اسم المادة : جبر خطي

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

اسم المقرر: .. الجبر الخطي.....
رقم المقرر: ....5361.......
مدة الامتحان: ....ساعة ونصف..
عدد الاسئلة: ......اربعة............

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفي للفصل الثاني "1102"

2010/2011

اسم الدارس: ....
رقم الدارس: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../2011

-- نظري--

عزيزي الدارس:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة منك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

لسؤال الاول: ضع اشارة (✔) أما العبارة الصحيحة وإشارة (×)في المكان المخصص لذلك **(26علامة)**

1. **لاي مصفوفة مربعة اذا كان محددها يساوي صفرا فانه يكون لها نظير ضربي** .
2. المصفوفة المثلثية هي المصفوفة المثلثية العلوية أو المثلثية السفلية.
3. المصفوفة A تكافئ مصفوفة الوحدة إذا كان $|A|=1$.
4. اذا كانت A,B مصفوفتين فان $|A|\,|B|=|AB|$
5. نقول أن نظاما من المعادلات يكافئ نظاما آخر إذا كان لهما نفس مجموعة الحل وأمكن الحصول على أحدهما من الآخر باستخدام العمليات الجبرية المناسبة.
6. $|A^{-1}|=\dfrac{1}{|A|}$.
7. إذا كانت $A_{2\times2}$ و كان $|A|=5$ فإن $|5A|=25$.
8. **هذا النظام ليس لة حل**

.1 **x+y=4** ، **5x+5y=20**

9- $\left((A.B)^t\right)^{-1}=\left(A^{-1}\right)^t\left(B^t\right)^{-1}$

10- إذا كان $|B|=10$, $|A|=7$ ، فان $|AB|=70$ علما بان المصفوفتين مربعتان وان حجم A هو3×3 وحجم B هو 4 ×4.

11- إذا كانت A مصفوفة حجمها 2x2 ومحددها 5 فإن $2|A|$ يساوي 10.

12- إذا كانت $A=\begin{bmatrix}2&1\\3&-1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1&2\\1&-4\end{bmatrix}$ فإن $A+B^t=\begin{bmatrix}3&2\\5&-5\end{bmatrix}$

13- **لاي نظام من المعادلات الخطية يكون اما له حل وحيد او عدد لانهائي من الحلول فقط.**

السؤال الثاني **(20 علامة)**

باستخدام طريقة الحذف لجاوس أوجد مجموعة حل النظام التالي

$$x+2y-z=2 \qquad 2x-y+3z=3, \qquad x+y+z=3,$$

السؤال الثالث **(20علامة/10 لكل فرع)**

السؤال الثاني: **(0 3علامة/ 10 لكل فرع)**

1- إذا كانت A مصفوفة قابلة للإنعكاس، A^t منقول تلك المصفوفة ، أثبت أن $(A^{-1})^t=(A^t)^{-1}$.

الحل: نفرض أن A^{-1} هو معكوس المصفوفةA.

$$(A^t)(A^{-1})^t=(A^{-1}A)^t=I^t$$

السؤال الرابع **(12/24علامةلكل فرع)**

أ- اذا كان لديك المصفوفة المثلثية التالية $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ ، بين ان محددة المصفوفة تساوي حاصل ضرب العناصر في قطرها الرئيسي

ب) أوجد قيمة AB ، اذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1+3i & 2-5i \\ 5 & 7+2i \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: الجبر الخطي
رقم المقرر: 5361
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الأسئلة: خمسة أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم
جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النصفي للفصل الثاني "1122"
2013/2012

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. عبئ كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الإجابة
3. ضع رقم السؤال للأسئلة القالية واجب على دفتر الإجابة.

السؤال الأول: (30 علامة)

أ) المخصص لذلك اختر الإجابة الصحيحة ثم انقل رمزها إلى الجدول في دفتر الإجابة . (18 علامة)

1. اذا كانت $A.adjA=\begin{bmatrix}2&0\\0&2\end{bmatrix}$ فان $|A^t|$ يساوي

أ) 4 ب) $\frac{1}{4}$ ج) 2 د) ± 2

2. إذا كانت $E(3.1+2)$ مصفوفة أولية على I_3 فان معكوسها ألضربي

أ) $E(\frac{1}{3}.1+2)$ ب) $E(3\cdot1+2)$ ج) $E(-3\cdot1+2)$ د) $E(1\cdot3+2)$

3. مجموعة حل النظام
$$\begin{aligned}x+y-z&=0\\3x+3y-2z&=0\\x+y+z&=0\end{aligned}$$
تمثل

أ) نقطة ب) خط مستقيم ج) مستوى د) الفضاء كله

4. اذا كان u,v متجهان في $\Re^3$ وكان $u=2v$ فأن

أ) u,v متطابقان ب) لهما نفس الأتجاه ج) متعاكسان بالأتجاه د) متعامدان

5. إذا كانت A,P,B مصفوفات مربعة من نفس الحجم 3×3 وكان $|A|=2$ ، $|P|=5$ وكانت B= P^{-1} AP فان $|B|$ يساوي

أ) 5 ب) 10 ج) $\frac{2}{5}$ د) 2

6. إحدى المجموعات التالية تصلح لأن تكون فضاء خطيا جزئيا من $\Re^3$ مع عمليتي الجمع والضرب بعدد ثابت

أ) $\{(x,0,0):x\in\Re\}$ ب) $\{(x,1,1):x\in\Re\}$ ج) $\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2=1\}$ د) $\{(x,y,1):x,y\in\Re\}$

ب) اجب بنعم أمام العبارة الصائبة وبلا أمام العبارة الخاطئة ثم انقلها إلى الجدول المخصص لذلك في دفتر الإجابة . (12 علامة)

1. إذا كانت A مصفوفة قابلة للانعكاس وكان AB=AC فان B=C.
2. المصفوفة $A=\begin{bmatrix}x&-2\\1&x\end{bmatrix}$ هي مصفوفة منفردة(غير معكوسة).
3. النظام المتجانس يكون متآلف دائما.
4. إذا كانت A,B مصفوفتين مربعتين من الحجم 2×2 فان $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$.
5. المصفوفة B تكافئ المصفوفة A إذا كان لهما نفس الحجم.
6. إذا كانت A مصفوفة المعاملات في النظام AX=B وكانت A قابلة للانعكاس فان النظام له حل وحيد هو الحل التافه.

السؤال الثاني: (25 علامة)

أ) إذا كانت المصفوفة الممتدة النظام هي $\overline{A}=\begin{bmatrix}1&1&1&3\\1&-1&1&1\end{bmatrix}$ (15 علامة)

1) اكتب النظام الخطي الذي تمثله المصفوفة $\overline{A}$
2) اوجد مجموعة حل النظام

ب) حل النظام التالي مستخدما قاعدة كريمر (10 علامات)
$$\begin{aligned}x-2y+z&=5\\2x+3y+1&=0\\x-y+2z&=6\end{aligned}$$

السؤال الثالث: (25 علامة)

أ)إذا كان $V = R_3[x]$ وكانت $W \subseteq V$ ، مجموعة الحدوديات التي من الدرجة الثالثة او أقل والتي تمر بتقطة الأصل= W

بين فيما إذا كانت W تشكل فضاء خطي جزئي من V أم لا. موضحا الحل. (12 علامة)

ب) اذاكان u, v متجهين في $\Re^3$ بحيث $u = \frac{1}{2}v = (1,-2,2)$ أوجد $2u + v$ (6 علامات)

(6 علامات)

ج)إذا كانت **A** من الحجم $n \times n$ فأثبت أن $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ (7 علامات)

اجب عن احد السؤالين الرابع أو الخامس

السؤال الرابع: (20 علامة)

أ)إذا كان $adjA = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ (14 علامة)

1)اوجد $|A|$

2)اوجد A^{-1} 3) $|2A \times A^{-1}|$ (4 علامات للفرع الأول و 5 علامات لكل من الفرعين الثاني والثالث)

ب)إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ اوجد A^{99} (6 علامات)

السؤال الخامس: (20 علامة)

أ)اذا كانت $(A \times B)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ وكانت $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (14 علامة)

أوجد $|5B - A|$

ب)اذا كانت $B^t.A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ اوجد $A \times B$ (6 علامات)

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: الجبر الخطي
رقم المقرر: 5361
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: خمس أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

إجابة الامتحان النصفي
للفصل الثاني "1122"
2013/2012

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../........./......

-- نظري --

جدول رقم (1)

اجابة السؤال رقم (1) أ من نوع (اختيار من متعدد) (18 علامة) (3 علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيح	ج	ج	ب	ب	د	أ														

جدول رقم (2)

اجابة السؤال رقم(1)ب من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ اوx) (12 علامة) (علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيح	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا														

جدول رقم (3)

اجابة السؤال رقم ( ) من نوع (وفق بين عمودين) ( )علامة) علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيح																				

السؤال الثاني: (25 علامة)

أ)إذا كانت المصفوفة الممتدة النظام هي $\overline{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 3\\ 1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$ (15 علامة)

1) أكتب النظام الخطي الذي تمثله المصفوفة $\overline{A}$

2)اوجد مجموعة حل النظام

الحل: 1) النظام الخطي هو
$$x+y+z=3$$
$$x-y+z=1$$
(خمس علامات)

2)بجمع المعادلتين نحصل على المعادلة
$$2x+2z=4 \Rightarrow x+z=2$$
$$z=2-x$$
$$x+y+2-x=3 \Rightarrow y=1$$
مجموعة الحل هي
$$\{(x,1,2-x) : x\in\Re\}$$
(10 علامات)

النظام له عدد لا نهائي من الحلول

ب)حل النظام التالي مستخدما قاعدة كريمر (10 علامات)
$$x-2y+z=5$$
$$2x+3y+1=0$$
$$x-y+2z=6$$

الحل:يمكن كتابة النظام كالتالي:
$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ -1\\ 6\end{bmatrix}$$

A X = B

نجد $|A|,|A_1|,|A_2|,|A_3|$ حيث

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}=9$$

$$|A_1|=\begin{vmatrix}5 & -2 & 1\\ -1 & 3 & 0\\ 6 & -1 & 2\end{vmatrix}=9 \qquad |A_2|=-9 \qquad |A_3|=18$$

$$x=\frac{|A_1|}{|A|}=1 \qquad y=\frac{|A_2|}{|A|}=-1 \qquad z=\frac{|A_3|}{|A|}=2$$

السؤال الثالث: **(25 علامة)**

كان $V=R_3[x]$ وكانت أ)إذا $W\subseteq V$ ، مجموعة الحدوديات التي من الدرجة الثالثة او أقل والتي تمر بتقطة الأصل= W **(12 علامة)**

بين فيما إذا كانت W تشكل فضاء خطي جزئي من V؟

الحل: نتحقق من الشوط الثلاثة :

1) $0\in W$ لأن الأقتران الصفري هو أحد عناصر W

2) اذا كان $f_1, f_2 \in W$ فان $f_1(0)=0,\ f_2(0)=0$

$$(f_1+f_2)(0)=f_1(0)+f_2(0)=0$$
$$\Rightarrow f_1+f_2\in W$$

3) ليكن $f\in W, c\in \Re$

$$f(0)=0 \Rightarrow c\times f(0)=c\times 0=0$$
$$\Rightarrow c\times f\in W$$

بما أن الشروط الثلاثة تحققت فأن W يشكل فضاء خطي جزئي من V

ب) اذاكان u,v متجهين في $\Re^3$ بحيث $u=\frac{1}{2}v=(1,-2,2)$ أوجد $2u+v$ **(6 علامات)**

الحل:

$$u=(1,-2,2), v=(2,-4,4)$$
$$2u+v=(2,-4,4)+(2,-4,4)$$
$$=(4,-8,8)$$

ج)إذا كانت **A** من الحجم $n\times n$ فأثبت أن $(A^t)^{-1}=(A^{-1})^t$ **(7 علامات)**

الحل: نريد اثبات النظير الضربي للمصفوفة A^t هو $(A^{-1})^t$

$$(A^t)(A^{-1})^t=(A^{-1}\times A)^t=(I_n)^t=I_n$$
$$(A^{-1})^t\times A^t=(A\times A^{-1})^t=(I_3)^t=I_3$$

وهذا يثبت صحة العبارة

ممايعني أن $(A^t)^{-1}=(A^{-1})^t$

<u>اجب عن احد السؤالين الرابع أو الخامس</u>

السؤال الرابع: **(20 علامة)**

أ)إذا كان $adjA=\begin{bmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & 1 & 8\\ -2 & 1 & 4\end{bmatrix}$

1) أوجد $|A|$ **(14 علامة)**

2) أوجد A^{-1} 3) $|2A\times A^{-1}|$ **(4 علامات للفرع الأول و 5 علامات للفرعين الثاني والثالث)**

الحل: 1)

$$|adjA|=|A|^2=-8+16+8=16$$
$$|A|=\pm 4$$

2) $A^{-1} = \dfrac{adjA}{|A|}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\pm 4}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

3) $|2A\times A^{-1}| = 2^3 \times |A| \times |A^{-1}|$

$$= 8\times|A|\times\frac{1}{|A|} = 8$$

ب)إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ **اوجد** A^{99} (6 علامات)

$$A^2 = A\times A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} = I_2$$

الحل: $A^{99} = (A^2)^{49}\times A = (I_2)^{49}\times A = I_2\times A = A$ (6 علامات)

$$= \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

السؤال الخامس: **(20 علامة)**

أ) اذا كانت $(A\times B)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ **وكانت** $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ **(14 علامة)**

أوجد $|5B - A|$

الحل: نجد المصفوفة B

$$(A\times B)^{-1} = B^{-1}\times A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}\times A^{-1}\times A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1}\times I_2 = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|B^{-1}| = 16 - 11 = 5 \Rightarrow B = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & -11 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$5B - A = \begin{bmatrix} 4 & -11 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -14 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|5B - A| = 10 - 28 = -18$$

ب)إذا كانت $B^t.A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ **اوجد** $A\times B$ (6 علامات)

$$B^t\times A^t = (A\times B)^t$$

الحل: $(A\times B)^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A\times B = ((A\times B)^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

انتهت الإجابة

اجب بنعم او لا:

لديك المصفوفتان التاليتان:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 6 & -3 & -4 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -7 \\ -4 & -1 & -9 \\ -8 & -10 & 2 \\ 6 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

هل يمكن ايجاد

1- AB
2- BA
3- A+B
4- A^2
5- B^2

5	4	3	2	1	الرمز
نعم	نعم	لا	نعم	لا	الاجابة

6- اذا كان عدد أعمدة المصفوفتان A و B متساويا فهل يعني ذلك اننا نستطيع ايجاد قيمة AB؟

7- المعادلة $A^2 + C = C + A^2$ دائما صحيحة.

8- المصفوفة المربعة تكون متماثلة اذا وفقط اذا كانت $A^T = A$

9- اذا كانت المصفوفتان A و B مربعتان من حجم n×n فإن العبارة

$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ دائما صحيحة

10- اذا كانت المصفوفتان A و B مربعتان من حجم n×n فإن العبارة

$$(AB)^2 = A^2B^2$$

الرمز	6	7	8	9	10
الاجابة	لا	نعم	نعم	لا	لا

11- اذا كان $AC = BC \Rightarrow A = B.$: (نعم)

12- $(A^{-1})^{-1} = A$ (نعم)

13- $(3A)^{-1} = 1/3\ A^{-1}$ (نعم)

14- $(2B)^T = 2B^T$ (نعم)

15- قرر اذا كانت المصفوفات التالية متكافئة

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ -4 & 14 & 2 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

16-

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

17- كل مصفوفة يمكن تحويلها الى مصفوفة بالشكل الصفي المميز تكون وحيدة

18- يمكن ان يكون للمصفوفة اكثر من عمصر متقدم واحد في نفس الصف.

19- المصفوفة التالية بالشكل الصفي المميز

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 0 & -24 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

نعم

لا

نعم

اي من المجموعات يمثل فضاء جزئيا

$$S = \{(a,0,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

$$S = \{(a,1,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

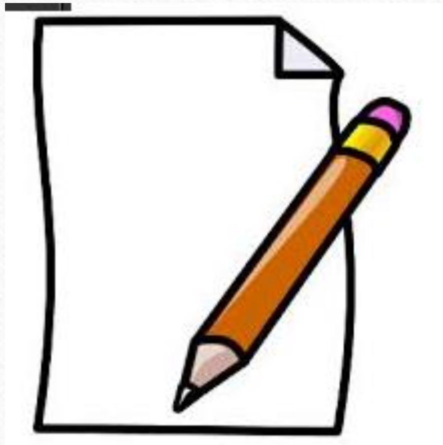
$$S = \{(a,3a,2a) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

مراجعة الوحدات الاولى والثانية وبداية الثالثة لمقرر الجبر الخطي

د. رندة الشيخ نجدي

٢ 5/٢/٢٠١٥/

مراجعة وحدات ما قبل النصفي



أهداف اللقاء

يتوقع عزيزي الطالب ان تتم مراجعة الامور التالية:

1. العمليات الجبرية على المصفوفات وتطبيقات على انظمة المعادلات الخطية.
2. استخدام المحددات لايجاد النظير الضربي للمصفوفة وحل بعض الانظمة غير المتجانسة.
3. الفضاء الخطي ومميزاته.

اذكر اسم (صفة) المصفوفات التالية:

A) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 0 & 9 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 9 & 2 & 0 \\ 7 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ F) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ R) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

الحل:

A) مثلثية علوية

B) مثلثية علوية

C) مثلثية سفلية

D) مثلثية سفلية

E) الوحدة

F) قطرية

R) صفرية

اجب بنعم او لا:

لديك المصفوفتان التاليتان:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 6 & -3 & -4 \\ -9 & 3 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & -7 \\ -4 & -1 & -9 \\ -8 & -10 & 2 \\ 6 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

هل يمكن ايجاد

1- AB
2- BA
3- A+B
4- A^2
5- B^2

الرمز	1	2	3	4	5
الاجابة	لا	نعم	لا	نعم	نعم

6- اذا كان عدد أعمدة المصفوفتان A و B متساويا فهل يعني ذلك اننا نستطيع ايجاد قيمة AB؟

7- المعادلة $A^2 + C = C + A^2$ دائما صحيحة.

8- المصفوفة المربعة تكون متماثلة اذا وفقط اذا كانت $A^T = A$

9- اذا كانت المصفوفتان A و B مربعتان من حجم n×n فإن العبارة

$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ دائما صحيحة

10- اذا كانت المصفوفتان A و B مربعتان من حجم n×n فإن العبارة

$$(AB)^2 = A^2 B^2$$

الرمز	6	7	8	9	10
الاجابة	لا	نعم	نعم	لا	لا

11- اذا كان $AC = BC \Rightarrow A = B.$:

12- $(A^{-1})^{-1} = A$

13- $(3A)^{-1} = 1/3\ A^{-1}$

14- $(2B)^T = 2B^T$

(نعم)

(نعم)

(نعم)

(نعم)

15- قرر اذا كانت المصفوفات التالية متكافئة

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 4 & 14 & 2 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

16-

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 8 & 16 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 14 & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

17- كل مصفوفة يمكن تحويلها الى مصفوفة بالشكل الصفي المميز تكون وحيدة

نعم

18- يمكن ان يكون للمصفوفة اكثر من عمصر متقدم واحد في نفس الصف.

لا

19- المصفوفة التالية بالشكل الصفي المميز

نعم

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 0 & -24 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

-21 $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

نعم

-22 . لاي نظام متجانس يوجد حل واحد على الاقل وهو الحل التافه.

نعم

-23 . المعادلة التالية خطية $x_1^{1/2} + x_2 = 0$

لا

-24 . الانظام التالي متجانس

$$\begin{aligned} x_1 + 9x_3 &= 0 \\ -9x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$

نعم

اختر الجواب الصحيح

ما هي قيمة محدد المصفوفات التالية:

د- (-11)

-26 $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

أ- (1) ب- (-1) ج- (11) د- (-11)

-27 إذا وجد عامل مشترك c في جميع عناصر صف فيِ A فإن هذا العامل يمكن اخذه خارج المحدد

أ- c × محدد A

ويكون المحدد يساوي

أ- c × محدد A ب- محدد A ج- c

إذا كانت A و B مصفوفتين مربعتين من الحجم 3x3 وكان $|A| = 2, |B| = 3$ فجد قيمة $\left|A.(2B)^{-1}\right|$.

$$\left|A(2B)^{-1}\right| = |A|.\left|(2B)^{-1}\right| = |A|.\frac{1}{|2B|} = |A|.\frac{1}{2^3.|B|} = 2.\frac{1}{8.3} = \frac{1}{12}$$

حول المصفوفة التالية إلى الشكل الصفي المميز مبيناً المصفوفات الأولية المستخدمة في كل خطوة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الحل:
$$A=\begin{bmatrix}1&2&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{bmatrix}$$

1. **نضرب الصف الثالث بالعدد 2 ونضيف الناتج للصف الثاني:**
$$E(2.3+2).A=\begin{bmatrix}1&2&1\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

2. **نضرب الصف الثالث بالعدد (1-) ونضيف الناتج للصف الأول:**
$$E(-1.3+1).E(2.3+2).A=\begin{bmatrix}1&2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

3. نضرب الصف الثاني ب (2-) ونضيف الناتج للصف الأول لنحصل على الشكل الصفي المميز التالي:
$$E(-2.2+1).E(-1.3+1).E(2.3+2).A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

إذا علمت أن المصفوفة الممتدة لنظام من المعادلات الخطية هي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & : & 2 \\ 0 & 1 & 1 & : & 1 \\ 0 & 0 & a-3 & : & b-5 \end{bmatrix}$$

فجد قيم كلا من a و b بحيث يكون لنظام المعادلات الخطية المعطى :

1.حل وحيد .

2 .عدد لا نهائي من الحلول.

3. لا يوجد حل.

حل وحيد: $a \in R/\{3\}, b \in R$

عدد لا نهائي من الحلول: $a = 3, b = 5$

لا يوجد حل: $a = 3, b \in R/\{5\}$

جد حل النظام الخطي التالي:

$$x+2y+3z=0$$
$$2x+4y+6z=0$$
$$4x+8y+12z=0$$

- نشكل المصفوفة الممتدة للنظام ونحولها الى الشكل الصفي المميز :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 0 \\ 2 & 4 & 6 & : & 0 \\ 4 & 8 & 12 & : & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{matrix} \\ -2R_1+R_2 \to \\ -4R_1+R_3 \to \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 0 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{bmatrix}$$

(1)...................

نفرض أن $z=t:t\in R$: $y=s:s\in R.$

(2).............

$$x=-2y-3z=-2s-3t:s,t\in R$$

إذن مجموعة الحل: $\{(-2s-3t,s,t):s,t\in R\}$

(3) ....

لديك النظام الخطي غير المتجانس التالي

$$
\begin{aligned}
2x + 3y + z &= 2 \\
-x + 2y + 3z &= -1 \\
-3x - 3y + z &= 0
\end{aligned}
$$

باستخدام فاعدة كرامر اوجد قيمة المجاهيل

$$
x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \end{vmatrix}} \qquad
y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \end{vmatrix}} \qquad
z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ -3 & -3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \end{vmatrix}}
$$

$$
x = \frac{28}{7} = 4
$$

$$
y = \frac{-21}{7} = -3
$$

$$
z = \frac{21}{7} = 3
$$

إذا كانت A مصفوفة معكوسة من الحجم nxn فاثبت أن $|adj(A)| = |A|^{n-1}$.

-

$$A.adj(A) = |A|.I \Rightarrow |A.adj(A)| = ||A|.I| = |A|^n.|I| = |A|^n \Rightarrow$$

$$|A|.|adj(A)| = |A|^n \Rightarrow |adj(A)| = |A|^{n-1}$$

اي من المجموعات يمثل فضاء جزئيا

$$S = \{(a,0,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

$$S = \{(a,1,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

$$S = \{(a,3a,2a) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

(a) Let $S = \{(a,0,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}$.
Suppose $u, v \in S$ and $\alpha \in \mathbb{R}$.
Then $u = (a_1,0,0)$ and $v = (a_2,0,0)$ for some $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.
Now $u + v = (a_1,0,0) + (a_2,0,0) = (a_1 + a_2,0,0) \in S$
and $\alpha u = \alpha(a_1,0,0) = (\alpha a_1,0,0) \in S$.
Hence S is a subspace of $\mathbb{R}^3$.

(b) Let $S = \{(a,1,0) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}$.
$\underline{0} = (0,0,0) \notin S$, so S is not a subspace of $\mathbb{R}^3$.

(c) Let $S = \{(a,3a,2a) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}$.
Suppose $u, v \in S$ and $\alpha \in \mathbb{R}$.
Then $u = (a_1,3a_1,2a_1)$ and $v = (a_2,3a_2,2a_2)$ for some $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.
Now
$$\begin{aligned} u + v = (a_1,3a_1,2a_1) + (a_2,3a_2,2a_2) &= (a_1 + a_2, 3a_1 + 3a_2, 2a_1 + 2a_2) \\ &= (a_1 + a_2, 3(a_1 + a_2), 2(a_1 + a_2)) \\ &\in S \end{aligned}$$
and $\alpha u = \alpha(a_1,3a_1,2a_1) = (\alpha a_1, \alpha 3a_1, \alpha 2a_1) = (\alpha a_1, 3(\alpha a_1), 2(\alpha a_1)) \in S$.
Hence S is a subspace of $\mathbb{R}^3$.

اشكركم جزيل الشكر

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفي للفصل الثاني "1152"

2016/2015

اسم المقرر: جبر خطي
رقم المقرر: (5361)1276
مدة الامتحان: ساعة و نصف
عدد الأسئلة: ستة

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الأول: (20 علامة)

ضع إشارة (√) أمام العبارة الصحيحة و إشارة (×) أمام العبارة الخاطئة فيما يلي ، ثم انقل الإجابة إلى الجدول رقم (1) في دفتر الإجابة:

1. إذا كانت $A=\begin{bmatrix} x+y & 6 \\ x-y & 7 \end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ مصفوفتان متساويتان فإن قيم x,y على التوالي هي $1,1$.
2. إذا كانت A,B مصفوفتين قابلتين للانعكاس فإن $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$.
3. لأي مصفوفة B إذا كان $B=B^{-1}$ فإن المصفوفة B تكون متماثلة.
4. إذا كانت المصفوفة A مصفوفة قابلة للانعكاس و كان $|A|=2$ فإن $|A^{-1}|=2$.
5. المتجه $v=(1,2,3)$ هو متجه معاكس للمتجه $w=(2,4,-6)$.
6. قيمة c التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 2 & 1 \end{bmatrix}$ مصفوفة أولية هي صفر.
7. إذا كان محدد المصفوفة $|A_{3\times3}|=2$ فإن $|3A^{-1}|=54$.
8. إذا كانت A مصفوفة مربعة و كان $A\,.\,adj(A)=15$ فإن $|A^{-1}|=\frac{1}{15}$.
9. إذا كان W فضاء خطيا فإن $0\in W$.
10. المصفوفة $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ هي مصفوفة أولية.

السؤال الثاني: (30 علامة)

ضع رمز الإجابة الصحيحة في الجدول المخصص في دفتر الإجابة:

1. قيمة /قيم b التي تجعل $\begin{vmatrix} b-3 & 5 \\ 0 & b-3 \end{vmatrix}=4$ هي:

أ) 3 ب) -5 أو -1 ج) ±3 د) 5 أو 1

2. واحدة مما يلي تشكل فضاء جزئيا من الفضاء الإقليدي R^3 :

أ) $U=\{(x,y,z):x+y+z=1\}$

ب) $V=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1\}$

ج) $W=\{(x,y,z):x=y=2z\}$

د) $P=\{(x,y,z):(x+y)(y+z)=0\}$

3. إذا كانت $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 100 & 3 \\ 0 & 2 & -20 & 17 \\ 0 & 0 & 3 & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ فإن قيمة $|A|$ تساوي:

أ) 24 ب) 256 ج) صفر د) 9

4. اذا كانت $\det(3(A)^{-1})=27$ و كانت A من الرتبة 4×4 فإن $|A|$ تساوي

أ) 81 ب) $\frac{1}{3}$ ج) 9 د) 3

5. المصفوفة $B=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix}$ هي :

أ) مصفوفة مثلثية علوية ب) مصفوفة مثلثية سفلية ج) مصفوفة قطرية د) مصفوفة صفرية

6. أذا كانت المتجهات $u=(1,2), v=(3,2), w=(5,6)$ فإن قيم x, y التي تحقق المعادلة $w=xu+yv$ هي:

أ) $x=2, y=1$ ب) $x=1, y=2$ ج) $x=1, y=-2$ د) $x=-1, y=2$

7. إذا كانت A مصفوفة حجمها 3×3 و محددها يساوي 8 فإن $|2A^{-1}|$ يساوي

أ) $\frac{1}{8}$ ب) 1 ج) 64 د) 16

8. إذا كانت $|C_{2\times 2}|=3$ فإن $|adj(C)|$ تساوي

أ) 3 ب) 9 ج) 27 د) -3

9. الوصف الهندسي للفضاء الخطي (الجزئي من R^2) المكون من مجموعة حل النظام $\begin{cases}x+y=0\\x-y=0\end{cases}(*)$ هو:

أ) نقطة ب) خط مستقيم ج) مستوى د) الفضاء R^2 كله

10. اذا كانت $A=\begin{bmatrix}1&1\\1&3\\-2&4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}$ فإن حجم A×B تساوي:

أ) لا يمكن إيجادها ب) 1×3 ج) 3×1 د) 3×2

11. إذا كانت المصفوفة B ناتجة من إبدال صفين من صفوف المصفوفة المربعة A فإن واحدة مما يلي صحيحة:

أ) $|A|=|B|$ ب) $|A|=-|B|$ ج) $|B|=-|A|$ د) ب، ج صحيحتان

12. واحدة من المصفوفات الآتية قابلة للانعكاس :

أ) $\begin{bmatrix}1&2\\1&2\end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix}1&2\\0&0\end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix}-1&2\\2&-4\end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix}1&2\\0&2\end{bmatrix}$

13. مصفوفة المعاملات في النظام الخطي $\begin{matrix}x-y+z=1\\2x+y=3\\3x-5z=-2\end{matrix}$ هي:

أ) $\begin{bmatrix}1&-1&1\\2&1&0\\3&-5&0\end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix}1&-1&1\\2&1&0\\3&0&-5\end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix}1\\3\\-2\end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix}1&-1&1&1\\2&1&0&3\\3&0&-5&-2\end{bmatrix}$

14. قيم x, y التي تجعل المتجهين $u=(x+2,5), w=(3,y-3)$ متساويين هي:

أ) $x=8, y=1$ ب) $x=2, y=3$ ج) $x=1, y=2$ د) $x=1, y=8$

15. واحدة من المصفوفات الآتية هي مصفوفة في الشكل الصفي المميز:

أ) $\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&1&3\end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$ د) أ ، ج صحيحة

السؤال الثالث: **(15 علامة)**

أذا كانت $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & -4\\ 6 & 9 & -2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$ جد ما يلي :

أ) **Adj(A)** ب) $|A|$ ج)إذا كانت $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ ، جد B^{-1} باستخدام عمليات الصف البسيطة

السؤال الرابع: **(15 علامة)**

1) مستخدما طريقة الحذف لجاوس حل النظام الآتي : **(8 علامات)**

$$\begin{aligned}x+y-z&=1\\ x-y+z&=1\\ 2x-y+2z&=3\end{aligned}$$

2) المصفوفة $A_{4\times 4}$ إذا علمت أن $|A|=3$ جد ما يلي : **(7 علامات)**

أ) $|adj(A)|$ ب) $|3A|$

أجب عن أحد السؤالين التاليين :

السؤال الخامس: **(20 علامة)**

1) قرر فيما إذا كانت المجموعة التالية فضاء جزئيا من الفضاء الإقليدي R^3

$U=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2=1\}$ **(12 علامة)**

2) إذا كان $a\neq 0$, $A=\begin{bmatrix}a & b & c\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{bmatrix}$ ، أثبت أن **A**مصفوفة معكوسة **(8 علامات)**

السؤال السادس: **(20 علامة)**

1) أعط وصفا هندسيا للفضاء الخطي (الجزئي من R^3) و المكون من مجموعة حل النظام $(*)\begin{cases}x+y-z=0\\ 5x-y+7z=0\\ 3x-3y+9z=0\end{cases}$ هل هو

نقطة أم خط مستقيم أم مستوى أم الفضاء R^3 كله؟ **(12 علامة)**

2) برهن أن $\begin{vmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & b & b^2\\ 1 & c & c^2\end{vmatrix}=(b-a)(c-a)(c-b)$ **(8 علامات)**

انتهت الأسئلة

اسم المقرر: جبر خطي
رقم المقرر: (5361)1276
مدة الامتحان: ساعة و نصف
عدد الأسئلة: 6

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

إجابة الامتحان النصفي
للفصل الثاني "1152"
2016/2015

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../........

-- نظري --

جدول رقم (1)

إجابة السؤال الأول من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×) (20 علامة)(بواقع علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحة	√	×	×	×	×	√	×	√	√	×
الصفحة	10	31	35	132	175	57	128	142	180	45

جدول رقم (2)

إجابة السؤال الثاني من نوع (اختيار من متعدد) (30علامة)(بواقع 3 علامات لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الصحيحة	د	ج	أ	د	ج	أ	ب	أ	أ	ب	د	د	ب	د	د
الصفحة	130	204	130	135	10	173	139	140	210	23	135	132	62	172	71

السؤال الثالث: (15 علامة)

أذا كانت $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & -4\\ 6 & 9 & -2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$ جد ما يلي :

أ) **Adj(A)** (5 علامات)

$$C=\begin{bmatrix}13 & -8 & 3\\ -9 & 7 & -5\\ 34 & -18 & 21\end{bmatrix}$$ (4 علامات)

$$adj(A)=C^{T}=\begin{bmatrix}13 & -9 & 34\\ -8 & 7 & -18\\ 3 & -5 & 21\end{bmatrix}$$ (علامة)

ب) $|A|$ **= 3(13)+1(-8)-4(3)=19** (5 علامات)

ج)إذا كانت $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ ، جد B^{-1} باستخدام عمليات الصف البسيطة (5 علامات)

(علامة لكل خطوة)

$$\left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\underset{R_2-3R_1}{}\left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 1 \end{array}\right]$$

$$\underset{R_2/-5}{}\left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/5 & -1/5 \end{array}\right]$$

$$\overset{R_1-2R_2}{}\left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 0 & -1/5 & 2/5 \\ 0 & 1 & 3/5 & -1/5 \end{array}\right]$$

$$B^{-1}=\begin{bmatrix} -1/5 & 2/5 \\ 3/5 & -1/5 \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع: **(15 علامة)**

1) **مستخدما طريقة الحذف لجاوس حل النظام الآتي :** **(8 علامات)**

$$x+y-z=1$$
$$x-y+z=1$$
$$2x-y+2z=3$$

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{l} R_2-R_1 \\ R_3-2R_1 \end{array}\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 1 \end{array}\right]$$

$$R_2 l-2\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{l} R_1-R_2 \\ R_3+3R_2 \end{array}\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$R_2+R_3\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$x=1, y=1, z=1$$

(كل خطوة بعلامة)

2) **المصفوفة** $A_{4\times4}$ **إذا علمت أن** $|A|=3$ **جد ما يلي :** **(7 علامات)**

أ) $|adj(A)|$ **(4 علامات)**

$$|adj(A)|=|A|^{n-1}=(3)^{4-1}=27$$

ب) $|3A|$ **(3 علامات)**

$$|3A|=3^4\,|A|=81(3)=243$$

أجب عن أحد السؤالين التاليين :

السؤال الخامس: **(20 علامة)**

1) قرر فيما إذا كانت المجموعة التالية فضاء جزئيا من الفضاء الإقليدي R^3

$$U=\left\{(x,y,z): x^2+y^2+z^2=1\right\}$$ **(12 علامة)**

بما أن $(0,0,0)\notin U$ **حيث** $0+0+0\neq 1$

إذا U **ليس فضاء جزئيا من الفضاء الاقليدي** R^3

2) إذا كان $a\neq 0$, $A=\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ **، أثبت أن A مصفوفة معكوسة** **(8 علامات)**

$$|A|=\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix}$$

$$=(a)(a)(a)$$

$$=a^3$$

لكن $a\neq 0$

إذا $a^3\neq 0$

إذا $|A|\neq 0$

لذلك A مصفوفة معكوسة

السؤال السادس: **(20 علامة)**

1) أعط وصفا هندسيا للفضاء الخطي (الجزئي من R^3) و المكون من مجموعة حل النظام $(*)\begin{cases} x+y-z=0 \\ 5x-y+7z=0 \\ 3x-3y+9z=0 \end{cases}$ **هل هو**

نقطة أم خط مستقيم أم مستوى أم الفضاء R^3 كله؟ **(12 علامة)**

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 7 \\ 3 & -3 & 9 \end{bmatrix}\to rref=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و هذا النظام يكافيء النظام الأبسط $\begin{matrix} x+z=0 \\ y-2z=0 \end{matrix}$

و الذي تتكون حلوله من $x=-z, y=2z$

حيث z عدد حقيقي

إذا مجموعة حل النظام هي الخط المستقيم الذي معادلاته الوسيطية

$$x=-t$$
$$y=2t$$
$$z=t$$

2) برهن أن $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$ **(8 علامات)**

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \underset{R_3-R_1}{\overset{R_2-R_1}{=}} \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b-a & b^2-a^2 \\ 0 & c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c^2-a^2)-(c-a)(b^2-a^2)$$

$$= (b-a)(c-a)(c+a)-(c-a)(b-a)(b+a)$$

$$= (b-a)(c-a)(c+a-b-a)$$

$$= (b-a)(c-a)(c-b)$$

انتهت الإجابة

جامعة القدس المفتوحة

عمادة القبول والتسجيل والإمتحانات

التعيين (الأول) **رقم الفصل الدراسي: (1152)**

إسم الطالب:	رقم الطالب:
إسم المقرر: جبر خطي	رقم المقرر: 5361 او 1276
إسم عضو هيئة التدريس:	رقم الشعبة: ( )
إسم الفرع /المركز الدراسي :	

الوحدات (صفحة 1 - صفحة 213)

التعليمات :

1. أجب على التعيين بخط اليد وباللون الأزرق على ورقة الأسئلة نفسها وفي الفراغ المحدد بعد كل سؤال ويعاد التعيين إلى قسم التعيينات في فرع الجامعة / المركز الدراسي الملتحق به في موعد أقصاه (40) يوماً من بدء الفصل الدراسي .
2. أكتب التعليمات المطلوبة أعلاه بخط واضح.
3. إذا احتجت إلى أوراق إضافية لإستكمال الإجابة عن بعض الأسئلة فأكتب ملاحظة في أسفل هذه الأسئلة مرفقاً هذه الأوراق مع التعيين بعد تدبيسها.
4. إذا احتجت إلى الإجابة عن أي إستفسار أو أي سؤال من عضو هيئة التدريس لهذا المقرر فأكتب هذا السؤال أو الاستفسار في المكان المخصص له في نهاية التعيين.

السؤال الاول **(20 علامة)**

اجب (بنعم) أو (لا) على كل فقرة من الفقرات التالية في الجدول اللاحق .

1) اذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ فان $AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

2) إذا كانت $|A_{2\times2}| = -2$ و $|B_{2\times2}| = 5$ فان $|AB| = 10$.

3) إذا كانت A مصفوفة متماثلة فان $A + A^T = 2A$.

4) إذا كانت A , B مصفوفتين فان $(A + B)^T = A^T + B^T$.

5) محدد المصفوفة المثلثية يساوي حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسي .

6) نقول إن المتجهين $u, v \in R^n$ متعاكسين في الاتجاه إذا كانت u = cv فان c < 0 .

7) في قاعدة كرامر إذا كانت $X_1 = \frac{1}{4}$ و $|A_1| = 212$ فان $|A| = 53$.

8) اذا كان x أي عدد حقيقي فان المصفوفة $A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ مصفوفة غير مفردة .

9) المسافة بين النقطتين u = (2 , 3 , 2 , -1) ، v = (4, 2 , 1, 3) هي $\sqrt{10}$

10) اذا كانت A مصفوفة حجمها 3x3 و محددها يساوي 5 فان $|adj\ A| = 25$

جدول الإجابة

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة										

السؤال الثاني **(30 علامة)**

السؤال الأول : اكتب رمز الاجابة الصحيحة في الجدول المخصص أسفل السؤال

1. إذا كانت $|A_{2\times2}| = 5$ فإن $|3A|$ يساوي

أ- 45 ب- 40 ج- 30 د- 15

إذا كان $F = \begin{bmatrix} 6 & 11 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3k & 3k-2 \\ 3 & k \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

فأجب عن الأسئلة من 2 - 5 :

2) أي مما يلي صحيح

أ- $|C^T CA| = 0$ ب- $|AC^T C| = 0$ ج- $|CAC^T| = 54$ د- أ+ب

3) **قيمة** (x, y) **التي تحقق المعادلة** $(D + E) \times D = F$ **هي**

أ - $(1,2)$ ب- $(2,1)$ ج- $(-1,-3)$ د- $(3,-1)$

4. قيمة k التي تجعل المصفوفة B غير قابلة للانعكاس هي

أ- 1　　ب- 2　　ج- 3　　د- أ+ب

5. قيمة $D^3-3D^2+3D-I_{2\times2}$ هي

أ- $\begin{bmatrix}10 & 18\\ 2 & 10\end{bmatrix}$　　ب- $\begin{bmatrix}10 & 18\\ 6 & 10\end{bmatrix}$　　ج- $\begin{bmatrix}5 & 18\\ 6 & 10\end{bmatrix}$　　د- $\begin{bmatrix}10 & 6\\ 10 & 18\end{bmatrix}$

6) اذا كانت $A^{-1}=\begin{bmatrix}3 & 4\\ -1 & -1\end{bmatrix}$ فان المصفوفة A هي :

أ) $\begin{bmatrix}-1 & 4\\ -1 & 3\end{bmatrix}$　　ب) $\begin{bmatrix}1 & 4\\ -1 & 3\end{bmatrix}$　　ج) $\begin{bmatrix}-1 & -4\\ 1 & 3\end{bmatrix}$　　د) $-\frac{1}{7}\begin{bmatrix}-1 & -4\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

7) باستخدام قاعدة كريمر اذا كان $|A_1|=2|A|$ فان x_1 تساوي

أ) 2　　ب) $\frac{1}{2}$　　ج) 4　　د) صفر

8) لتكن $\begin{bmatrix}5\\ -6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x+y\\ 2y\end{bmatrix}$ فان قيمة x هي :

أ) -3　　ب) 11　　ج) 2　　د) 8

9) اذا كانت $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=3$ فان $\begin{vmatrix}2c & 2d\\ a & b\end{vmatrix}$ تساوي :

أ) 3　　ب) - 3　　ج) 6　　د) - 6

10)اذا كانت $A=\begin{bmatrix}x & 2\\ 1 & x-1\end{bmatrix}$ فان قيمة x التي تجعل A منفردة هي

أ) 1 , 2-　　ب) 1- , 2　　ج) 1 , 0　　د) 2

جدول الإجابة

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة										

السؤال الثالث　　**(25 علامة)**

أ. اذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 4 & 1\\ 2 & 5 & 1\end{bmatrix}$ اوجد $|A|$　　(10 علامات)

ب) لتكن $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 7\end{bmatrix}$ اوجد المصفوفة $(A^{-1})^T$. (10 علامات)

ج) اذا كانت $5 = \begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ a_4 & a_5 & a_6\\ a_7 & a_8 & a_9\end{vmatrix} = |A|$ اوجد $\begin{vmatrix}a_1 & a_4 & a_7\\ a_2 & a_5 & a_8\\ a_3 & a_6 & a_9\end{vmatrix}$ تساوي ؟ (5 علامات)

السؤال الرابع **(25 علامة)**

(أ) أوجد مجموعة حل النظام التالي مستخدما المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات : (15 علامة)

$$x+y+z=2$$
$$2x+z=0$$
$$y-z=-1$$

(ب) اذا كانت A مصفوفة $n \times n$. اثبت ان $A + A^T$ مصفوفة متماثلة . (10 علامات)

انتهت الاسئلة

عزيزي الطالب : يمكن توجيه الأسئلة التي ترغب فيها إلى عضو هيئة التدريس في حدود ثلاثة أسطر

....

....

....

جامعة القدس المفتوحة

عمادة القبول والتسجيل والامتحانات

رقم الفصل الدراسي : (1152)

اسم المقرر : جبر خطي

رقم المقرر : (5361)

إجابة التعيين

(الأول)

السؤال الاول (20 علامة)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة	نعم	لا	نعم	نعم	نعم	نعم	لا	لا	لا	نعم

السؤال الثاني (30 علامة)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة	أ	د	ج	د	ب	ج	أ	د	د	ب

السؤال الثالث (25 علامة)

أ. اذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ اوجد $|A|$ (10 علامات)

$$|A| = 1\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$
$$= 1(4-5) + 1(3-2) + 2(15-8)$$
$$= 1(-1) + 1(1) + 2(7)$$
$$|A| = 14$$

ب . لتكن $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ اوجد المصفوفة $(A^{-1})^T$. (10 علامات)

$$|A| = 7 - 6 = 1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

ج) اذا كانت $5 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix} = |A|$ اوجد $\begin{vmatrix} a_1 & a_4 & a_7 \\ a_2 & a_5 & a_8 \\ a_3 & a_6 & a_9 \end{vmatrix}$ تساوي ؟ (5 علامات)

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_4 & a_7 \\ a_2 & a_5 & a_8 \\ a_3 & a_6 & a_9 \end{vmatrix} = |A^T| = |A| = 5$$

السؤال الرابع **(25 علامة)**

(أ) أوجد مجموعة حل النظام التالي مستخدما المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات : (15 علامات)

$$x + y + z = 2$$
$$2x + z = 0$$
$$y - z = -1$$

$$\left[\begin{bmatrix}1&1&1\\2&0&1\\0&1&-1\end{bmatrix}\middle|\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\right] \rightarrow -2R_1+R_2\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&-2&-1&-2&1&0\\0&1&-1&0&0&1\end{array}\right] \rightarrow \begin{matrix}R_1+R_2\\ \\ R_2+2R_3\end{matrix}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&-1&0&-1&1&0\\0&-2&-1&-2&1&0\\0&0&-3&-2&1&2\end{array}\right]$$

$$\rightarrow -3R_2+R_3\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&-1&0&-1&1&0\\0&6&0&4&-2&2\\0&0&-3&-2&1&2\end{array}\right] \xrightarrow{6R_1+R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc}6&0&0&-2&4&2\\0&6&0&4&-2&2\\0&0&-3&-2&1&2\end{array}\right] \rightarrow \begin{matrix}R_1/6\\ R_2/6\\ R_3/-3\end{matrix}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&\frac{-2}{6}&\frac{4}{6}&\frac{2}{6}\\0&1&0&\frac{4}{6}&\frac{-2}{6}&\frac{2}{6}\\0&0&1&\frac{2}{3}&\frac{-1}{3}&\frac{-2}{3}\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}-2&4&2\\4&-2&2\\4&-2&-4\end{bmatrix} \quad \text{.......... .. (6 points)}$$

$$but \quad X = A^{-1}B \quad \Rightarrow \quad X = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}-2&4&2\\4&-2&2\\4&-2&-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\0\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\1\\2\end{bmatrix} \Rightarrow x = -1 \;,\; y = 1 \;,\; z = 2 \quad \text{....... (4 points)}$$

(ب) اذا كانت A مصفوفة $n \times n$. اثبت ان $A + A^T$ مصفوفة متماثلة . (10 علامات)

نقول ان المصفوفة متماثلة اذا كانت $A^T = A$

$$(A + A^T)^T = A^T + (A^T)^T$$
$$= A^T + A$$
$$= A + A^T$$

ينتج ان $A + A^T$ مصفوفة متماثلة

انتهت الإجابة

جامعة القدس المفتوحة

عمادة القبول والتسجيل والإمتحانات

التعيين (الثاني) **رقم الفصل الدراسي: (1152)**

إسم الطالب:	رقم الطالب:
إسم المقرر: جبر خطي	رقم المقرر: 5361 او 1276
إسم عضو هيئة التدريس:	رقم الشعبة: ( )
إسم الفرع /المركز الدراسي :	

الوحدات (من صفحة 213 – نهاية الكتاب)

التعليمات :

1. أجب على التعيين بخط اليد وباللون الأزرق على ورقة الأسئلة نفسها وفي الفراغ المحدد بعد كل سؤال ويعاد التعيين إلى قسم التعيينات في فرع الجامعة / المركز الدراسي الملتحق به في موعد أقصاه (80) يوماً من بدء الفصل الدراسي .
2. أكتب التعليمات المطلوبة أعلاه بخط واضح.
3. إذا احتجت إلى أوراق إضافية لإستكمال الإجابة عن بعض الأسئلة فأكتب ملاحظة في أسفل هذه الأسئلة مرفقاً هذه الأوراق مع التعيين بعد تدبيسها.
4. إذا احتجت إلى الإجابة عن أي إستفسار أو أي سؤال من عضو هيئة التدريس لهذا المقرر فأكتب هذا السؤال أو الاستفسار في المكان المخصص له في نهاية التعيين.

السؤال الاول	(20 علامة)

اجب (بنعم) أو (لا) على كل فقرة من الفقرات التالية في الجدول اللاحق .

1) المجموعة S = { (1,0,3,2) , (0,1,0,1) , ((0,1,0,8) , (5,6,15,9) } تولد الفضاء R^4 .

2) المتجهان v = (2 , 1 , - 6) و u = (- 4 , - 2 , 12) مرتبطان خطيا .

3) اذا كان $T : V \to W$ تحويلا خطيا فان $T(u-v) = T(u) - T(v)$.

4) المتجهات u = (2 , 1 , - 2) , v = (3 , 4 , 5) , w = (0 , 5 , 16) مستقلة خطيا .

5) اذا كانت احدى القيم المميزة للمصفوفة A هي 4 فان احد القيم المميزة للمصفوفة A^2 هي 16 .

6) بعد الفضاء الخطي الذي تولده الحدوديات $1 + t^3$, $1 + t^2$, $1 + t$ هو 3

7) التحويل $T : R^n \to R^m$ هو تحويل الضرب بمصفوفة A معرف بالقاعدة : $T(X) =$ AX فان مدى T
هو فضاء الحلول للنظام AX = 0 .

8) التحويل $T : R^3 \to R^2$ المعرف بالقاعدة $T(x, y, z) = (x - y, y - z)$ هو تحويل خطي .

9) المصفوفات المربعة المتشابهة لها نفس القيم المميزة .

10) إذا كانت A مصفوفة مربعة n x n لها عدد n من المتجهات المميزة المستقلة خطيا فإنها تشابه مصفوفة قطرية .

جدول الإجابة

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة										

السؤال الثاني	(30 علامة)

اكتب رمز الاجابة الصحيحة في الجدول المخصص أسفل السؤال

1) $S = \{v_1, v_2 .... v_m\} \subseteq R^n$ مستقلة خطياً ، فإن S تشكل أساس للفضاء R^n إذا كان

أ) $m \neq n$ ب) $m \leq n$ ج) $m \geq n$ د) جميع ما ذكر

2) بعد الفضاء الخطي الذي تولده المتجهات $(1,2,1,-2), (2,-1,1,3), (1,-13,-2,14) \in R^4$ هو :

أ) 3 ب) 4 ج) 2 د) 1

3) اذا كانت درجة المعادلة المميزة للمصفوفة $A_{3\times3}$ هي n فإن

أ) $n \neq 3$ ب) $n \leq 3$ ج) $n \geq 3$ د) $n = 3$

** إذا كان $T:R^2\rightarrow R^3$ هو تحويل خطي بحيث $T(x,y)=(2x,x,y-x)$ فأجب عن الفقرتين التاليتين:

4) فإن قيمة $T(2,4)$

أ) $(4,2,2)$ ب) $(4,2,4)$ ج) $((4,4,2)$ د) $(2,2,2)$

5) اذا كان $u=(4,2)$ و $v=(x,y)$ وكان $T(2v+u)=(12,6,2)$ فإن المتجه v هو

أ) $(1,3)$ ب) $(2,1)$ ج) $(1,2)$ د) $(3,1)$

6) اذا كانت المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 1 & -1\end{bmatrix}$ فان القيم المميزة للمصفوفة A هي :

أ) 1 ، 2 ب) 1، 1 - ج) 0 ، 1 - د) ليس لها قيم مميزة

7) اذا كانت $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ و كان $A.\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$ فان القيمة المميزة للمصفوفة A هي .

أ) $\lambda=ad-bc$ ب) $\lambda=1$ ج) $\lambda=-1$ د) $\lambda=ad$

8) المصفوفة A من الحجم 2×2 و تشابه المصفوفة B و التي من الحجم 2×2 و كانت مجموعة القيم المميزة للمصفوفة A تساوي { 4 , 7 } فان مجموعة القيم المميزة للمصفوفة B تساوي :

أ) { -4 , 28 } ب) { 16 , 49 } ج) { 2 , 7 } د) { 4 , 7 }

9) اذا كانت المصفوفة $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ فان القيم المميزة للمصفوفة A هي :

أ) 1 ، 2 ب) 1، 2 - ج) 2 ، 1 - د) 1- ، 2-

10) المصوفتان المربعتان A , B متشابهتان اذا وجدت مصفوفة P لها نظير P^{-1} بحيث أن :

أ) $B=P^{-1}AP$ ب) $B=P\ AP^{-1}$ ج) $A=P^{-1}BP$ د) $A=PB\ P^{-1}$

<u>جدول الإجابة</u>

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الإجابة										

السؤال الثالث : **(25 علامة)**

(أ) أوجد اساسا لكل من فضاء الصفوف و فضاء الأعمدة للمصفوفة (15 علامة)

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(ب) أوجد كل من نواة و مدى التحويل الخطي

$$T : R^3 \rightarrow R^2$$

و المعرف بالقاعدة

$$T(x, y, z) = (x - y , x - z)$$

(10 علامات)

السؤال الرابع **(25 علامة)**

(أ) لتكن المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ جد كل مما يلي :

1) القيم المميزة للمصفوفة A . (7 علامات)

2) المتجهات المميزة (الفضاءات المرتبطة بالقيم المميزة) للمصفوفة . (8 علامات)

3) اوجد المصفوفة القطرية D والمصفوفة P التي تجعل المصفوفة A تشابه المصفوفة D . (10 علامات)

انتهت الاسئلة

عزيزي الطالب : يمكن توجيه الأسئلة التي ترغب فيها إلى عضو هيئة التدريس في حدود ثلاثة أسطر

....

....

....

السؤال الأول : أجب بنعم أو لا (30 علامة)

1) اذا كان احد المتجهات هو المتجه الصفري في مجموعة من المتجهات من V فان هذة المتجهات تكون غير مرتبطه خطيا

2) ليكن $v=-t+1, w=(-t+1)^2$ in R[t] مرتبطان خطيا

3) لتكن $S=\{v_1,v_2,v_3,\ldots\ldots,v_n\}$ فان $L(S)\subseteq S$

4) $T:R^2\to R^2$ تحويل دوران على R^2 خلال الزاوية $\frac{\pi}{4}$ فان $T(x,y)=\sqrt{2}\begin{bmatrix} x-y \\ x+y \end{bmatrix}$

5) تسمى المجموعة $E\subseteq V$ اساس للفضاء الخطي V اذا كانت E مرتبطه خطيا وتولدV

6) بعد الفضاء الخطي الذي تولده المتجهات (1,2,1,-2),(2,-1,1,3),(1,-13,-2,14) يساوي 3

7) $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ لاتشابه مصفوفة قطرية

8) $T:R^2\to R^2$
$T(x,y)=(2y+2x, 8y-4x)$ فان $[T]_B=\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$
$B=\{(1,1),(1,2)\}$

9) $F:R^3\to R^2$ بحيث $F(x,y,z)=(x,y)$ هو تحويل خطي

.

10) القيم المميزة للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ هي 2,4

	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	الرقم
			لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	الاجابة

السؤال الثاني : (20علامة)

أ- بين ببرهان او اعط مثال مضاد
المصفوفات المربعة المتشابهه لها نفس المحددة (6 علامات)

$F:R^2 \rightarrow R^2$ هل يمثل تحويل خطي ام (7 علامات)

ب-

F(x,y)= (x+2,y+3)

ب-ليكن $F:R^4 \rightarrow R^3$ تحويل خطي بحيث (7 علامات)

F(x,y,s,t)=(x-y+s+t,x+2s-t,x+y+3s-3t)

اوجدالبعد

Img U of F

أ- البرهان :
ليكن A,B مصفوفتان مربعتان بنفس الحجم متشابهتان فانه يوجد مصفوفة P لها نظير بحيث

$B=P^{-1}AP$

$Det(B)=det(P^{-1}AP)=(1/det(P))det(A)det(P)$ (6 علامات)

Det(B)=det(A)

1- لا يشكل لان

F(0,0)=(2,3) **(7 علامات)**

لا يساوي المتجة الصفري

ب- F(1,0,0,0)=(1,1,1) **(7 علامات)**

F(0,1,0,0)=(-1,0,1)

F(0,0,1,0)=(1,2,3) F(0,0,0,1)=(1,-1,-3)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

{(1,1,1),(0,1,2)}اساس

البعد يساوي 2

السؤال الثالث : (20) علامة

-1

لتكن $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

1. **اوجد الاقتران المميز للمصفوفة**
2. **اوجد جميع القيم المميزةللمصفوفة** **(6 علامات)**

-2 عرف القيمه المميزة والمتجه المميز للمصفوفة **(7 علامات)**

-3 المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ **اوجد المصفوفة القطرية D بحيث A تشابها ؟**

$$\begin{vmatrix} t-1 & -2 \\ 0 & t-3 \end{vmatrix} = (t-1)(t-3) = 0$$

(6 علامات)

$$t = 1$$

$$t = 3$$

2− اذا كانت A مصفوفة مربعة وكان X متجه غير صفري حيث حجم المصفوفة n.n والمتجه في R^n بحيث **(7 علامات)**

Ax=tx t عدد حقيقي

فان t قيمه مميزة للمصفوفة و x متجه مميز للمصفوفة

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$ −3