



اسم المادة : تفاضل وتكامل 1

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفير وتجميع **كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة** للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط **هنا**

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

عزيزي الدارس: ١. عبيء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
 ٢. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
 ٣. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

ملاحظة:

أجب عن ستة أسئلة على أن يكون السؤال الأول منها

السؤال الأول: (٣٠ علامة) ٣ علامات لكل فرع

ضع كلمة نعم لكل عبارة صحيحة وكلمة لا لكل عبارة خاطئة وذلك في جدول رقم ٣ على دفتر الإجابة

١- يعتبر اقتران اكبر عدد صحيح من الأمثلة على الاقتارات المتصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{2}}{x^2 - 2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad -٢$$

$$\int \cot x = \ln |\sin x| + c \quad -٣$$

٤- إذا كان $f(x) = \sin(\tan x^2)$ فإن $f'(x) = \cos(\tan x^2) \sec^2 x^2$

٥- الخط التقاربي المائل للأقتران $f(x) = 3x + 5 + \frac{1}{2x+1}$ هو $y = 3x + 5$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad -٦$$

٧- مشتقة الأقتران a^{-x} هو $-a^{-x}$

٨- المساحة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2, y = x^3$ يساوي $\frac{1}{3}$ وحدة مربعة

$$\cosh 0 = 1 \quad -٩$$

١٠- إذا كانت مساحة دائرة تكبر بمعدل $3\text{cm}^2/\text{sec}$ فإن نصف قطر الدائرة يكبر بمعدل $\frac{1}{2p} \text{cm}/\text{sec}$ عندما يكون نصف القطر

يساوي 4cm

السؤال الثاني:

أ-

١- عرف الأقتران المتصل عند نقطة

٢- أكتب نص نظرية بلزانو

(٦ علامات)

ب- استخدم تعريف النهاية لإثبات $\lim_{x \rightarrow 3} 7 - \frac{1}{3}x = 6$

(١٤ علامة)

(٤ علامات)

أ- إذا كان الخط المستقيم $y = 3x + 2$ يوازي المماس المرسوم لمنحنى الأقتران $f(x)$ عند النقطة $(-2, 1)$

جد معادلة هذا المماس

ب- إذا كان $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 5$ جد فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى (٥ علامات)

ج- عدنان موجبان مجموعهما 120 جد العددين إذا كان حاصل ضرب أحدهما في مربع الآخر أكبر ما يمكن (٥ علامات)

(١٤ علامة)

(٦ علامات)

السؤال الرابع :

أجد التكاملات التالية:

$$\int \sin^4 x \cos x dx \quad -١ \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad (٢)$$

ب- إذا كان $\int_2^3 f(x) dx = 5$ وكان $\int_4^3 2f(x) dx = 8$ جد $\int_2^4 f(x) dx$ (علامتان)

ج- إذا كان $f(x) = \frac{x^x}{x+1}$ جد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$ (٦ علامات)

يتبع صفحة ٢

السؤال الخامس :

(١٤ علامة)

أجد $\frac{dy}{dx}$ للآقتوانات التالية :

$$y = \ln^3(3^{2x^4}) \quad -١ \quad y = |x| \sin^{-1} x \quad (٢)$$

$$\ln y = \tanh^{-1}(\sin x) \quad -٣$$

(٥ علامات)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \cosh^{-1} \frac{x}{a} + c \quad \text{ب- أثبت أن}$$

السؤال السادس :

(١٤ علامة)

(٦ علامات)

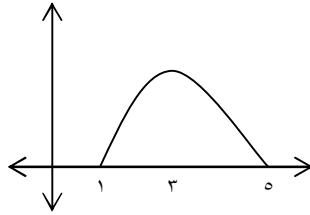
أ- جد المساحة المحصورة بين المنحنيين $g(x) = x^2, f(x) = 18 - x^2$

ب- أثبت أن حجم الكرة التي نصف قطرها r هو $\frac{4}{3}\pi r^3$ وذلك باستخدام الحجوم الدورانية (٨ علامات)

السؤال السابع:

(١٤ علامة)

(٧ علامات)



أ- إذا كان المنحنى المرسوم يمثل المشتقة الأولى
للآقتران $f(x)$ جد فترات التزايد والتناقص وفترات التفرع
للأعلى و للأسفل ونقط الإنعطاف لمنحنى الآقتران $f(x)$

(٧ علامات)

ب- إذا كانت $y = x^3 \operatorname{cosech}^3(e^{x^4})$ جد $\frac{dy}{dx}$

إنتهت الأسئلة

اسم المقرر: التفاضل والتكامل ١

رقم المقرر: ٥١٦١

مدة الامتحان: ساعتان

عدد الاسئلة : سبعة أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الإجابة النموذجية للفصل الأول

"٢٠٠٥١٠"

٢٠٠٦ / ٢٠٠٥

-- نظري --

اسم الدارس:

رقم الدارس:

تاريخ الامتحان: / / ٢٠٠٦

جدول رقم (١)

اجابة السؤال رقم (١) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×) (٣٠ علامة) ٣ علامات لكل فرع

| الفرع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---------|----|-----|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| الصحيحة | لا | نعم | نعم | لا | نعم | نعم | لا | لا | نعم | نعم | | | | | | | | | | |

جدول رقم (٢)

اجابة السؤال رقم () من نوع (اختيار من متعدد)

| الفرع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| الصحيحة | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

جدول رقم (٣)

اجابة السؤال رقم () من نوع (وفق بين عمودين)

| الفرع | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| الصحيحة | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

(١٤ علامة)

السؤال الثاني:

أ-

(٨ علامات)

٤ علامات

مختلفين

٤ علامات

الأقتران المتصل عند النقطة a هو الأقتران الذي تكون قيمته عند a تساوي نهايته عندها نظرية بلزانو : إذا كان $f(x)$ اقترانا معرفا على الفترة $[a, b]$ ومتصلا عليها وكان $f(a)$ ، $f(b)$ مختلفين في الإشارة فإنه يوجد على الأقل عنصر مثل $c \in (a, b)$ بحيث $f(c)=0$

(٦ علامات)

علامة

ب- نريد أن نثبت أنه $\forall e \exists d \forall f 0 < d < f < e$ بحيث

علامتان

$$0 < p < |x-3| < p \Rightarrow \left| 7 - \frac{x}{3} - 6 \right| < p$$

علامتان

$$\left| 1 - \frac{x}{3} \right| < p \Rightarrow \left| \frac{3-x}{3} \right| < p \Rightarrow \frac{1}{3} |x-3| < p$$

علامة

$$|x-3| < p \Rightarrow d = 3e$$

(١٤ علامة)

(٤ علامات)

علامة

علامة

علامتان

(٥ علامات)

علامة

علامة

علامة

علامة

علامة

السؤال الثالث :

أ- المستقيمان المتوازيان يكون ميلاهما متساويان

ميل الموازي يساوي ميل المماس المرسوم ويساوي 3

المعادلة هي : $y-1=3(x+2) \Rightarrow y=3x+7$

ب- $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

الاقتران متزايد على $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

الاقتران متناقص على $(-1, 2)$

يتبع صفحة ٢

يوجد للافتران قيمة عظمى محلية عند $x=-1$ وقيمتها $f(-1)=2$ ويوجد قيمة صغرى محلية

علامة

عند $x=2$ وقيمتها $f(2)=-25$

(٥ علامات)

ج- نفرض العددين x, y بحيث $x+y=20$ وبالتالي يكون $y=120$

$$m = xy^2 \Rightarrow m(x) = x(120 - x)^2$$

علامة

علامة

$$\frac{dm}{dx} = -2x(120 - x) + (120 - x)^2 = 0 \Rightarrow x = 40$$

علامة

$$\frac{d^2m}{dx^2} = 2x - 4(120 - x) \Rightarrow \left[\frac{d^2m}{dx^2} \right] (40) = -240$$

علامة

علامة

إذن حسب اختبار المشتقة الثانية يوجد للافتران قيمة عظمى محلية عند $x=40$ فيكون $y=120-40=80$ إذن العدان هما 40,80

السؤال الرابع:

أ-

(١٤ علامة)

(٦ علامات)

علامة

$$1- \text{let } u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$$

علامتان

$$\int \sin^4 x \cos x dx = \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + c = \frac{(\sin x)^5}{5} + c$$

$$2- \text{let } x = 2 \sin u \Rightarrow dx = 2 \cos u du$$

علامة

$$x = 0 \Rightarrow u = 0, x = 1 \Rightarrow u = \frac{p}{6}$$

علامة

$$I = \int_0^{\frac{p}{6}} \frac{2 \cos u du}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 u}} = \int_0^{\frac{p}{6}} \frac{2 \cos u du}{2 \sqrt{1 - \sin^2 u}}$$

علامة

$$\int_0^{\frac{p}{6}} \frac{2 \cos u du}{2 \cos u} = [u]_0^{\frac{p}{6}} = \frac{p}{6}$$

(علامتان)

علامة

$$ب- \int_4^3 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_3^4 f(x) dx = -4$$

علامة

$$\int_2^4 f(x) dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = 5 - 4 = 1$$

(٦ علامات)

علامتان

$$ج- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$$

٣ علامات

$$f'(x) = \frac{(x+1)(1 + \ln x)x^x - x^x}{(x+1)^2}$$

علامة

$$f'(1) = \frac{1}{4}$$

(١٤ علامة)

(٩ علامات)

السؤال الخامس :

أ-

٣ علامات

$$1- \frac{dy}{dx} = \frac{3 \ln^2(3^{2x^4})(8x^3 \ln 3)3^{2x^4}}{3^{2x^4}}$$

٣ علامات

$$2- \frac{dy}{dx} = \begin{cases} -\sin^{-1}(x) - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, & x < 0 \\ \sin^{-1}(x) + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, & x \geq 0 \end{cases}$$

يتبع صفحة ٣

| | |
|--------------------|--|
| علامة | $\ln y = \tanh^{-1}(\sin x), \sin x \leq 1$ -٣ |
| علامة | $\frac{1}{y} y' = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x}$ |
| علامة | $y' = y \frac{\cos x}{\cos^2 x} = y \sec x$ |
| علامتان (٥ علامات) | $\text{let } x = a \cosh y \Rightarrow dx = a \sinh y dy$ ب- |
| علامتان | $I = \int \frac{a \sinh y}{\sqrt{a^2 \cosh^2 y - a^2}} dy = \int \frac{\sinh y}{\sinh y} dy$ |
| علامة | $\int dy = y + c = \cosh^{-1} \frac{x}{a} + c$ |

(١٤ علامة)

(٦ علامات)

علامتان

علامتان

علامتان

(٨ علامات)

علامتان

علامتان

علامتان

علامتان

(١٤ علامة)

(٧ علامات)

علامتان

علامتان

علامتان

علامة

(٧ علامات)

علامة

٤ علامات

$$\ln y = \tanh^{-1}(\sin x), |\sin x| \leq 1$$

$$\frac{1}{y} y' = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x}$$

$$y' = y \frac{\cos x}{\cos^2 x} = y \sec x$$

$$\text{let } x = a \cosh y \Rightarrow dx = a \sinh y dy$$

$$I = \int \frac{a \sinh y}{\sqrt{a^2 \cosh^2 y - a^2}} dy = \int \frac{\sinh y}{\sinh y} dy$$

$$\int dy = y + c = \cosh^{-1} \frac{x}{a} + c$$

السؤال السادس :

أ لإيجاد نقاط التقاطع نضع $f(x)=g(x)$

$$x^2 = 18 - x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \{-3, 3\}$$

$$A = \int_{-3}^3 (18 - x^2 - x^2) dx = \int_{-3}^3 (18 - 2x^2) dx$$

$$= \left[18x - \frac{2}{3} x^3 \right]_{-3}^3 = 72 \text{ وحدة مربعة}$$

ب- حجم الكرة = حجم الجسم الدوراني الناتج عن دوران نصف مساحة

الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$ حيث r نصف القطر لقيم y حول محور x

$$f(x) = y = \sqrt{r^2 - x^2} \text{ معادلة الدائرة}$$

وعليه فحجم الكرة الناشئة عن الدوران يكون

$$v = p \int_{-r}^r (f(x))^2 dx = p \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx$$

$$v = \frac{4}{3} pr^3 \text{ وبعد إجراء التكامل نجد أن}$$

السؤال السابع :

أ- $f(x)$ متزايد على $[1, 5]$

$F(x)$ مقعر للأعلى على $[1, 3]$

$F(x)$ مقعر للأسفل على $[3, 5]$

يوجد لمنحنى الأقتران نقطة إنعطاف عند $x=3$ هي $(3, f(3))$

ب-

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosech} x) = -\coth x \operatorname{cosech} x$$

وباستخدام قاعدة السلسلة ومشتقة حاصل ضرب إقتراين نحصل على

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \operatorname{cosech}^2(e^{x^4}) - 8x^6 e^{x^4} \operatorname{cosech}(e^{x^4}) \coth(e^{x^4})$$

إنتهت الأجابة النموذجية



اسم الدارس
رقم الدارس

تاريخ الامتحان :/...../2011

جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النهائي للفصل الاول 1101
2010/2011

اسم المقرر : تفاضل وتكامل (١)
رقم المقرر : 5161
مدة الامتحان : ساعتان
عدد الأسئلة : 7

نظري
نموذج - أ

عزيزي الدارس، أرجو قراءة جميع الأسئلة والانتباه إلى التعليمات:

١. عبء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
٢. أجب عن جميع الأسئلة.
٣. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) في الجدول المخصص في دفتر الإجابة.
٤. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية وأجب على دفتر الإجابة.

(١٤ علامة)

السؤال الاول :

اجب بـ (نعم) أو (لا) ومن ثم ضع الإجابة في الجدول المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

١. المساحة السطحية للكرة تساوي $4\pi r^2$.

٢. التكامل $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ يساوي حجم الجسم الدوراني الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنيني

الاقترايين $y = f(x)$, $y = g(x)$ حول محور x .

٣. مساحة المنطقة المغلقة $x=1, x=0, y=0, y=2$ تساوي 2 وحدة مربعة .

٤. اقتران القيمة المطلقة : هو اقتران يربط كل عنصر في المجال مع أقرب عدد صحيح أقل منه أو يساويه في المجال المقابل

٥. حصل جمع اقترانين متصلين عند نقطة يعطي اقترانا متصلا عند تلك النقطة .

٦. الإقتران $f(x) = |x|$ متصل وقابل للإشتقاق عند $x=0$

٧. $\cosh x - \sinh x$ يساوي e^x .

٨. مدى الاقتران $y = \cosh |x|$ هو $(-\infty, \infty)$.

٩. إذا كان $y = e^{\ln x^3}$ فإن: $\frac{dy}{dx} = 3x^2$.

١٠. طول الخط المنكسر $y=2-x, 1 \leq x \leq 2$, $y=x, 0 \leq x \leq 1$ يساوي $2\sqrt{2}$.

١١. مشتقة المقدار x^6 بالنسبة للمقدار x^2 يساوي $3x^4$

١٢. لتكامل $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ يمثل مساحة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1 .

١٣. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ موجودة .

١٤. حجم الجسم الدوراني الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ ومحور x ،

حول محور x يساوي $\frac{4}{3}r^3\pi$.

اختر رمز الإجابة الصحيحة وضعه في المكان المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. إذا كان $f(x) = |2x - 4|$ فإن $f(x)$:

أ. متصل عند $x=2$ فقط .

ب. متصل لجميع الأعداد الحقيقية .

ج. غير متصل .

د. متصل لجميع الأعداد الحقيقية ما عدا عند $x=2$.

2. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} 3f(x) =$:

أ. 9 .

ب. 6 .

ج. 3 .

د. 27 .

3. الإقتران $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ له جذر حقيقي في الفترة :

أ. $[-1, 0]$.

ب. $[-2, -1]$.

ج. $[0, 1]$.

د. $[1, 2]$.

4. حجم الجسم الذي مساحة قاعدته $A(x)$, $a \leq x \leq b$ والعمودية على محور x يساوي:

أ. $\int_a^b A(x) dx$.

ب. $\pi \int_a^b A(x) dx$.

ج. $2\pi \int_a^b A(x) dx$.

د. $\int_a^b A^2(x) dx$.

5. إذا دار الاقتران $y = x^2$ ، $0 \leq x \leq 2$ حول محور x فإن $2\pi \int_0^2 x^2 \sqrt{1+4x^2} dx$ يمثل

أ. طول القوس .

ب. المساحة السطحية .

ج. حجم الجسم الدوراني .

د. غير ذلك .

6. المساحة بين المنحنيات $y = 1, x = 0, y = 2x$ تساوي:

أ. $\frac{1}{4}$.

ب. $\frac{1}{2}$.

ج. 1 .

د. $\frac{3}{4}$.

7. إذا كان $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ فإن $f'(1)$ يساوي:

أ. 1 .

ب. 2 .

ج. $\frac{1}{2}$.

د. $\ln 2$.

8. قيمة التكامل $\int 3^{-x} dx$ تساوي :

أ. $3^{-x} + c$.

ب. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + c$.

ج. $-\frac{3^{-x}}{\log 3} + c$.

د. $-\frac{1}{3^x \ln 3} + c$.

٩- جد مشتقة الاقتران $y = \tanh^{-1}(\sin x)$ ؟

- (٩) ب- جد القيم القصوى للاقتران $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 10$ وصنفها.
السؤال الرابع: ١٥ علامة

- (٧) أ- جد التكامل التالي $\int \cos(x) e^{\sin x} dx$:

- (٨) ب- جد المساحة المحصورة بين منحنى $y = x^2 + 3x + 4$ ومحور x و $x = 1, x = -1$ ؟
السؤال الخامس: ١٢ علامة

- (٥) أ- اكتب التكامل الذي يمثل حجم الجسم S الناتج عن دوران المنطقة المحصورة تحت منحنى الاقتران $0 \leq x \leq 1, y = e^{-x}$ حول محور y دون حساب التكامل.

- (٧) ب- اذا كان f اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة $[1, 3]$ وكان الاقتران المكامل له F معرفاً كما يلي :
- $$F(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4 & 1 \leq x \leq 2 \\ 2A + x & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
- فجد قيمة A ؟

السؤال السادس: ١٣ علامة

- (٧) أ- أثبت أن $\tanh 2x = \frac{2 \tanh x}{1 + \tanh^2 x}$ ؟

- (٦) ب- جد التكامل التالي $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx$.

السؤال السابع: ١٥ علامة

- (٧) أ- إذا كان $f(x) = 3x^3 + 2$ ، جد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h}$

- (٨) ب- بين الخطوط التقاربية للاقتران $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$.

انتهت الأسئلة



اسم الدارس
رقم الدارس

تاريخ الامتحان : 2011/...../.....

نظري
نموذج - أ

جامعة القدس المفتوحة
اجابة الامتحان النهائي للفصل 1101
2010/2011

اسم المقرر : تفاضل وتكامل (1)
رقم المقرر : 5161
مدة الامتحان : ساعتان
عدد الأسئلة : 7

عزيزي الدارس، أرجو قراءة جميع الأسئلة والانتباه إلى التعليمات:

١. عيء كافة المعلومات المطلوبة منك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
٢. أجب عن جميع الأسئلة.
٣. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) في الجدول المخصص في دفتر الإجابة.
٤. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية وأجب على دفتر الإجابة.

(١٤ علامة)

السؤال الاول :

اجب ب (نعم) أو (لا) ومن ثم ضع الإجابة في الجدول المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

١. المساحة السطحية للكرة تساوي $4r^2\pi$.
٢. التكامل $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ يساوي حجم الجسم الدوراني الناشيء عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنىي الاقترانين $y = f(x)$, $y = g(x)$ حول محور x .
٣. مساحة المنطقة المغلقة $y = 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ تساوي 2 وحدة مربعة.
٤. اقتران القيمة المطلقة : هو اقتران يربط كل عنصر في المجال مع أقرب عدد صحيح أقل منه أو يساويه في المجال المقابل.
٥. حصل جمع اقترانين متصلين عند نقطة يعطي اقترانا متصلا عند تلك النقطة.
٦. الإقتران $f(x) = |x|$ متصل وقابل للإشتقاق عند $x=0$.
٧. $\cosh x - \sinh x$ يساوي e^x .
٨. مدى الاقتران $y = \cosh|x|$ هو $(-\infty, \infty)$.
٩. إذا كان $y = e^{\ln x^3}$ فإن: $\frac{dy}{dx} = 3x^2$.
١٠. طول الخط المنكسر $y = x$, $0 \leq x \leq 1$ و $y = 2 - x$, $1 \leq x \leq 2$ يساوي $2\sqrt{2}$.
١١. مشتقة المقدار x^6 بالنسبة للمقدار x^2 يساوي $3x^4$.
١٢. التكامل $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ يمثل مساحة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها $= 1$.
١٣. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ موجودة.
١٤. حجم الجسم الدوراني الناشيء عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ ومحور x ، حول محور x يساوي $\frac{4}{3}r^3\pi$.

اختر رمز الإجابة الصحيحة وضعه في المكان المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. إذا كان $f(x) = |2x - 4|$ فإن $f(x)$:

- أ. متصل عند $x=2$ فقط .
- ب. متصل لجميع الأعداد الحقيقية .
- ج. غير متصل .
- د. متصل لجميع الأعداد الحقيقية ما عدا عند $x=2$.

2. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} 3f(x) =$:

- أ. 9 .
- ب. 6 .
- ج. 3 .
- د. 27 .

3. الإقتران $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ له جذر حقيقي في الفترة :

- أ. $[-1, 0]$.
- ب. $[-2, -1]$.
- ج. $[0, 1]$.
- د. $[1, 2]$.

4. حجم الجسم الذي مساحة قاعدته $A(x)$, $a \leq x \leq b$ والعمودية على محور x يساوي:

- أ. $\int_a^b A(x) dx$.
- ب. $\pi \int_a^b A(x) dx$.
- ج. $2\pi \int_a^b A(x) dx$.
- د. $\int_a^b A^2(x) dx$.

5. إذا دار الاقتران $y = x^2$ ، $0 \leq x \leq 2$ حول محور x فإن $2\pi \int_0^2 x^2 \sqrt{1+4x^2} dx$ يمثل

أ. طول القوس .

ب. المساحة السطحية .

ج. حجم الجسم الدوراني .

د. غير ذلك .

6. المساحة بين المنحنيات $y = 1, x = 0, y = 2x$ تساوي:

أ. $\frac{1}{4}$.

ب. $\frac{1}{2}$.

ج. 1 .

د. $\frac{3}{4}$.

7. إذا كان $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ فإن $f'(1)$ يساوي :

أ. 1 .

ب. 2 .

ج. $\frac{1}{2}$.

د. $\ln 2$.

8. قيمة التكامل $\int 3^{-x} dx$ تساوي :

أ. $3^{-x} + c$.

ب. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + c$.

ج. $-\frac{3^{-x}}{\log 3} + c$.

د. $-\frac{1}{3^x \ln 3} + c$.

السؤال الثالث:

أ- جد مشتقة الاقتران $y = \tanh^{-1}(\sin x)$ ؟

(٣)

$$\frac{d}{dx} \tanh^{-1}(\sin x) = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \sec x$$

9)

ب- جد القيم القصوى للاقتران $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 10$ وصنفها .

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow 6(x-3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 3, 2$$

يمكن استخدام اختبار المشتقة الثانية

للاقتران قيمة عظمى عند $x = 2$ هي (2,18) وهي عظمى محلية

للاقتران قيمة صغرى عند $x = 3$ هي (3,17) وهي صغرى محلية

السؤال الرابع:

١٥ علامة

7)

أ- جد التكامل التالي $\int \cos(x) e^{\sin x} dx$:

ستخدم التكامل بالتعويض المباشر

$$\text{let } y = \sin x \Rightarrow dy = \cos x dx$$

$$\int \cos x e^{\sin x} dx = \int e^y dy = e^y + c$$

$$\text{إذن } \int \cos x e^{\sin x} dx = e^{\sin x} + c$$

8)

ب- جد المساحة المحصورة بين منحنى $y = x^2 + 3x + 4$ ومحور x و $x = 1, x = -1$ ؟

$$A = \left| \int_{-1}^1 (x^2 + 3x + 4) dx \right|$$

$$= \left[\frac{1}{3} x^3 + \frac{3}{2} x^2 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 4 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 \right) = 8 \frac{2}{3}$$

١٢ علامة

السؤال الخامس:

5)

أ- اكتب التكامل الذي يمثل حجم الجسم S الناتج عن دوران المنطقة المحصورة تحت منحنى الاقتران $0 \leq x \leq 1, y = e^{-x}$ حول محور y دون حساب التكامل .

$$V = 2\pi \int_0^1 x e^{-x} dx$$

7)

ب- اذا كان f اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة $[1,3]$ وكان الاقتران المكامل له F معرفاً كما يلي :

$$F(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4 & 1 \leq x \leq 2 \\ 2A + x & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

فجد قيمة A ؟

الاقتران المكامل يكون دائماً متصل . وبالتالي فهو متصل عند $x=2$ وتكون النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} F(x)$$

$$12 + 4 = 2A + 2$$

$$16 = 2A + 2$$

$$\therefore A = \frac{16 - 2}{2} = 7$$

السؤال السادس:

١٣ علامة

7)

$$أ- أثبت أن $\tanh 2x = \frac{2 \tanh x}{1 + \tanh^2 x}$ ؟$$

$$\frac{2 \tanh x}{1 + \tanh^2 x} = \frac{2 \sinh x / \cosh x}{1 + \frac{\sinh^2 x}{\cosh^2 x}} = \frac{2 \sinh x \cosh x}{\cosh^2 x + \sinh^2 x} = \frac{\sinh 2x}{\cosh 2x} = \tanh 2x$$

6)

$$ب- جد التكامل التالي $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx$$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \sin^{-1} x + C$$

١٥ علامة

7)

$$أ- إذا كان $f(x) = 3x^3 + 2$ ، جد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h}$$$

$$\text{sup pose } z = \frac{1}{1+h} \Rightarrow z + zh = 1 \Rightarrow zh = 1 - z$$

$$\Rightarrow h = \frac{1-z}{z}, \text{ when } h \rightarrow 0, z \rightarrow 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{f(z) - f(1)}{\frac{1-z}{z}}$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{f(z) - f(1)}{1-z} (\lim_{z \rightarrow 1} z) = -f'(1)(1) = -f'(1)$$

$$f'(x) = 9x^2 \Rightarrow f'(1) = 9 \text{ لكن}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h} = -9 \text{ إذن}$$

8)

$$ب- بين الخطوط التقريبية للاقتران $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 4x + 3} = 0$$

لخط التقارب الافقي $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 4x + 3} = \infty$$

فيكون

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x^2 - 4x + 3} = \infty$$

نطوط التقارب الراسية $x = 1$, $x = 3$

الإجابة النموذجية للأسئلة الصح والخطأ

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|----|
| 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| صح | خطأ | خطأ | صح | صح | صح | خطأ | خطأ | خطأ | صح | خطأ | صح | خطأ | صح |

الإجابة النموذجية لأسئلة الاختيار من متعدد

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| د | أ | أ | ب | أ | ج | أ | ب |

انتهت الأسئلة



اسم المقرر : تفاضل وتكامل (1)

رقم المقرر : 5161

مدة الامتحان : ساعتان

عدد الأسئلة : 7

جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النهائي للفصل الاول 1121
2012/2013

اسم الطالب :
رقم الطالب :
تاريخ الامتحان :

نظري

نموذج - أ

عزيزي الطالب، أرجو قراءة جميع الأسئلة والإنتباه إلى التعليمات:

1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة منك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. أجب عن جميع الأسئلة .
3. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) في الجدول المخصص في دفتر الإجابة.
4. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية وأجب على دفتر الإجابة.

السؤال الاول :

(16 علامة)

اجب بـ (نعم) أو (لا) ومن ثم ضع الإجابة في الجدول المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. المتطابقة $\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ صحيحة لكل $x \in R$.

2. اذا كان المنحنى معطى بالمعادلات الوسيطة $x = t$, $y = f(t)$, $0 \leq t \leq \pi$ فإن طول القوس يساوي

$$2\pi \int_0^{\pi} t \sqrt{1 + [f'(t)]^2} dt$$

3. مساحة المنطقة المغلقة $x = 1, x = 0, y = 0, y = 2$ تساوي 2 وحدة مربعة .

4. إن مدى الاقتران $y = \sin^{-1} x$ هو $[-1, 1]$.

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{3x - 3} - 3} = 0$.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x} = 1$.

7. $\int_{-1}^2 x^2 dx > \int_{-1}^2 (x + 2) dx$.

8. منحنى الإقتران $f(x) = x^2 - 4$ والمعرف على الفترة $[0, 4]$ لا يقطع محور السينات .

السؤال الثاني :

(14 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة وضعه في المكان المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. إذا دار الاقتران $y = x^2$ ، $0 \leq x \leq 2$ حول محور x فإن $2\pi \int_0^2 x^2 \sqrt{1+4x^2} dx$ يمثل

أ. طول القوس .

ب. المساحة السطحية .

ج. حجم الجسم الدوراني .

د. غير ذلك .

2. قيمة $\sin^{-1} 1 - \sin^{-1}(-1)$ تساوي:

أ. 2 .

ب. $\frac{\pi}{2}$.

ج. $-\pi$.

د. π .

3. حجم الجسم الذي مساحه قاعدته $A(x)$ ، $a \leq x \leq b$ والعمودية على محور x يساوي:

أ. $\int_a^b A(x) dx$.

ب. $\pi \int_a^b A(x) dx$.

ج. $2\pi \int_a^b A(x) dx$.

د. $\int_a^b A^2(x) dx$.

4. النقاط الحرجة للاقتران $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ المعرفة على الفترة $[2, 5]$:

أ. $\{2, 5\}$.

ب. $\{0, 2\}$.

ج. $\{2, 3, 5\}$.

د. $\{0, 2, 5\}$.

5. إذا كان $f(x) = x^2 + \sin x$ فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ يساوي

أ. 0

ب. 1

ج. -1

د. 2

6. إذا كان $f(x) = \cosh^{-1} x$ فإن $f(2) =$

أ. $\ln(2 + \sqrt{5})$

ب. $\ln(2 + \sqrt{3})$

ج. $2\ln 2$

د. $\ln(2 - \sqrt{3})$

7. مدى الاقتران $y = 2 \sinh^2 x$ يساوي:

أ. $[0, \infty)$

ب. $(0, \infty)$

ج. $(-\infty, \infty)$

د. $(-\infty, 0)$

11 علامة

السؤال الثالث:

أ- جد التكامل التالي $\int \cos(x) e^{\sin x} dx$:

ب- جد مشتقة الاقتران $y = \tanh^{-1}(\sin x)$ ؟

15 علامة

السؤال الرابع:

أ- اكتب التكامل الذي يمثل حجم الجسم S الناتج عن دوران المنطقة المحصورة تحت منحنى الاقتران $y = e^{-x}$ حول محور y دون حساب التكامل.

ب- إذا كان $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & -1 \leq x < 1 \\ 8x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2} & 2 \leq x < 3 \end{cases}$ جد $\int_{-1}^3 f(x) dx$ ؟

13 علامة

السؤال الخامس:

أ- جد التكامل التالي $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx$

ب-

أثبت أن $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ؟

السؤال السادس:

14 علامة

- (8) أ- إذا كان $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ فجد العدد c حيث $1 < c < 3$ الذي يجعل النسبة بين ميلتي منحنىي الاقترانين عند $x = c$ مساوياً للنسبة $\frac{f(3) - f(1)}{g(3) - g(1)}$.

- (6) ب- إذا كان $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ جد $\lim_{x \rightarrow 5} (2f(x-3) - 6)$ ؟

17 علامة

السؤال السابع:

- (10) أ- إذا كانت المساحة المحدودة بالمنحنى $y = ax^2 + 4bx + 5$, $0 < a$ والمستقيم $y = 5$ ، $-2 \leq x \leq 0$ تساوي $\frac{4}{3}$ وحدة مربعة وكانت المساحة بين نفس المنحنى والمستقيم $y = 5 - x$ ، $-3 \leq x \leq 0$ تساوي $\frac{9}{2}$ وحدة مربعة ، فما قيمة كل من a و b ؟

- (7) ب- إذا كان $f(x) = 3x^3 + 2$ ، جد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h}$

انتهت الأسئلة



اسم المقرر : تفاضل وتكامل (1)

رقم المقرر : 5161

مدة الامتحان : ساعتان

عدد الأسئلة : 7

اسم الطالب :

رقم الطالب :

تاريخ الامتحان :

جامعة القدس المفتوحة
اجابة الامتحان النهائي للفصل 1121
2012/2013

نظري

نموذج - أ

عزيزي الطالب، أرجو قراءة جميع الأسئلة والانتباه إلى التعليمات:

1. عبء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. أجب عن جميع الأسئلة.
3. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) في الجدول المخصص في دفتر الإجابة.
4. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية وأجب على دفتر الإجابة.

السؤال الاول :

(16 علامة)

اجب ب (نعم) أو (لا) ومن ثم ضع الإجابة في الجدول المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. المتطابقة $\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ صحيحة لكل $x \in \mathbb{R}$.

2. اذا كان المنحنى معطى بالمعادلات الوسيطة $x = t, y = f(t)$ فإن طول القوس يساوي

$$2\pi \int_0^{\pi} t \sqrt{1 + [f'(t)]^2} dt$$

3. مساحة المنطقة المغلقة $x = 1, x = 0, y = 0, y = 2$ تساوي 2 وحدة مربعة.

4. إن مدى الاقتران $y = \sin^{-1} x$ هو $[-1, 1]$.

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{3x - 3} - 3} = 0$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x} = 1$

7. $\int_{-1}^2 x^2 dx > \int_{-1}^2 (x + 2) dx$

8. منحنى الاقتران $f(x) = x^2 - 4$ والمعرف على الفترة $[0, 4]$ لا يقطع محور السينات.

السؤال الثاني :

(14 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة وضعه في المكان المخصص لذلك في دفتر الإجابة.

1. إذا دار الاقتران $y = x^2$ ، $0 \leq x \leq 2$ حول محور x فإن $2\pi \int_0^2 x^2 \sqrt{1+4x^2} dx$ يمثل

أ. طول القوس .

ب. المساحة السطحية .

ج. حجم الجسم الدوراني .

د. غير ذلك .

2. قيمة $\sin^{-1} 1 - \sin^{-1}(-1)$ تساوي:

أ. 2 .

ب. $\frac{\pi}{2}$.

ج. $-\pi$.

د. π .

3. حجم الجسم الذي مساحه قاعدته $A(x)$ ، $a \leq x \leq b$ والعمودية على محور x يساوي:

أ. $\int_a^b A(x) dx$.

ب. $\pi \int_a^b A(x) dx$.

ج. $2\pi \int_a^b A(x) dx$.

د. $\int_a^b A^2(x) dx$.

4. النقاط الحرجة للاقتران $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ المعرفة على الفترة $[2, 5]$:

أ. $\{2, 5\}$.

ب. $\{0, 2\}$.

ج. $\{2, 3, 5\}$.

د. $\{0, 2, 5\}$.

5. إذا كان $f(x) = x^2 + \sin x$ فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ يساوي

أ. 0

ب. 1

ج. -1

د. 2

6. إذا كان $f(x) = \cosh^{-1} x$ فإن $f(2) =$

أ. $\ln(2 + \sqrt{5})$

ب. $\ln(2 + \sqrt{3})$

ج. $2 \ln 2$

د. $\ln(2 - \sqrt{3})$

7. مدى الاقتران $y = 2 \sinh^2 x$ يساوي:

أ. $[0, \infty)$

ب. $(0, \infty)$

ج. $(-\infty, \infty)$

د. $(-\infty, 0)$

11 علامة

السؤال الثالث:

5)

أ- جد التكامل التالي $\int \cos(x) e^{\sin x} dx$

نستخدم التكامل بالتعويض المباشر

$$\text{let } y = \sin x \Rightarrow dy = \cos x dx$$

$$\int \cos(x) e^{\sin x} dx = \int e^y dy = e^y + c$$

$$\text{إذن } \int \cos x e^{\sin x} dx = e^{\sin x} + c$$

6)

ب- جد مشتقة الاقتران $y = \tanh^{-1}(\sin x)$ ؟

$$\frac{d}{dx} \tanh^{-1}(\sin x) = \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \sec x$$

15 علامة

السؤال الرابع:

5)

أ- اكتب التكامل الذي يمثل حجم الجسم S الناتج عن دوران المنطقة المحصورة تحت منحنى الاقتران $y = e^{-x}$ حول محور y دون حساب التكامل . $0 \leq x \leq 1$

$$V = 2\pi \int_0^1 x e^{-x} dx$$

10)

$$\int_{-1}^3 f(x) dx \quad \text{بـ} \quad f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & -1 \leq x < 1 \\ 8x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2} & 2 \leq x < 3 \end{cases} \quad \text{إذا كان}$$

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 (3x^2 + 5) dx + \int_1^2 (8x - 1) dx + \int_2^3 \frac{3x^2}{(x^3 - 1)^2} dx$$

$$= (x^3 + 5x) \Big|_{-1}^1 + (4x^2 - x) \Big|_1^2 + \int_7^{26} \frac{3x^2}{u^2} \frac{du}{3x^2}$$

$$, as, , u = x^3 - 1, , , x = 2 \Rightarrow u = 7, , , x = 3 \Rightarrow u = 26$$

$$= (6 - (-6)) + [(4(4) - 2) - (4(1) - 1)] + \frac{-1}{u} \Big|_7^{26}$$

$$= 12 + 14 - 3 + \left(\frac{-1}{26} - \frac{-1}{7} \right)$$

$$= 23 + \frac{19}{182}$$

$$= 23.104$$

13 علامة

السؤال الخامس:

5)

$$\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx \quad \text{أـ} \quad \text{جد التكامل التالي}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \sin^{-1} x + C$$

8)

$$\text{بـ} \quad \text{أثبت أن } \sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$y = \sinh^{-1} x \Rightarrow x = \sinh y$$

$$e^y = \frac{e^y}{2} + \frac{e^y}{2} = \frac{e^y}{2} + \frac{e^{-y}}{2} + \frac{e^y}{2} - \frac{e^{-y}}{2} = \cosh y + \sinh y =$$

$$= \sinh y + \sqrt{\sinh^2 y + 1} \quad , \cosh y \geq 1 > 0$$

$$= x + \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

14 علامة

السؤال السادس:

)

- 8 أ- إذا كان $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ فجد العدد c حيث $1 < c < 3$ الذي يجعل النسبة بين ميلتي المنحنيي الاقترانيين عند $x = c$ مساوية للنسبة $\frac{f(3) - f(1)}{g(3) - g(1)}$.

الاقترانيين يحققان نظرية كوشي لأنهما متصلان على الفترة $[1, 3]$ وقابلان للاشتقاق على $(1, 3)$ ، كذلك

$$g'(x) \neq 0 \text{ لجميع قيم } x \text{ في } [1, 3]$$

$$f'(x) = 2x \quad , \quad g'(x) = 3x^2$$

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{2c}{3c^2} = \frac{4}{13}$$

$$\Rightarrow 12c = 26$$

$$\therefore c = 2\frac{1}{6}$$

- 6) ب- إذا كان $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ جد $\lim_{x \rightarrow 5} (2f(x-3) - 6)$ ؟

$$\text{فرض } y = x - 3 \quad , \quad x \rightarrow 5 \Rightarrow y \rightarrow 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (2f(x-3) - 6) = \lim_{y \rightarrow 2} (2f(y) - 6) = 2 \lim_{y \rightarrow 2} f(y) - \lim_{x \rightarrow 5} 6 = 2 \times 5 - 6 = 4$$

السؤال السابع: 17 علامة

- 10) أ- إذا كانت المساحة المحدودة بالمنحنى $y = ax^2 + 4bx + 5$ ، $0 < a$ ، والمستقيم $y = 5$ ، $-2 \leq x \leq 0$ تساوي $\frac{4}{3}$ وحدة مربعة ، وكانت المساحة بين نفس المنحنى والمستقيم $y = 5 - x$ ، $-3 \leq x \leq 0$ تساوي $\frac{9}{2}$ وحدة مربعة ، فما قيمة كل من a و b ؟

$$A_1 = \int_{-2}^0 [5 - (ax^2 + 4bx + 5)] dx = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \left[-a \frac{x^3}{3} - 2bx^2 \right]_{-2}^0 = -\frac{8}{3}a + 8b = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow -8a + 24b = 4 \Rightarrow -2a + 6b = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A_2 = \int_{-3}^0 [5 - x - (ax^2 + 4bx + 5)] dx = \frac{9}{2}$$

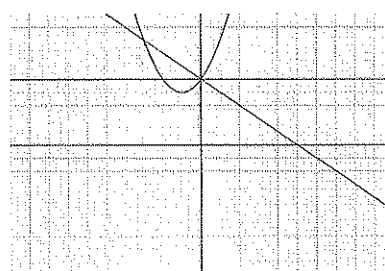
$$\Rightarrow \left[a \frac{x^3}{3} + 2bx^2 + \frac{x^2}{2} \right]_{-3}^0 = -9a + 18b + \frac{9}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 18b - 9a = 0$$

$$\Rightarrow 2b - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 1 \quad , \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\dots\dots\dots (2)$$



- 7) ب-

إذا كان $f(x) = 3x^3 + 2$ ، جد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h}$

sup pose $z = \frac{1}{1+h} \Rightarrow z + zh = 1 \Rightarrow zh = 1 - z$

$\Rightarrow h = \frac{1-z}{z}$, when $h \rightarrow 0$, $z \rightarrow 1$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{f(z) - f(1)}{\frac{1-z}{z}}$

$= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{f(z) - f(1)}{1-z} (\lim_{z \rightarrow 1} z) = -f'(1)(1) = -f'(1)$

لكن $f'(x) = 9x^2 \Rightarrow f'(1) = 9$

إن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{1+h}) - f(1)}{h} = -9$

الإجابة النموذجية للأسئلة الصح والخطأ

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| خطأ | خطأ | خطأ | خطأ | خطأ | صح | خطأ | خطأ |

الإجابة النموذجية لأسئلة الاختيار من متعدد

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| أ | ب | ب | أ | أ | د | ب |

انتهت الأسئلة