

اسم المقرر: الاحتمالات

رقم المقرر: 5364

مدة الامتحان: ساعة ونصف

عدد الأسئلة: 4 أسئلة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفى للفصل الثاني "1132"

2014/2013

اسم الطالب: .....

رقم الطالب: .....

تاريخ الامتحان: 2014/...../.....

- عزيزي الدارس: 1. عبء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.  
2. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الإجابة.  
3. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية واجب على دفتر الإجابة.

(30 علامة)

السؤال الأول:

أجب بنعم أو لا على كل فقرة من الفقرات التالية، وانقل الإجابة على الجدول 1 في دفتر الإجابة

1- إذا كان  $\Omega = [0,3]$  ، فان  $p(A) = \int_{x \in A} \frac{1}{3} dx$  يمثل اقتران احتمال

2- إذا كان  $P(A \cap \bar{B}) = 0.1$  ،  $P(B) = 0.4$  ،  $P(A) = 0.3$  ، فان  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.5$

3- إذا كان  $x = 1,2,3$  ،  $f(x) = \frac{x}{6}$  فان  $E(2X + 3) = \frac{14}{6}$

4-  $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ -e^{-x} & x > 0 \end{cases}$  يمكن ان يمثل اقتران التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$

5- لديك اقتران الكثافة  $f(x, y) = \frac{x+y}{32}$  ،  $x = 1,2$  ،  $y = 1,2,3,4$  فان  $P(X > Y) = \frac{3}{32}$

6- لديك اقتران الكثافة  $f(x, y) = \frac{x+y}{32}$  ،  $x = 1,2$  ،  $y = 1,2,3,4$  فان  $P(X = 2 | Y = 3) = \frac{5}{9}$

7- اذا كان المتغير العشوائي  $x$  يتبع توزيع جاما  $G(\alpha, \beta)$  فان  $G(\alpha, c\beta)$  حيث  $c > 0$  يتبع توزيع

8- إذا كان الاقتران المولد لعزوم المتغير  $(X, Y)$  على النحو  $M(t, s) = \frac{1}{(1-t)(1-s)}$  فان  $M_x(t) = \frac{1}{(1-t)}$

9- اذا كان  $X$  متغيرا عشوائيا الاقتران المولد لعزومه  $M_x(t) = (0.5 + 0.5e^t)^2$  ، فان  $p(x < 1) = 0.25$

10- إذا كان  $X$  متغيرا عشوائيا الاقتران المولد لعزومه  $M_x(t) = \frac{0.2e^t}{1 - .8e^t}$  ، فان توقع المتغير  $X$  يساوي 5

(25 علامة)

السؤال الثاني:

أولاً: 1. أوجد قيمة  $a$  التي تجعل  $f(X) = aX^2(1-X)$  ،  $0 \leq X \leq 1$  اقتران كثافة احتمالية (6 علامات)

2. أوجد اقتران التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$ . (6 علامات)

3. احسب  $P(X > \frac{2}{3})$  (6 علامات)

ثانياً: إذا كان  $Z$  متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعي المعياري، أوجد حدا أدنى للاحتمال  $P(-1.5 < Z < 1.5)$  (7 علامات)

(25 علامة)

السؤال الثالث:

أ- إذا كان  $0 \leq y < 2$  ،  $0 \leq x < y$  ،  $f(x, y) = \frac{1}{2}$  ، أوجد

1-  $f_2(y)$  (5 علامات)

2-  $f(x | y)$  (3 علامات)

3-  $P(x \leq 0.5 | y = 1.5)$  (5 علامات)

4-  $E(X | Y = 1.5)$  (5 علامات)

ب- إذا كان  $X : P(\lambda_1)$  ،  $Y : P(\lambda_2)$  ، وكان  $X, Y$  مستقلان، أوجد التباين المشترك  $COV(X, Z)$  حيث  $Z = X + Y$  (7 علامات)

أولاً: صندوق يحتوى علي 4 كرات بيضاء , 3 كرات حمراء , كرتين زرقاء , 5 كرات سوداء، إختيرت أربع كرات بطريقة عشوائية ، ما احتمال ظهور كره من كل لون عند السحب بإرجاع وعند السحب بدون إرجاع. (10 علامات)

ثانياً: إذا كان  $Z:N(0,1)$  ، أثبت أن  $Var(Z)=1$  (10 علامات)

## انتهت الأسئلة

$X : B(n, p), f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, M_x(t) = (1-p + pe^t)^n$
$(X, Y) : T(n, p_1, p_2), f(x, y) = \frac{n!}{x!y!(n-x-y)!} p_1^x p_2^y (1-p_1-p_2)^{n-x-y}$
$X   Y = y : B(n-y, \frac{p_1}{1-p_2}), Y   X = x : B(n-x, \frac{p_2}{1-p_1})$
$M(t, s) = (p_1 e^t + p_2 e^s + 1 - p_1 - p_2)^n$
$X : NB(r, p), f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, M_x(t) = (\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t})^r$
$X : Poisson(\lambda), f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, M_x(t) = e^{\lambda(e^t-1)}$
$X : G(\alpha, \beta), f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha}, M_x(t) = \frac{1}{(1-\beta t)^\alpha}$
$X : Exp(\theta), f(x) = \theta \cdot e^{-\theta x}, M_x(t) = \frac{1}{(1-\frac{1}{\theta}t)}$
$X : \chi^2(n), f(x) = \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-x/2}}{\Gamma(\frac{n}{2}) 2^{n/2}}, M_x(t) = \frac{1}{(1-2t)^{n/2}}$
$X : Beta(\alpha, \beta), f(x) = \frac{x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}}{\beta(\alpha, \beta)}$
$X : N(\mu, \sigma^2), f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2}, M_x(t) = e^{\mu \cdot t + \sigma^2 t^2 / 2}$