b_n \neq 0$.

(5) القيم المميزة للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ هي ± 1 .

(6) اذا كان $X = [1, -1, 2, 0]^T$ فان $\|X\|_2 = 6$.

(7) اذا كانت المصفوفة A موجبة مؤكدا و $0 < w < 2$ فان طريقة SOR تؤدي الى الحل المطلوب لكل اختيار أولي مثل $X^{(0)}$.

(8) حدودية تايلور للاقتران $f(x) = \ln(x+1)$ عند $x=0$ هي $y(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k$.

(9) اذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$ فان مصفوفة النظير الضربي A^{-1} هي $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

(10) اذا كان رقم الحالة $C(A)_{\infty} = 1.0001$ فتعتبر المصفوفة A مصفوفة عليلة .

السؤال الثاني :

$$\frac{1.362(7.54-13.2)}{47}$$

(أ) احسب أكبر خطأ ممكن للمقدار

(ب) للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ أوجد كل من $\|A\|_1, \|A\|_2, \|A\|_{\infty}$.

السؤال الثالث:

حل المعادلة $x^4 - x - 10 = 0$ بطريقة نيوتن رافسون حيث $x_0 = 2$ لثلاثة خطوات تكرارية .

السؤال الرابع:

حل النظام التالي باستخدام طريقة جاوس و التعويض العكسي

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$3x_1 - x_2 - 2x_3 = 9$$

$$4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3$$

السؤال الخامس :

أوجد $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ باستخدام طريقة جاكوبي التتابعية حيث $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)^T$ لنظام المعادلات الخطية التالي

$$5x + 2y = 7$$

$$x - 4y + z = -2$$

$$y + 2z = 3$$

(انتهت الأسئلة)

اجابة السؤال الاول:

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحه	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا

اجابة السؤال الثاني:

أ) احسب أكبر خطأ ممكن للمقدار

$$\frac{1.362(7.54 - 13.2)}{47}$$

أكبر خطأ للمقدار داخل الأقواس هو $0.005 + 0.05 = 0.055$

أكبر خطأ للمقدار في البسط $1.362 \times 0.055 + 5.66 \times 0.0005 = 0.07774$

قيمة المقدار

$$\frac{1.362(7.54 - 13.2)}{47} = \frac{1.362 \times -5.66}{47} = \frac{-7.70892}{47} \cong -0.1640196$$

مقدار الخطأ في الكسر هو :

$$\left(\frac{0.07774}{7.70892} + \frac{0.5}{47}\right) \times \frac{7.70892}{47} = 0.0033989$$

ب) للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ أوجد كل من $\|A\|_1, \|A\|_2, \|A\|_\infty$.

$$A^T A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\det(A^T A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 \\ -2 & 13-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(13-\lambda) - 4 = \lambda^2 - 14\lambda + 9$$

$$\lambda_1 = 7 + 2\sqrt{10}$$

$$\lambda_2 = 7 - 2\sqrt{10}$$

$$\|A\|_1 = \max\{1+0, 2+3\} = 5$$

$$\|A\|_\infty = \max\{1+2, 0+3\} = 3$$

$$\|A\|_2 = \sqrt{\max\{\lambda_1, \lambda_2\}} = \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$$

اجابة السؤال الثالث:

حل المعادلة $x^4 - x - 10 = 0$ بطريقة نيوتن رافسون حيث $x_0 = 2$ لثلاثة خطوات تكرارية .

$$f(x) = x^4 - x - 10$$

$$f'(x) = 4x^3 - 1$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^4 - x_n - 10}{4x_n^3 - 1}, n = 0, 1, 2, \dots$$

n	x_n
0	2
1	1.871
2	1.85578
3	1.855585

* نلاحظ أن حل المعادلة هو 1.855585

اجابة السؤال الرابع:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 9 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -5 & 9 \\ 0 & -5 & -7 & 3 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 5 & -9 \\ 0 & 0 & -\frac{24}{7} & -\frac{24}{7} \end{array} \right]$$

$$\frac{-24}{7}x_3 = \frac{-24}{7} \Rightarrow x_3 = 1$$

$$7x_2 + 5 = -9 \rightarrow x_2 = -2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \rightarrow x_1 = 3$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

اجابة السؤال الخامس

$$X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

كتابة المعادلات بالطريقة التتابعية باستخدام طريقة جاكوبي :

$$\begin{aligned}
x^{(k+1)} &= (7 - 2y^{(k)}) / 5 \\
y^{(k+1)} &= (-2 - x^{(k)} - z^{(k)}) / -4 = (2 + x^{(k)} + z^{(k)}) / 4 \\
z^{(k+1)} &= (3 - y^{(k)}) / 2 \\
k &= 0, 1, 2 \\
x^{(1)} &= (7 - 2y^{(0)}) / 5 \\
y^{(1)} &= (-2 - x^{(0)} - z^{(0)}) / -4 = (2 + x^{(0)} + z^{(0)}) / 4 \\
z^{(1)} &= (3 - y^{(0)}) / 2
\end{aligned}$$

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} 7/5 \\ 2/4 \\ 3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
x^{(2)} &= (7 - 2y^{(1)}) / 5 \\
y^{(2)} &= (2 + x^{(1)} + z^{(1)}) / 4 \\
z^{(1)} &= (3 - y^{(1)}) / 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x^{(1)} &= (7 - 2(0.5)) / 5 = 1.2 \\
y^{(1)} &= (2 + (1.4) + (1.5)) / 4 = 1.225 \\
z^{(1)} &= (3 - 0.5) / 2 = 1.25
\end{aligned}$$

$$X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.225 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$