



اسم المادة : أساسيات الدارات الكهربائية

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفير وتجميع **كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة** للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط **هنا**

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء



أساسيات الدارات الكهربائية

(1160)

م. أحمد سكر

الوحدات المطلوبة لهذا الفصل

□ وحدات التعيين الأول والامتحان الأول (النصفي)

١. التيار الكهربائي والمقاومة
٢. تحليل دارات التيار المباشر
٣. نظريات الدارات الكهربائية

□ وحدات التعيين الثاني والامتحان الثاني (نهائي)

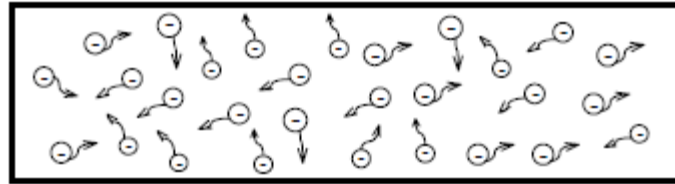
٤. الموسعات
٥. المحاثة
٦. التيار المتناوب
- (و دليل التجارب العملي)

الوحدة الثانية

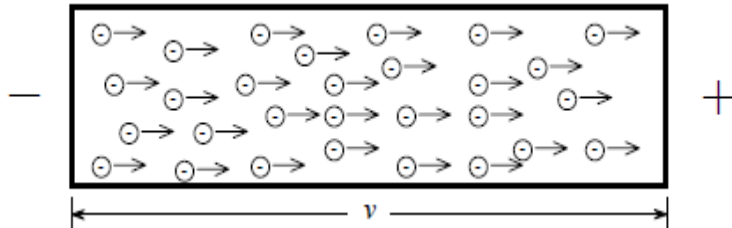
التيار الكهربائي والمقاومة

التيار الكهربائي

- تحتوي الالكترونات ذات الشحنات السالبة على طاقة كامنة تجعلها تتحرك بصورة دائمة وعشوائي في جميع الاتجاهات



- ولكن عند وضع فرق جهد كهربائي بين أطراف الموصل، بحيث يكون احد الأطراف موجبا ولآخر سالبا، فان الالكترونات تبدأ في التحرك باتجاه القطب الموجب وذلك لخاصية انجذاب الشحنات المختلفة كما هو في الشكل.



التيار

- التيار: كمية الشحنة Δq التي تنتقل عبر مقطع ما في زمن مقداره Δt فان متوسط التيار I_{AV} يساوي

$$I_{AV} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

- إذا كان فترة الزمن قصيرة جدا (لحظية) يصبح التيار

$$I = \frac{dq}{dt}$$

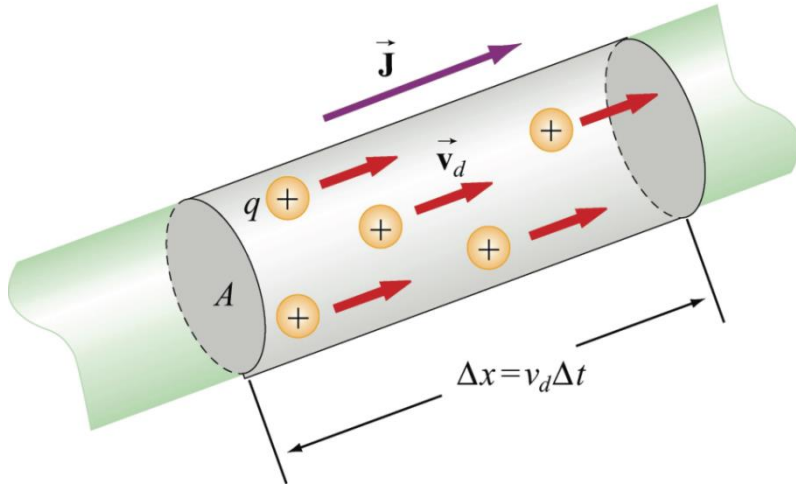
التيار

- يعتبر التيار الكهربائي كمية قياسية وتقاس شدة التيار بـ
- كولوم/ثانية ← أمبير

$$1A = \frac{1C}{1S}$$

- اتفق العلماء علي أن جهة حركة الشحنات الموجبة هي جهة سريان التيار (أي من الجهد الأعلى إلى الجهد المنخفض)

شدة التيار بدلالة السرعة الانسيابية v_d



- لنفترض موصل طوله dx ومساحة مقطعه A ولنفترض أن n يمثل عدد الجسيمات المشحونة لكل وحدة حجم. وإذا كانت شحنة كل جسيم هي q

فان عدد الجسيمات المشحونة (عدد الشحنات) المارة في ذلك المقطع:
 $nAdx$

إذا مقدار الشحنة الكلية (الشحنة الكهربائية) dq في ذلك العنصر

$$dq = (nAdx)(q)$$

شدة التيار بدلالة السرعة الانسيابية v_d

نعوض عن dq من المعادلة السابقة

$$I = \frac{dq}{dt} = nqA \frac{dx}{dt} \Rightarrow$$

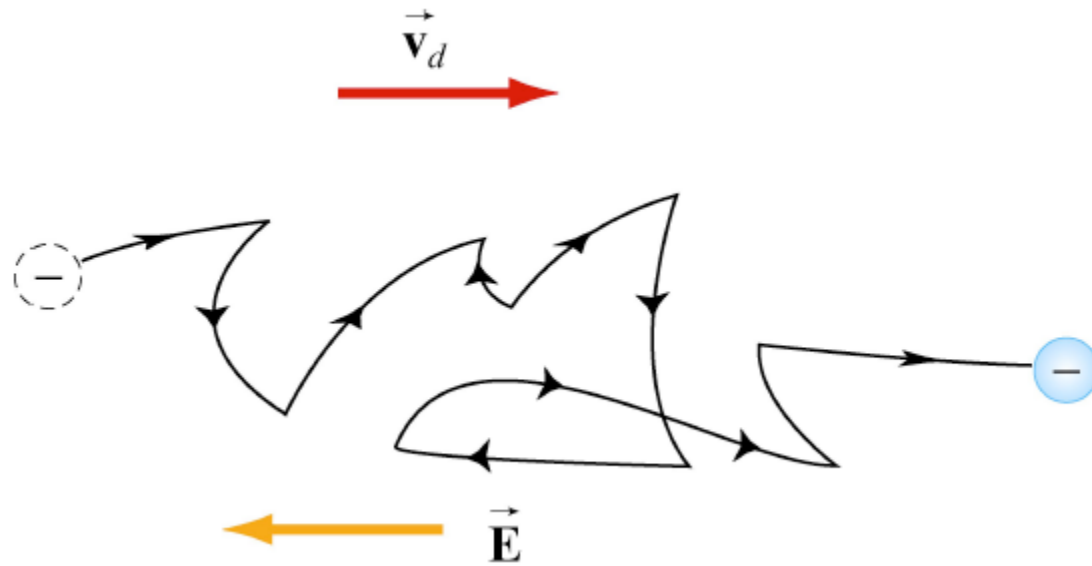
$$I = nqAv_d$$

• نحن نعلم أن

- وتعتبر هذه صيغة أخرى لشدة التيار
- الخلاصة من هذه الصيغة نعلم بزيادة السرعة يزداد التيار

السرعة الانسيابية (الاندفاعية) v_d

نقيس المسافة على الزمن



كثافة التيار

- تعرف كثافة التيار بأنها التيار المار عموديا على مقطع الموصل لكل وحدة مساحة لان التيار عند مروره يقطع مساحات داخل الموصل.
- وعند تقسيم التيار علي مقطع المساحة A يعطي كثافة التيار ويرمز له

$$J = \frac{I}{A} \text{ (A/m}^2\text{)}$$

بـ J

- إذا تم تقسيم مساحة المقطع إلى عناصر صغيرة مساحة كل منها dA فيكون التيار المار من خلال عنصر واحد

$$dI = J \cdot dA$$

كثافة التيار

- بما أن التيار عموديا علي عنصر المساحة فان الزاوية $\theta=0$ وان $\cos 0=1$ فان:

$$I = JA$$

$$J = \frac{I}{A}$$

وأیضا من قانون شدة التيار نجد إن

$$I = nqAv_d$$

$$\Rightarrow J = \frac{nq\cancel{A}v_d}{\cancel{A}}$$

$$J = nqv_d$$

مثال على كثافة التيار J

- موصل من مادة الفضة مساحة مقطعه الدائري 0.785 mm^2 ويحمل تيارا مقداره 1 A وعدد الالكترونات الحرة لوحدة الحجم تساوي $5.86 \times 10^{28} \text{ elec./m}^3$ احسب كثافة التيار والسرعة الانسيابية للالكترونات المتحركة داخل الموصل.
 $V=??, J=??$

• الحل:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1}{0.785 \times 10^{-6}} = 1.274 \times 10^6 \quad \text{A/m}^2$$

$$J = nqv_d$$

$$v = \frac{J}{nq} = \frac{1.274 \times 10^6}{5.86 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 1.357 \times 10^{-4} \quad \text{m/s}$$

المقاومة وقانون اوم

- يتحرك الإلكترون داخل الموصل نتيجة تسليط مجال كهربائي (E) عليه وأثناء حركته يحدث تصادمات واحتكاكات مع ذرات المادة فيزداد التذبذب وترتفع درجة حرارة السلك وتسمى هذه الحالة بالمقاومة الكهربائية.

• العوامل المؤثرة في المقاومة الكهربائية لموصل

١. طول السلك: (L) تتناسب المقاومة طرديا مع L
٢. مساحة مقطع السلك: (A) تتناسب المقاومة عكسيا مع A
٣. نوع مادة السلك: (المقاومة النوعية ρ) ثابت التناسب

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\rho = \frac{E}{J} \text{ و } \Omega \cdot m \text{ وحدتها و } \sigma = \frac{1}{\rho} \text{ أما الموصلية فهي}$$

المقاومة وقانون اوم

Material	Resistivity ρ ($\Omega \cdot m$)	Conductivity σ ($\Omega \cdot m$) ⁻¹	Temperature Coefficient α ($^{\circ}C$) ⁻¹
Elements			
Silver	1.59×10^{-8}	6.29×10^7	0.0038
Copper	1.72×10^{-8}	5.81×10^7	0.0039
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.55×10^7	0.0039
Tungsten	5.6×10^{-8}	1.8×10^7	0.0045
Iron	10.0×10^{-8}	1.0×10^7	0.0050
Platinum	10.6×10^{-8}	1.0×10^7	0.0039
Alloys			
Brass	7×10^{-8}	1.4×10^7	0.002
Manganin	44×10^{-8}	0.23×10^7	1.0×10^{-5}
Nichrome	100×10^{-8}	0.1×10^7	0.0004
Semiconductors			
Carbon (graphite)	3.5×10^{-5}	2.9×10^4	-0.0005
Germanium (pure)	0.46	2.2	-0.048
Silicon (pure)	640	1.6×10^{-3}	-0.075
Insulators			
Glass	$10^{10} - 10^{14}$	$10^{-14} - 10^{-10}$	

المقاومة وقانون اوم

- إن التيار I المار في موصل يتناسب طرديا مع فرق الجهد ΔV بين طرفية وان ثابت التناسب R هو خاصية من خصائص الموصل ويعرف بـ (المقاومة) أي أن

$$\Delta V \propto I \quad \Delta V = RI$$

$$I = \frac{V}{R}; \quad V = IR; \quad R = \frac{V}{I}$$

و وحداته فولت/أمبير وتعرف بـ اوم (Ω)

المقاومة وقانون اوم

- و يمكن كتابة قانون اوم بدلالة المجال الكهربائي E وكثافة التيار كالتالي:

$$E.L=V$$

$$E.L=RI \quad , \quad (I=JA)$$

$$E.L=RJA$$

$$J = \left(\frac{L}{RA} \right) E$$

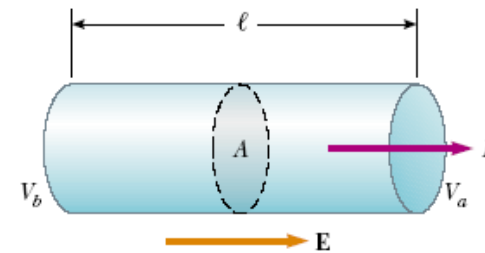
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{L}{RA}$$

$$\Rightarrow J = \frac{1}{\rho} E$$

$$\Rightarrow J = \sigma E$$

لنفترض موصل طوله L ومساحة مقطعه A كما في الشكل أدناه، فإذا طبق فرق جهد كهربائي V على طرفي السلك فإنه سينشئ مجال كهربائي E في الموصل



و باستخدام

نجد أن

وهي صيغة أخرى لقانون اوم

مثال ٢

- سلك نحاسي طوله 100 m ومساحة مقطعه 1 mm^2 ويحمل تيار شدته 20 A ومقاومته النوعية $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ احسب شدة المجال الكهربائي وفرق الجهد بين طرفي السلك والمقاومة الكهربائية للسلك.

$$E = \rho \cdot J = \frac{\rho \cdot I}{A} = 1.72 \times 10^{-8} \times 20 \times 10^6 = 0.344 \text{ V/m}$$

$$V = E \cdot L = 0.344 \times 100 = 34.4 \text{ V}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{34.4}{20} = 1.72 \quad \Omega$$

- ويمكن تعيين (R) بطريقة أخرى:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{1.72 \times 10^{-8} \times 100}{10^{-6}} = 1.72 \quad \Omega$$

الموصلية والموصلية النوعية

- تعرف الموصلية G لموصل ما بأنها مقلوب المقاومة أي أن :

- و وحدة قياسها هو مقلوب المقاومة وتسمى (سيمنس)

$$G = \frac{1}{R}$$

- وترتبط الموصلية و الموصلية النوعية بعضها ببعض بالعلاقة :

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$G = \frac{1}{\frac{\rho L}{A}}$$

$$G = \frac{\sigma A}{L}$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

درجة الحرارة والمقاومة

- تزداد المقاومة النوعية للموصل بزيادة درجة حرارته حيث أن العلاقة بين المقاومة ودرجة الحرارة هي خطية.

- حيث يمكن تمثيل العلاقة بين المقاومة النوعية ρ و درجة الحرارة T كما يلي:
$$\rho = \rho_o[1 + \alpha(T - T_o)]$$

- حيث ρ المقاومة النوعية عند درجة الحرارة T ، ρ_o المقاومة النوعية عند درجة الحرارة T_o ، و α ثابت تناسب يسمى العامل الحراري للمقاومة النوعية.

- بما أن المقاومة R تتناسب طرديا مع المقاومة النوعية يمكن كتابة المعادلة السابقة بدلالة R :

$$R = R_o[1 + \alpha(T - T_o)]$$

مثال

سلك ملف من الألمنيوم مقاومته 3.6Ω عند درجة حرارة الغرفة $20^\circ C$. احسب الهبوط في قيمة المقاومة إذا برّد إلى درجة حرارة $0^\circ C$. علماً أن معامل المقاومة الحراري للألمنيوم (∞) تساوي $3.4 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}$.

الحل :

$$R = R_o + \infty R_o (T - T_o)$$

$$R = 3.6 + 3.4 \times 10^{-3} \times 3.6(0 - 20)$$

$$R = 3.6 - 0.2448 = 3.355 \Omega$$

ويكون مقدار الهبوط في المقاومة بعد أن بُرّدت إلى درجة حرارة $0^\circ C$ هو 0.265Ω .

مثال

في دائرة كهربائية استعمل مقاوم ألومنيوم مقاومته 3.4Ω عند $0^{\circ}C$ على التوالي مع مقاوم كربون مقاومته 27Ω عند $0^{\circ}C$ أيضا، فإذا علمت أن $\alpha_{AL} = 3.4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}C^{-1}$ (للألومنيوم) و $\alpha_c = 0.5 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}C^{-1}$ (للكربون). جد مقاومة المجموعة عند درجة حرارة الغرفة ($20^{\circ}C$).

الحل:

$$R = [R_{AL} + \alpha_{AL} R_{AL} (T - T_o)] + [R_c + \alpha_c R_c (T - T_o)]$$

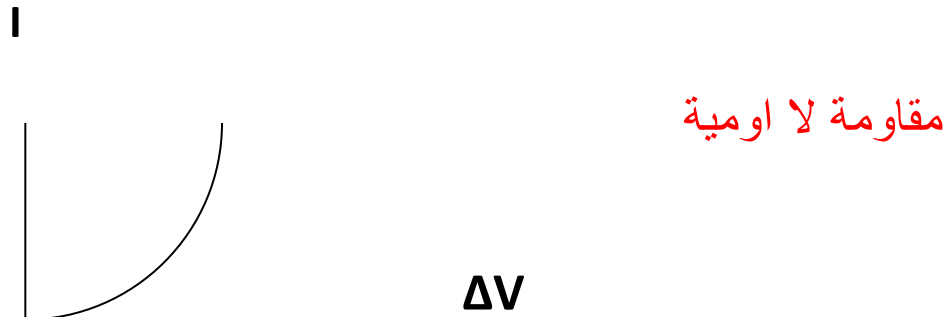
$$\begin{aligned} R &= [3.4 + 3.4 \times 10^{-3} \times 3.4 (20 - 0)] + [27 + 0.5 \times 10^{-3} \times 27 (20 - 0)] \\ &= 30.9 \Omega \end{aligned}$$

المقاومة الخطية واللاخطية

١- **الموصلات الخطية**: وهي التي ينطبق عليها قانون اوم ، وتكون العلاقة البيانية بين (V) و (I) خطية ويكون مقدار المقاومة (R) = ميل الخط المستقيم .



٢- **الموصلات اللاخطية**: وهي التي لا ينطبق عليها قانون اوم ، ولا تكون العلاقة بين (V) و (I) خطية ، مثل المقاومات الكربونية وأشباه الموصلات .



طرق تحديد قيمة المقاومة

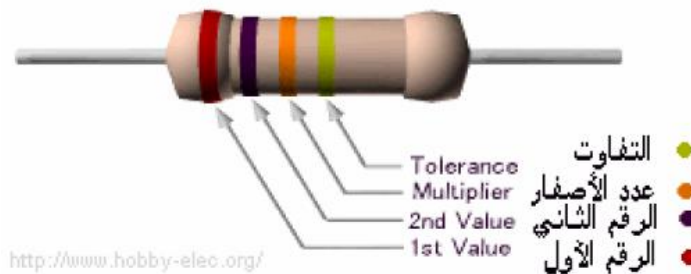
- ☐ قياس قيمة المقاومة بالأوميتير.
- ☐ قراءة كود الألوان الموجود على جسم المقاومة .
- ☐ قراءة القيمة المباشرة المكتوبة عليها .

قراءة كود الألوان

يوجد نوعين من كود الألوان :

- ☐ كود يتكون من أربعة ألوان .
- ☐ كود يتكون من خمسة ألوان .

أولاً : كود الألوان الأربعة



و فيها يقابل كل لون رقم كما في الجدول التالي

أسود	بنى	أحمر	برتقالي	أصفر	أخضر	أزرق	بنفسجى	رمادى	أبيض	ذهبى
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠, ١

و مثال لكيفية استخدام الألوان انظر فى الصورة السابقة من اليسار إلى اليمين تجد أن المقاومة يوجد بها عدد أربعة ألوان من اليسار إلى اليمين و هى كالآتى :

- ☐ اللون الأول = أول رقم من اليسار ولونه بنى = ١
- ☐ اللون الثانى = ثانى رقم من اليسار ولونه أسود = ٠
- ☐ اللون الثالث = و هو عدد الأصفار التى توضع على يمين اللون الثانى ولونه برتقالي = ٣ و يعنى وضع ثلاث أصفار على يمين الرقم ٠

إذا قيمة المقاومة هى 10×10^3 وتساوي ١٠٠٠٠ أوم و تكتب ١٠ كيلو أوم.



أما اللون الرابع = التفاوت أو قيمة الخطأ في قيمة المقاومة و كل لون يقابلة نسبة خطأ كما في الجدول التالي

بنى	أحمر	ذهبي	فضي	بدون لون
$\pm 1\%$	$\pm 2\%$	$\pm 5\%$	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$

و في المثال السابق

اللون الرابع ذهبي = $\pm 5\%$

يعنى أن قيمة الخطأ في قيمة المقاومة السابقة = $5\% \times 10000 = 500$ أوم.

يعنى أن قيمة المقاومة السابقة تتراوح بين ١٠,٥ كيلو أوم و ٩,٥ كيلو أوم .

احسب المقاومة التالية



أسود	بنى	أحمر	برتقالي	أصفر	أخضر	أزرق	بنفسجى	رمادى	أبيض	ذهبى
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠,١

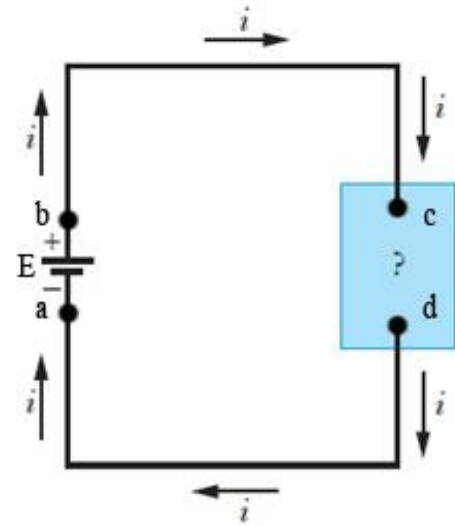
□ أما اللون الرابع = التفاوت أو قيمة الخطأ فى قيمة المقاومة و كل لون يقابلة نسبة خطأ كما فى ا

التالى

بنى	أحمر	ذهبى	فضى	بدون لون
$\pm 1\%$	$\pm 2\%$	$\pm 5\%$	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$

فيكون الناتج هو : 22000 أوم ، أو 22 كيلو أوم بنسبة تفاوت $\pm 5\%$

القدرة الكهربائية



- يبين الشكل بطارية قوتها الدافعة الكهربائية E متصلة بمقاومة R
- إذا تحركت شحنة Δq من النقطة a إلى النقطة b تكتسب طاقة كهربائية
- فإذا تحركت الشحنة من النقطة c إلى النقطة d فإنها تفقد طاقة بنفس المقدار الذي اكتسبته من a إلى b ومقدارها

$$\Delta u = \Delta q \Delta V$$

- هذه الطاقة المفقودة (المستنفذة) تتحول إلى شكل آخر من أشكال الطاقة إما (حرارة أو شغل ميكانيكي) ويعرف المعدل الزمني للطاقة المستنفذة (أي المتحولة) بـ متوسط القدرة:

$$P_{av} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \cdot \Delta V$$

$$P_{av} = I_{av} \Delta V \Rightarrow P = I \Delta V$$

القدرة الكهربائية

- و تقاس القدرة بوحدة جول/ثانية (J/s) وتسمى بـ (Watt)
- وإذا كانت المادة اومية فان القدرة المستنفدة في موصل مقاومته R هي:

$$P = I \Delta V$$

$$V = IR$$

$$P = I^2 R$$

• او

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

حل

مثال (٧) صفحة ٧١

مثال (٨) صفحة ٧٢

مثال

- مدفأة كهربائية قدرتها 2500 W متصلة مع مصدر جهد ثابت مقداره 220V، أحسب:
- أ - مقاومة أسلاك المدفأة.
- ب - مقدار الطاقة الكهربائية المستهلكة خلال ثلاثون يوماً بفرض استخدام هذه المدفأة بمعدل عشر ساعات يومياً.
- الحل:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220)^2}{2500} = 19.36 \Omega$$

$$P = W/t \Rightarrow W = P t$$

$$W = IVt = P t = 2500 \times 30 \times 10 = 750000 \text{ W.h} = 750 \text{ kW.h}$$

- ملاحظة: إذا كان ثمن الـ KWH، 0.5 اغورة، تكون مصاريف الإستهلاك = 375 شيكل

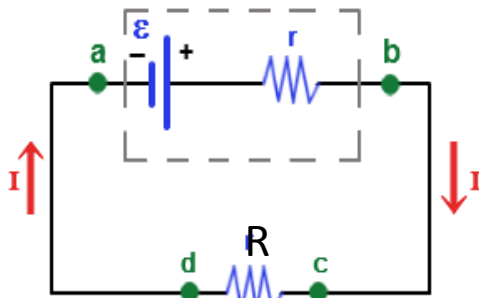
القوة الدافعة الكهربائية ومصادرها

- القوة الدافعة الكهربائية وتعرف بـ emf ويرمز لها بالرمز E
- القوة الدافعة الكهربائية تمثل الشغل اللازم لتحريك وحدة الشحنة الكهربائية.
- وبالتالي إذا بذل المصدر شغلا dW لتحريك الشحنة dq فان:

$$E = \frac{dW}{dq}$$

- وقياس E هو جول/كولوم=فولت (V)
- البطارية: يتم تحويل الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية
- المولد الكهربائي: يتم تحويل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية
- الازدواجيات الحرارية: (الخلايا الشمسية)

القوة الدافعة الكهربائية ومصادرها



- يعرف أن هناك مقاومة داخلية للبطارية أو المولد تسمى r
- عند عبور الشحنات من القطب السالب (المنخفض) إلى القطب الموجب (المرتفع) فإن الجهد يزداد بالمقدار E
- عند عبور الشحنات للمقاومة الداخلية فإن الجهد يقل بالمقدار Ir
- إذا جهد الأقطاب للبطارية يساوي:

$$\Delta V_{ba} = E - Ir$$

- و فرق الجهد $V_{cd} = IR$ بين طرفي مقاومة الحمل R يساوي جهد الأقطاب للمصدر E أي أن:

$$\Delta V = \Delta V_{ab}$$

$$IR = E - Ir$$

• أو

$$I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = Ir + IR$$

- وهكذا فإن التيار المار في الدائرة :

➤ وبضرب طرفي المعادلة بـ I

$$IE = I^2 r + I^2 R$$

مثال (٩) صفحة ٧٦

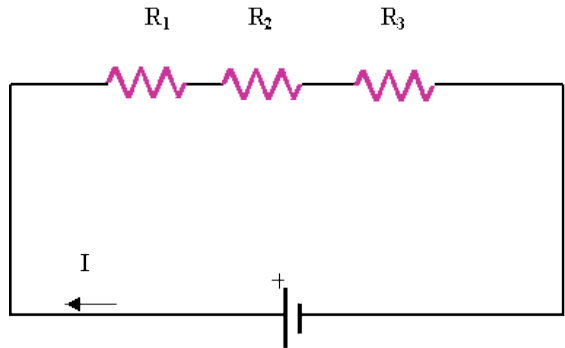
مثال (١٠) صفحة ٧٧

الوحدة الثالثة

تحليل دارات التيار المباشر

التوصيل على التوالي

- يوجد طريقتان رئيسيتان لتوصيل مكونات الدائرة الكهربائية و هما



- توصيل على التوالي Series circuit
- توصيل على التوازي parallel circuits

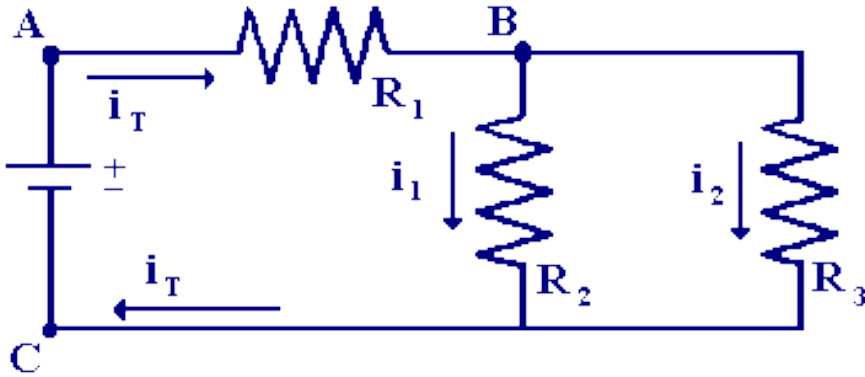
- في حالة التوصيل على التوالي تكون المقاومة المكافئة R_{eq} هي مجموع المقاومات للدائرة و يوزع فرق الجهد خلال المقاومات كل واحدة حسب قيمتها و لكن التيار يكون متساوي خلال جميع أجزاء الدائرة.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\Delta V = I R_{eq} \quad , \quad V_1 = I R_1 \quad , \quad V_2 = I R_2$$

- (أ) التيار ثابت لا يتجزأ
- (ب) فرق الجهد يتوزع على المقاومات

التوصيل على التوازي



- في حالة التوصيل على التوازي تكون المقاومة المكافئة هي مجموع مقلوب المقاومات الموجودة داخل الدائرة و يكون فرق الجهد خلال المقاومات متساوي و لكن التيار يوزع على المقاومات كل واحدة حسب قيمتها.

- أ) فرق الجهد ثابت لا يتجزأ ب) شدة التيار تتوزع على المقاومات

- بحيث يكون: $I = I_1 + I_2$
- ولأن فرق الجهد ثابت فان : $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

مثال

في الشكل (11-6)، إذا كان $R_1 = 1\Omega$ و $R_2 = 3\Omega$ و $R_3 = 8\Omega$ ووصل إلى هذه المجموعة بطارية $6V$. احسب: 1- المقاومة الكلية لهذه المجموعة من المقاومات، 2- قيمة شدة التيار المار في كل منها، 3- فرق الجهد على طرفي كل منها.

الحل:

1-

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R = 1 + 3 + 8 = 12\Omega$$

2- تبعاً لقانون أوم فإن شدة التيار المار في كل من المقاومات يكون:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{12} = 0.5A$$

أي أن شدة التيار في حالة توصيل التوالي لا يختلف باختلاف قيمة المقاومة.

3- من قانون أوم أيضاً يمكن حساب مقدار فرق الجهد الواقع على طرفي كل مقاومة، أي:

$$V_1 = R_1 I = 1 \times 0.5 = 0.5V$$

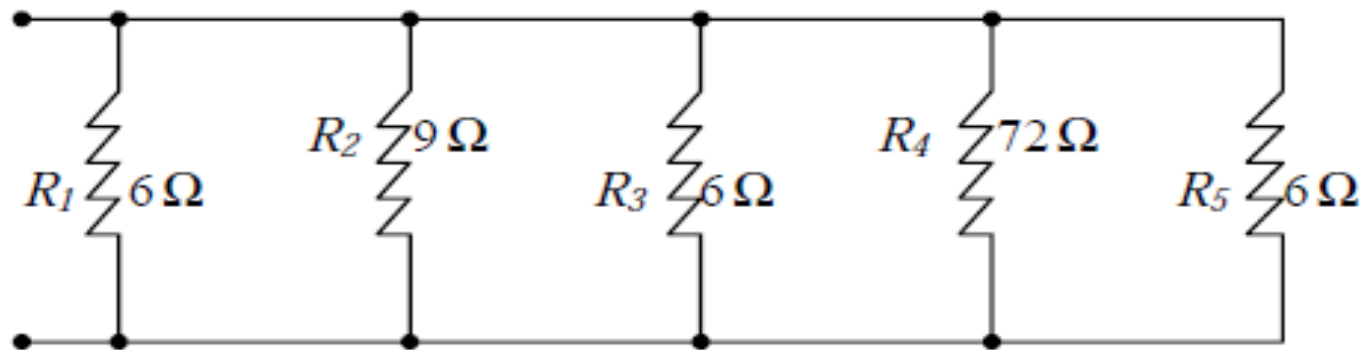
$$V_2 = R_2 I = 3 \times 0.5 = 1.5V$$

$$V_3 = R_3 I = 8 \times 0.5 = 4V$$

وان مجموع قيم فروق الجهد للمقاومات المربوطة على التوالي يساوي قيمة فرق الجهد للبطارية الموصلة بهذه المجموعة، أي:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 0.5 + 1.5 + 4 = 6V$$

أوجد المقاومة المكافئة للدائرة المبينة في الشكل (8-11).



الشكل (8-11).

الحل :

طالما أن المقاومات جميعاً مربوطة على التوازي فإن إيجاد المقاومة المكافئة لها

تخضع للمعادلة (10-11)، أي :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{72} + \frac{1}{6}$$

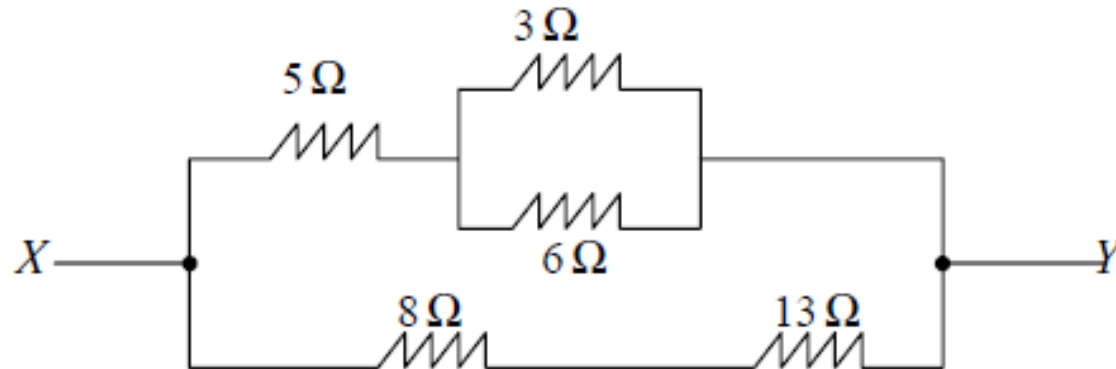
$$\therefore R = \frac{72}{45} = 1.6\Omega$$

احسب المقاومة المكافئة للدائرة في شكل (10-11) بين النقطتين X و Y .

الحل :

المقاومتان 3Ω و 6Ω موصلتان على التوازي ومقاومتهما المكافئة تعطى من:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \therefore R = 2\Omega$$



الشكل (10-11)

المقاومة 2Ω موصلة على التوالي مع المقاومة 5Ω والمقاومة الكلية لها تعطى من:

$$R_1 = 2 + 5 = 7\Omega$$

المقاومتان 8Ω و 13Ω موصلتان على التوازي ومقاومتهما المكافئة تعطى من:

$$R_2 = 8 + 13 = 21\Omega$$

ثم تحسب المقاومة المكافئة للدائرة حسب طريقة الربط على التوازي، أي:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{7} + \frac{1}{21}$$

$$\therefore R = 5.25\Omega$$

قانون كيرشوف

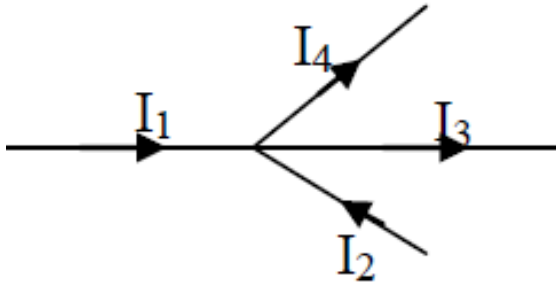
يشتمل هذا القانون على قاعدتين:

قاعدة التيار

قاعدة الجهد

قانون كيرشوف - للتيار

- إن مجموع كل التيارات الداخلة إلى نقطة تفرع (في الدائرة) يجب أن يساوي مجموع كل التيارات الخارجة من هذه النقطة.
- (وهو نابع عن مبدأ حفظ الشحنة الكهربائية)



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

أو بصيغة عامة: $\sum_{n=1}^N I_n = 0$ مع الافتراض أن التيار الداخل موجب والخارج سالب.

قانون كيرشوف - للجهد

- إن المجموع الجبري لتغيرات الجهد حول دائرة مغلقة يجب أن يساوي صفراً.

$$\sum_{n=1}^N V_n = 0$$

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_A) = 0$$

- باستخدام قوانين كيرشوف يمكن أن نكون معادلات رياضية يمكن حلها للحصول على القيم المراد إيجادها

خطوات تكوين معادلات- كيرشوف

• لتكوين معادلات مبنية على قانوني كيرشوف يجب إتباع الخطوات التالية:

- (١) عدد المعادلات المستقلة يجب أن يساوي عدد القيم المجهولة.
- (٢) إذا كان هناك فرع فيه مقاومات على التوالي أو على التوازي فيجب إيجاد المقاومة المكافئة لها.
- (٣) ضع في كل فرع من الدائرة اتجاهها للتيار و يمكن أن يكون هذا الاتجاه بصورة عشوائية. لأنه في النهاية و بعد حل المسألة إذا كانت قيمة التيار، في فرع ما، سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الذي وضعناه غير صحيح و إذا كانت موجبة فهذا يعني أن الاتجاه الذي وضعناه صحيح
- (٤) كون معادلات مستقلة مبنية على قانون كيرشوف للتيار في عدة نقاط
- (٥) حدد اتجاهها معيناً لكل مسار مغلق و بصورة عشوائية كما موضح في الرسم في ما بعد.
- (٦) كون معادلات مستقلة مبنية على قانون كيرشوف للجهد لعدة مسارات مغلقة و يجب الأخذ في الاعتبار الآتي:

خطوات تكوين معادلات- كيرشوف

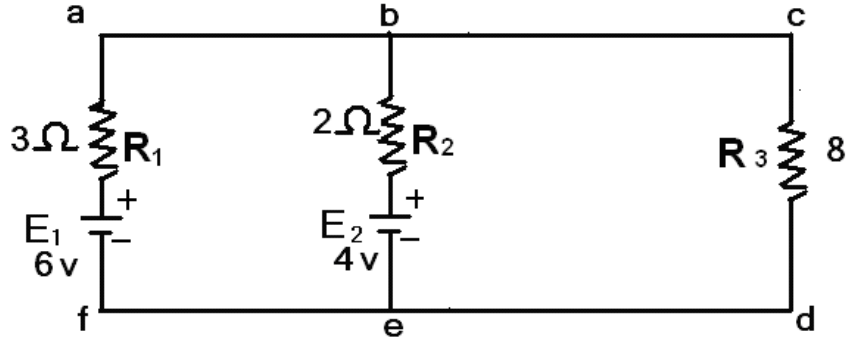
(أ) إذا أخذنا مسارا مغلقا في اتجاه معين اتجاه عقارب الساعة أو اتجاه عكس عقارب الساعة و كان اتجاه التيار الخارج من مصدر الجهد بطارية هو **نفس اتجاه المسار** المغلق الذي أخذناه، فإن قيمة هذا المصدر **تكون موجبة**. أما إذا كان اتجاه التيار الخارج من مصدر الجهد **عكس اتجاه المسار** الذي أخذناه، فإن قيمة هذا المصدر تكون **سالبة**.

(ب) إذا أخذنا مسارا مغلقا في اتجاه معين اتجاه عقارب الساعة أو اتجاه عكس عقارب الساعة و كان **اتجاه التيار** المار في مقاومة ما هو **نفس اتجاه المسار** الذي أخذناه، فإن قيمة فرق الجهد بين طرفي هذه المقاومة **يكون سالبا**. أما إذا كان اتجاه التيار المار في مقاومة ما **عكس اتجاه المسار** الذي أخذناه، فإن قيمة فرق الجهد بين طرفي هذه المقاومة **يكون موجبا**.

(٧) إي معادلة جديدة تقوم بإنشائها يجب أن تحتوي على الأقل على عنصر جديدا لم يكن مذكورا في المعادلات التي سبقتها عنصر من العناصر المطلوب إيجادها

مثال

- أحسب مقادير التيارات المارة في المقاومات R_1, R_2, R_3 في الدائرة الكهربائية التالية:

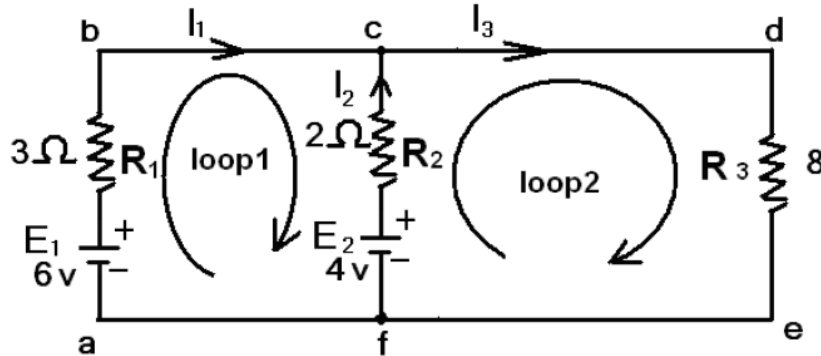


• الحل:

- نضع بصورة عشوائية اتجاهات للتيارات

في كل فروع الدائرة و كذلك نضع بصورة عشوائية

- اتجاهها للمسارات المغلقة و لكن يجب أن نلتزم بهذه الاتجاهات التي وضعناها إلى

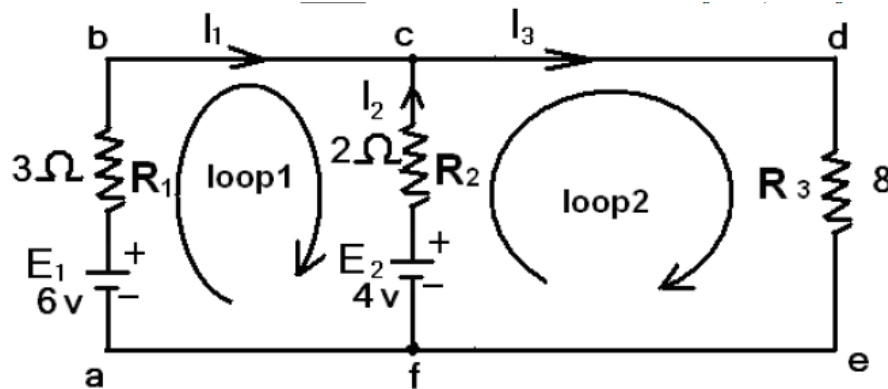


نهاية حل المسألة كالتالي:

- المعادلة الأولى تطبيقاً لقانون كيرشوف

- للتيار عند النقطة c

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad \dots\dots\dots (1)$$



- المعادلة الثانية تطبيقا لقانون كيرشوف للجهد للمسار المغلق abcfa و الذي رمزنا له ب **loop1** و هو كما ظاهر في الرسم اتجاهه مع عقارب الساعة
- $$E_1 - I_1 R_1 + I_2 R_2 - E_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

- المعادلة الثالثة تطبيقا لقانون كيرشوف للجهد للمسار المغلق fcdef و الذي رمزنا له ب **loop2** و هو كما ظاهر في الرسم اتجاهه مع عقارب الساعة
- $$E_2 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

في الدائرة الموضحة في الشكل (11-20)، $I_1 = 0.2A$ أوجد \mathcal{E} .

الحل :

بتطبيق قانون كيرتشفوف الثاني على الدائرة المغلقة cdefc نحصل على:

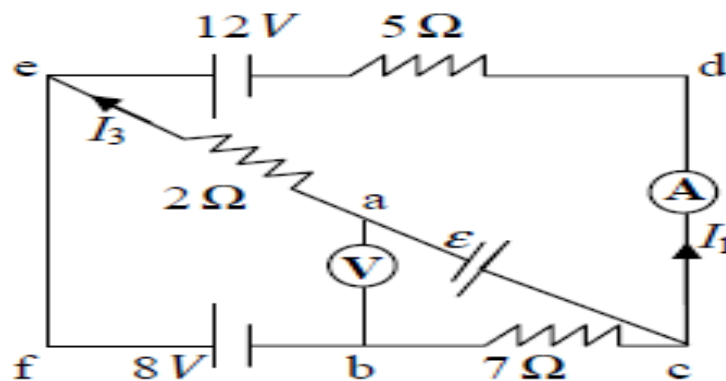
$$-5 \times 0.2 + 12 - 8 - 7I_2 = 0$$

$$-1 + 12 - 8 = 7I_2$$

$$\therefore I_2 = \frac{3}{7} = 0.43A$$

وبتطبيق قانون كيرتشفوف الأول على النقطة e نحصل على:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$



الشكل (11-20)

وبالتعويض عن قيم I_1 و I_2 في المعادلة أعلاه نحصل على:

$$I_3 = I_2 - I_1 = 0.43 - 0.2 = 0.23A$$

ولإيجاد \mathcal{E} نطبق قانون كيرتشفوف الثاني على الدائرة المغلقة cdeac مع التعويض عن

قيم I_1 و I_2 :

$$-5I_1 + 12 + 2I_3 + \mathcal{E} = 0$$

$$-5 \times 0.2 + 12 + 2 \times 0.23 + \mathcal{E} = 0$$

$$\therefore \mathcal{E} = -11V$$

الإشارة السالبة تدلنا على أن قطبية البطارية هي بالفعل عكس تلك المبينة في الشكل .

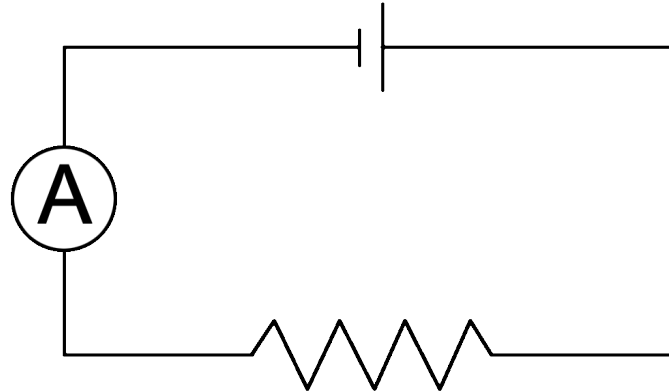
أجهزة القياس – Electrical Instruments

• الأميتر

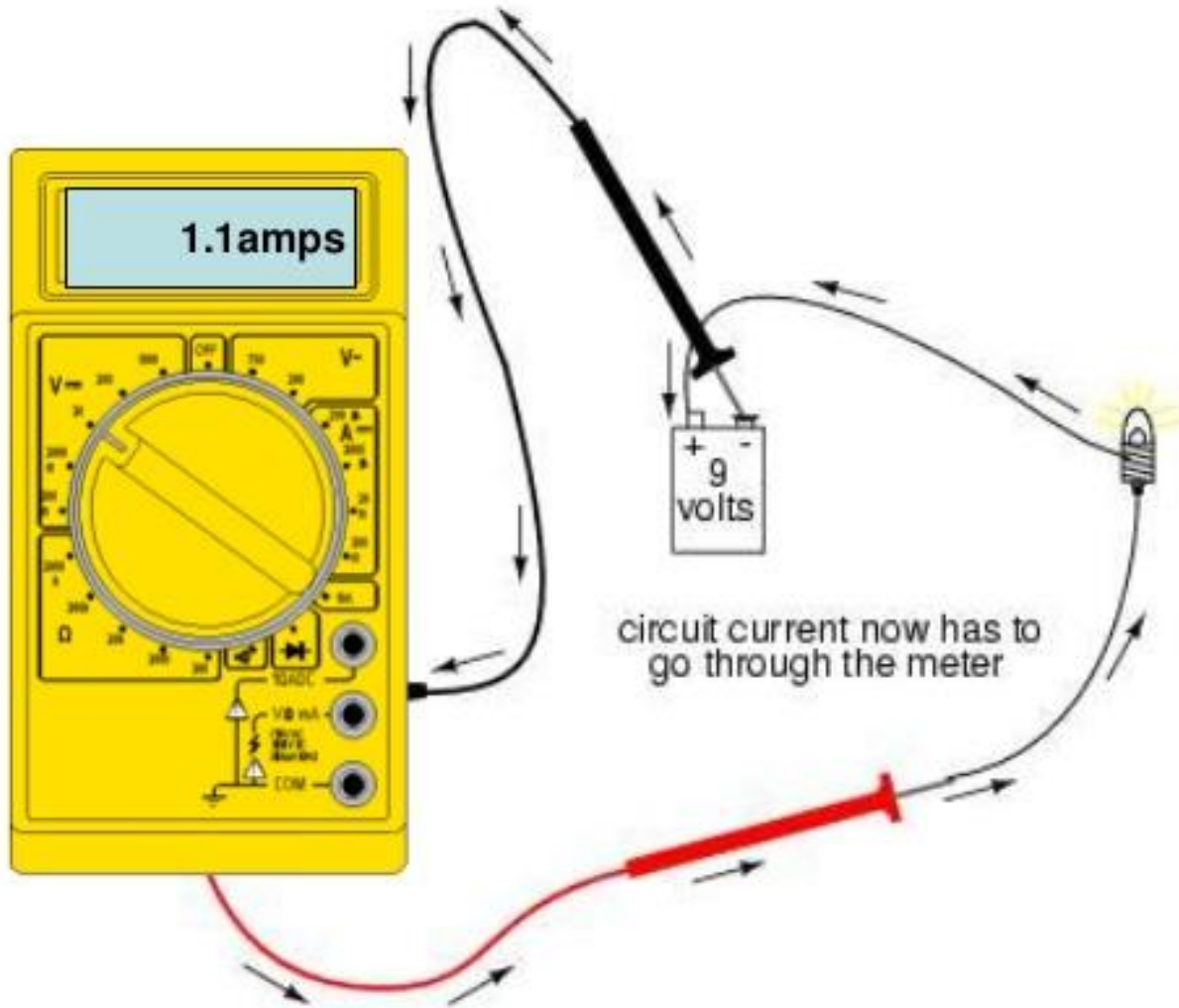
- يستخدم الاميتر لقياس **شدة التيار** في الدائرة الكهربائية
- يربط الأميتر على التوالي بعنصر الدائرة الكهربائية لان التوصيل على التوالي يمرر التيار نفسه (**على التوالي التيار لا يتجزء**)
- يجب أن يدخل التيار من القطب الموجب ويغادره من القطب السالب



- تكون المقاومة الداخلية للاميتر صغيرة جدا (**مساوية صفر**) حتى لا تقل قيمة التيار



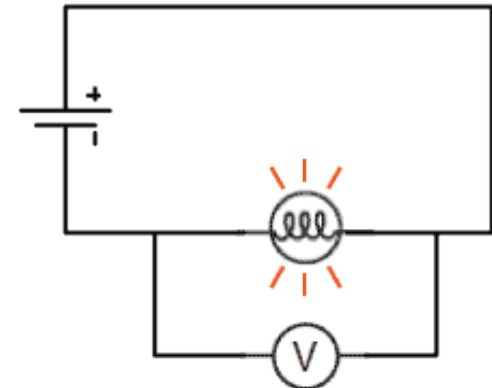
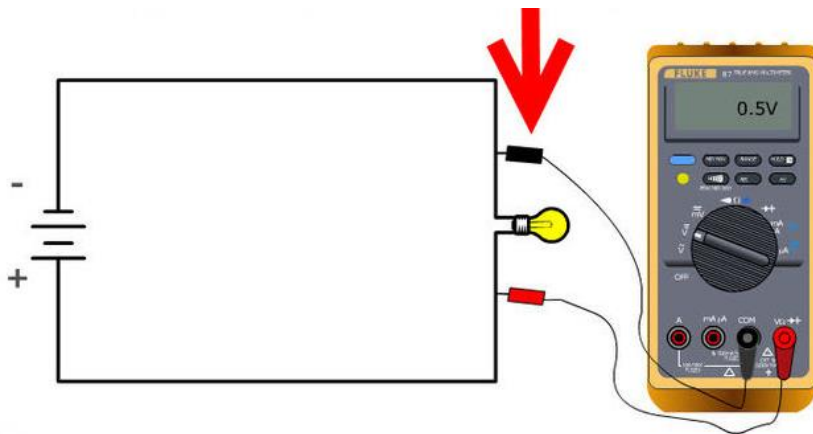
Measuring Current



أجهزة القياس – Electrical Instruments

• الفولتميتر

- يستخدم لقياس فرق الجهد بين نقطتين في الدائرة
- يربط الفولتميتر على التوازي وتكون المقاومة الداخلية للفولتميتر كبيرة جدا (نظريا تعد لا نهائية) بالنسبة لمقاومة الحمل R
- يكون التيار المار في الفولتميتر صغير جدا (نظريا يساوي صفر) بالنسبة لتيار المار بمقاومة الحمل



أجهزة القياس – Electrical Instruments

• الجلفانوميتر:

- يستخدم للكشف عن وجود التيارات الصغيرة جدا
- يحتوي الجلفانوميتر على ملف صغير موضوع في مجال مغناطيسي دائم
- يؤثر في الملف عزم دوراني يؤدي الى انحراف مؤشر الجلفانوميتر نحو التيار المار

- يمكن تحويل الجلفانوميتر الى اميتر عن طريق توصيل مقاومة صغيرة R_A على التوازي بالجلفانوميتر.

• حيث أن

$$R_A = \frac{I_G R_G}{I - I_G}$$

- ويمكن تحويل الجلفانوميتر الى فولتميتر عن طريق توصيل مقاومة كبيرة R_V على التوالي بالجلفانوميتر ثم يتم وصل الجلفانوميتر والمقاومة المتصلة به على التوازي بالدائرة

$$R_V = \frac{\Delta V_{ab}}{I_G} - R_G$$

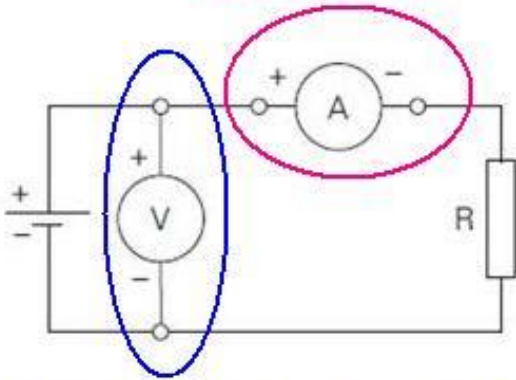
أجهزة القياس – Electrical Instruments

• الواتميتر

- يستخدم الواتميتر لقياس القدرة الكهربائية سواء كانت القدرة التي منحها المصدر للدائرة أم التي تستنفذ في المقاومات الكهربائية

- القدرة الكهربائية تقاس بضرب التيار المار عبر المقاومة في الجهد $P = IV$
- وهكذا يمكن النظر إلى الواتميتر على أنه **فولتميتر** و **اميتر** في وقت واحد.

لاحظ الاميتر موصل على التوازي لقياس التيار المار في المقاومة



لاحظ الفولتميتر موصل على التوازي لقياس الجهد على المقاومة

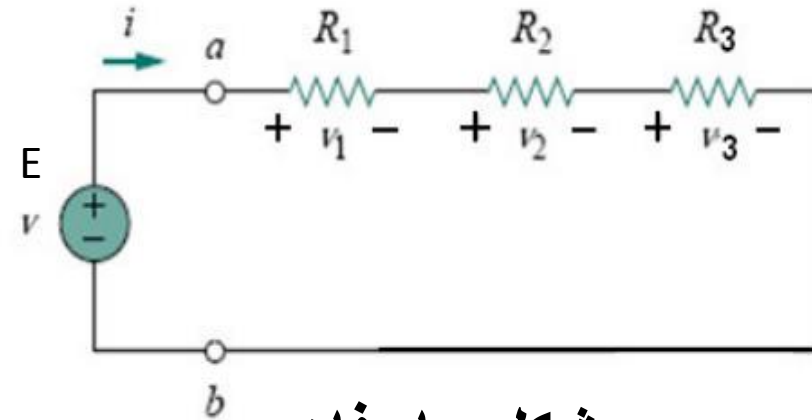
حيث يحتوي على

- ملف جهد يوصل على التوازي لقياس الجهد
- ملف تيار يوصل على التوالي لقياس التيار
- ويقوم الجهاز داخليا بضرب القيمتين و اظهار الناتج

مجزئ الجهد – Voltage Divider

- **مجزئ الجهد:** هو دائرة تحتوي على مجموعة مقاومات موصولة على التوالي حيث يمر في كل منها تيار شدته تساوي شدة التيار الكلي، بينما يتم تجزئ الجهد بحيث يهبط على كل مقاومة جهد معين وذلك حسب المقاومة التي يمر فيها ذلك الجهد. وتكون هذه الدارة كما يلي:
- باستعمال قانون توصيل المقاومات علي التوالي، نجد أن

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$



و بشكل عام فان

$$V_X = \frac{E}{R_{eq}} R_X$$

والتيار المار في الدارة

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_1 = IR_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_2 = IR_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_3 = IR_3 = E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

قانون مجزئ التيار – Current Divider Rule

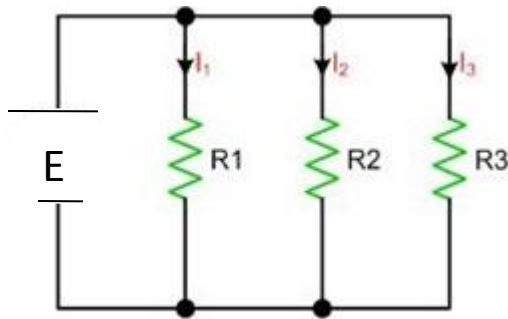
- مجزئ التيار: هو دائرة تحتوي على عدة مقاومات موصولة فيما بينها على التوازي فيكون الجهد الهابط على كل المقاومات مساوياً للجهد الكلي للدائرة كلها، أما التيار فيتم تجزيئه إلى عدة تيارات تختلف شدتها حسب المقاومة الموصولة في الفرع الذي يمر منه التيار المقصود.

- يمكن تحليل هذه الدارة وإيجاد قيمة أي من التيارات دون الحاجة إلى معرفة فرق الجهد بين طرفي المصدر.

$$V = IR_{eq}$$

- إذا

- حيث إن فرق الجهد بين طرفي أي مقاومة يساوي جهد المصدر فإن: $E = V_1 = V_2 = V_3$



$$IR_{eq} = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3$$

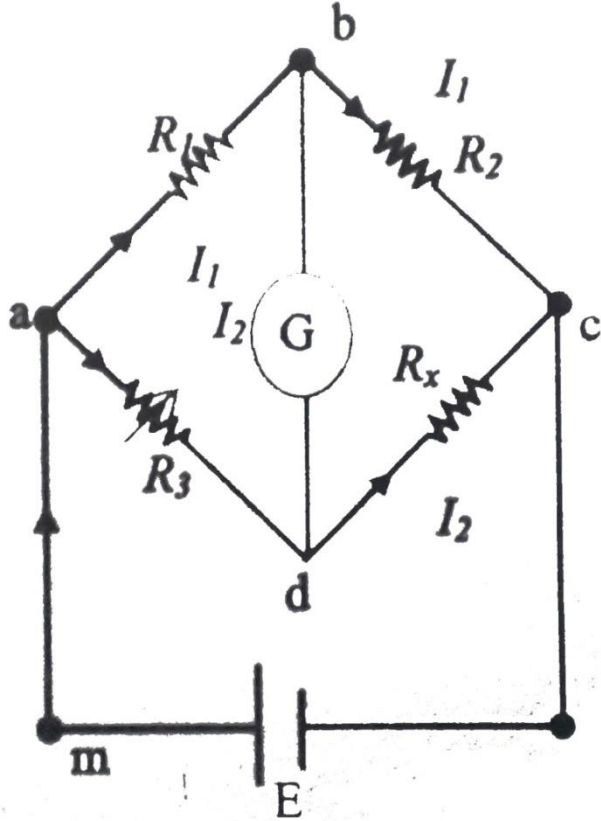
- وعلى فان:

$$I_1 = I \frac{R_{eq}}{R_1}$$

- وكذلك يمكن إيجاد قيم التيارات الأخرى بالشكل العام :

$$I_x = I \frac{R_{eq}}{R_x}$$

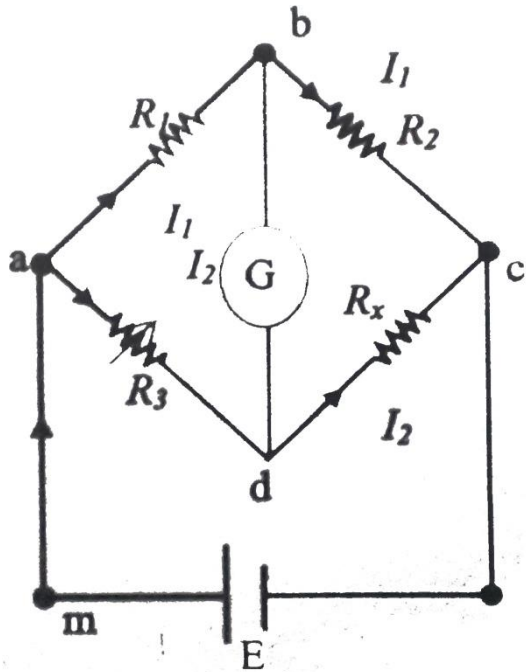
قنطرة ويتستون – Wheatstone Bridge



- تستخدم قنطرة ويتستون لإيجاد قيمة مقاومة مجهولة بدلالة ٣ مقاومات أخرى معلومة
- تتكون القنطرة من أربع مقاومات R_1 , R_2 , R_3 , R_x وتكون R_1 , R_2 ثابتتين و R_3 متغيرة أما R_x فتمثل المقاومة المجهولة
- يتم تغيير R_3 حتى تصبح القنطرة في وضع اتزان (لا يمر تيار في G) أي جهد النقطة b يساوي جهد النقطة d وعليه فان $V_1 = V_3$

قنطرة ويتستون – Wheatstone Bridge

$$V_1 = V_3$$



$$I_1 R_1 = I_2 R_3$$

$$V_2 = V_x$$

$$I_1 R_2 = I_2 R_X$$

• أي أن

• وكذلك

• وبقسمة المعدلتين نجد:

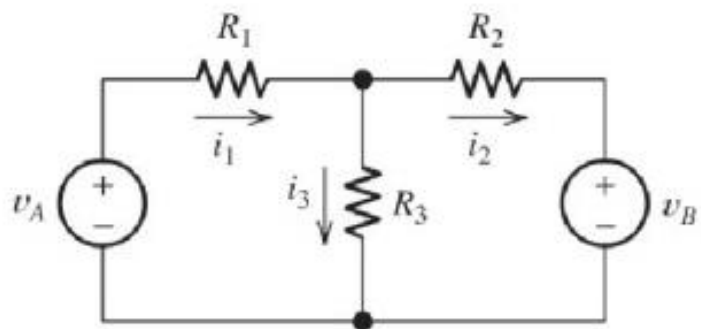
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_X}$$

تحليل الدارات باستخدام الحلقات

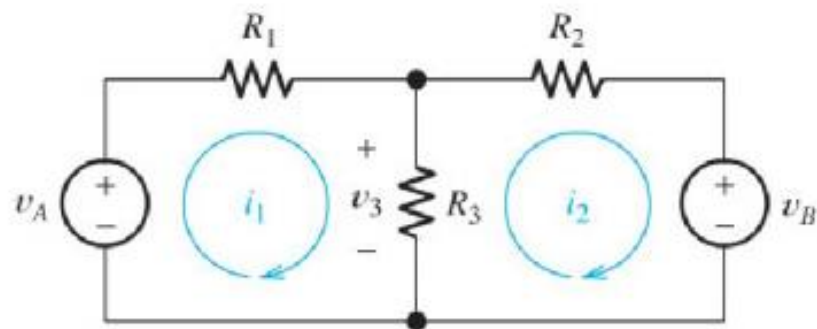
- يستخدم تيارات الحلقات لاختزال عدد المعادلات المتكونة (نتيجة لتطبيق قانوني كيرشوف) إلى عدد مساو لعدد الحلقات المستقلة التي تكون الدارة الكهربائية

- خطوات تحليل الدارة باستخدام طريقة الحلقات:

١. نعين تيار واحد لكل حلقة مغلقة، وليكن اتجاهه مع عقارب الساعة
٢. نعين القطبية لكل المقاومات الموجودة في كل حلقة مغلقة، بحيث يتفق تعيين القطبية مع اتجاه التيار المفروض في الحلقة.
٣. نطبق قانون كيرشوف للجهد حول كل حلقة مغلقة وباتجاه عقارب الساعة
٤. أ- إن بعض التيارات التي تم تعيينها قد تجتمع بعضها مع بعض عند مرورها في فرع آخر. لذلك فإن **التيارات المشتركة تمر باتجاهين متعاكسين** ويكون التيار الكلي في العنصر المشترك مساويا لحاصل الطرح.
٥. قطبية مصادر الجهد لا تتأثر باتجاهات التيارات التي تم تعيينها في الحلقات المكونة للدارة.



(a) Circuit with branch currents



(b) Circuit with mesh currents

التحليل العقدي للدارات - Nodal Circuits Analysis

• طريقة الحل

١. ملاحظة جميع توصيلات السلك الواحد في الدائرة. وهذه هي العُقد (النود) في التحليل العقدي (النودالي).
٢. حدد عقدة واحدة كمرجع رئيسي للأرض، واختيارك لأي عقدة كانت لن يغير النتيجة النهائية، ويُفضل اختيار العقدة ذات التوصيلات الأكثر لتبسيط الحل.
٣. عيّن متغير لكل عقدة مجهول قيمة جهدها، أما إن كان معروف قيمة جهدها فلا حاجة لتعيين متغير.
٤. لأي عقدة مجهولة القيمة، يمكن تشكيل معادلة من خلالها عن طريق قانون كيرشوف للتيارات، والمعادلة تكون عبارة عن جمع التيارات التي تمر في تلك العقدة بمعادلة واحدة مساوية للصفر، والعثور على قيمة التيار ليس أكثر من القيام بأخذ قيمة الفولت الخارج منه التيار ناقصًا الفولت القادم إليه التيار، مقسومًا بالمقاومة بينهما.
٥. تحل جميع المعادلات في وقت واحد لكل قيمة جهد مجهولة.

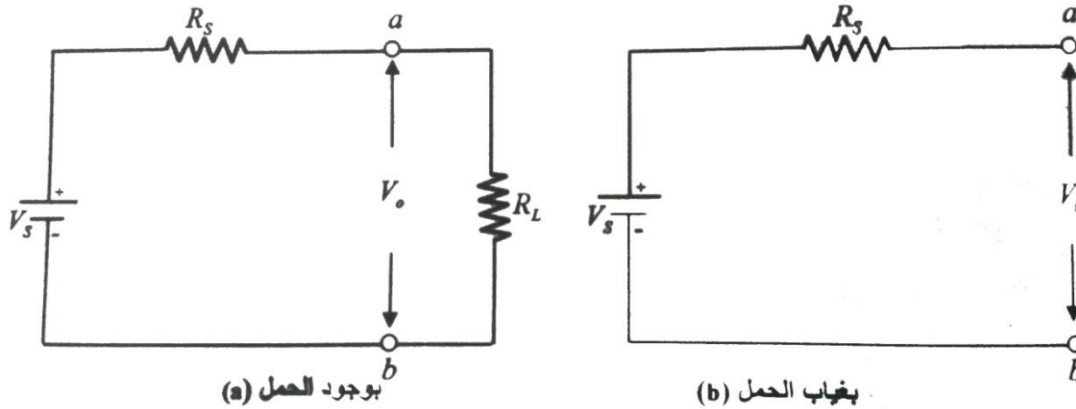
الوحدة الرابعة

نظريات الدارات الكهربائية

Electric Circuits Theorems

مصدر الجهد الثابت

- يتكون مصدر الجهد الثابت من قوة دافعة (فرق جهد المصدر) V_s ومقاومة المصدر R_s و تتصل على التوالي بالقوة الدافعة



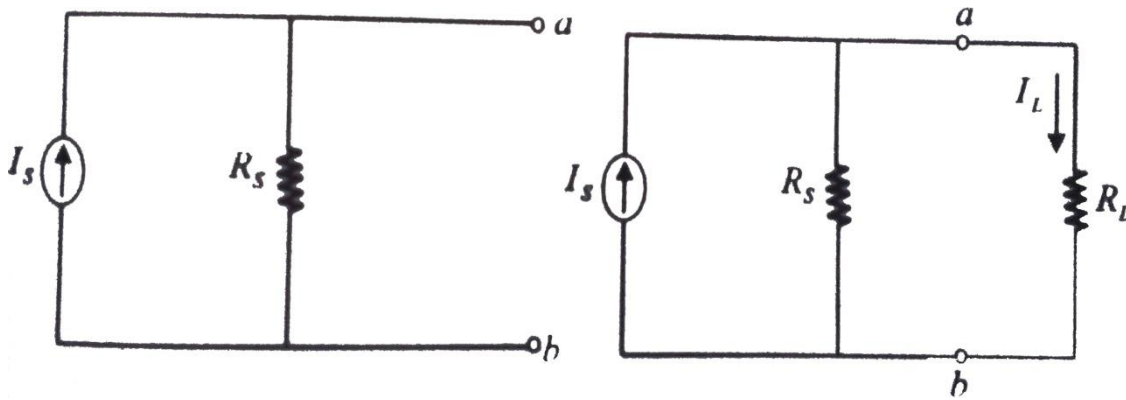
- في حالة فتح دائرة مصدر الجهد فان فرق الجهد بين طرفي المصدر يساوي القوة الدافعة للمصدر أي:
$$V_o = V_s$$

- وعند إغلاق دائرة المصدر من خلال دائرة الحمل R_L فان فرق الجهد بين طرفي المصدر يصبح اصغر من القوة الدافعة ويعطي بالعلاقة:

$$V_o = V_s \left(\frac{R_L}{R_s + R_L} \right)$$

مصدر التيار الثابت

- يعد احد مصادر الطاقة الذي يوفر تيارا ثابتا للحمل
- يبين الشكل مصدر التيار I_s ومقاومته الداخلية R_s التي تتصل على التوازي بمصدر التيار

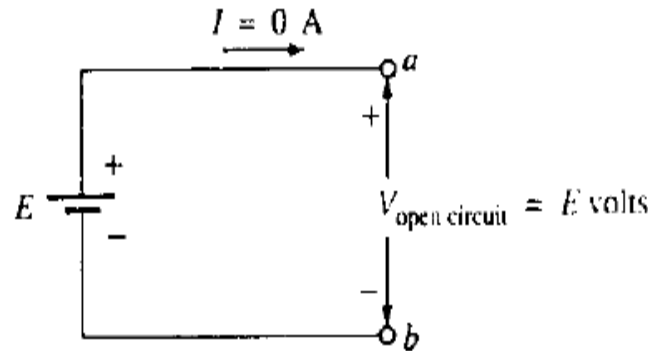


- تكون المقاومة الداخلية للمصدر R_s كبيرة جدا مقارنة بمقاومة الحمل وبذلك فان معظم التيار I_s يمر في مقاومة الحمل مكونا تيار الحمل I_L
- يحسب التيار المار في الحمل I_L بالعلاقة:

$$I_L = I_s \left(\frac{R_L}{R_s + R_L} \right)$$

الدوائر المفتوحة ودوائر القصر: (Open and Short Circuits)

الدائرة الكهربائية المفتوحة يكون لها فرق جهد بين طرفيها المفتوحين ، بينما التيار يكون دائماً مساوياً للصفر بين هذين الطرفين المفتوحين . ويبين الشكل (٦ - ١٦) دائرة كهربائية مفتوحة عند الطرفين a و b بينما يكون فرق الجهد بين طرفي الدائرة: $V_{ab} = E$ والتيار $I = 0$.

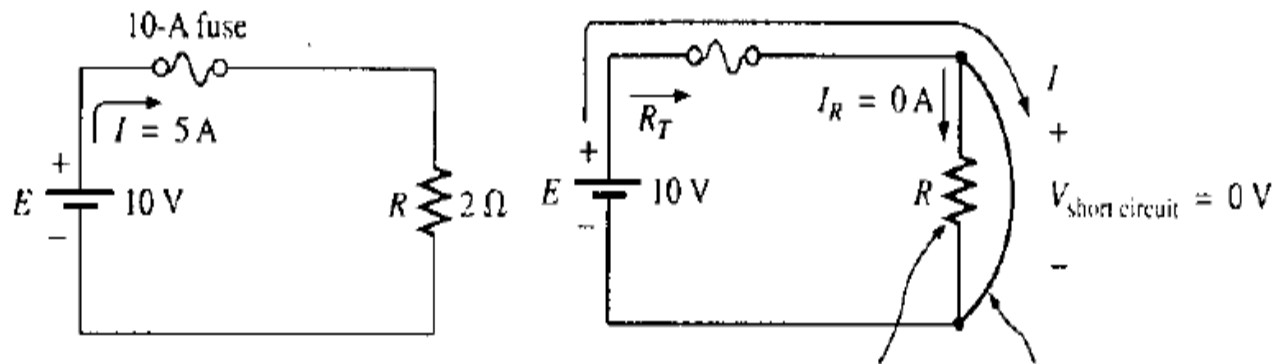


أما بالنسبة لدائرة القصر فيكون فرق الجهد بين الطرفين المقصورين دائماً مساوياً للصفر بينما يمر بين هذين الطرفين تيار كهربى. والدائرة الموضحة فى الشكل (٦- ١٧) تبين أن القصر حدث بين طرفي المقاومة R ، وبالتالي يكون فرق الجهد بين طرفي المقاومة بعد حدوث القصر هو

$$V = I R = (I) (0) = 0 \quad V$$

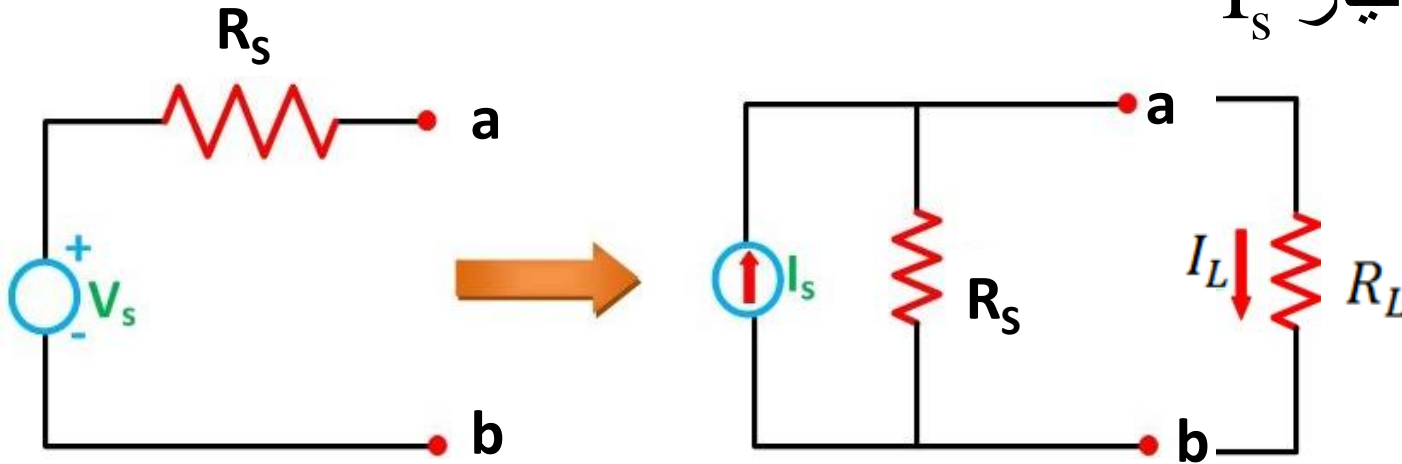
ويكون التيار بعد حدوث القصر الشكل (٦- ١٧) بين طرفي المقاومة R هو

$$I = E / R = E / 0 \rightarrow \infty \quad A$$



تحويل مصدر الجهد إلى مصدر تيار

- يمكن تحويل مصدر الجهد V_s ومقاومته الداخلية R_s إلى مصدر تيار I_s



$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

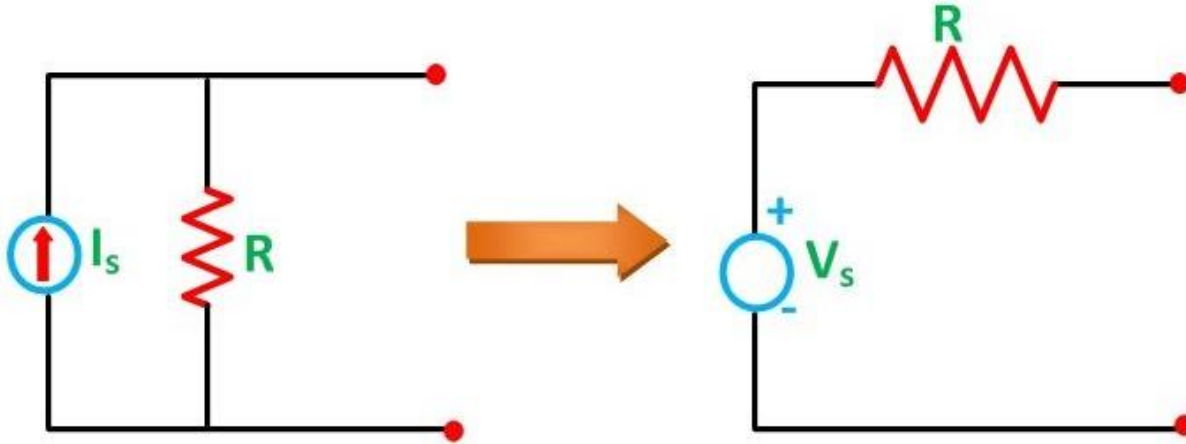
وعلى فان:

$$I_L = \frac{V_s}{R_s + R_L}$$

وتيار الحمل:

تحويل مصدر التيار إلى مصدر جهد

- يمكن تحويل مصدر التيار I_s ومقاومته الداخلية R_s إلى مصدر جهد V_s



بحيث أن:

$$V_s = I_s R_s$$

نظرية التراكم - Superposition Theorem

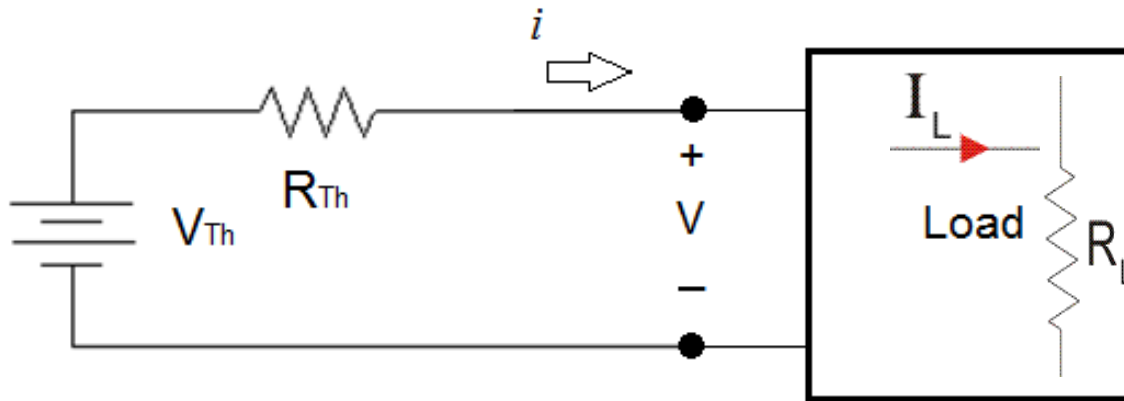
- تنص هذه النظرية على انه في حالة تعدد المصادر في دائرة، فان التيار في أي عنصر في الدائرة او الفولتية (فرق الجهد) عبره يساوي المجموع الجبري للتيارات والفولتيات الناجمة عن كل مصدر على حدة

• خطوات تطبيق نظرية التراكم:

١. يختار أي مصدر في الدائرة، وتعد المصادر الأخرى في حالة قصر (short Circuit) إذا كان مصدر جهد "V" أو في حالة فتح (Open Circuit) إذا كانت مصادر تيار
٢. يحسب التيار **I** المار او فرق الجهد **V** الناتج عن المصدر المختار
٣. تكرر الخطوتان (١) و (٢) لكل مصدر في الدائرة على حدة
٤. يحسب التيار المحصل المار في كل عنصر من عناصر الدائرة، ثم يحسب فرق الجهد بين طرفي العنصر الناتج عن التيار المحصل المار في ذلك العنصر

نظرية ثيفنن – Thevenin's Theorem

- تتعمد نظرية ثيفنن في تحليل الدارات الكهربائية على تبسيط الدارة الأصلية بتحويلها إلى دارة ثيفنن المكافئة



- يبين الشكل التالي دارة ثيفنن المكافئة التي تظهر بين طرفي الحمل R_L وتتكون من مصدر جهد مكافئ V_{Th} يتصل على التوالي بمقاومة مكافئة للمقاومات الداخلية R_{Th} .

نظرية ثيفنن – Thevenin's Theorem

• خطوات تحويل الدارة إلى دارة ثيفنن المكافئة:

١. تلغى مقاومة الحمل من الدارة مؤقتاً، فتصبح الدارة مفتوحة بين طرفي الحمل a و b

٢. يحسب فرق الجهد بين طرفي الدارة المكافئة (b,a) فيكون هذا الجهد هو V_{Th}

٣. بعد قصر مصادر الجهد وفتح مصادر التيار تحسب المقاومة المكافئة بين طرفي (b,a) فتكون هذه المقاومة المكافئة R_{Th}

٤. يحسب تيار الحمل R_L من خلال العلاقة

$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

نظرية نورتن - Norton's Theorem

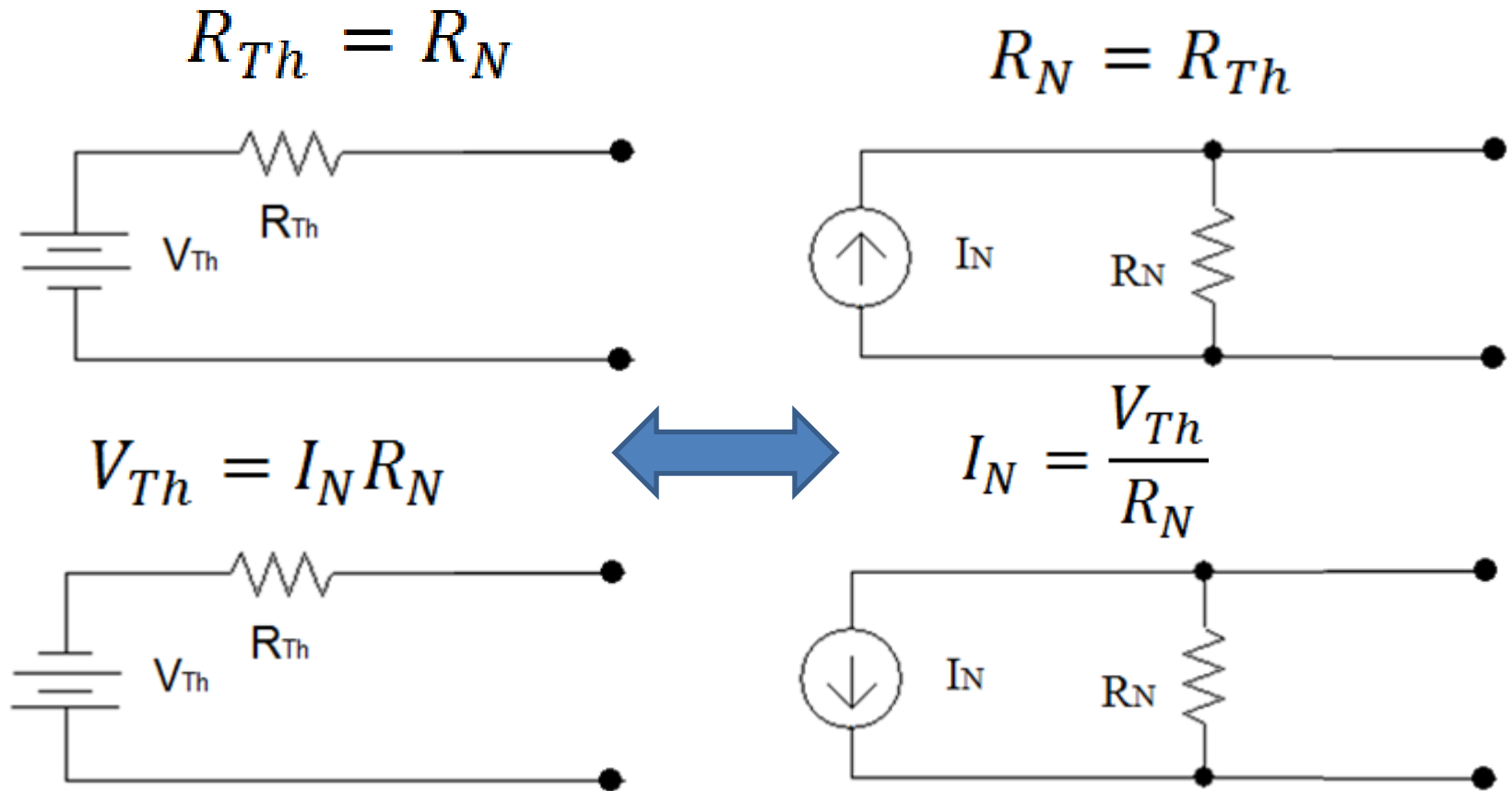
- تعتمد نظرية نورتن على تبسيط الدارة إلى دارة مكافئة تسمى دارة نورتن
- تتكون من مصدر تيار I_N ومقاومة مكافئة R_N على التوازي

- خطوات تطبيق نظرية نورتن:

١. إلغاء مقاومة الحمل وذلك بقصر طرفي الحمل ثم حساب التيار المار في الحمل وهو في حالة قصر فيكون التيار I_N
٢. قصر مصادر الجهد في الدارة وفتح مصادر التيار، ثم إيجاد المقاومة المكافئة R_N بين طرفي مخرج الدارة وبغياب مقاومة الحمل

نظرية نورتن - Norton's Theorem

- نظرا لترادف دارة ثيفنن ودارة نورتن يمكن تحويل كل منهما إلى الآخر



القدرة القصوى - Maximum Power

- يمكن تزويد الحمل بالقدرة القصوى عندما تكون مقاومة الحمل مساوية لمقاومة (ثيفن R_{Th} أو نورتن R_N)
- يعطى شرط القدرة القصوى بالعلاقة:

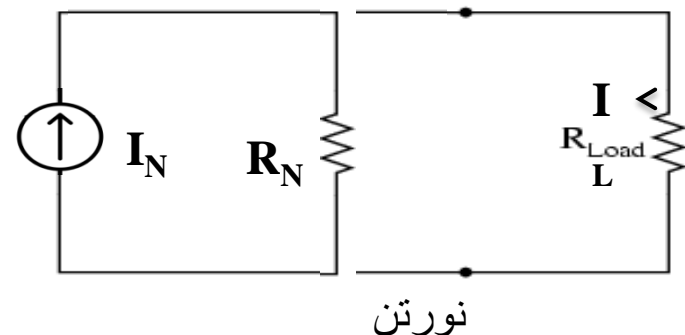
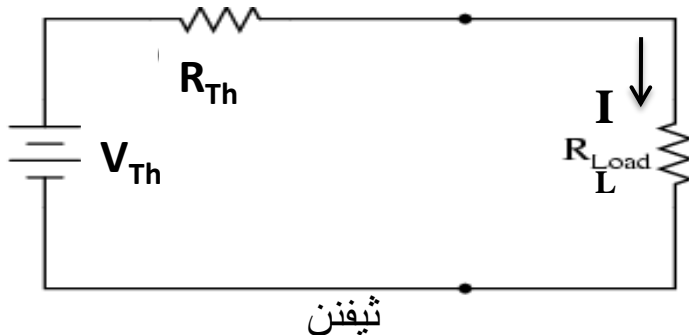
$$R_N = R_{Th} = R_L$$

- والتيار المار في حمل دائرة ثفينن بـ:

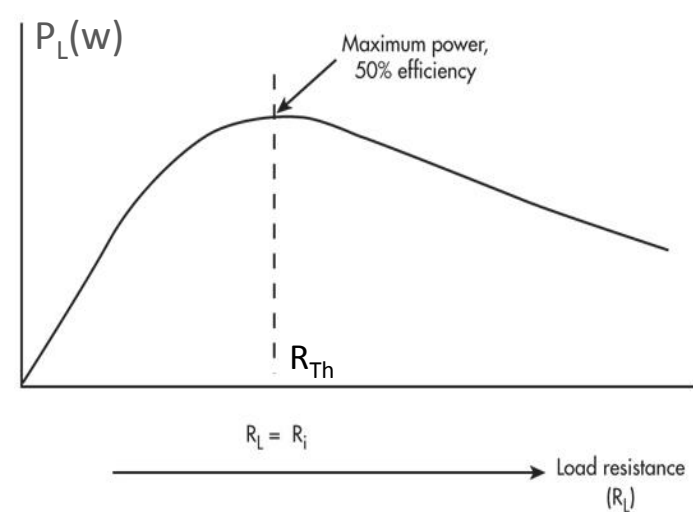
$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

- اذا القدرة P_L للحمل R_L بـ:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$



القدرة القصوى - Maximum Power



- باستخدام قيم مختلفة للحمل نحصل على قيم مختلفة للقدرة،
- نلاحظ من الشكل التالي ان القدرة تتزايد سريعا حتى تصل إلى القيمة القصوى عند $R_{Th} = R_L$ ثم تنقص ببطء
- عندما تكون $R_{Th} = R_L$ فان فرق الجهد بين طرفي الحمل يكون:

$$V_L = \frac{V_{Th}}{2}$$

- والتيار عند القدرة العظمى يساوي:

$$I = \frac{V_{Th}}{2R_{Th}}$$

- والقدرة القصوى التي يزود بها الحمل تعطى بـ:

$$P_{L(max)} = I^2 R_L = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$

- والقدرة القصوى المزود به الحمل في دائرة نورتن تكون:

$$P_{(max)} = \frac{I_L^2 R_N}{4}$$

المردود (الفعالية) - Efficiency

- تعرف فعالية الدارة على أنها "نسبة القدرة التي يزود بها الحمل الى القدرة التي ينتجها المصدر"

- تعطى الفعالية $\eta\%$ بـ:

$$\eta\% = \frac{P_L}{P_S} \times 100\%$$

- وتكون $\eta\%$ في دارة ثفينن تساوي:

$$\eta\% = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} \times 100\%$$

- عندما يزود الحمل بالقدرة القصوى فتكون الفعالية 50%

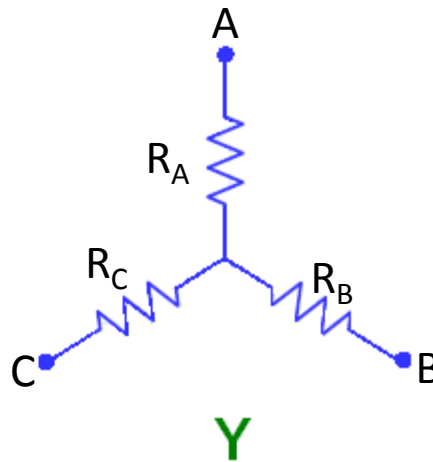
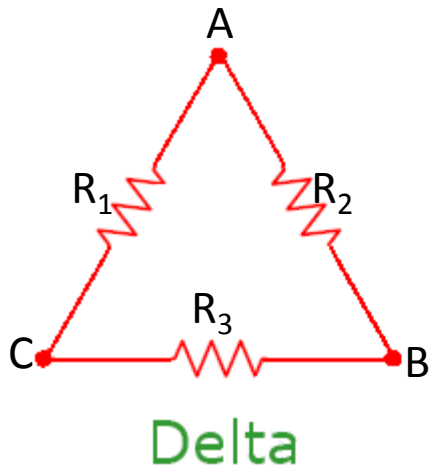
- أي أن :

$$\eta\% = \frac{R_L}{2R_L} \times 100\% = 50\%$$

تحويل مثلث – نجمة - Δ -Y Conversion

- حتى تكافئ دائرة Y دائرة Δ فان المقاومة الكلية بين أي نقطتين في دائرة Y يجب أن تكافئ المقاومة المكافئة بين نفس النقطتين في دائرة Δ وبالعكس

- أي أن:



$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_C = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$