اسم المادة : تفاضل وتكامل 2

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

اسم المقرر: تفاضل وتكامل2
رقم المقرر: 1200(5261)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

بسم الله الرحمن الرحيم
جامعة القدس المفتوحة
إجابة الامتحان النهائي
للفصل الاول "1171"
2018/2017

-- نظري --

ملاحظة:
يرجى قراءة الاجابة ادناه وتدقيقها وفي حال وجود اخطاء فيها يرجى ارسال التعديلات والاستفسارات ....الخ التي ترون انها بحاجة الى تعديل خلال 24 ساعة كحد اقصى من عقد الامتحان الى عمادة القبول والتسجيل والامتحانات على النموذج الخاص بالاستفسارات ليتسنى لنا تعميمها على اعضاء هيئة التدريس قبل تصحيح الامتحان.

جدول رقم (1)

اجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×) (20 علامة)(علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحه	لا	نعم	نعم	نعم	لا	نعم	لا	لا	نعم	لا

جدول رقم (2) المرجع رياضيات2 نسخة 2013

اجابة السؤال رقم (2) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة)(علامتين لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحه	ا	ا	ب	ا	ج	د	ج	د	د	ج	ا	ا	د	د	د

السؤال الاول: اجب بنعم ام لا وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (20 علامة)

1- $\int_0^2\int_{-1}^0 (x+y)\,dydx$ يساوي 14

2- التكامل $\iint_R (x^3)\,dydx$ حيث R منطقة محددة بالمنحنيات $y=1, x=0, y=x^3$ يكافئ $\int_0^1\int_{x^3}^1 (x^3)\,dydx$

3- التكامل $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2+y^2)\,dA$ بالاحداثيات القطبية يكافئ $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^1 (r^3)\,drd\theta$

4- في الاحداثيا ت القطبية $dydx$ تقابل $rdrd\theta$

5- في الاحداثيات الاسطوانية المتغير z يصبح $r\cos\theta$

6- مجال الاقتران $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{x-y}}{3}$ هو جميع النقاط (x,y) بحيث ان $x \geq y$

7- صورة النقطة $(1,2)$ في الاقتران $f(x,y)=\sin^{-1}(\dfrac{x}{y^2})$ هي $\dfrac{\pi}{3}$

8- قيمة النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(1,\pi)} \sin(xy)$ هي 1-

9- اذا كان $f(x,y)=y^2e^x$ فان $f_{xxy}=2ye^x$

10- $\vec{\nabla}(xz+3xy)$ هو $z\,i+3j+2xzk$

السؤال الثاني: اختر رمز الاجابة الصحيحة وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (30علامة)

ا-اذا كان $f = x^3y^2$ فان

أ- $f_{xy} = 6yx^2$ ب- $f_{xy} = 6y^2x^2$ ج- $f_{xy} = 6yx$ د- $f_{xy} = 6y^2x$

2- من النقاط الحرجة للاقتران $f(x,y) = 2+2x+2y-y^2-x^2$

أ- $(1,1)$ ب- $(-2,-1)$ ج- $(-2,0)$ د- $(0,-1)$

3- اذا كان $\vec{\nabla} f(x,y) = 2xi+2yj$ فان

أ- $f(x,y) = x^2y+c$ ب- $f(x,y) = x^2+y^2+c$ ج- $f(x,y) = y^2x+c$ د- غير ذلك

4- المتجه العمودي للمستوى $3y-x-2z=3$ هو

أ- $-i+3j-2k$ ب- $-i+3j+2k$ ج- $-i-3j-2k$ د- $i+3j-2k$

5- درجة ميل الاقتران $f(x,y) = 4x^2-10yx$ عند النقطة $(1,3)$

أ- $-22i+10j$ ب- $22i-10j$ ج- $-22i-10j$ د- $-22i+5j$

6- اذا كان $f(x,y) = \ln(1+\frac{x+1}{x+y})$ فان $f(0,1)$ تساوي

أ- 1 ب- 0 ج- 2 د- غير ذلك

7- مجال الاقتران $f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2-4)$

أ- R^3 ب-جميع النقاط بحيث ان $(x^2+y^2<4)$ ج- جميع النقاط بحيث ان $(x^2+y^2>4)$ د- ليس مما ذكر

8- للاقتران $f(x,y,z) = 2x^2+2y^2-4z^2$, $f_{xx}+f_{yy}+f_{zz}$ تساوي

أ- 1 ب-2 ج-3 د- 0

9- قيمة التكامل $\int_0^2 x^3y^3dx$ تساوي

أ- $16x^2$ ب- $4x^2$ ج- $16x$ د- $4y^3$

10- قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^x xdydx$ تساوي

أ- $\frac{1}{2}$ ب- $\frac{1}{4}$ ج- $\frac{1}{3}$ د- غير ذلك

11- مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=x, y=x^3$ في الربع الاول هي

أ- $\int_0^1\int_{x^3}^x dydx$ ب- $\int_0^1\int_x^{x^3} dxdy$ ج- $\int_0^2\int_x^{x^3} dydx$ د- $\int_0^1\int_{x^2}^x dydx$

12- حجم المنطقة الواقعة بين الكرتين $x^2+y^2+z^2=4$ و $x^2+y^2+z^2=1$ وذلك بالاحداثيات الكروية

أ- $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta$ ب- $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \rho^3\sin\phi d\rho d\theta d\phi$ ج- $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \rho\sin\phi d\rho d\phi d\theta$ د- $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \rho^2\cos\phi d\rho d\phi d\theta$

13- في الاحداثيات الكروية المتغير z يكافىء

أ- $\rho\sin\theta\cos\phi$ ب- $\rho\cos\theta\cos\phi$ ج- $\rho\cos\theta\sin\phi$ د- $\rho\cos\phi$

14- قيمة الاقتران $f(x,y) = \sin^{-1}(x+y)$ عند $(-1,1)$ هي

أ- 30^0 ب- 60^0 ج- 90^0 د- 0^0

15- متجه الانحدار للاقتران $f(x,y) = x^2+x^3y^2$ عند النقطة $(-2,3)$

أ- $-22i-10j$ ب- $102i+48j$ ج- $22i+10j$ د- غير ذلك

السؤال الثالث : (15 علامة)

أ- جد f_x, f_y للاقتران $f(x,y) = x^3y+y^2$ (8 علامات)

الحل

$f_x = 3x^2y$

$f_y = x^3+2y$

ب- جد المشتقه المتجه للاقتران $f(x,y,z) = x + xyz$ عند النقطه $(1,-2,2)$
في اتجاه المتجه $2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$ (7 علامات)

الحل

$$\nabla f = (1+yz)\hat{i} + (xz)\hat{j} + (xy)\hat{k}$$

$$\nabla f\big|_{(1,-2,2)} = -3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} - 2\boldsymbol{k}$$

$$\hat{u} = \frac{1}{3}(2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k})$$

المشتقه المتجهه $\frac{df}{ds} = \nabla f(1,-2,2).\hat{u} = \frac{1}{3}[-6+4+2] = 0$

السؤال الرابع : (15 علامة)

أ- جد قيمة التكامل $\iint_R (x-1)dA$ حيث R هي المنطقة المحصورة بين $y=1, y=x^3, x=0, x=1$ (7 علامات)

الحل

$$\iint_R (x-1)dA$$

$$= \int_0^1\int_{x^3}^1 x - 1dydx = \int_0^1 xy - y \Big]_{x^3}^1 dx$$

$$= \int_0^1 (x-1) - (x^4 - x^3)dx$$

$$= \frac{x^2}{2} - x - \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} \Big]_0^1 = \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{10-20-4+5}{20} = \frac{-9}{20}$$

ب- استخدم التكامل بالاحداثيات القطبية لايجاد $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dydx}{1+x^2+y^2}$ (8 علامات)

الحل

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dydx}{1+x^2+y^2}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^1 \frac{rdrd\theta}{1+r^2} = \frac{1}{2}\ln 1 + r^2 \Big]_0^1 \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}\ln 2(\frac{\pi}{2})$$

ملاحظة: اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس : (20 علامة)

أ- جد قيمة التكامل $\int_0^3\int_0^2\int_0^1 xyzdzdydx$ (10 علامات)

الحل

$$\int_0^3\int_0^2\int_0^1 xyz\,dz\,dy\,dx$$

$$=\int_0^3\int_0^2 xy\frac{z^2}{2}\Big]_0^1 dydx=\frac{1}{2}\int_0^3 x\frac{y^2}{2}\Big]_0^2=\frac{x^2}{2}\Big]_0^3=\frac{9}{2}$$

ب- غير حدود التكامل $\int_0^1\int_y^1 e^{x^2}dxdy$ ثم جد قيمته (10علامات)

الحل

$$\int_0^1\int_y^1 e^{x^2}dxdy=\int_0^1\int_0^x e^{x^2}dydx=\int_0^1 e^{x^2}y\Big|_0^x dx=\int_0^1 e^{x^2}x\,dx=\frac{e^{x^2}}{2}\Big|_0^1=\frac{e-1}{2}$$

السؤال السادس : (20 علامة)

أ- جد النقاط الحرجة للاقتران $f(x,y)=5xy-7x^2+3x-6y+2$ وحدد نوعها(صغرى/عظمى/سرج) (10 علامات)

الحل

$f_x=5y-14x+3=0$

$f_y=5x-6=0\Rightarrow x=\frac{6}{5}$

$5y-14\frac{6}{5}+3=0\Rightarrow y=\frac{69}{25}$

$(\frac{6}{5},\frac{69}{25})$

$f_{xx}=-14, f_{yy}=0$

$f_{xy}=5$

$D=f_{xx}f_{yy}-f^2{}_{xy}=-25$

النقطة $(\frac{6}{5},\frac{69}{25})$. سرج

ب- اذا كان $\nabla f=(3x^2+2xy)i+(x^2+6y)j$ جد f (10 علامات)

الحل

$\nabla f=(3x^2+2xy)i+(x^2+6y)j$

$f=\int(3x^2+2xy)dx+\int 6ydy+c$

$f=x^3+yx^2+3y^2+c$

انتهت الإجابة

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم المقرر: تفاضل وتكامل 2 | اسم الطالب: ....
رقم المقرر: 1200(5261) | رقم الطالب: ....
مدة الامتحان: ساعة ونصف | تاريخ الامتحان: ..../......./.......
عدد الاسئلة: 6 اسئلة

جامعة القدس المفتوحة

-- نظري --

الامتحان النهائي البديل (غير المكتمل)
للدورة الصيفية الأولى والثانية "1163/ 1164"
2016/2017

عزيزي الطالب:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الأول: (20 علامة)

ضع علامة √ أمام العبارات الصحيحة وعلامة × أمام العبارات الخاطئة منها ثم انقل الرمز الصحيح إلى الجدول المخصص في دفتر الإجابة.

1- عزم القصور الذاتي حول محور y والذي يرمز له بالرمز I_y يعطى بالعلاقة $I_y = \iint_R y^2 f(x,y)dA$.

2- عزم النقطة المادية في المستوى حول أي مستقيم هو حاصل ضرب كتلتها في البعد العمودي بين النقطة والمستقيم .

3- إذا كان $z = f(x,y)\ (x,y) \in R$, سطحا معرفا على المنطقة R في المستوى XY بحيث أن المشتقات الجزئية للاقتران f موجودة ومتصلة على R فان مساحة السطح $S = \iint_R \sqrt{[f_x(x,y)]^2 + [f_y(x,y)]^2}\, dA$

4- الإحداثيات الاسطوانية تنتج من استبدال الإحداثيات الديكارتية (x,y) في المستوى XY بالإحداثيات القطبية (r,θ) مع الإبقاء على نفس الاحداثي الثالث Z .

5- عنصر الحجم dv في الإحداثيات الكروية (ρ,θ,ϕ) يعطى بالعلاقة $dv = \rho \sin\phi\, d\rho d\phi d\theta$.

6- حجوم المجسمات التي علمت قاعدتها ومساحة سطحها ، حيث حجم الجسم تحت السطح $z = f(x,y)$ وفوق المنطقة R هو $v = \iint_R f(x,y)\, dA$.

7- إذا كانت (a,b) نقطة حرجة للاقتران f فإنها تكون قيمة عظمى محلية إذا كان $D\ (a,b) > 0, f_{xx}(a,b) < 0$.

8- يسمى المقدار $M(x,y)dx + N(x,y)dy$ تفاضلية مضبوطة إذا وجد الاقتران $f(x,y)$ بحيث $\frac{\partial f}{\partial x} = M, \frac{\partial f}{\partial y} = N$.

9- كتلة الاقتران الذي كثافته $f(x,y,z)$ على الحيز D تساوى $\iiint_D x f(x,y,z)dv$.

10- الاقتران $f(x,y) = x^2 - y^2$ متصل عند النقطة $(2,2)$.

السؤال الثاني : (30 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكل من العبارات التالية ثم انقله إلى الجدول المخصص في دفتر الإجابة.

1- $\lim_{(x,y)\to(\pi,\frac{1}{4})} x^2 \tan xy$

ا- π^2 ب- $\frac{\pi}{2}$ ج- π د- 2π.

2- قيمة $\frac{\partial f}{\partial x}$ عند النقطة $(2,0,3)$ للاقتران $f(x,y,z) = x^2e^y + z^2(x-y)^2$

ا- 20 ب- 40 ج- 60 د- لا شيء مما ذكر .

3- إذا كان $f(x,y) = x^2\cos y + y^2 e^x$ فان f_{xx} عند النقطة $(0,0)$ تساوى

ا- 2 ب- 2π ج- $\frac{\pi}{2}$ د- π .

4- درجة ميل الاقتران $f(x,y) = xy^2$ عند النقطة $(1,1)$ تساوى

ا- i ب- j ج- i+j د- 2i+j.

5- إذا كان $f(x,y) = x^2 - y^2$ فان مميز الاقتران D يساوى

ا- 2 ب- -2 ج- 4 د- -4.

6- إذا كان $w = 4x + 2y^2$ ، $x = uv$ ، $y = ue^v$ فان $\frac{dw}{du}$

ا- $4v + 4ue^{2v}$ ب- $4v$ ج- $4(u+v)$ د- $4u + 4ve^v$.

7- قيمة التكامل $\int_{-2}^{0}\int_{-1}^{2}(x^2+y^2)\,dxdy$

ا- 4 ب- 6 ج- 10 د- 14.

8- قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^{x^2} xy\,dydx$

ا- $\frac{1}{12}$ ب- 12 ج- $\frac{1}{6}$ د- 6.

9- عنصر المساحة dA يعطى بالإحداثيات القطبية على صورة

ا- $drd\theta$ ب- $rdrd\theta$ ج- $\theta rdrd\theta$ د- ليس مما ذكر .

10- قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^{z}\int_0^{\sqrt{yz}} x\,dxdydz$

ا- $\frac{1}{12}$ ب- 12 ج- $\frac{1}{6}$ د- 6.

11- المعادلة $x^2+y^2+z^2=1$ تمثل

ا- دائرة ب- مخروط ج- اسطوانة د- كرة .

12- لتكن النقطة (0,1) إحدى النقاط الحرجة للاقتران $f(x,y)=2x^4-x^2+y^2-2y$ فإنها

ا- صغرى محلية ب- عظمى محلية ج- نقطة سرج د- صغرى مطلقة .

13- معادلة المماس للسطح $x^2+y^2-z^2+1=0$ عند النقطة $(2,-2,3)$ هي

ا- $2x+2y-2z=0$ ب- $2x-2y-3z+1=0$

ج- $2(x-y-z)=1$ د- ليس مما ذكر .

14- مجال الاقتران $g(x,y)=\sin^{-1}(x+y)$ هو

ا- $x<y$ ب- $(x-1)<y$ ج- $|x+y|\le 1$ د- $|x+y|<\pi$.

15- نقول لاقتران $f(x,y,z)$ انه محقق لمعادلة لابلاس إذا تحققت المعادلة

ا- $f_{xy}+f_{yz}+f_{zx}=1$ ب- $f_{xy}+f_{yz}+f_{zx}=0$

ج- $f_{xx}+f_{yy}+f_{zz}=1$ د- $f_{xx}+f_{yy}+f_{zz}=0$.

السؤال الثالث: (15 علامة)

احسب قيمة التكامل $\iint_R (x^2+4y)\,dA$ في المنطقة المحصورة بين القطع المكافئ $y=x^2$ والخط المستقيم $y=x+2$.

السؤال الرابع: (15 علامة)

- جد القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y)=x^2+x^2y^2$ عند النقطة (2,3-) وجد الاتجاه الذي يكون فيه معدل التغير اكبر ما يمكن . (8علامات)
- جد معادلة المستوى المماس للسطح $z=10-x^2-y^2$ عند النقطة (5,1,2-). (7 علامات)

اجب عن احد السؤالين التاليين :-

السؤال الخامس: (20 علامة)

- إذا كانت الصيغة التفاضلية التالية مضبوطة أم لا $e^{x+y}dx+e^{x-y}dy$. (10 علامات)
- جد مساحة المنطقة R الواقعة بين المنحنيين $x=y^2$ و $x=8-y^2$. (10علامات)

السؤال السادس: (20 علامة)

- جد حجم المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y=4x$ و $y=x^2$. (10علامات)
- احسب قيمة التكامل $\iint_R y\,dA$ حيث R هى المنطقة الواقعة فى الربع الاول خارج الدائرة $r=2$ وداخل المنحنى $r=2(1+\cos\theta)$. (10علامات)

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: تفاضل وتكامل 2

رقم المقرر: 1200 (5261)　　رقم الدارس: الوسطى

مدة الامتحان: ساعة ونصف　　تاريخ الامتحان: ..../......./2017

عدد الأسئلة: ستة أسئلة

جامعة القدس المفتوحة

إجابة الامتحان النهائي البديل (غير المكمل) للدورة

الصيفية الأولى والثانية (1164/1163)

2017/2016

-- نظري --

عزيزي الطالب:

1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول: أجب " بنعم" أو "لا "عن العبارات الآتية واضعا الإجابة الصحيحة في الجدول رقم (1). (20 علامة)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحة	×	√	×	√	×	√	√	√	×	√

السؤال الثاني : اختر رمز الاجابة الصحيحة للعبارات التالية ثم انقله الى الجدول رقم (2) . (30 علامة)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحة	أ	ب	أ	د	د	أ	د	أ	ب	أ	د	ج	ب	ج	د

السؤال الثالث: (15علامة)

- جد القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y) = x^2 + x^3y^2$ عند النقطة (2,3-) وجد الاتجاه الذي يكون فيه معدل التغير اكبر ما يمكن . (8علامات)

الحل:

$$f_x = 2x + 3x^2y^2 \rightarrow f_x(p_0) = 102$$
$$f_y = 2x^3y \rightarrow f_y(p_0) = -48$$

$$\overline{\nabla f(p_0)} = 102i - 48j$$

اكبر معدل تغير للاقتران f عند النقطة (2,3-) هو

$$\left|\overline{\nabla f(p_0)}\right| = \sqrt{(102)^2 + (-48)^2} = 112.73$$

السؤال الرابع: (15 علامة)

- جد القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y) = x^2 + x^3y^2$ عند النقطة (2,3-) وجد الاتجاه الذي يكون فيه معدل التغير اكبر ما يمكن . (8علامات)

الحل:

$$f_x = 2x + 3x^2y^2 \rightarrow f_x(p_0) = 102$$
$$f_y = 2x^3y \rightarrow f_y(p_0) = -48$$

$$\overline{\nabla f(p_0)} = 102i - 48j$$

اكبر معدل تغير للاقتران f عند النقطة (2,3-) هو

$$\left|\overline{\nabla f(p_0)}\right| = \sqrt{(102)^2 + (-48)^2} = 112.73$$

اكبر معدل تغير للاقتران باتجاه $\vec{u} = \dfrac{\overline{\nabla f(p_0)}}{\left|\overline{\nabla f(p_0)}\right|}$

ملاحظة: تدريب 10ص 238.

- جد معادلة المستوى المماس للسطح $z = 10 - x^2 - y^2$ عند النقطة (2,1,5-). (7 علامات)

معادلة السطح المعطى هى :

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z - 10 = 0$$
$$f_x = 2x, \quad f_y = 2y, \quad f_z = 1$$
$$\overline{\nabla f(p_0)} = -4i + 2j + k$$

إذن معادلة المستوى المماس :

$$-4(x+2) + 2(y-1) + (z-5) = 0$$
$$-4x + 2y + z = 15$$

ملاحظة : تدريب 11 ص 241 .

أجب عن سؤال واحد من الأسئلة التالية

السؤال الخامس: **(20 علامة)**

- إذا كانت الصيغة التفاضلية التالية مضبوطة ام لا $e^{x+y}dx + e^{x-y}dy$. **(10 علامات)**

$$M = e^{x+y} \text{ و } N = e^{x-y}$$
$$\frac{\partial M}{\partial y} = e^{x+y},\ \frac{\partial N}{\partial x} = e^{x-y}$$

وحيث ان :

$$\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$$

اذن الصيغة غير مضبوطة .

ملاحظة : تدريب 15ص 258.

- جد مساحة المنطقة R الواقعة بين المنحنيين $x = y^2$ و $x = 8 - y^2$. **(10علامات)**

المنطقة R تعطى بالعلاقتين :

$$y^2 \le x \le 8 - y^2,\ -2 \le y \le 2$$

وبالتالي فان مساحة المنطقة R:

$$A = \int_{-2}^{2}\int_{y^2}^{8-y^2} dxdy$$
$$= \int_{-2}^{2} x]_{y^2}^{8-y^2}\, dy$$
$$= \int_{-2}^{2}(8 - 2y^2)\, dy = \left(8y - \tfrac{2}{3}y^3\right)]_{-2}^{2} = \tfrac{64}{3}$$

ملاحظة : مثال 10 ص 300.

السؤال السادس: **(20 علامة)**

- جد حجم المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = 4x$ و $y = x^2$. **(10علامات)**

المنطقة R تعطى بالعلاقتين :

$$x^2 \le y \le 4x,\ 0 \le x \le 4$$

وبالتالي فان مساحة المنطقة R:

$$A = \int_0^4\int_{x^2}^{4x} dydx$$
$$= \int_0^4 y]_{x^2}^{4x}\, dx$$
$$= \int_0^4 (4x - x^2)\, dx = \left(2x^2 - \tfrac{x^3}{3}\right)]_0^4 = \tfrac{32}{3}$$

ملاحظة: تدريب 11ص 302.

- احسب قيمة التكامل $\iint_R y\,dA$ حيث R هي المنطقة الواقعة في الربع الأول خارج الدائرة $r = 2$ وداخل المنحنى $r = 2(1+\cos\theta)$. **(10علامات)**

المنطقة R تعطى بالعلاقتين :

$$2 \le r \le 2(1+\cos\theta),\ 0 \le \theta \le \pi/2$$

وبالتالي فان التكامل يصبح

$$\iint_R y\,dA = \int_0^{\pi/2}\int_2^{2(1+\cos\theta)} r\sin\theta\, r\,dr\,d\theta$$
$$= \int_0^{\pi/2}\int_2^{2(1+\cos\theta)} r^2 \sin\theta\, dr\,d\theta$$
$$= \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} r^3]_2^{2(1+\cos\theta)} \sin\theta\, d\theta$$
$$= \frac{1}{3}\int_0^{\pi/2} [8(1+\cos\theta)^3 - 8]\sin\theta\, d\theta$$
$$= \frac{8}{3}\left[-\frac{1}{4}(1+\cos\theta)^4 + \cos\theta\right]_0^{\pi/2} = \frac{22}{3}$$

ملاحظة : مثال 14ص 306

انتهت الإجابة

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم الطالب: ....

رقم الطالب: ....

تاريخ الامتحان: ....../....../......

— نظري —

اسم المقرر: تفاضل وتكامل 2

رقم المقرر: 1200(5261)

مدة الامتحان: ساعة ونصف

عدد الأسئلة: ست أسئلة

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النهائي النصفي (غير المكتمل)

للفصل الثاني "1162"

2017/2016

عزيزي الطالب:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الأول (20 علامة)

ضع إشارة (√) أمام العبارة الصحيحة وإشارة (×) أمام العبارة الخاطئة منها ثم انقل الرمز الصحيح إلى الجدول المخصّص في دفتر الإجابة:

1. إذا كان $g(x,y,z) = x^2 + y\sin z$ فإنّ $g(1, 3, \frac{\pi}{2}) = 1$
2. إذا كان الاقتران $f(x,y)$ متصل عند النقطة (x_0,y_0) فإنّ الاقتران $cf(x,y)$ غير متّصل عند (x_0,y_0) حيث c عدد ثابت
3. $\int_0^1\int_0^y e^{x+y}\,dx\,dy = \frac{1}{2}(e-1)^2$
4. مساحة منطقة R مستطيلة الشكل في المستوى هي $A = \iint_R dA = \iint_R dx\,dy = \iint_R dy\,dx$
5. يمكن تحويل التكامل المزدوج $\iint_R f(x,y)dA$ في الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية وفْق العلاقة $\iint_R f(x,y)dA = \iint_R f(r,\theta).r dr d\theta$
6. إذا كان $f(s,t,u) = s^2 + 3tu + s^3e^{t^2}$ فإنّ $\frac{\partial f}{\partial s\partial t^2}(-2,0,4) = 0$
7. يكون للاقتران $f(x,y)$ قيمة عظمى مطلقة عند النقطة (a, b) إذا كان $f(x,y) > f(a,b)$ لجميع النقط (x, y) في مجال الاقتران f
8. مجال الاقتران $g(x,y) = ln(1+\frac{2x}{x^2+y^2})$ هو عبارة عن مجموعة النقط التي تقع داخل دائرة مركزها (-9,0) وقطرها 1
9. $\int_0^1\int_0^{\sqrt{z}}\int_0^{\sqrt{yz}} x\,dx\,dy\,dz = \frac{1}{12}$
10. النقطة (1 , 0) هي نقطة سرج للاقتران $f(x,y) = 2x^4 - x^2 + y^2 - 2y$

السؤال الثاني (30 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة لكلّ من العبارات التالية ثمّ انقله إلى الجدول المخصّص في دفتر الإجابة:

1) إذا شكّل جسم ما منطقة D من الفضاء الثلاثي وكانت كثافته تُعطى بالاقتران $f(x,y,z)$ المتصل على D، فإنّ كتلته تساوي

أ- $\iiint_D f(x,y,z)dv$ ب- $\iiint_D x^2f(y,z)dv$ ج- $\iiint_D y^2f(x,z)dv$ د- $\iiint_D z^2f(x,y)dv$

2) قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^{x^2} xy\,dy\,dx$ تساوي

أ- $\frac{4}{12}$ ب- $\frac{1}{12}$ ج- $\frac{3}{12}$ د- $\frac{2}{12}$

3) ليكن الاقتران $g(x,y) = sin^{-1}\frac{x}{y^2}$ ، فإنّ قيمة الاقتران عند النقطة $(x,y) = (1,\sqrt{2})$ تساوي

أ- $\frac{\pi}{4}+n\pi$ ب- $\frac{\pi}{6}+n\pi$ ج- $\frac{\pi}{5}+n\pi$ د- $\frac{\pi}{3}+n\pi$

4) قيمة النهاية $\lim_{(x,y)\to(\pi,\frac{1}{4})}(x^2\tan xy)$ تساوي

أ- π^2 ب- π ج- $\frac{1}{4}$ د- $\frac{\pi}{4}$

5) عنصر الحجم dv في الإحداثيات الكروية $(\rho,\theta,\emptyset)$ يساوي

أ- $\cos\emptyset\, d\rho\, d\theta\, d\emptyset$ ب- $\tan\theta\, d\rho\, d\theta\, d\emptyset$ ج- $\rho^2\sin\emptyset\, d\rho\, d\emptyset\, d\theta$ د- $\rho^2\, d\rho\, d\emptyset\, d\theta$

6) عزم كتلة الجسم M_{yz} المعرّف على المنطقة D في الفضاء بحيث أنّ كثافته $f(x,y,z)$ يُعطى بالعلاقة

أ- $\iiint_D f(x,y,z)dv$ ب- $\iiint_D yzf(x,y,z)dv$ ج- $\iiint_D xf(x,y,z)dv$ د- $\iiint_D zf(x,y,z)dv$

7) إذا كان الاقتران $f(x,y) = x\sin(xy)$ فإنّ f_y تساوي

أ- $x^2\cos(xy)$ ب- $\cos(xy)$ ج- $\sin(xy)$ د- $2x\cos(xy)$

8) يُسمّى المقدار $M(x,y)dx + N(x,y)dy$ تفاضلة مضبوطة (بفرض أنّ المشتقات الجزئية للإقترانين M,N متّصلة) إذا

أ- $M_x = N_y$ ب- $M_x \neq N_y$ ج- $xM_x = yN_y$ د- $M_y = N_x$

9) درجة ميل الاقتران $f(x,y)$ عند النقطة P_0 تُعطى بالعلاقة

أ- $f(P_0)\hat{\imath} + f(P_0)\hat{\jmath}$ ب- $f_x(P_0)\hat{\imath} + f_x(P_0)\hat{\jmath}$ ج- $f_y(P_0)\hat{\imath} + f_y(P_0)\hat{\jmath}$ د- $f_x(P_0)\hat{\imath} + f_y(P_0)\hat{\jmath}$

10) قيمة التكامل $\int_0^{\pi} y^2 \sin x\,dx$ تساوي

أ- $2y^2$ ب- $2x^2$ ج- 2 د- π

11) لتكن المعادلة $z = f(x,y)$ هي معادلة سطح معرّف على المنطقة R ، فإنّ مساحة هذا السطح تُعطى بالعلاقة

أ- $\iint_R \sqrt{f_x^2 + f_y^2}\,dA$ ب- $\iint_R \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + 1}\,dA$ ج- $\iint_R (f_{xx}^2 + f_{yy}^2)\,dA$ د- $\iint_R (xf_x^2 + yf_y^2)\,dA$

12) قيمة التكامل $\int_0^1 \int_0^x \int_0^{xy} z\,dz\,dy\,dx$ تساوي

أ- -2 ب- 2 ج- $\frac{1}{36}$ د- 3

13) مساحة المنطقة المحصورة بين المُنحنيين $y = 4x\,, y = x^2$ تساوي

أ- -12 ب- $\frac{1}{4}$ ج- $\frac{1}{3}$ د- $\frac{32}{3}$

14) إذا كان الاقتران $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - 2z^2$ فإنّ قيمة المقدار $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz}$ تساوي

أ- 3 ب- 2 ج- 1 د- 0

15) مجال الاقتران $g(x,y) = \sin^{-1}(x+y)$ هو

أ- $0 \le x \le 1$ ب- $0 \le xy \le 1$ ج- $-1 \le xy \le 1$ د- $-1 \le x + y \le 1$

السؤال الثالث (15 علامة)

أ) بيّن ما إذا كانت الصيغة التفاضلية التالية مضبوطة أم لا (7 علامات)

$$(\sin(y) + y\sin(x))dx + (\cos(x) + x\cos(y))dy$$

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين المُنحنيين $x - 2y = 0\,, x = y^2 - 8$ (8 علامات)

السؤال الرابع (15 علامة)

احسب قيمة المشتقّة المتّجة للاقتران $f(x,y) = e^{x^2 y}$ عند النقطة $P_0(-4,0)$ باتّجاه المتّجه $\vec{a} = 6\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$

أجب عن أحد السؤالين التاليين

السؤال الخامس (20 علامة)

جد أقصر مسافة بين النقطة (2,-3,4) والمستوى $x + 2y + 2z = 13$ باستخدام مضروبات لاجرانج.

السؤال السادس (20 علامة)

جد قيمة التكامل $\iiint_D (z^2 + 1)dv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الأول والمحصورة بين الكرتين $x^2 + y^2 + z^2 = 1\,,\ x^2 + y^2 + z^2 = 2$ ومستويات الإحداثيات.

انتهت الأسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

إجابة الامتحان النهائي البديل(غير المكتمل)

للفصل الثاني "1162"

2017/2016

اسم المقرر: تفاضل وتكامل 2
رقم المقرر: 1200(5261)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الأسئلة: ست أسئلة

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ....../....../......

— نظري —

جميع الإجابات مأخوذة من الوحدتين الثالثة والرابعة من مقرر الرياضيات 2 رقم 6102 سنة الطبع 2015

جدول رقم (1)

إجابة السؤال رقم (الأول) من نوع (أجب بنعم أو لا) أو (√ أو ×) (20 علامة) (2 علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحة	×	×	√	√	√	×	×	×	√	√										
الوحدة	3	3	4	4	4	3	3	3	4	3										
الصفحة	207	217	297	343	344	226	242	209	326	245										

جدول رقم (2)

إجابة السؤال رقم (الثاني) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة)(2 علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحة	أ	ب	ب	أ	ج	ج	أ	د	د	أ	ب	ج	د	د	د					
الوحدة	4	4	3	3	4	4	3	3	3	4	4	4	4	3	3					
الصفحة	330	287	211	216	337	330	231	257	234	282	343	326	302	226	209					

جدول رقم (3)

إجابة السؤال رقم ( ) من نوع (وفق بين عمودين) (علامة)(علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحه																				

السؤال الثالث (15 علامة)

أ) بيّن ما إذا كانت الصيغة التفاضلية التالية مضبوطة أم لا (7 علامات)

$$(\sin(y) + y\sin(x))dx + (\cos(x) + x\cos(y))dy$$

الحل:الوحدة الثالثة، رقم الصفحة 258

علامة لكل خطوة

$$M(x,y) = \sin(y) + y\sin(x)$$

$$N(x,y) = \cos(x) + x\cos(y)$$

$$M_y = \cos(y) + \sin(x)$$

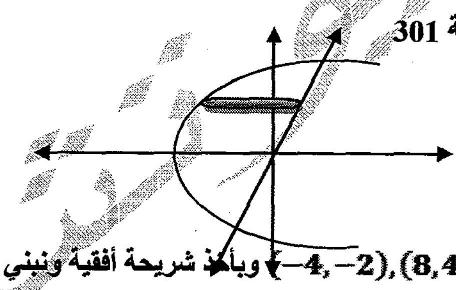
$$N_x = -\sin(x) + \cos(y)$$

وبما أن $M_y \neq N_x$ فإنّ الصيغة التفاضلية غير مضبوطة 3 علامات

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين المُنحنيين $x - 2y = 0 , x = y^2 - 8$ (8 علامات)

الحل: الوحدة الرابعة ، رقم الصفحة 301

رسم المنطقة علامتان



المُنحنيان يتقاطعان في النقطتين $(8,4),(-4,-2)$ ونأخذ شريحة أفقية ونبني حدود التكامل بناءً عليها لينتج 6 علامات

حيث $-2 \le y \le 4 \ , \ y^2 - 8 \le x \le 2y$

$$A = \iint_R dx\,dy = \int_{-2}^{4}\int_{y^2-8}^{2y} dx\,dy = \int_{-2}^{4} x\Big|_{y^2-8}^{2y} dy = \int_{-2}^{4}(2y - y^2 + 8)\,dy = \left(y^2 - \frac{y^3}{3} + 8y\right)\Big|_{-2}^{4}$$

$$= 36$$

السؤال الرابع (15 علامة)

احسب قيمة المشتقة المتّجة للاقتران $f(x,y) = e^{x^2 y}$ عند النقطة $P_0(-4,0)$ باتّجاه المتّجه $\vec{a} = 6\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$

الحل: الوحدة الثالثة ، رقم الصفحة 235

$$f_x = 2xye^{x^2y} \rightarrow f_x(-4,0) = 0$$ علامتان

$$f_y = x^2e^{x^2y} \rightarrow f_y(-4,0) = 16$$ علامتان

درجة ميل الاقتران f عند النقطة P_0 هي 3 علامات

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}f(P_0) &= f_x(P_0)\hat{\imath} + f_y(P_0)\hat{\jmath}\\ &= (0)\hat{\imath} + (16)\hat{\jmath}\\ &= 16\ \hat{\jmath}\end{aligned}$$

المتّجه $\vec{a} = 6\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ ليس متّجه وحدة، لذلك يجب ايجاد متّجه وحدة $\vec{u}$ باتجاه $\vec{a}$: 4 علامات

$$\vec{u} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{6\hat{\imath}+2\hat{\jmath}}{\sqrt{6^2+2^2}} = \frac{6\hat{\imath}+2\hat{\jmath}}{\sqrt{40}} = \frac{6\hat{\imath}+2\hat{\jmath}}{2\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}\hat{\imath} + \frac{1}{\sqrt{10}}\hat{\jmath}$$

المشتقّة المتّجهة للاقتران هي 4 علامات

$$\begin{aligned}D_{\vec{u}}f(P_0) &= \vec{\nabla}f(P_0).\vec{u}\\ &= (16\ \hat{\jmath}).(\tfrac{3}{\sqrt{10}}\hat{\imath} + \tfrac{1}{\sqrt{10}}\hat{\jmath})\\ &= \tfrac{16}{\sqrt{10}}\end{aligned}$$

السؤال الخامس (20 علامة)

جد أقصر مسافة بين النقطة (2,-3,4) والمستوى $x + 2y + 2z = 13$ باستخدام مضروبات لاجرانج.

الحل: الوحدة الثالثة ، رقم الصفحة 254

نفرض أنّ النقطة (x, y, z) تقع على المستوى $x + 2y + 2z = 13$ ،ولنفرض أنّ $g(x, y, z) = x + 2y + 2z - 13 = 0$

المسافة بين النقطة P ونقطة الأصل هي $\sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2}$

المسافة تكون أقل ما يمكن عندما يكون مربّع المسافة أقل ما يمكن

لنفرض أنّ اقتران مربع المسافة هو $f(x, y, z)$ ولذلك نجد أقل قيمة للاقتران

$$f(x, y, z) = (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2$$

لنعرّف الاقتران F كالتالي:

$$\begin{aligned}F(x, y, z, \lambda) &= f(x, y, z) - \lambda g(x, y, z)\\ &= (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 - \lambda(x + 2y + 2z - 13)\end{aligned}$$

الآن نكوّن المعادلات

$$F_x = 2(x-2) - \lambda = 0 \qquad (1)$$
$$F_y = 2(y+3) - 2\lambda = 0 \qquad (2)$$
$$F_z = 2(z-4) - 2\lambda = 0 \qquad (3)$$
$$F_\lambda = -(x + 2y + 2z - 13) = 0 \quad (4)$$

ينتج من المعادلة (1) أنّ $x = 2 + \frac{\lambda}{2}$

ينتج من المعادلة (2) أنّ $y = -3 + \lambda$

ينتج من المعادلة (3) أنّ $z = 4 + \lambda$

وبتعويض قيمة كلاً من x, y, z في المعادلة (4) ينتج أنّ $\lambda = 2$

لذلك $x = 3\ , y = -1, z = 6$

وعليه فإنّ أقصر مسافة بين النقطة (2,-3,4) والمستوى $x + 2y + 2z = 13$ هي

$$\sqrt{f(3, -1, 6)} = \sqrt{9} = 3$$

السؤال السادس (20 علامة)

جد قيمة التكامل $\int\int\int_D (z^2 + 1)dv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الأول والمحصورة بين الكرتين $x^2 + y^2 + z^2 = 1\ ,\ x^2 + y^2 + z^2 = 2$ ومستويات الإحداثيات.

الحل: الوحدة الرابعة، رقم الصفحة 339

المنطقة D تُعطى بالمتباينات 3 علامات

$$\sqrt{1 - x^2 - y^2} \le z \le \sqrt{2 - x^2 - y^2}\ ,(x,y) \in R$$

حيث R المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين الدائرتين $x^2 + y^2 = 1\ ,\ x^2 + y^2 = 2$

وبدلالة الإحداثيات الكروية ينتج ما يلي 3 علامات

$$0 \le \emptyset \le \frac{\pi}{2}\ ,\ 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\ ,\ 1 \le \rho \le \sqrt{2}$$

علامتان لكل خطوة

$$\iiint_D (z^2+1)dv = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}} (\rho^2\cos^2\emptyset+1)\rho^2\sin\emptyset\, d\rho\, d\emptyset\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^4\cos^2\emptyset+\rho^2)\sin\emptyset\, d\rho\, d\emptyset\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\rho^5}{5}\cos^2\emptyset+\frac{\rho^3}{3}\right)\Big|_1^{\sqrt{2}}\sin\emptyset\, d\emptyset\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{4\sqrt{2}-1}{5}\cos^2\emptyset+\frac{2\sqrt{2}-1}{3}\right)\sin\emptyset\, d\emptyset\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{4\sqrt{2}-1}{5}\cos^3\emptyset-\frac{2\sqrt{2}-1}{3}\cos\emptyset\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{4\sqrt{2}-1}{15}+\frac{2\sqrt{2}-1}{3}\right)d\theta$$

$$= \left(\frac{14\sqrt{2}-6}{30}\right)\pi = \left(\frac{7\sqrt{2}-3}{15}\right)\pi$$

انتهت الاجابة

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم المقرر: تفاضل وتكامل2
رقم المقرر: 1200(5261)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان ..../......../.......

جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النهائي البديل (غير المكتمل) للفصل
الأول "1161"
2017/2016

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول: اجب بنعم ام لا وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (20 علامة)

1- مجال الاقتران $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-4)$ هو جميع النقاط بحيث ان $x^2+y^2-4>0$

2- قيمة النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)}(3xy-2x^2)$ هي -2

3- المساحة بين المنحنيين $y=\sin(x), y=\cos(x)$ حيث $0\le x\le\frac{\pi}{4}$ هي $\sqrt{2}-1$

4- التكامل $\iiint_D zdv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الاول والمحصور بين الكرتين $z^2+x^2+y^2=1, x^2+y^2+z^2=2$ ومستويات الاحداثيات هو $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho\cos\phi)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$

5- العمودي على السطح $(x^2+y^2-z^2+1=0)$ عند النقطة $(2,-2,3)$ هو $i+3j-3k$

6- اذا كان $f(x,y,z)=\frac{x-y^2}{z}$ فان $f_x=\frac{1}{z}$

7- للاقتران $f(x,y)=x^2\sin y$ فان $f_x(p)$ عند النقطة $p(3,\frac{\pi}{3})$ هي $3\sqrt{3}$

8- اذا كان $f(x,y)=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+c$ فان $\vec{\nabla}f(x,y)=xi+yj$

9- قيمة التكامل $\int_0^2 x^2y^3dy$ تساوي 4x

10- حجم الجسم الواقع خارج السطح المكافئ $z=x^2+y^2$ وداخل الاسطوانة $x^2+y^2=4$ هو $\int_0^{2\pi}\int_0^2 r^2drd\theta$

السؤال الثاني: اختر رمز الاجابة الصحيحة وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (30 علامة)

1- قيمة النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\left(\frac{x^2+5x+xy^2+2}{\cos(xy)+3}\right)$

ا- 1 ب- $\frac{1}{2}$ ج- 0 د- 2

2- قيمة المشتقة المتجهه للاقتران $f=xz^2+3y$ عند النقطه $(-2,3,1)$ باتجاه المتجه $\frac{2}{3}i+\frac{2}{3}j-k$ هو

أ- 2 ب- 6 ج- 4 د- 8

3- اذا كان $f(x,y,z)=x^2+y^2-2z^2$ فان $f_{xx}+f_{yy}+f_{zz}$

أ- 0 ب- 2 ج- 4 د- -2

4- العمودي على السطح $z=\ln(x^2+y^2)$ عند النقطة $(e,0,2)$ هو

أ- $i-j+2k$ ب- $ei-k$ ج- $ei+k$ د- $\frac{2}{e}i-k$

5- يعرف مميزالاقتران $f(x,y)$ كما يلي

أ- $f_{xx}f_{yy}+f_{xy}f_{yx}$ ب- $f_{xx}f_{yy}-f_{xy}f_{yx}$ ج- $f_{xx}f_{yy}*f_{xy}f_{yx}$ د- $f_xf_y-f_{xy}f_{yx}$

6- عند استخدام مضروبات لانجرنج لايجاد القيم القصوى للاقتران $f(x,y,z)=x-2y+5z$ على الكرة $x^2+y^2+z^2=30$ فاننا نعرف الاقتران

أ- $F(x,y,z,\lambda)=x-2y+5z-\lambda(x^2+y^2+z^2)$

ب- $F(x,y,z,\lambda)=(x^2+y^2+z^2-30)-\lambda(x-2y+5z)$

ج- $F(x,y,z,\lambda)=x-2y+5z-\lambda(x^2+y^2+z^2-30)$

د- $F(x,y,z,\lambda)=x-2y+5z*\lambda(x^2+y^2+z^2-30)$

7- قيمة a التي تجعل الصيغة التفاضلية $2x(x^3+y^3)dx+ay^2(x^2+y^2)dy$ مضبوطة هي

أ- 3 ب- 2 ج- 3- د- 5

8- $\int_0^1\int_1^2(x+y^2)dxdy$ يساوي

أ- $\frac{11}{6}$ ب- $\frac{12}{6}$ ج- $\frac{13}{6}$ د- $\frac{14}{6}$

9- الاتجاه الذي يكون فيه معدل تغير الاقتران $f(x,y)=x^4+2xy^2+y^3$ اقل ما يمكن عند النقطة $(-2,-1)$

أ- $\frac{30}{\sqrt{1021}}i-\frac{11}{\sqrt{1021}}j$ ب- $\frac{-30}{\sqrt{1021}}i+\frac{11}{\sqrt{1021}}j$ ج- $\frac{30}{\sqrt{1021}}i+\frac{11}{\sqrt{1021}}j$ د- $\frac{-30}{\sqrt{1021}}i-\frac{11}{\sqrt{1021}}j$

10- قيمة التكامل $\iint_R x^2ydA$ حيث R هي المنطقة المحصورة بين القطع المكافئ $y=x^2$ والخط $y=4$

أ- $\int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4}x^2ydydx$ ب- $\int_0^4\int_{x=-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}x^2ydxdy$ ج- $\int_0^4\int_{x=-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}x^2ydydx$ د- ا+ب

11- اذا كان $f(x,y)=x^2\cos y+y^2e^x$ فان f_{xy}

ا- $-2x\cos y+2ye^x$ ب- $-2x\sin y+2ye^x$ ج- $-2x\cos y-2ye^x$ د- $-2x\sin y+2y$

12- حجم المنطقة المحددة من اعلى بالسطح $z=e^{-(x^2+y^2)}$ ومن الاسفل بالمستوى xy ومن الجوانب بالاسطوانة $x^2+y^2=1$ وذلك بالاحداثيات الاسطوانية

أ- $\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$ ب- $\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_0^{e^{-r^2}}(dzdrd\theta)$ ج- $\int_0^{\pi}\int_0^1\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$ د- $\int_0^{2\pi}\int_0^2\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$

13-عند التحويل للاحداثيات الاسطوابية فان قيمة z هي

أ- $r\sin\theta$ ب- $\rho\cos\theta$ ج- $\rho\sin\theta$ د- z

14- $\int_0^1\int_{\sqrt{x}}^1 ydydx$ يساوي

أ- 0 ب- 1 ج- $\frac{1}{4}$ د- 2

15-قيمة التكامل الثلاثي $\iiint_D dydxdz$ حيث D هي متوازي المستطيلات $1 \ge x \ge 0, 1 \ge y \ge 0, 2 \ge z \ge 0$

أ- 4 ب- 6 ج- 3 د- 2

السؤال الثالث : (15 علامة)

أ- اذاكان $f(x,y,z) = \sin(xy^2) + xe^z$ جد f_x, f_y (7 علامات)

ب- اذا كان $f(x,y,z) = \dfrac{x-y^2}{z}$ جد قيمة المشتقة المتجهه عند النقطة $(-1,-1,5)$ باتجاه المتجه

$u = \dfrac{1}{\sqrt{29}}(-3i + 4j + 2k)$ (8 علامات)

السؤال الرابع (15 علامة)

أ- احسب قيمة التكامل $\iint_R x^2 + 4y\, dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y = x^2$ والخط $y = x + 2$ (8 علامات)

ب- استخدم الإحداثيات القطبية لايجاد قيمة التكامل المزدوج $\iint_R (x^2+y^2)^{5/2}\, dA$

حيث R هي المنطقة داخل الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ في الربع الاول (7علامات)

ملاحظة: اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس : (20 علامة)

أ- جد مساحة ذلك الجزء من السطح $z = 4 - x^2 - y^2$ الذي يقع فوق المستوى xy (z=0) (10 علامات)

ب- استخدم التكامل الثلاثي لايجاد حجم الجسم المحصور بين السطوح

$z = x^2, z = 8 - x^2, y = 0, y = 3, x = 0, x = 2$

(10 علامات)

السؤال السادس : (20 علامة)

أ- جد قيمة $\dfrac{dw}{dt}$ بدلالة t اذا كان $w = x^3 - 3xy$, $x = 3t^2 - 5t$, $y = \cos t$ (10 علامات)

ب- جد النقاط الحرجة وصنفها (عظمى,صغرى,سرج)للاقتران التالي $f(x,y) = 2x^4 + y^2 - 2y$

(10 علامات)

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: تفاضل وتكامل2
رقم المقرر: 1200(5261)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة
إجابة الامتحان النهائي البديل (غير المكتمل)
للفصل الأول "1161"
2016-2017

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../........./.....

-- نظري --

جدول رقم (1)

اجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او×) (20 علامة)(2 علامتين لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحه	نعم	نعم	نعم	نعم	لا	نعم	نعم	نعم	لا	لا
رقم الوحدة-الصفحة	184-4	191-4	274-5	312-4	215-4	210-4	211-4	213-4	256-5	284 -5

جدول رقم (2)

اجابة السؤال رقم (2) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة)(2 علامتين لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحه	ب	ج	ا	د	ب	ج	ا	ا	ا	د	ب	ا	د	ج	د
الوحدة	4	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	5	5	5	5
الصفحة	193	208	199	216	217	228	233	258	216	266	199	314	305	269	296

السؤال الاول: اجب بنعم ام لا وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (20 علامة)

1- مجال الاقتران $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-4)$ هو جميع النقاط بحيث ان $x^2+y^2-4>0$

2- قيمة النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)}(3xy-2x^2)$ هي 2-

3- المساحة بين المنحنيين $y=\sin(x), y=\cos(x)$ حيث $0\le x\le\frac{\pi}{4}$ هي $\sqrt{2}-1$

4- التكامل $\iiint_D z\,dv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الاول والمحصور بين الكرتين $z^2+x^2+y^2=1, x^2+y^2+z^2=2$ ومستويات الاحداثيات هو $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho\cos\phi)(\rho^2\sin\phi\, d\rho\, d\phi\, d\theta)$

5- العمودي على السطح $(x^2+y^2-z^2+1=0)$ عند النقطة $(2,-2,3)$ هو $i+3j-3k$

6- اذا كان $f(x,y,z)=\frac{x-y^2}{z}$ فان $f_x=\frac{1}{z}$

7- للاقتران $f(x,y)=x^2\sin y$ فان $f_x(p)$ عند النقطة $p(3,\frac{\pi}{3})$ هي $3\sqrt{3}$

8- اذا كان $\vec{\nabla}f(x,y)=xi+yj$ فان $f(x,y)=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+c$

9- قيمة التكامل $\int_0^2 x^2y^3dy$ تساوي 4x

10- حجم الجسم الواقع خارج السطح المكافئ $z = x^2 + y^2$ وداخل الاسطوانة $x^2 + y^2 = 4$ هو $\int_0^{2\pi}\int_0^2 r^2drd\theta$

السؤال الثاني: اختر رمز الاجابة الصحيحة وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (30علامة)

1- قيمة النهاية $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{x^2+5x+xy^2+2}{\cos(xy)+3}\right)$

أ- 1 ب- $\frac{1}{2}$ ج- 0 د- 2

2- قيمة المشتقة المتجهه للاقتران $f = xz^2 + 3y$ عند النقطه $(-2,3,1)$ باتجاه المتجه $\frac{2}{3}i+\frac{2}{3}j-k$ هو

أ- 2 ب- 6 ج- 4 د- 8

3- اذا كان $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - 2z^2$ فان $f_{xx} + f_{yy} + f_{zz}$

أ- 0 ب- 2 ج- 4 د- -2

4- العمودي على السطح $z = \ln(x^2 + y^2)$ عند النقطة $(e,0,2)$ هو

أ- $i - j + 2k$ ب- $ei - k$ ج- $ei + k$ د- $\frac{2}{e}i - k$

5- يعرف مميزالاقتران $f(x,y)$ كما يلي

أ- $f_{xx}f_{yy} + f_{xy}f_{yx}$ ب- $f_{xx}f_{yy} - f_{xy}f_{yx}$ ج- $f_{xx}f_{yy} * f_{xy}f_{yx}$ د- $f_xf_y - f_{xy}f_{yx}$

6- عند استخدام مضروبات لانجرنج لايجاد القيم القصوى للاقتران $f(x,y,z) = x - 2y + 5z$ على الكرة $x^2 + y^2 + z^2 = 30$ فاننا نعرف الاقتران

أ- $F(x,y,z,\lambda) = x - 2y + 5z - \lambda(x^2 + y^2 + z^2)$

ب- $F(x,y,z,\lambda) = (x^2 + y^2 + z^2 - 30) - \lambda(x - 2y + 5z)$

ج- $F(x,y,z,\lambda) = x - 2y + 5z - \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 30)$

د- $F(x,y,z,\lambda) = x - 2y + 5z * \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 30)$

7- قيمة a التي تجعل الصيغة التفاضلية $2x(x^3 + y^3)dx + ay^2(x^2 + y^2)dy$ مضبوطة هي

أ- 3 ب- 2 ج- 3- د- 5

8- $\int_0^1\int_1^2 (x + y^2)dxdy$ يساوي

أ- $\frac{11}{6}$ ب- $\frac{12}{6}$ ج- $\frac{13}{6}$ د- $\frac{14}{6}$

9- الاتجاه الذي يكون فيه معدل تغير الاقتران $f(x,y) = x^4 + 2xy^2 + y^3$ اقل ما يمكن عند النقطة $(-2,-1)$

أ- $\frac{30}{\sqrt{1021}}i - \frac{11}{\sqrt{1021}}j$ ب- $\frac{-30}{\sqrt{1021}}i + \frac{11}{\sqrt{1021}}j$ ج- $\frac{30}{\sqrt{1021}}i + \frac{11}{\sqrt{1021}}j$ د- $\frac{-30}{\sqrt{1021}}i - \frac{11}{\sqrt{1021}}j$

10- قيمة التكامل $\iint_R x^2ydA$ حيث R هي المنطقة المحصورة بين القطع المكافئ $y = x^2$ والخط $y = 4$

أ- $\int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4} x^2 ydydx$ ب- $\int_{0}^{4}\int_{x=-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} x^2 ydxdy$ ج- $\int_{0}^{4}\int_{x=-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} x^2 ydydx$ د- أ+ب

11- اذا كان $f(x,y)=x^2\cos y+y^2e^x$ فان f_{xy}

ا- $-2x\cos y+2ye^x$ ب- $-2x\sin y+2ye^x$ ج- $-2x\cos y-2ye^x$ د- $-2x\sin y+2y$

12- حجم المنطقة المحددة من اعلى بالسطح $z=e^{-(x^2+y^2)}$ ومن الاسفل بالمستوى xyومن الجوانب بالاسطوانة $x^2+y^2=1$ وذلك بالاحداثيات الاسطوانية

أ- $\int_0^{2\pi}\int_0^{1}\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$ ب- $\int_0^{2\pi}\int_0^{1}\int_0^{e^{-r^2}}(dzdrd\theta)$ ج- $\int_0^{\pi}\int_0^{1}\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$ د- $\int_0^{2\pi}\int_0^{2}\int_0^{e^{-r^2}}(dzrdrd\theta)$

13- عند التحويل للاحداثيات الاسطوابية فان قيمة z هي

أ- $r\sin\theta$ ب- $\rho\cos\theta$ ج- $\rho\sin\theta$ د- z

14- $\int_0^1\int_{\sqrt{x}}^1 ydydx$ يساوي

أ- 0 ب- 1 ج- $\frac{1}{4}$ د- 2

15- قيمة التكامل الثلاثي $\iiint_D dydxdz$ حيث D هي متوازي المستطيلات $0\le z\le 2, 0\le y\le 1, 0\le x\le 1$

أ- 4 ب- 6 ج- 3 د- 2

السؤال الثالث : (15 علامة)

أ- **اذاكان** $f(x,y,z)=\sin(xy^2)+xe^z$ **جد** f_x, f_y **(7 علامات)**

الحل: **(و4 ص197)**

$$f_x = y^2\cos(xy^2)+e^z$$
$$f_y = 2xy\cos(xy^2)$$

ب- اذا كان $f(x,y,z)=\dfrac{x-y^2}{z}$ جد قيمة المشتقة المتجهه عند النقطة $(-1,-1,5)$ باتجاه المتجه

$$u=\frac{1}{\sqrt{29}}(-3i+4j+2k)$$ **(8 علامات)**

الحل **(و4 ص210)**

$$f_x = \frac{1}{z}, f_y = \frac{-2y}{z}, f_z = \frac{-x+y^2}{z^2}$$
$$\nabla f(-1,-1,5) = \frac{1}{5}i + \frac{2}{5}j + \frac{2}{25}k$$
$$Df(-1,-1,5) = \nabla f(-1,-1,5).u$$
$$= (\frac{1}{5}i + \frac{2}{5}j + \frac{2}{25}k).\frac{1}{\sqrt{29}}(-3i+4j+2k) = \frac{\sqrt{29}}{25}$$

السؤال الرابع (15 علامة)

أ- احسب قيمة التكامل $\iint_R x^2 + 4y\,dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y = x^2$ **والخط** $y = x+2$ **(8 علامات)**

الحل (و5–ص267)

$$\iint_R x^2 + 4ydA = \int_{-1}^{2}\int_{x^2}^{x+2} x^2 + 4ydydx$$
$$= \int_{-1}^{2} x^2y + 2y^2 \Big|_{x^2}^{x+2} dx = \int_{-1}^{2} x^3 + 4x^2 + 8x + 8 - 3x^4 dx$$
$$= \frac{x^4}{4} + \frac{4}{3}x^3 + 4x^2 + 8x - \frac{3}{5}x^5 \Big|_{-1}^{2} = \frac{639}{20}$$

ب- استخدم الإحداثيات القطبية لايجاد قيمة التكامل المزدوج $\iint_R (x^2+y^2)^{5/2} dA$

حيث R هي المنطقة داخل الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ **في الربع الاول (7علامات)**

الحل (و5–ص281)

$$\iint_R (x^2+y^2)^{5/2} dA = \int_0^{\pi/2}\int_0^1 (r^2)^{5/2} rdrd\theta$$
$$\int_0^{\pi/2}\int_0^1 (r^6)drd\theta = \frac{r^7}{7}\Big|_0^1 (\pi/2) = \frac{\pi}{14}$$

اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس : (20 علامة)

أ- **جد مساحة ذلك الجزء من السطح** $z = 4 - x^2 - y^2$ **الذي يقع فوق المستوى xy (z=0)** **(10 علامات)**

الحل: (و5-ص291)

$$z_x = -2x, z_y = -2y$$

$$s = \iint_R \sqrt{1+(z_x)^2+(z_y)^2}\,dA$$

$$s = \int\int_R \sqrt{4x^2+4y^2+1}\,dydx = \int_0^{2\pi}\int_0^{2} \sqrt{4r^2+1}\,rdrd\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{12}(4r^2+1)^{3/2}\Big|_0^2 d\theta = \frac{1}{12}(17\sqrt{17}-1)2\pi$$

$$= \frac{1}{6}(17\sqrt{17}-1)\pi$$

ب- استخدم التكامل الثلاثي لايجاد حجم الجسم المحصور بين السطوح $z = x^2, z = 8-x^2, y = 0, y = 3, x = 0, x = 2$ **(10 علامات)**

الحل: (و 5-ص302)

$$v = \int_0^3\int_0^2\int_{x^2}^{8-x^2} dzdxdy = \int_0^3\int_0^2 8-2x^2\,dxdy = \int_0^3 8x-\frac{2}{3}x^3\Big|_0^2 dy$$

$$= \int_0^3 \frac{32}{3}dy = 32$$

السؤال السادس : (20 علامة)

أ- جد قيمة $\frac{dw}{dt}$ بدلالة t اذا كان $y = \cos t$, $x = 3t^2-5t$, $w = x^3-3xy$ **(10 علامات)**

الحل (و4 ص202)

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

$$= (3x^2-3y)(6t-5)+(-3x)(-\sin t)$$

$$= (3(3t^2-5t)^2-3(\cos t))(6t-5)+3(3t^2-5t)\sin t$$

ب- جد النقاط الحرجة وصنفها (عظمى,صغرى,سرج)للاقتران التالي $f(x,y) = 2x^4+y^2-2y$ **(10 علامات)**

الحل (و4 ص220)

$$f(x,y) = 2x^4+y^2-2y$$

$$f_x = 8x^3-2x = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}$$

$$f_y = 2y-2 = 0 \Rightarrow y = 1$$

critical points $(0,1), (\frac{1}{2},1), (\frac{-1}{2},1)$

$$D = f_{xx}f_{yy} - f^2_{xy} = (24x^2-2)(2)-0$$

$D(0,1) = -4 < 0 \Rightarrow$ *saddle* point **سرج**

$$D(\frac{1}{2},1) > 0$$

$f_{xx}(\frac{1}{2},1) = 4 > 0 \Rightarrow$ min point **صغرى**

$$D(-\frac{1}{2},1) > 0$$

$f_{xx}(-\frac{1}{2},1) = 4 > 0 \Rightarrow$ min point

صغرى

انتهت الإجابة

اسم المقرر: تفاضل وتكامل (2)
رقم المقرر: (5261) 1200
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الأسئلة: ستة أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة
إجابة الامتحان النهائي البديل (غير المكتمل)
للدورة الصيفية الاولى والثانية "1154/1153"
2016/2015

اسم الدارس: خاص مكتبة فيوتشر
رقم الدارس: الـوسـطى
تاريخ الامتحان: ..../....../2016

-- نظري --

السؤال الاول: (اجباري) أجب " بنعم" أو "لا " أو اشارة (√) أو (×)عن العبارات الآتية واضعا الإجابة الصحيحة في الجدول (20 علامة)

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^3 x\cos^2 y\,dxdy=\left(\int_0^3 xdx\right)\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 y\,dy\right)$.

2) $\int_0^{\pi}\int_x^{\pi}\frac{\sin y}{y}dydx$ لا يمكن حسابة لأنه لا يوجد اسلوب لتكامل $\int_x^{\pi}\frac{\sin y}{y}dy$.

3) $\int_0^3\int_{x^2}^9 x^3e^{y^3}\,dydx=\int_0^9\int_0^{\sqrt{y}} x^3e^{y^3}\,dydx$

4) اذا كان $f(x,y)=x^2\sin y$ فان f_{xy} تساوى $x^2\cos y$.

5) إذا كان $(\sqrt{2},\frac{3\pi}{4},2)$ هي الإحداثيات الاسطوانية للنقطة p فان إحداثياتها الديكارتية هي $(-1,1,2)$.

6) . ليكن $f=\sin(xy^2)+x\exp(z)$ فان $f_z=xe^z+\cos(xy^2)$.

7) إذا كان للنقطة p الإحداثيات الكروية $(\sqrt{2},\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{4})$ فان إحداثياتها الاسطوانية هي $(1,\frac{2\pi}{3},1)$.

8) الصيغة التفاضلية $e^x dx+xe^y dy$ ليست تفاضلية مضبوطة .

9) $\lim_{(x,y)\to(1,\pi)}\cos(xy)$ تساوى $2\sqrt{3}$.

10) التكامل $\int_0^2\int_{x^2}^{2x} xy\,dydx$ يكافئ $\int_0^4\int_{x=\frac{y}{2}}^{x=\sqrt{y}} xy\,dxdy$.

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحه	t	f	f	f	t	f	t	f	f	t

السؤال الثاني: (اجباري) اختر/ي رمز الاجابة الصحيحة فيما يلي، وضعها/ي في الجدول التالي: (30 علامة)

1. قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^x xy\,dydx$ هي :

أ- $\frac{1}{8}$ ب- $\frac{5}{8}$ ج- $\frac{1}{4}$ د- غير ذلك

2. في التكامل الثلاثي بالحداثيات الاسطوانية فان dv تكافئ :

أ- $rdzdrd\theta$ ب- $dzdrd\theta$ ج- dxdydz د- rdxdydz.

3. dydx تكافئ في الاحداثيات القطبية

أ- $drd\theta$ ب- $rdrd\theta$ ج- $r^2drd\theta$ د- $r^3drd\theta$

4- $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{e^{\cos x\sin y}}{\ln(2-x-y)}$

أ. غير موجودة ب. 2 ج. $\sqrt{5}$ د. $\frac{1}{\ln 2}$

5- اذا كان $f(x,y)=e^{\sin x}+x^5y+\ln(1+y^2)$ اوجد $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ (د)

أ. $e^{\cos x}\sin x$ ب. $\frac{2y}{1+y^2}$ ج. $20x^3y$ د. $5x^4$

6- الاقتران $f(x,y,z)=x^2+y^2-2z^2$ تحقق معادلة :

ا- القطوع المخروطية ب- فيرمات ج- لابلاس د- ليس مما ذكر.

7- $f=a^2+xyz^2-10$ فان f_z تساوى :

ا- yz^2 ب- $2a+yz^2$ ج- 2xyz د- ليس مما ذكر.

8- نتيجة التكامل $\int_{1}^{e}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin y}{x} dydx$ هي :

أ- $\ln 0 - \ln 1$ ب- $\ln \infty$ ج- $\ln 0$ د- غير ذلك .

9- درجة ميل الاقتران $f(x,y) = 4x^2 - 10yx$ عند النقطة $p.(1,3)$ هي :

أ- $-22\hat{i} - 10\hat{j}$ ب- $22\hat{i} - 10\hat{j}$ ج- $-22\hat{i} + 10\hat{j}$ د- غير ذلك .

10- نقول ان الاقتران $f(x,y)$ اقتران متصل عند النقطة $(x.,y.)$ حيث $(x.,y.)$ تقع في مجال الاقتران اذا :

أ- $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ غير موجودة ب- $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(x.,y.)$ ج- ا+ب د- غير ذلك.

11- النقطة الحرجة للاقتران $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 1$ هي

أ- $(3,0)$ ب- $(0,1)$ ج- $(0,2)$ د- $(0,0)$

12- عند استخدام مضروبات لاجرنج لايجاد القيم القصوى للاقتران $f(x,y) = x^2y^2$ بحيث يكون $x^2 + y^2 = 1$ فاننا نعرف الاقتران

أ- $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 - 1$ ب- $f(x,y) = x^2y^2 - \lambda(x^2 + y^2 - 1)$

ج- $f(x,y) = (x^2 + y^2 - 1) - \lambda(x^2y^2)$ د- غير ذلك

13- $\int_{-2}^{0}\int_{-4}^{2} (x^2 + y^2) dxdy$ يساوي

أ- 20 ب- 30 ج- 64 د- غير ذلك

14-عند تحويل للاحداثيات الاسطوانية فان قيمة z هي

أ- $r\sin\theta$ ب- $\rho\cos\theta$ ج- $\rho\sin\theta$ د- z

15 – قيمة التكامل الثلاثي $\int_{0}^{1}\int_{0}^{2}\int_{0}^{3} dxdydz$ هي

أ- 5 ب- 6 ج- 2 د- 0

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحه	ا	د	ب	د	د	ج	ا	د	ا	ج	د	ب	ج	د	ب

السؤال الثالث: (إجباري) **(15 علامة)**

1- احسب قيمة التكامل المزدوج $\iint_R (e^y + \sin x) dA$ حيث R المنطقة المستطيلة التالية (7 علامات)

$$R = \left\{(x,y) : 0 \le x \le \frac{\pi}{2}, 0 \le y \le 1\right.$$

الحل :

$$\iint_R (e^y + \sin x) dA = \int_{0}^{1}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (e^y + \sin x) dxdy$$

$$= \int_{0}^{1} \left[xe^y - \cos y\right]_0^{\frac{\pi}{2}} dy$$

$$\left[\frac{\pi}{2}e^y\right]_0^1 = \frac{\pi e}{2} + 1 - \frac{\pi}{2}$$

2- اوجد مركز الكتلة للمستطيل الذي رؤوسه $(0,0),(1,0),(1,1)$ and $(0,1)$ و اقتران كثافته يتناسب (طرديا) مع مربع المسافه من نقطة الاصل . (8 علامات)

الحل :

$$M=\int_0^1\int_0^1 k\left(x^2+y^2\right)dydx=\frac{2k}{3}$$

The moments are given by:

$$\mathrm{M}_x=\int_0^1\int_0^1 k\left(x^2+y^2\right)ydydx=\frac{5k}{12}$$

$$\mathrm{M}_y=\int_0^1\int_0^1 k\left(x^2+y^2\right)xdydx=\frac{5k}{12}$$

$$\therefore \text{center of mass: } (\overline{x},\overline{y})=\left(\frac{\mathrm{M}_y}{\mathrm{M}},\frac{\mathrm{M}_x}{\mathrm{M}}\right)=\left(\frac{5}{8},\frac{5}{8}\right)$$

السؤال الرابع: (إجباري) **(15 علامة)**

جد القيم القصوى للاقتران $f(x,y)=x^2+xy+y^2-6x+1$.

الحل :

$$f_x=2x+y-6----(1)$$
$$f_y=x+2y=0----(2)$$

من المعادلة (1)

Y=6-2x

التعويض في معادلة (2) ينتج أن :

X+12-4x=0

X=4

Y=6-8=-2

النقطة الحرجة هي (4,-2)

$$f_{xx}=2, f_{yy}=2$$
$$f_{xy}=1, f_{yx}=1$$
$$D=f_{xx}f_{yy}-{f_{xy}}^2=3\succ 0$$
$$f_{xx}=2\succ 0$$

إذا عند النقطة (4,-2) يوجد نقطة صغرى محلية .

اجب عن سؤال فقط من الأسئلة التالية:

السؤال الخامس: (اختياري) **(20 علامة)**

ا- اكتب التكامل الثنائي الذي يعطي المساحة المحصورة بين $y=x^2$ و $y=x^3$ ثم احسبه. (10 علامات)

الحل :

$$A=\int_0^1\int_{x^3}^{x^2} dydx=\int_0^1 (x^2-x^3)dx=\frac{1}{12}$$

ب- اوجد حجم ذلك الجزء من السطح التربيعي (paraboliod) المعطى بالمعادلة $z=9-x^2-y^2$ و الذي يقع داخل الاسطوانه $x^2+y^2=4$. (10 علامات)

الحل :

polar coordinates: $r^2=4\rightarrow r=2,\ r>0$

$0<r<2,\ 0<\theta<2\pi$

$\therefore z=9-r^2$

$$V=\int_0^{2\pi}\int_0^{2}\left(9-r^2\right)rdrd\theta=28\pi$$

السؤال السادس: (اختياري) **(20 علامة)**

أ) ا – جد المشتقة المتجه للاقتران $f(x,y)=\sin xe^y$ عند النقطة (0,0) باتجاه المتجه $\vec{u}=6\hat{i}+2\hat{j}$. (10 علامات)

الحل :

$f_y=\sin xe^y$

$f_x=e^y\cos x$

$f_x(0,0)=1, f_y(0,0)=0$

$\nabla(0,0)=\hat{i}$

$$\vec{u}=\frac{\hat{a}}{\left|\hat{a}\right|}=\frac{3}{\sqrt{10}}\hat{i}+\frac{1}{\sqrt{10}}\hat{j}$$

$$\vec{\nabla}=f(0,0)\cdot\vec{u}=\frac{3}{\sqrt{10}}$$

ب-) استخدم التكامل الثلاثي لإيجاد حجم المنطقة D المحصورة بين السطوح

$x=2, x=0, y=x^2, y=4, z=y, z=0$. (10 علامات)

الحل :

$$v=\iiint_D dv=\int_{x=0}^{2}\int_{y=x^2}^{y=4}\int_{z=0}^{z=y} dzdydx$$

$$\int_0^2\int_{x^2}^4 ydydx=\int_0^2\frac{y^2}{2}\Big|_{x^2}^{4}dx$$

$$=\int_0^2(8-\frac{x^4}{2})dx$$

$$=\frac{128}{10}$$

انتهت الاجابة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النهائي للفصل الثاني "1152"

2016/2015

اسم المقرر: تفاضل وتكامل2

رقم المقرر: 1200(5261)

مدة الامتحان: ساعة ونصف

عدد الأسئلة: 6

اسم الطالب: ....

رقم الطالب: ....

تاريخ الامتحان: ..../......./.......

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول: اجب بنعم ام لا وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (20 علامة)

1- مجال الاقتران $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-4)+\dfrac{xy^2}{x^2-y}$ هو جميع النقاط بحيث ان $x^2+y^2-4\geq 0$

2- اذا كان $f(x,y)=x^2\cos y+y^2e^x$ فان $f_x=2x\cos y+y^2e^x$

3- $\dfrac{dw}{dt}$ للاقتران $w=xy$ علما ان $x=\cos t \;, \mathrm{y}=\mathrm{sint}$ يساوي $\cos^2 t-\sin^2 t$

4- متجه الانحدار للاقتران e^{x^2y} عند النقطه $(-4,0)$ هو $16j$

5- اذا كان $\vec{\nabla} f(x,y)=(3x^2+2xy)i+(x^2+6y)j$ فان $f(x,y)=x^3+x^2y+3y^2+c$

6- النقطة $(1,1)$ نقطة حرجة للاقتران $f(x,y)=2+2x+2y-x^2-y^2$

7- قيمة التكامل $\int_1^2 y^2\sin xdy$ هو $\dfrac{7}{3}\cos x$

8- قيمة التكامل المزدوج $\int_0^1\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^y+\sin xdxdy$ تساوي π

9- التكامل $\int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4} xydydx$ يكافئ التكامل $\int_0^4\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} xydxdy$, **R** هي المنطقة المحصورة بين القطع $y=x^2$ والخط $y=4$

10- مساحة ذلك الجزء من السطح $z=\dfrac{x^2}{2}$ المحدد بالمنطقة $x=0,x=\sqrt{3},y=0,y=3x$ تعطى بالتكامل

$$\int_0^{\sqrt{3}}\int_0^{3x}\sqrt{1+x}\;dydx$$

السؤال الثاني: اختر رمز الاجابة الصحيحة وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (30علامة)

1- قيمة النهاية $\lim\limits_{(x,y)\to(2,1)}(3xy-2x^2)$ تساوي

أ- -2 ب- 6 ج- 2 د- 3

2- متجه الانحدار للاقتران $f=xz^2+3y$ عند النقطه $(-2,3,1)$ هو

أ- $i+3j-4k$ ب- $i+4j-4k$ ج- $i+3j-3k$ د- $2i+3j-4k$

3- اذا كان $f(x,y)=x^2\cos y+y^2e^x$ فان f_{xxy}

أ- $-2\sin y+2ye^x$ ب- $2\sin y-2ye^x$ ج- $-2\cos y+2ye^x$ د- $-2\sin y+y^2e^x$

4- العمودي على السطح $x^2+y^2-z^2=-1$ عند النقطة $(2,-2,3)$ هو

أ- $i-j+2k$ ب- $4i-4j-6k$ ج- $i+j+2k$ د- $i+2j+2k$

5- النقطة الحرجة للاقتران $f(x,y)=x^2-xy+y^2+1$ هي

أ- $(3,1)$ ب- $(0,1)$ ج- $(0,2)$ د- $(0,0)$

6- عند استخدام مضروبات لانجرنج لايجاد القيم القصوى للاقتران $f(x,y)=x^2y^2$ بحيث يكون $x^2+y^2=1$ فاننا نعرف الاقتران

أ- $F(x,y)=x^2y^2-x^2-y^2-1$ ب- $F(x,y,\lambda)=x^2y^2-\lambda(x^2+y^2-1)$

ج- $F(x,y,\lambda)=(x^2+y^2-1)-\lambda(x^2y^2)$ د- $F(x,y)=(x^2+y^2-1)-(x^2y^2)$

7- القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y,z)=xy^2z^3$ عند النقطة (2,1,-1) هي باتجاه

أ- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i-\frac{4}{\sqrt{53}}j+\frac{6}{\sqrt{53}}k$ ب- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i-\frac{2}{\sqrt{53}}j+\frac{6}{\sqrt{53}}k$ ج- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i-\frac{4}{\sqrt{53}}j+\frac{4}{\sqrt{53}}k$ د- $\frac{-2}{\sqrt{53}}i-\frac{4}{\sqrt{53}}j+\frac{6}{\sqrt{53}}k$

8- $\int_{-2}^{0}\int_{-1}^{2}(x^2+y^2)dxdy$ يساوي

ا- 20 ب- 30 ج- 14 د- 15

9- المساحة بين المنحنيين $y=\sin(x), y=\cos(x)$ حيث $0\le x\le\frac{\pi}{4}$ هي

أ- $\sqrt{2}-1$ ب- $\sqrt{2}-3$ ج- $\sqrt{2}-1$ د- $3\sqrt{2}+1$

10- لايجاد حجم الجسم خارج السطح المكافئ $z=x^2+y^2$ وداخل الاسطوانة $x^2+y^2=4$ وفوق المستوى xy باستخدام الاحداثيات القطبية نحسب

أ- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2}r^3drd\theta$ ب- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2}r^2drd\theta$ ج- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{1}r^3drd\theta$ د- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2}r^4drd\theta$

11- التكامل $\iiint_D z^2+1dv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الاول والمحصور بين الكرتين $z^2+x^2+y^2=1, x^2+y^2+z^2=2$ ومستويات الاحداثيات هو

أ- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$ ب- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\sin^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$

ج- $\int_0^{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$ ج- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho\ \sin\phi d\rho d\phi d\theta)$

12- عند التحويل للاحداثيات الاسطوانية فان قيمة z هي

أ- $r\sin\theta$ ب- $\rho\cos\theta$ ج- $\rho\sin\theta$ د- z

13- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\cos y}dxdy$ يساوي

أ- 0 ب- 1 ج- -1 د- 2

14- التكامل $\iint_R ydA$ في المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y^2=x, y=x$ هو

ا- $\int_0^{2}\int_x^{\sqrt{x}}ydydx$ ب- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{x}}ydydx$ ج- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{x}}ydxdy$ د- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{y}}ydxdy$

15- قيمة التكامل الثلاثي $\int_0^{3}\int_0^{2}\int_0^{1}dzdydx$ هي

أ- 5 ب- 6 ج- 3 د- 2

السؤال الثالث : (15 علامة)

أ- اذاكان $f(x,y)=\dfrac{x^3y}{y^2+x^6}$ اثبت ان $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^3y}{y^2+x^6}$ غير موجودة (7 علامات)

ب- اذا كان $w=1-x^2-y^2$, $x=t\cos u$, $y=t\sin u$ جد $\dfrac{\partial w}{\partial t},\dfrac{\partial w}{\partial u}$ بدلالة t,u (8 علامات)

السؤال الرابع (15 علامة)

أ- احسب قيمة التكامل $\iint_R x^3-y^3\,dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y=x^3, x=0, x=1, y=1$ (8 علامات)

ب- استخدم الإحداثيات القطبية لايجاد حجم الجسم الواقع فوق المستوى z=0 وتحت السطح المكافئ $z=4-x^2-y^2$ (7علامات)

اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس : (20 علامة)

أ- جد مساحة ذلك الجزء من المخروط $z=\sqrt{4x^2+4y^2}$ الذي يقع في الربع الاول من المستوى xy والمحصور بين المستقيم $y=x$ والقطع المكافئ $y=x^2$ (10 علامات)

ب- جد قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^x xy\,dy\,dx$ (10 علامات)

السؤال السادس : (20 علامة)

أ- جد القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y)=x^4+2xy^2+y^3$ عند النقطة $(-2,-1)$ وبأي اتجاه يكون (10 علامات)

ب- جد النقاط الحرجة وصنفها (عظمى,صغرى,سرج)للاقتران التالي $f(x,y)=x^2+xy+y^2-6y$ (10 علامات)

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: تفاضل وتكامل2
رقم المقرر: 1200(5261)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

بسم الله الرحمن الرحيم
جامعة القدس المفتوحة
اجابة الامتحان النهائي
للفصل الثاني "1152"
2016/2015

-- نظري --

جدول رقم (1)

اجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او×) (20 علامة)(علامتن لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحه	لا	نعم	نعم	نعم	نعم	نعم	لا	لا	نعم	لا
رقم الوحدة-الصفحة	184-4	199-4	201-4	209-4	213-4	222-4	256-5	258-5	266-5	290 -5

جدول رقم (2)

اجابة السؤال رقم (2) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة)(علامتين لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحه	ا	ا	ا	ب	د	ب	ا	ج	ا	ا	ا	د	ب	ب	ب
الوحدة	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
الصفحة	191	208	199	215	224	230	212	257	274	328	312	305	259	259	295

جدول رقم (3)

اجابة السؤال رقم ( ) من نوع (وفق بين عمودين) (علامة)(علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحه																				

السؤال الاول: اجب بنعم ام لا وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (20 علامة)

1- مجال الاقتران $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-4)+\frac{xy^2}{x^2-y}$ هو جميع النقاط بحيث ان $x^2+y^2-4\ge 0$

2- اذا كان $f(x,y)=x^2\cos y+y^2e^x$ فان $f_x=2x\cos y+y^2e^x$

3- $\frac{dw}{dt}$ للاقتران $w=xy$ علما ان $x=\cos t$, $y=\sin t$ يساوي $\cos^2 t-\sin^2 t$

4- متجه الانحدار للاقتران e^{x^2y} عند النقطه $(-4,0)$ هو $16j$

5- اذا كان $\vec{\nabla} f(x,y)=(3x^2+2xy)i+(x^2+6y)j$ فان $f(x,y)=x^3+x^2y+3y^2+c$

6- النقطة $(1,1)$ نقطة حرجة للاقتران $f(x,y)=2+2x+2y-x^2-y^2$

7- قيمة التكامل $\int_1^2 y^2 \sin xdy$ هو $\frac{7}{3}\cos x$

8- قيمة التكامل المزدوج $\int_0^1\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^y + \sin xdxdy$ تساوي π

9- التكامل $\int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4} xydydx$ يكافئ التكامل $\int_0^4\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} xydxdy$ ، R هي المنطقة المحصورة بين القطع $y=x^2$ والخط $y=4$

10- مساحة ذلك الجزء من السطح $z=\frac{x^2}{2}$ المحدد بالمنطقة $x=0, x=\sqrt{3}, y=0, y=3x$ تعطى بالتكامل

$$\int_0^{\sqrt{3}}\int_0^{3x} \sqrt{1+x}\ dydx$$

السؤال الثاني: اختر رمز الاجابة الصحيحة وانقل الاجابات الى الجدول المخصص على دفتر الاجابة (30علامة)

1- قيمة النهاية $\lim_{(x,y)\to(2,1)} (3xy-2x^2)$ تساوي

أ- -2 ب- 6 ج- 2 د- 3

2- متجه الانحدار للاقتران $f = xz^2 + 3y$ عند النقطه $(-2,3,1)$ هو

أ- $i+3j-4k$ ب- $i+4j-4k$ ج- $i+3j-3k$ د- $2i+3j-4k$

3- اذا كان $f(x,y) = x^2\cos y + y^2 e^x$ فان f_{xxy}

أ- $-2\sin y + 2ye^x$ ب- $2\sin y - 2ye^x$ ج- $-2\cos y + 2ye^x$ د- $-2\sin y + y^2 e^x$

4- العمودي على السطح $x^2+y^2-z^2=-1$ عند النقطة $(2,-2,3)$ هو

أ- $i-j+2k$ ب- $4i-4j-6k$ ج- $i+j+2k$ د- $i+2j+2k$

5- النقطة الحرجة للاقتران $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 1$ هي

أ- $(3,1)$ ب- $(0,1)$ ج- $(0,2)$ د- $(0,0)$

6- عند استخدام مضروبات لانجرنج لايجاد القيم القصوى للاقتران $f(x,y) = x^2y^2$ بحيث يكون $x^2+y^2=1$ فاننا نعرف الاقتران

أ- $F(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 - 1$ ب- $F(x,y,\lambda) = x^2y^2 - \lambda(x^2+y^2 - -1)$

ج- $F(x,y,\lambda) = (x^2+y^2-1) - \lambda(x^2y^2)$ د- $F(x,y) = (x^2+y^2-1) - (x^2y^2)$

7- القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y,z) = xy^2z^3$ عند النقطة (2,1,-1) هي باتجاه

أ- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i - \frac{4}{\sqrt{53}}j + \frac{6}{\sqrt{53}}k$ ب- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i - \frac{2}{\sqrt{53}}j + \frac{6}{\sqrt{53}}k$ ج- $\frac{-1}{\sqrt{53}}i - \frac{4}{\sqrt{53}}j + \frac{4}{\sqrt{53}}k$ د- $\frac{-2}{\sqrt{53}}i - \frac{4}{\sqrt{53}}j + \frac{6}{\sqrt{53}}k$

8- $\int_{-2}^{0}\int_{-1}^{2} (x^2+y^2)dxdy$ يساوي

ا- 20 ب- 30 ج- 14 د- 15

9- المساحة بين المنحنيين $y=\sin(x), y=\cos(x)$ حيث $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$ هي

أ- $\sqrt{2}-1$ ب- $\sqrt{2}-3$ ج- $3\sqrt{2}-1$ د- $\sqrt{2}+1$

10- لايجاد حجم الجسم خارج السطح المكافئ $z=x^2+y^2$ وداخل الاسطوانة $x^2+y^2=4$ وفوق المستوى xy باستخدام الاحداثيات القطبية نحسب

أ- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2} r^3 drd\theta$ ب- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2} r^2 drd\theta$ ج- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{1} r^3 drd\theta$ د- $v=\int_0^{2\pi}\int_0^{2} r^4 drd\theta$

11- التكامل $\iiint_D z^2+1dv$ حيث D المنطقة الواقعة في الثمن الاول والمحصور بين الكرتين $z^2+x^2+y^2=1, x^2+y^2+z^2=2$ ومستويات الاحداثيات هو

أ- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$ ب- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\sin^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$

ج- $\int_0^{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho^2\sin\phi d\rho d\phi d\theta)$ ج- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_1^{\sqrt{2}}(\rho^2\cos^2\phi+1)(\rho\ \sin\phi d\rho d\phi d\theta)$

12- عند التحويل للاحداثيات الاسطوانية فان قيمة z هي

أ- $r\sin\theta$ ب- $\rho\cos\theta$ ج- $\rho\sin\theta$ د- z

13- $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\cos y} dxdy$ يساوي

أ- 0 ب- 1 ج- 1- د- 2

14- التكامل $\iint_R ydA$ في المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y^2=x, y=x$ هو

ا- $\int_0^{2}\int_x^{\sqrt{x}} ydydx$ ب- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{x}} ydydx$ ج- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{x}} ydxdy$ د- $\int_0^{1}\int_x^{\sqrt{y}} ydxdy$

15- قيمة التكامل الثلاثي $\int_0^{3}\int_0^{2}\int_0^{1} dzdydx$ هي

أ- 5 ب- 6 ج- 3 د- 2

السؤال الثالث : (15 علامة) جديد

أ- اذاكان $f(x,y)=\dfrac{x^3y}{y^2+x^6}$ اثبت ان $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^3y}{y^2+x^6}$ غير موجودة (7 علامات) (و4 ص189)

الحل:

$$along\ y=0 \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3y}{y^2+x^6}=\lim_{x\to0}f(x,0)=0$$

$$along\ x=0 \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3y}{y^2+x^6}=\lim_{y\to0}f(0,y)=0$$

$$along\ y=x^3 \Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3y}{y^2+x^6}=\lim_{x\to0}\frac{x^6}{2x^6}=\frac{1}{2}$$

النهاية غير موجودة

ب- اذا كان $x = t\cos u$, $y = t\sin u$, $w = 1 - x^2 - y^2$ جد $\frac{\partial w}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial t}$ بدلالة t,u (8 علامات)

الحل **(و4 ص205)**

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} = -2x.\cos u - 2y\sin u = -2t\cos^2 u - 2t\sin^2 u = -2t$$

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u} = 2x.t\sin u - 2yt\cos u = 2t^2\sin u\cos u - 2t^2\sin u\cos u = 0$$

السوال الرابع (15 علامة)

أ- احسب قيمة التكامل $\iint_R x^3 - y^3 dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y = x^3, x = 0, x = 1, y = 1$ **(8 علامات)**

الحل (و5-ص262)

$$\iint_R x^3 - y^3 dA = \int_0^1\int_{x^3}^1 (x^3 - y^3)dydx$$

$$= \int_0^1 x^3 y - \frac{y^4}{4}\Big|_{x^3}^{1} dx = \int_0^1 x^3 - \frac{1}{4} - x^6 + \frac{x^{12}}{4} dx$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{x}{4} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^{13}}{52}\Big|_0^1 = \frac{-45}{364}$$

ب- استخدم الإحداثيات القطبية لايجاد حجم الجسم الواقع فوق المستوى z=0 وتحت السطح المكافئ $z = 4 - x^2 - y^2$ **(7علامات)**

الحل (و5-ص275)

$$v = \iint_R z dA = \iint_R 4 - x^2 - y^2 dA$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^2 (4 - r^2) r dr d\theta = 2r^2 - \frac{r^4}{4}\Big|_0^2 (2\pi) = 8\pi$$

ملاحظة: اجب عن احد السؤالين التاليين

السوال الخامس : (20 علامة)

أ- جد مساحة ذلك الجزء من المخروط $z = \sqrt{4x^2 + 4y^2}$ الذي يقع في الربع الاول من المستوى xy والمحصور بين المستقيم $y = x$ والقطع المكافئ $y = x^2$ (10 علامات)

الحل: (و5-ص294)

$$z_x = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 4y^2}}, z_y = \frac{4y}{\sqrt{4x^2 + 4y^2}}$$

$$s = \iint_R \sqrt{1 + (z_x)^2 + (z_y)^2} dA$$

$$s = \int_0^1\int_{x^2}^{x} \sqrt{\frac{20x^2 + 20y^2}{4x^2 + 4y^2}} dydx = \int_0^1\int_{x^2}^{x} \sqrt{5} dydx = \sqrt{5}\int_0^1 x - x^2 dx = \sqrt{5}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

ب- جد قيمة التكامل $\int_0^1\int_0^x xydydx$ **(10 علامات)**

الحل: (و5-ص269)

$$\int_0^1\int_0^x xydydx = \int_0^1 \frac{xy^2}{2}\Big|_0^x dx = \int_0^1 \frac{x^3}{2}dx = \frac{x^4}{8}\Big|_0^1 = \frac{1}{8}$$

السؤال السادس : (20 علامة)

أ- **جد القيمة العظمى لمعدل تغير الاقتران $f(x,y) = x^4 + 2xy^2 + y^3$ عند النقطة $(-2,-1)$ وبأي اتجاه يكون (10 علامات)(و4 ص216)**

الحل

$$f_x = 4x^3 + 2y^2$$
$$f_y = 4xy + 3y^2$$
$$\nabla f = (4x^3 + 2y^2)i + (4xy + 3y^2)j$$
$$\nabla f(-2,-1) = -30i + 11j$$

القيمة العظمى $|\nabla f(-2,-1)| = \sqrt{900+121} = \sqrt{1021}$

وتكون باتجاه $\dfrac{-30i+11j}{\sqrt{1021}}$

ب- **جد النقاط الحرجة وصنفها (عظمى,صغرى,سرج)للاقتران التالي** $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 6y$

(10 علامات)

الحل (و4 ص225)

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 6y$$
$$f_x = 2x + y = 0 \qquad 1$$
$$f_y = x + 2y - 6 = 0 \qquad 2$$
$$\text{from } 1 \quad y = -2x \Rightarrow \text{in } 2 \Rightarrow x = -2, y = 4$$

(-2,4) critical point

$$f_{xx} = 2 \ , f_{yy} = 2 \ , f_{xy} = f_{yx} = 1$$
$$D = f_{xx}\ f_{yy} - f_{xy}f_{yx} = 3$$
$$D(-2,4) = 3$$
$$fxx(-2,4) = 2$$

اذن (-2,4) **قيمة صغرى**

انتهت الإجابة