اسم المادة : احصاء رياضي

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

اسم المقرر: الاحصاء الرياضي
رقم المقرر: 1404(5462)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ....../....../......

جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النصفي للفصل الاول "1171"
2018/2017

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. اكتب كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول: (20 علامة)

ضع اشارة (√) امام العبارة الصائبة واشارة (X) امام العبارة الخاطئة ثم انقل رمز الاجابة الصحيحة على الجدول رقم(1) في دفتر الاجابة

1-يعتبر المقدار $\hat{\theta} = d(x_1, \ldots\ldots, x_n)$ متغير عشوائي لانه عبارة عن دالة في مجموعة من المتغيرات العشوائية

2-اذا كان المقدر Y مقدر غير متحيز للمعلمة θ، يسمى Y مقدرا فعالا(اكفا) للمعلمة θ اذا وفقط اذا كان تباينه يساوي متباينة كرامر وراو Var(Y) = CRLB

3-يشار للمقدار $nE\left[\frac{\partial \ln f(x;\theta)}{\partial\theta}\right]^2$ بانه عدد معلومات فشر حول θ

4- يشار للمقدار $E\left[\frac{\partial \ln f(x;\theta)}{\partial\theta}\right]^2$ بانه معلومات فشر المستقاه من بيانات العينة $x_1, \ldots\ldots, x_n$

5-يكون تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ هو القيمة $\hat{\theta}$ التي تجعل $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta)$ اكبر ما يمكن

6-اذا كان $\hat{\theta}$ تمثل تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ وكان μ(θ) تمثل اقتران في θ فان μ($\hat{\theta}$) يمثل تقدير الارجحية العظمى للاقتران μ(θ)

7-ان تقدير بيز للمعلمة θ هو ذلك التقدير d^* الذي يجعل متوسط المخاطرة اكبر ما يمكن.

8-ان احد مشاكل التقدير النقطي هي ان المقدر الناتج لا يعطينا أي معلومات عن درجة الدقة في التقدير الناتج كتقدير للمعلمة المجهولة في المجتمع.

9-اذا كانت $x_1, \ldots, x_n$ متغيرات عشوائية متناظرة مستقلة تتبع توزيع طبيعي N(μ,σ²) بحيث $\mu = \theta_1$, $\sigma^2 = \theta_2$ فان $T = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$ احصاء كاف للمعلمة θ_2 اذا كانت المعلمة $\theta_1 = \mu$ معلومة

10-اذا كان T احصاء كاف للمعلمة θ وكان V احصاء اخر للمعلمة θ لا يعتمد على T فان التوزيع الاحتمالي للاحصاء V لا يعتمد على θ .

السؤال الثاني: (30 علامة)

اختر الاجابة الصحيحة فيما يلي ثم انقلها الى الجدول(2) في دفتر الاجابة

1-اذا كان $S^{*2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ مقدر متحيز للمعلمة σ² فان مقدار التحيز =

أ- $\frac{\sigma^2}{n}$ ب- $-\frac{\sigma^2}{n}$ ج- $\frac{1}{n}$ د- $-\frac{1}{n}$

2-اذا كان المتغير $Y = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ فان Y يتبع توزيع

أ- χ^2_n ب- χ^2_1 ج- χ^2_{n-1} د- χ^2_{n+1}

3- اذا كان $f(x;\theta) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, 0 < x < \infty$ وكان $\hat{\theta} = \bar{X}$ هو تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ فان تقدير الارجحية العظمى للاقتران $u(\theta) = e^{-\frac{1}{\theta}}$ يساوي

أ- $u(\hat{\theta}) = \bar{X}$ ب- $u(\hat{\theta}) = \frac{1}{\bar{X}}$ ج- $u(\hat{\theta}) = e^{\frac{1}{\bar{X}}}$ د- $u(\hat{\theta}) = e^{-\frac{1}{\bar{X}}}$

2020/8/12 22:27

4- التباين $V(d)$ لأي مقدر غير متحيز d للمعلمة θ يحقق المتباينة

أ- $V(d) \geq \dfrac{1}{nE\left(\dfrac{d\ln f(x;\theta)}{d\theta}\right)^2}$

ب- $V(d) \geq \dfrac{-1}{nE\left(\dfrac{d\ln f(x;\theta)}{d\theta}\right)^2}$

ج- $V(d) \geq \dfrac{1}{nE\left(\dfrac{d^2\ln f(x;\theta)}{d\theta^2}\right)}$

د- $V(d) \geq \dfrac{-1}{nE\left(\dfrac{d^2\ln f(x;\theta)}{d\theta^2}\right)^2}$

5- دالة الكثافة الاحتمالية $\pi(\theta)$ للمتغير العشوائي θ تسمى

أ- التوزيع القبلي ب- التوزيع البعدي ج- دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة د- دالة الكثافة الاحتمالية الشرطية للمتغير العشوائي

6- يعرف التقدير الجيد من وجهة نظر بيز بانه التقدير الذي يجعل دالة الخطا بصفة عامة

أ- اكبر ما يمكن ب- اقل ما يمكن ج- مساوية دالة الخسارة د- مساوية دالة المخاطرة

7- ان تقدير بيز للمعلمة θ هو ذلك التقدير الذي يجعل .... اقل ما يمكن

أ- دالة الخطا ب- دالة الخسارة ج- متوسط المخاطرة د- جميع ما ذكر

8- في حال افتراض ان دالة الخسارة تاخذ شكل الخطأ التربيعي فان متوسط المخاطرة لتقدير بيز هو

أ- متوسط التوزيع البعدي ب- متوسط التوزيع القبلي ج- تباين التوزيع القبلي د- تباين التوزيع البعدي

9- اذا كانت $x_1,......,x_n$ متغيرات عشوائية متناظرة مستقلة تتبع توزيع طبيعي $N(\mu,\sigma^2)$ بحيث $\mu=\theta_1, \sigma^2=\theta_2$ فان ......احصاء كاف مشترك للمعلمة $\theta=(\theta_1,\theta_2)$

أ- $T=(\bar{X},S^2)$ ب- $T=\sum_{i=1}^{n}x_i$ ج- $T=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ د- لا شيء مما ذكر

10- اذا كان $X_1,..........,X_n$ عينة عشوائية من التوزيع $f(x,\theta)$ فان دالة الارجحية العظمى تعطى بالعلاقة

أ- $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)$ ب- $L(\theta)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)$ ج- أ + ب د- لا شيء مما ذكر

11- اذا كانت (a,b) هي 90% فترة ثقة للمعلمه θ. فان $P(a<\theta<b)$ يساوي

أ- 0.05 ب- 0.1 ج- 0.9 د- 0.5

12- النظرية التي تنص على انه بالامكان اثبات ان احصاء ما يكون كافيا للمعلمه θ اذا امكن تحليل دالة الارجحية واعادة صياغتها على الصورة

$$f(x,\theta)=g\{T(x_1......x_n),\theta\}h(x_1,.........x_n)$$

أ- نظرية ليمان- شيفي ب- نظرية فشر- نيمان ج- نظرية راو-بلاكويل د- نظرية نيمان-بيرسون الاساسية

13- أي من التالية يعتبر عائلة كاملة

أ- ذات الحدين $X: B(n,\theta)$ ب- بواسون $X:P(\theta)$ ج- منتظم على الفترة (α,θ) و (α,∞) د- جميع ما ذكر

14- لايجاد تقدير بيز للمعلمه θ يجب ان يكون لدينا

أ- كثافة احتمال مفردات العينة المشروطة بمعلومية والتوزيع القبلي للمعلمة θ

ب- كثافة الاحتمال المشتركة لكل معلمة والتوزيع القبلي للمعلمة θ

ج- التوزيع البعدي للمعلمة θ المشروطة بمعلومية مفردات العينة والتوزيع القبلي للمعلمة θ

د- كثافة احتمال مفردات العينة المشروطة بمعلومية والتوزيع البعدي ل θ المشروطة بمعلومية مفردات العينة

15- اذا كان X متغير عشوائي يتبع التوزيع الاحتمالي التالي $f(x;\theta)=\frac{1}{\theta}, 0\leq x\leq\theta$ فان قيمة c التي تجعل المقدر $d(x)=cX$ مقدر غير متحيز للمعلمة θ هي

أ- 1- ب- 2- ج- 1 د- 2

2020/8/12 22:27

السؤال الثالث:

(15 علامة)

أ- اذا كان $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة من المشاهدات العشوائية من مجتمع يتبع التوزيع الاسي EXP(θ) حيث $f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}$

اثبت ان $T=\frac{1}{2}(\bar{x}+x_1)$ تقدير غير منحاز للمعلمة θ ثم اوجد تباين هذا المقدر (8علامات)

ب- اذا كان لدينا $\bar{X}$ وسط عينه عشوائية من توزيع طبيعي N(μ,9) جد قيمة n التي تجعل $P(\bar{X}-1<\mu<\bar{X}+1)=0.9$ (7علامات)

السؤال الرابع:

(15 علامة)

أ- اذا كانت $X_1, \ldots, X_n$ عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع التالي $f(x,\theta)=(1-\theta)x^{-\theta}, 0<x<1$ اوجد تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ (8علامات)

ب- اذا كان X_1, X_2, X_3 عينة عشوائية من توزيع بواسون P(λ)، أي المقدرين $\lambda_1=\frac{1}{4}(X_1+2X_2+X_3)$ ، $\lambda_2=\frac{1}{9}(4X_1+3X_2+2X_3)$ اكفأ لتقدير المعلمة θ (7علامات)

اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس:

(20 علامة)

أ- اذا كان X_1, X_2 عينة من المشاهدات العشوائية حجمها n=2 من توزيع بواسون P(λ) اثبت ان $T=X_1+X_2$ هو احصاء كاف للمعلمة λ (14علامة)

ب- اذا كان لدينا $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية منتظمة من توزيع $f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}$ جد تقدير العزوم للمعلمة θ ثم جد تقدير العزوم للمعلمة $\lambda=\frac{1}{\theta}$ (6علامات)

السؤال السادس:

(20 علامة)

أ- اذا كانت $X_1, \ldots, X_n$ عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع التالي $f(x,\theta)=\theta x^{\theta-1}, 0<x<1$ اثبت ان $T=-\sum \log x_i$ احصاء كاف للمعلمه θ (7علامات)

ب- اذا كانت X1, X2, X3, X4 عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي μ وتباينه 9 اوجد فترة ثقة 90% للمعلمه μ. (13علامة)

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: الاحصاء الرياضي
رقم المقرر: 1404(5462)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6

جامعة القدس المفتوحة
اجابة الامتحان النصفي
للفصل الاول "1171"
2018/2017

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../........./.......

-- نظري --

جدول رقم (1)

اجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×) (20 علامة)(علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحه	نعم	نعم	لا	لا	نعم	نعم	لا	نعم	نعم	نعم										
الصفحة	9	19	22	22	28	35	46	54	99	107										

جدول رقم (2)

اجابة السؤال رقم (2) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة)(علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحه	ب	ج	د	أ	أ	ب	ج	د	أ	أ	ج	ب	د	أ	د					
الصفحة	12	17	35	19	44	45	46	47	99	28		97	104	49	13					

السؤال الثالث (15 علامه)

أ- اذا كان $X_1, X_2, ..., X_n$ عينة من المشاهدات العشوائية من مجتمع يتبع التوزيع الاسي $EXP(\theta)$ حيث $f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}$

اثبت ان $T=\frac{1}{2}(\bar{x}+x_1)$ تقدير غير منحاز للمعلمة θ ثم اوجد تباين هذا المقدر (8علامات)

$$f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, \qquad x>0, \quad \theta>0$$

$$E(x)=\theta, \qquad Var(x)=\theta^2$$

$$E(T)=E\left(\frac{1}{2}(\bar{x}+x_1)\right)=\frac{1}{2}E(\bar{x}+x_1)$$ (4علامات)

$$=\frac{1}{2}\left[E(\bar{x})+E(x_1)\right]=\frac{1}{2}(\theta+\theta)=\theta$$

T تقدير غير منحاز للمعلمة θ

$$Var(T)=Var\left(\frac{1}{2}(\bar{x}+x_1)\right)=\frac{1}{4}Var(\bar{x}+x_1)=\frac{1}{4}Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=2}^{n}x_i+\frac{n+1}{n}x_1\right)$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{n^2}\sum Var(x_i)+\frac{(n+1)^2}{n^2}Var(x_1)\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{n^2}\sum\theta^2+\frac{(n+1)^2}{n^2}\theta^2\right]$$ (4علامات)

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{n-1}{n^2}\theta^2+\frac{(n+1)^2}{n^2}\theta^2\right]=\frac{n+3}{4n}\theta^2$$

ب- اذا كان لدينا $\bar{X}$ وسط عينه عشوائية من توزيع طبيعي $N(\mu, 9)$ جد قيمة n التي تجعل (7علامات)

$$P(\bar{X}-1<\mu<\bar{X}+1)=0.9$$

الحل:

$$P\left(\bar{X}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{X}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$ (علامتان)

$$\Rightarrow 1-\alpha=0.9 \quad \Rightarrow \alpha=0.1$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0.05 \Rightarrow Z_{0.05}=\pm 1.645$$ (علامتان)

$$1=\frac{1.645*3}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n}=1.645*3=4.935\approx 5 \Rightarrow n=25$$ (3علامات)

السؤال الرابع: (15علامه)

أ- اذا كانت $X_1,\ldots\ldots\ldots,X_n$ عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع التالي $f(x,\theta)=(1-\theta)x^{-\theta}, 0<x<1$ اوجد تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ (8علامات)

$$\ln L(\theta)=\ln\left(\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\ln f(x_i,\theta)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\ln\left[(1-\theta)x_i^{-\theta}\right]$$

$$=n\ln(1-\theta)-\theta\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}\left(n\ln(1-\theta)-\theta\sum_{i=1}^{n}\ln x_i\right)$$

$$=-\frac{n}{1-\theta}-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=0=-\frac{n}{1-\theta}-\sum_{i=1}^{n}\ln x_i \rightarrow \frac{1}{1-\theta}=-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \rightarrow \hat{\theta}=1+\frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$$

ب- اذا كان X_1, X_2, X_3 عينة عشوائية من توزيع بواسون $P(\lambda)$، أي المقدرين $\lambda_1=\frac{1}{4}(X_1+2X_2+X_3)$ ، $\lambda_2=\frac{1}{9}(4X_1+3X_2+2X_3)$ اكفأ لتقدير المعلمة θ (7علامات)

الحل:

$$E(\hat{\lambda}_1)=\frac{1}{4}(E(X_1)+2E(X_2)+E(X_3))=\frac{1}{4}*4\lambda=\lambda$$

$$E(\hat{\lambda}_2)=\frac{1}{9}(4E(X_1)+3E(X_2)+2E(X_3))=\frac{1}{9}*9\lambda=\lambda$$

$$V(\hat{\lambda}_1)=\frac{1}{16}(V(X_1)+4V(X_2)+V(X_3))=\frac{1}{16}*6\lambda=\frac{6}{16}\lambda=\frac{486}{1296}\lambda$$

$$V(\hat{\lambda}_2)=\frac{1}{81}(16V(X_1)+9V(X_2)+4V(X_3))=\frac{1}{81}*29\lambda=\frac{29}{81}\lambda=\frac{464}{1296}\lambda$$

$\text{var}(\hat{\lambda}_2)<\text{var}(\hat{\lambda}_1)\Rightarrow$ $\hat{\lambda}_1$ $\hat{\lambda}_2$ اكفأ من

السؤال الخامس:

(20 علامة)

أ- اذا كان X_1 , X_2 عينة من المشاهدات العشوائية حجمها n=2 من توزيع بواسون $P(\lambda)$ اثبت ان $T = X_1 + X_2$ هو احصاء كاف للمعلمة λ.

الحل:

(14علامه)

$$f(x,\lambda)=\frac{\lambda e^{-\lambda}}{x!} \Rightarrow \prod_{i=1}^{2} f(x,\lambda)=\prod_{i=1}^{2}\frac{\lambda^{x}e^{-\lambda}}{x!}=\frac{\lambda^{x_1+x_2}e^{-2\lambda}}{x_1!\,x_2!}$$ (3علامات)

نفرض ان $T = x_1 + x_2 \Leftarrow$ $\quad f(x_1,x_2,t,\lambda)=\frac{\lambda^{t}e^{-2\lambda}}{x_1!\,x_2!}$ (علامة)

لكن $T = x_1 + x_2$ يتبع توزيع بواسون $P(2\lambda) \Leftarrow$ $\quad g(t,\lambda)=\frac{(2\lambda)^{t}e^{-2\lambda}}{t!}$ (علامتان)

$$f(x_1,x_2 \setminus T=t,\lambda)=\frac{\dfrac{\lambda^{t}e^{-2\lambda}}{x_1!\,x_2!}}{\dfrac{(2\lambda)^{t}e^{-2\lambda}}{t!}}=\frac{t!}{x_1!\,x_2!}*\frac{1}{2^{t}}$$ (3علامات)

لكن $t = x_1 + x_2 \Leftarrow x_2 = t - x_1$ (علامة)

$$\Rightarrow f(x \setminus T)=\frac{t!}{x_1!(t-x_1)!}*\frac{1}{2^{t}}=\binom{t}{x_1}*\frac{1}{2^{t}}$$ (3 علامات)

وهذا لا يعتمد على $\lambda \Leftarrow T = x_1 + x_2$ احصاء كاف (علامة)

ب- اذا كان لدينا $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية منتظمة من توزيع $f(x,\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}$ جد تقدير العزوم للمعلمة θ ثم جد تقدير العزوم للمعلمة $\lambda=\frac{1}{\theta}$ (6علامات)

الحل:

العزم الاول للمجتمع E(X) = θ (علامة)

العزم الاول للعينة = $\overline{X}$ (علامة)

$\Leftarrow \hat{\theta}=\overline{X}$ (علامتان)

تقدير العزوم للمعلمة $\lambda=\frac{1}{\theta}$ هو $\hat{\lambda}=\frac{1}{\hat{\theta}}=\frac{1}{\overline{X}}$ (علامتان)

السؤال السادس:

(20 علامة)

أ- اذا كانت $X_1,\ldots\ldots,X_n$ عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع التالي $f(x,\theta)=\theta x^{\theta-1}, 0<x<1$ اثبت ان $T=-\sum \log x_i$ احصاء كاف للمعلمه θ (7علامات)

الحل:

$$f(x,\theta)=\theta^{n}\frac{\prod x_j^{\theta}}{\prod x_j}$$ (3علامات)

$$h(t,\theta)=\frac{\theta^{n}}{\Gamma(n)}t^{n-1}\prod_{j=1}^{n}x_j^{\theta}$$ (3علامات)

$$t=-\sum \log x_j,\quad f\left(t;\theta/t\right)=\frac{\Gamma(n)}{\left(\prod x_j\right)t^{n-1}}$$ (علامه)

نجد انه خالي من θ لذا فان $t=-\sum \log x_j$ احصاء كاف للمعلمه θ

ب- اذا كانت X_1, X_2, X_3, X_4 عينة عشوائية من توزيع يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي μ وتباينه 9 اوجد فترة ثقة 90% للمعلمة μ.

(13 علامة)

الحل: تباين المجتمع معلوم ⇐ نستخدم Z

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x}-\mu}{3/\sqrt{4}} = \frac{2(\bar{x}-\mu)}{3} \approx N(0,1)$$ (3علامات)

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{x}-\mu}{3/2} < z_{\alpha/2}\right) = (1-\alpha)\% = 90\%$$ (3علامات)

$$P\left(-z_{\alpha/2}\left(\frac{3}{2}\right) < \bar{x}-\mu < z_{\alpha/2}\left(\frac{3}{2}\right)\right) = (1-\alpha)\% = 90\%$$

(3علامات)

$$P\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\left(\frac{3}{2}\right) < \mu < \bar{x}+z_{\alpha/2}\left(\frac{3}{2}\right)\right) = 0.9$$

(علامتان)

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \Rightarrow Z_{0.05} = 1.645$$

$$P\left(\bar{x}-1.645\left(\frac{3}{2}\right) < \mu < \bar{x}+1.645\left(\frac{3}{2}\right)\right) = 0.9$$ (علامتان)

$$P(\bar{x}-2.4675 < \mu < \bar{x}+2.4675) = 0.9$$

انتهت الإجابة

اسم المقرر :الاحصاء الرياضي رقم المقرر:1404(5462) مدة الامتحان ساعة ونصف عدد الأسئلة:... (6).......	 جامعة القدس المفتوحة الامتحان النصفي البديل(غير المكتمل) للفصل الثاني "1162" 2017/2016	اسم الطالب: .... رقم الطالب: .... تاريخ الامتحان: ..../......../........ -- نظري--

عزيزي الطالب: 1) عبئ كافة المعلومات عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2) ضع رقم السؤال ورمز الاجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية على الجدول المخصص في دفتر الإجابة .
3) ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة

السؤال الأول (20 علامة)

ضع اشارة ✓ للعبارة الصحيحة و☒ للعبارة الخاطئة ثم انقل إجابتك وضعها في الجدول المخصص لها في دفتر الإجابة؟

1) اذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية من توزيع بواسون $P(\theta)$ فان X مقدر غير متحيز للمعلمة θ .

2) $d_1(X)$ اكفأ من $d_2(X)$ اذا كان $V\{d_1(X)\} < V\{d_2(X)\}$.

3) اذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية من توزيع بواسون $P(\theta)$ ، $\theta > 0$ فان $\overline{X}$ مقدر متسق للمعلمة θ .

4) ان تقدير بيز للمعلمة θ هو ذلك التقدير d^* الذي يجعل متوسط المخاطرة اكبر ما يمكن .

5) إذا كانت المتغيرات تتبع توزيع ذات الحدين السالب فان $\overline{X}$ هي احصاء كاف للمعلمة θ .

6) عزوم العينة لا تتقارب الى عزوم المجتمع

7) من خواص المقدرات الجيدة صفة عدم التحيز التي تدل على ان توقع المقدر $d(x)$ يساوي المعلمة المجهولة θ .

8) من مميزات التقدير النقطي انه يعطينا أي معلومات عن درجة الدقة في التقدير الناتج كتقدير للمعلمة المجهولة في المجتمع .

9) اذا كان اقتران الكثافة الاحتمالية متصل نستخدم $E(\hat{\theta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta\, f(x,\theta)\,dx$.

10) إذا كانت $\mathcal{F}$ هي عائلة دوال كثافة احتمال ذات الحدين السالب فان $\mathcal{F}$ عائلة كاملة .

السؤال الثاني : (30 علامة)

اختر الإجابة الصحيحة ثم انقل إجابتك وضعها في الجدول المخصص لها في دفتر الإجابة؟

1. في توزيع ذات الحدين فان نسبة النجاح $\hat{P} = \dfrac{X}{n}$ فان $\overline{X}$ مقدر غير متحيز للمعلمة

أ) p ب) σ جـ) $\overline{X}$ د) $P(\theta)$

2. اذا كان $E(\theta) = \theta + b$ يسمى المقدر θ غير متحيز اذا كانت

أ) $b = 0$ ب) $b \neq 0$ جـ) $b = 1$ د) $b = \theta$

3) اذا كان $\hat{\theta}$ هو مقدر غير متحيز للمعلمة θ فان $\hat{\theta}^2$ هو مقدر

أ) متحيز لمقدار θ^2 ب) غير متحيز لمقدار θ^2 جـ) متحيز لمقدار $\sqrt{\theta}$ د) غير متحيز لمقدار $\sqrt{\theta}$

4) $V(\theta) =$

أ) $E(\theta^2) + \theta^2$ ب) $E(\theta^2) - \theta^2$ جـ) $E(\theta) + \theta$ د) $E(\theta) - \theta$

5) تمكن كرامر وراو في حساب الحد الادنى لقيمة التباين تحت شروط نظامية معينة ووجدناها معطاة

أ) $S(\theta) = \dfrac{1}{E\left(\dfrac{\partial \ln f}{\partial \theta}\right)^2}$ ب) $S(\theta) = \dfrac{1}{nE\left(\dfrac{\partial \ln f}{\partial \theta}\right)^2}$ جـ) $S(\theta) = \dfrac{1}{E\left(\dfrac{\partial \ln f}{\partial \theta}\right)}$ د) $S(\theta) = \dfrac{1}{nE\left(\dfrac{\partial \ln f}{\partial \theta}\right)}$

6 . في التوزيع المنتظم على الفترة $\left[M - \sqrt{3}\sigma, M + \sqrt{3}\sigma\right]$ يكون الاقتران

أ) $f = \dfrac{1}{M + \sqrt{3}\sigma}$ ب) $f = \dfrac{1}{M - \sqrt{3}\sigma}$ ج) $f = \dfrac{1}{M + 2\sqrt{3}\sigma}$ د) $f = \dfrac{1}{2\sqrt{3}\sigma}$

7 . اذا كانت $N = 25$ ، $\overline{X} = 20$ ، $\sigma = 1$ فان 95% فترة ثقه هي

أ) (19.6,20.4) ب) (18.5,19.5) ج) (20.6,21.6) د) (17.3,19.3)

8. لايجاد فترة ثقة 90% بنقط قيمة $Z_{\alpha/2}$

أ) $Z_{\alpha/2}=1.645$ ب) $Z_{\alpha/2}=1.96$ ج) $Z_{\alpha/2}=2.33$ د) $Z_{\alpha/2}=-1.96$

9. اذا كان $f(x,\theta)=\theta(x)^{\theta-1}$ فان T

أ) $\sum \log x$ ب) $-\sum \log x$ ج) $\sum x$ د) $-\sum x$

10. اذا كانت $\tau=\left\{f(.,\theta):\ f(x,\theta)=\dfrac{1}{\theta-\alpha}\quad \theta\in(\alpha,\infty),\ x\in[\alpha,\theta]\right\}$ فان τ كاملة اذا كان

أ) $g(x)=0$ ب) $g(x)=\theta$ ج) $f(x)=0$ د) $f(x)=\theta$

11. احد التوزيعات التالية توزيع بواسون

أ) $f=\theta^{x}(1-\theta)^{1-x}$ ب) $f=\dfrac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!}$ ج) $N(\theta,n)$ د) $B(\theta,n)$

12. اذا كانت $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية من التوزيع $f(x,\theta)=\dfrac{1}{\theta}\quad 0\le x\le\theta$ ، فان .... احصاء كافي للمعلمة θ

أ. $\min(x_1,\ldots,x_n)$ ب. $\max(x_1,\ldots,x_n)$ ج- أ+ب د- لا شيء مما ذكر

13. دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي θ يرمز له:

أ) $\Pi(\theta)$ ب) $f(\theta)$ ج) $\sum f(x)$ د) $V(Z)$

14. في التوزيع ذات الحدين اذا كان $g(x)\binom{n}{x}=0$ فان

أ) $n=x$ ب) $n=0$ ج) $x=0$ د) $g(x)=0$

15. اذا كان $f(x;\theta)=\theta\ x^{\theta-1}$ فان $\dfrac{\partial \ln f}{\partial\theta}=$

أ) $\ln\theta+(\theta-1)\ln x$ ب) $\ln\theta-(\theta-1)\ln x$ ج) $\dfrac{1}{\theta}+\ln x$ د) $\dfrac{1}{\theta}-\ln x$

السؤال الثالث: (20 علامات)

أ) اثبت ان تباين العينة $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum(X_i-\bar{X})^2$ مقدر متسق لتباين المجتمع σ^2 وذلك بالاعتماد على عينة من المشاهدات المتناظرة المستقلة من التوزيع الطبيعي . (10 علامات)

ب) باستخدام طريقة العزوم اوجد تقدير المعلمتين p و n للتوزيع ذو الكثافة الاحتمالية $B(n,p)$ وذلك بالاعتماد على العينة $X_1, X_2, \ldots, X_n$ من المتغيرات العشوائية المتناظرة المستقلة التي تأخذ القيم 1·0 والتي عددها n؟ (10 علامات)

السؤال الرابع (10 علامات)

اذا كانت $\tau=\left\{f(.,\theta):\ f(x,\theta)=\dfrac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!}\quad \theta\in(0,\infty),\ x\in 0,1,2,\ldots\right\}$ فاثبت ان τ كاملة ؟

اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس (20 علامة)

اذا كان $X_1, X_2, \ldots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي متوسطه $N(\theta,1)$ ، $-\infty<\theta<\infty$ اوجد تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ؟

السؤال السادس (20 علامة)

اذا كان $X_1, X_2, \ldots, X_4$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي متوسطه μ وتباينه 9 طور طريقة لتقدير μ باستخدام 90% فترة ثقة ؟

انتهت الأسئلة

اسم المقرر :الاحصاء الرياضي رقم المقرر: 1404(5462) مدة الامتحان ساعة و نصف عدد الأسئلة:... (6).......	جامعة القدس المفتوحة اجابة الامتحان النصفي البديل(غير المكتمل) للفصل الثاني"1162" 2017/2016	اسم الطالب: .... رقم الطالب: .... تاريخ الامتحان: ..../......./....... -- نظري--

السؤال الأول (20 علامة)

ضع إشارة ✓ للعبارة الصحيحة و☒ للعبارة الخاطئة،ثم انقل إجابتك وضعها في الجدول المخصص لها في دفتر الاجابة؟

(علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الاجابة	✓	✓	✓	☒	✓	☒	✓	☒	✓	✓
الصفحة	10	18	16	45	102	37	63	54	10	109

السؤال الثاني : (30علامة)

(علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الاجابة	أ	أ	أ	ب	ب	ء	أ	أ	ب	أ	ب	ب	أ	ء	جـ
الصفحة	12	9	13	17	18	31	56	62	94	106	10	96	44	105	68

السؤال الثالث: (20 علامة)

أ) اثبت ان تباين العينة $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum (X_i - \bar{X})^2$ مقدر متسق لتباين المجتمع σ^2 وذلك بالاعتماد على عينة من المشاهدات المتناظرة المستقلة من التوزيع الطبيعي (صفحة 17) (10علامات)

الحل : المتغير $Y_n = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يتبع توزيع χ^2_{n-1} وبالتالي فان

$$E(Y_n) = n-1 \quad V(Y_n) = 2(n-1)$$

$$E(S^2) = E\left(\frac{\sigma^2}{n-1}Y_n\right) = \frac{\sigma^2}{n-1}(n-1) = \sigma^2$$

$$V(S^2) = V\left(\frac{\sigma^2}{n-1}Y_n\right) = \frac{\sigma^4}{(n-1)^2}2(n-1) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$$ (5 علامات)

وبتطبيق نظرية تشبشيف ينتج ان $P\left[\left|S^2 - \sigma^2\right| > \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{\sqrt{n-1}}\lambda\right] \le \frac{1}{\lambda^2}$ (علامتان)

وبوضع $\lambda = (n-1)^{\frac{1}{4}}$ ينتج $P\left[\left|S^2 - \sigma^2\right| > \frac{\sqrt{2}\sigma^2}{(n-1)^{\frac{1}{4}}}\right] \le \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ (علامتان)

وعندما $n \to \infty$ فانه تنتج ان S^2 تتقارب احتماليا من σ^2 وبالتالي فان S^2 مقدر متسق لتباين المجتمع σ^2 . (علامة)

ب) باستخدام طريقة العزوم اوجد تقدير المعلمتين p و n للتوزيع ذو الكثافة الاحتمالية $B(n,p)$ وذلك بالاعتماد على العينة $X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$ من المتغيرات العشوائية المتناظرة المستقلة التي تاخذ القيم 0،1 والتي عددها n . (10 علامات)

الحل : تقدير العزوم اوجد للمعلمتين p و n يمكن ايجاده عن طريق (صفحة 43)

$$E(x) = np = \bar{x} = \frac{\sum x}{m} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$ (5علامات)

$$V(x) = np(1-p) = S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{m} \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

وبحل المعادلتين في p ، n يمكن ايجاد تقديري العزوم لهاتين المعلمتين

$$\bar{x}(1-p) = S^2 \Rightarrow (1-p) = \frac{S^2}{\bar{x}}$$ (5علامات)

$$\hat{p} = 1 - \frac{S^2}{\bar{x}} = \frac{\bar{x} - S^2}{\bar{x}} \qquad \Rightarrow \hat{n} = \frac{\bar{x}}{\hat{p}} = \frac{\bar{x}^2}{\bar{x} - S^2}$$

السؤال الرابع

(صفحة 105) (10 علامات)

اذا كانت $\tau = \left\{ f(.,\theta) : f(x,\theta) = \frac{e^{-\theta}\theta^{x}}{x!} \quad \theta \in (0,\infty) , x \in 0,1,2,\dots \right\}$ فاثبت ان τ كاملة ؟

الحل:
$$E_\theta g(x) = \sum_{x=0}^{\infty} g(x) e^{-\theta} \frac{\theta^x}{x!} = e^{-\theta} \sum \frac{g(x)}{x!}\theta^x = 0$$

اذا كان $E_\theta g(x) = 0$

وذلك لقيم $\theta \in (0,\infty)$

وان $x = 0,1,\dots$ $x! \neq 0$

وهذا يعني ان $g(x) = 0$ لقيم $x = 0,1,\dots$ وبالتالي فان τ هي عائلة كاملة

اجب عن احد السؤالين التاليين

السؤال الخامس

(صفحة 35) (20 علامة)

اذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي متوسطه $N(\theta,1)$ ، $-\infty < \theta < \infty$ اوجد تقدير الارجحية العظمى للمعلمة θ ؟

الحل:
$$f(x_i,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}$$

$$L(\theta) = \prod f = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n e^{-\sum\frac{(x-\theta)^2}{2}}$$

$$\ln L(\theta) = \frac{-\sum (x-\theta)^2}{2} + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{-2\sum (x-\theta)}{2}(-1)$$

$$\sum x - n\theta = 0 \quad \rightarrow \theta = \frac{\sum x}{n} = \bar{x}$$

(4 علامات لكل خطوة)

السؤال السادس

(صفحة 62) (20 علامة)

اذا كان $X_1, X_2, \dots, X_4$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي متوسطه μ وتباينه 9 طور طريقة لتقدير μ باستخدام 90% فترة ثقة

الحل:
$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{9}{4}\right)$$

$$u = \frac{\bar{x} - \mu}{3/\sqrt{4}} = \frac{2(\bar{x} - \mu)}{3} \sim N(0,1)$$

$$P\{-1.645 \le u \le 1.645\} =$$

$$p\left\{-1.645 \le \frac{\bar{x} - \mu}{3/2} \le 1.645\right\} =$$

$$p\left\{\bar{X} - 1.645\frac{3}{2} \le \mu \le \bar{X} + 1.645\frac{3}{2}\right\} = 0.90$$

(4 علامات لكل خطوة)

انتهت الاجابة