



# اسم المادة : تفاضل وتكامل 1

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

[acadclub.com](http://acadclub.com)

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفير وتجميع **كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة** للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط **هنا**

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

اسم المقرر: تفاضل و تكامل 1 رقم المقرر: 5161 مدة الامتحان: ساعة ونصف عدد الاسئلة: خمسة أسئلة	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة القدس المفتوحة الامتحان النصفى للفصل الأول "1091" 2010 / 2009	اسم الدارس: ..... رقم الدارس: ..... تاريخ الامتحان: 2009/.../...
عزيزي الدارس: 1. عبء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة. 2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة 3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.		

السؤال الاول: ( 30 علامة )  
ضع كلمة ( نعم ) لكل عبارة صحيحة و كلمة ( لا ) لكل عبارة خاطئة و ذلك في جدول رقم ( 1 ) في دفتر الإجابة .

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{2}}{x^2 - 2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} 9 = \lim_{x \rightarrow 8} 9 \quad (2)$$

(3) الاقتران  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  يحقق شروط نظرية رول على الفترة  $[0, 3]$  .

$$(4) \text{ قيمة التكامل } \int_0^{\ln 2} \frac{1}{2 \ln 2} dx \text{ تساوي } \ln 2$$

$$(5) \text{ إذا كان } f(x) = \sin(\tan x^2) \text{ فإن } f'(x) = \cos(\tan x^2) \sec^2 x^2$$

$$(6) \text{ قيمة } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$$

(7) منحنى الإقتران  $f(x) = x^2 - 4$  والمعرف على الفترة  $[0, 4]$  لا يقطع محور السينات

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x} = 1$$

(9) تسمى المعادلة  $(y^3 + 1)dy - (\sin x)dx = 0$  معادلة تفاضلية .

$$(10) \text{ إذا كانت } x = f(y) = y^2 \text{ فإن } \int_0^2 y^2 dy = \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

( 20 علامة )

السؤال الثاني

$$(أ) \text{ جد النهاية التالية في حالة وجودها } \lim_{x \rightarrow 15} \frac{\sqrt{x} - 6}{x - 15} \cdot 3$$

( 6 علامات )

$$(ب) \text{ استخدم تعريف النهاية } \epsilon, \delta \text{ لإثبات أن } \lim_{x \rightarrow 3} 7 - \frac{1}{3}x = 6$$

( 6 علامات )

(ج) أثبت انطباق نظرية القيمة المتوسطة على الإقتران  $f(x) = \sqrt{x+1}$  في الفترة  $[3, 24]$  . ثم جد قيمة  $c$  التي تعنيها النظرية .

( 8 علامات )

( أ ) إذا كان لديك المعادلة  $xy - x^2 + y^2 = 1$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$  ومن ثم جد معادلة المماس عند النقطة (1,1)

(10 علامات)

( ب ) جد المشتقة الأولى للإقترانات التالية :

$$f(x) = \sec \sqrt{x+1} \quad (2) \quad , \quad f(x) = (5x^2 - x + 5)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

(10 علامات)

( ج ) جد التكاملات التالية

$$\int x \tan x^2 \sec^2 x^2 dx \quad (1)$$

$$\int_0^1 \frac{1}{(4+3x)^2} dx \quad (2)$$

(10 علامات)

اختر أحد السؤالين التاليين

( أ ) بين الخطوط التقاربية للإقتران  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$

(12 علامة)

( ب ) جد المساحة المحصورة بين منحنى  $y = x^2 + 3x + 4$  ومحور  $x$  ،  $x = 1, x = -1$

(8 علامات)

( أ ) جد قيمة التكامل  $\int_1^3 \frac{1}{3+x^2} dx$

(12 علامة)

( ب ) احسب قيمة النهاية التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1 - \sec x}{x^2}$$

(8 علامات)

انتهت الاسئلة  
مع تمنياتنا للجميع بالنجاح

$$1) \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{2}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(x - \sqrt{2})}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{1}{x + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 5} 9 = \lim_{x \rightarrow 8} 9$$

$$3) f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f(0) = 0^2 - 2(0) + 3 = 3$$

$$f(3) = 3^2 - 2(3) + 3 = 6$$

$$\therefore f(0) = 3 \neq f(3) = 6$$

الاقتران معرف على الفترة  $[0, 3]$  ومتصل وقابل للاشتقاق لأنه كثير حدود ولكن  $f(0) = 3 \neq f(3) = 6$   $\therefore$  لا يحقق شروط نظرية رول.

$$4) \int_0^{\ln 2} \frac{1}{2 \ln 2} dx = \frac{1}{2 \ln 2} [\ln 2 - 0] = \frac{\ln 2}{2 \ln 2} = \frac{1}{2}$$

$$5) f(x) = \sin(\tan x^2) \Rightarrow f'(x) = 2x \cos(\tan x^2) \sec^2 x^2$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{\sec^2 x} = \frac{\cos 0}{\sec^2 0} = \frac{1}{1} = 1$$

$$7) f(x) = x^2 - 4 \quad [0, 4]$$

$$f(0) = 0^2 - 4 = -4, \quad f(4) = 4^2 - 4 = 12$$

$$\therefore f(0) \cdot f(4) < 0$$

$\therefore$  يحقق شروط بلزانو يوجد نقطة تقاطع محور السينات.

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{1} = \frac{-e^0}{1} = -1$$

التعليق [١٥]: أ

Q2)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 15} \frac{\sqrt{x} - 6 - 3}{x - 15} &= \lim_{x \rightarrow 15} \frac{\sqrt{x} - 6 - 3}{x - 15} \cdot \frac{\sqrt{x} - 6 + 3}{\sqrt{x} - 6 + 3} = \lim_{x \rightarrow 15} \frac{x - 6 - 5}{(x - 15)(\sqrt{x} - 6 + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 15} \frac{x - 15}{(x - 15)(\sqrt{x} - 6 + 3)} = \lim_{x \rightarrow 15} \frac{1}{(\sqrt{x} - 6 + 3)} = \frac{1}{(\sqrt{15 - 6} + 3)} = \frac{1}{(\sqrt{9} + 3)} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

التعليق [٢٥]: ب

Q2)

$$\lim_{x \rightarrow 3} 7 - \frac{1}{3}x = 6$$

$$0 < |x - 3| < \delta \Rightarrow \left| 7 - \frac{1}{3}x - 6 \right| < \epsilon$$

$$\left| 7 - \frac{1}{3}x - 6 \right| < \epsilon \Rightarrow \left| 1 - \frac{1}{3}x \right| < \epsilon \Rightarrow \frac{1}{3}|3 - x| < \epsilon \Rightarrow |3 - x| < 3\epsilon \therefore 3\epsilon = \delta \Rightarrow \epsilon = \frac{\delta}{3}$$

التعليق [٢٦a]: ج

Q2)

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad [3, 24]$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2 \quad f(24) = \sqrt{24+1} = \sqrt{25} = 5 \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$\therefore f'(c) = \frac{f(24) - f(3)}{24 - 3} = \frac{1}{2\sqrt{c+1}}$$

$$= \frac{5-2}{24-3} = \frac{1}{2\sqrt{c+1}} \Rightarrow \frac{3}{21} = \frac{1}{2\sqrt{c+1}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{c+1}}{1} = \frac{7}{1} \Rightarrow 4(c+1) = 49 \Rightarrow c+1 = \frac{49}{4}$$

$$c+1 = \frac{49}{4} \Rightarrow c = \frac{49}{4} - 1 \Rightarrow c = \frac{45}{4} = 11.25 \therefore c = 11.25$$

التعليق [٤٦a]: أ

Q3)

$$xy - x^2 + y^2 = 1 \quad \frac{dy}{dx}$$

$$xy' + y - 2x + 2yy' = 0 \Rightarrow xy' + 2yy' = 2x - y \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{x + 2y}$$

$$y' \big|_{(1,1)} = \frac{2(1) - 1}{1 + 2(1)} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y - 1 = \frac{1}{3}(x - 1) = y = \frac{x}{3} - \frac{1}{3} + 1 \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$$

التعليق [٥٥a]: (ب) (١)

Q3)

$$f(x) = (5x^2 - x + 5)^{\frac{1}{3}} \quad f'(x) = \frac{1}{3}(5x^2 - x + 5)^{-\frac{2}{3}}(10x - 1) = f'(x) = \frac{(10x - 1)}{3^{\frac{2}{3}}(5x^2 - x + 5)^{\frac{2}{3}}}$$

التعليق [٦٦a]: (ب) (٢)

Q3)

$$f(x) = \sec \sqrt{x+1} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} (\tan \sqrt{x+1} \sec \sqrt{x+1})$$

التعليق [٧٦a]: (ج) (١)

Q3)

$$\int x \tan x^2 \sec^2 x^2 dx \quad u = \tan x^2 \Rightarrow du = 2x \sec^2 x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x \sec^2 x^2}$$

$$\int x \cdot u \sec^2 x^2 \cdot \frac{du}{2x \sec^2 x^2} = \int \frac{u}{2} du = \frac{1}{2} \int u du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{u^2}{4} = \frac{(\tan x^2)^2}{4}$$

التعليق [٨٦a]: (ج) (٢)

Q3)

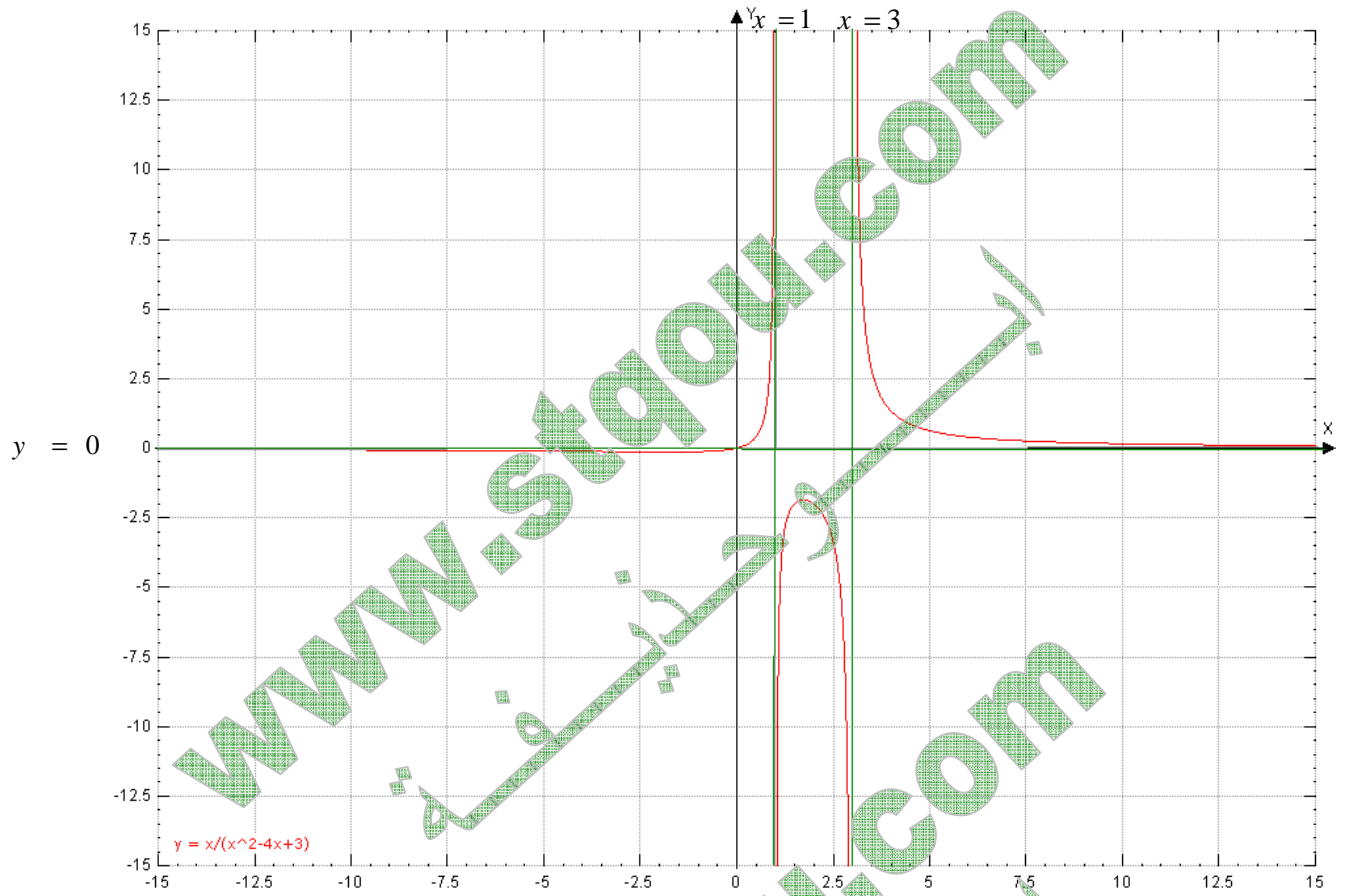
$$\int_0^1 \frac{1}{(4+3x)^2} dx = \int_{0+4}^{1+4} \frac{1}{(4+3x-4)^2} dx = \int_4^5 \frac{1}{(3x)^2} dx = \int_4^5 \frac{1}{9x^2} dx = \frac{1}{9} \int_4^5 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{9} \int_4^5 x^{-2} dx =$$

$$= -\frac{1}{9} \left[ \frac{1}{x} \right]_4^5 = -\frac{1}{9} \left[ \frac{1}{x} \right]_4^5 = \frac{1}{9} \left[ \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \right] = -\frac{1}{180}$$



التعليق [٩a]: أ

Q4



من الرسم نلاحظ أن الخطوط التقاربية العمودية هي  $x = 1$  و  $x = 3$   
أما الخطوط التقاربية الأفقية فنلاحظ خطأ واحدًا هو  $y = 0$

التعليق [١٠a]: ب

Q4

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (x^2 + 3x + 4) dx &= \left( \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{(1)^3}{3} + \frac{3(1)^2}{2} + 2(1) - \left[ \frac{(-1)^3}{3} + \frac{3(-1)^2}{2} + 2(-1) \right] \\ &= \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 2 - \left[ \frac{-1}{3} + \frac{3}{2} - 2 \right] = \frac{2}{3} + 4 = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

التعليق [١١a]: أ

Q5

$$\int_0^1 \frac{1}{3+x^2} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{1}{1+\frac{1}{3}x^2} dx =$$

نفرض  $\frac{1}{3}x^2 = \tan^2 u \Rightarrow x^2 = 3 \tan^2 u \Rightarrow x = \sqrt{3 \tan^2 u} \Rightarrow x = \sqrt{3} \tan u \Rightarrow dx = \sqrt{3} \sec^2 u du$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{1}{1+\tan^2 u} dx &= \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{1}{1+\tan^2 u} \sqrt{3} \sec^2 u du = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{\sqrt{3} \sec^2 u}{\sec^2 u} du \\ &= \frac{1}{3} \int_0^1 \sqrt{3} du = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_0^1 1 du = \frac{\sqrt{3}}{3} [1-0] = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

التعليق [١٢a]: ب

Q5

يا ريت إذا ممكن تحلووو