اسم المادة : رياضيات منفصلة

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء ♡

أسئلة متنوعة و ملاحظات

الوحدات الثلاث الأولى

رياضيات منفصلة

جامعة القدس المفتوحة

المتتاليات

•	الحسابية	الهندسية
مفهومها	يكون الفرق بين الحد والحد الذي يليه عدد ثابت لكل حدود المتتالية. ويسمى أساس المتتالية	حاصل قسمة الحد التالي على الحد الحالي مقدار ثابت لكل حدود المتتالية. وهو أساس المتتالية
حدها العام (بدلالة الحد السابق)	$X_{n+1} = X_n + a$	$X_{n+1} = a \cdot X_n$
حدها العام (بدلالة أساسها والحد الاول)	$X_n = X_1 + (n-1)a$	$X_n = a^{n-1} \cdot X_1$
مجموع أول ن من حدودها	$S_n = n/2\ (X_1 + X_n)$	$S_n = \frac{X(a^n - 1)}{a - 1}$ If a=1 then $S_n = nX_1$

سؤال: أي المتتاليات التالية حسابية وأيها هندسية

- 3,6,9,12,…..
- 3,6,12,24,……
- 1,-1,1,-1,1,……..
- 8,8,8,8,8,……
- 0.25 , 0.50 , 1 , ……
- 3,6,24,96,…..
- 100 , 50 , 25, 12.5 , 6.25, …..

سؤال: أوجد مجموع أول 10 حدود لكل من المتتاليات التالية:

1) 3,6,9,12,…
2) 3,6,12,24,….

3,6,9,12,…

هي متتالية حسابية حدها الاول =3 وأساسها3 أيضا

$S_n = n/2\ (X1 + Xn)$

لمعرفة الحد العاشر

$X_{10} = X_1 + (n-1)a = 3 + (10-1)3 = 30$, $X_{10} = 30$

$S_n = n/2\ (x_1 + X_{10}) = 10/2\ (3+30) = 165$

3,6,12,24,….

هي متتالية هندسية حدها الاول = 3 وأساسها =2

$$\frac{X(a^n - 1)}{a - 1}$$

$S_{10} = x_1\ (a^n - 1) \ / \ a-1$

$3*(2^{10}-1) / (2-1)$

$3*1023 = 3069$

مجموعات الاعداد

اسم المجموعة	الرمز	الوصف
الاعداد الطبيعية	N	الاعداد الطبيعية الموجبة. عناصرها: 1، 2، 3، .....
الأعداد الصحيحة	Z	هي الاعداد الطبيعية السالبة والموجبة: ....-3،-2،-1،0 ، 0، 1، 2، ......
الاعداد النسبية	Q	كل عدد يمكن كتابته على صيغة كسر أ/ب حيث "ب" عدد صحيح غير الصفر
الاعداد الحقيقية	R	هي الاعداد النسبية وغير النسبية السالبة والموجبة منها: e,π, ، والجذور الموجبة ، $\sqrt{5}$
التخيلية (المركبة)	C	التي تأخذ الصيغة: x+yi حيث: x,y أعداد حقيقية i= $\sqrt{-1}$

الاستنتاج المنطقي

بين صحة الاستنتاج التالي:

أسئلة القويم الذاتي صفحة 79

$A \vee B$

$A \rightarrow C$

$\therefore C \vee B$

This means that:

$[(A \vee B) \wedge (A \rightarrow C)] \rightarrow (C \vee B)$

A	B	C	$(A \vee B)$	$(A \rightarrow C)$	$(A \vee B) \wedge (A \rightarrow C)$	$C \vee B$	$(A \vee B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow C \vee B$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	T	T
F	F	F	F	T	F	F	T

سؤال : **برهن صحة القضية التالية:**

لتكن: $x,y \in IR$ ،

إذا كانت $x \neq y$ فإن $e^y \neq e^x$

P: $x \neq y$

Q: $e^y \neq e^x$

$P \rightarrow Q$ True

~ P: $x = y$

~Q: $e^y = e^x$

$P \rightarrow Q$ تقابل $\sim Q \rightarrow \sim P$

$\sim Q \rightarrow \sim P$

ey = ex

Take (ln) to both sides

ln(ey) = ln(ex)

y=x

we obtain ~P

ln(e)=1

سؤال: إذا كان x,y اعدادا حقيقية موجبة بحيث: $x \neq y$

فإن: $x + y > \frac{4xy}{x + y}$

الحل: بالتناقض: **نفرض العكس : أي أقل أو يساوي بدلا من إشارة أكبر ثم نضرب ضرب تبادلي**

$(x+y)\ (x+y) \leq 4xy$

$X^2 + 2xy + y^2 \leq 4xy$

$X^2 - 2xy + y^2 \leq 0$

$(x-y)\ (x-y) \leq 0$

$(x-y)^2 \leq 0$

وهذا تناقض لأن الناتج عدد موجب او صفر

كما أن $x=y$ يناقض المعطيات أعلاه

سؤال: بين أنه إذا كان $-3x+4>16$ فإن $x<-4$

الحل:

P : $-3x+4 > 16$

~P: $-3x+4 \leq 16$

Q: $x < -4$

~Q : $x \geq -4$

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim Q \Rightarrow \sim P)$$

~Q : $x \geq -4$

$-3x \leq 12$ …………………(ضرب طرفي المتباينة بـ-3)

$-3x+4 \leq 16$ ………………(جمع 4 لكلا الطرفين)

$-3x+4 \leq 16$

سؤال: برهن صحة :

إذا كان 3=1 فإن مربع أي عدد هو عدد سالب

الحل: $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim Q \Rightarrow \sim P)$

P: 3=1

Q : مربع أي عدد هو عدد سالب

~Q : مربع أي عدد هو عدد موجب

We take (3)

$(3)^2 = 9$ .... موجب

خذ الجذر للطرفين

3=3

وهذا يناقض الفرض أعلاه أن 3=1

سؤال: أثبت انه إذا كان x+2 زوجيا فإن x عدد زوجي

سؤال: أثبت انه إذا كان $x+2$ زوجيا فإن x عدد زوجي

P: $x+2$ عدد زوجي ~P: $x+2$ عدد فردي

Q: x عدد زوجي ~Q: x عدد فردي

Take ~Q : $x=2k+1$ عدد فردي

$X = 2k+1$

$X +2 = 2k+1 +2$ بجمع +2 لكلا الطرفين

$X+2 = \underline{2(k+1)} +1$

$X+2 =$ عدد فردي

توصلنا إلى

~P

المجموعات

*سؤال: لتكن x= { 1،{1}،f،{f}،{1،2} }

ناقشْ صحة الجمل التالية: -

1. $1 \in x$ — نعم
2. $\{1\} \in x$ — نعم
3. $2 \in x$ — لا
4. $\{2\} \in x$ — لا
5. $\{1,2\} \in x$ — نعم
6. $\phi \in x$ — لا
7. $\phi \subset x$ — نعم

الاحتواء

سؤال: لتكن $x=\{a,b,c\}$ ، $y=\{a,\{b\},c\}$

- فبين أي الجمل التالية صحيحة:

1. $x=y$ ....
2. $x \subset y$ ....
3. $y \subset x$ ....
4. $\{b\} \subset y$ ....
5. $\{b\} \subset x$ ....

- أكتب مجموعة القوة لـ X أعلاه (كافة المجموعات الجزئية من x)

عدد المجموعات الجزئية = $2^3 = 8$ وهي :-

$X, \phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}$

المجموعة الاستقرائية/ مبدأ الحث:

سؤال: برهن أن: $\frac{6^n - 2^n}{4} \in N^+$

الحل:

$$(1)\ \textbf{we will prove it when}\ n = 1$$

$$so:\ \frac{6-2}{4} = 1$$

$$(2)\ \textbf{we suppose it is true when}\ n = r$$

$$\frac{6^r - 2^r}{4} = K \quad \in N^+$$

$$(3)\ \textbf{prove it when}\ n = r+1$$

$$\frac{6^{r+1} - 2^{r+1}}{4} = \frac{6^r.6^1 - 2^r.2^1}{4} =$$

$$\frac{6^r.(4+2) - 2^r.2^1}{4} = \frac{4*6^r + 2*6^r - 2*2^r}{4} =$$

$$\frac{4*6^r}{4} + 2\frac{6^r - 2^r}{4}$$

$$6^r + 2K \quad \in N^+$$

مستخدما الاستقراء الرياضي أثبت صحة: $(1+2+3+\ldots+n)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$

الحل:

1) we will prove it when $n=1$

$1^2 = 1^3 = 1$ ......it is true when $n=1$

$$**(1+2+3+\ldots+n)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$$

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$$

2) we suppose it is true when $n=r$ $\Rightarrow \left(\frac{r(r+1)}{2}\right)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+r^3$

3) Now Prove it when $n=r+1$

$$\left(\frac{(r+1)(r+2)}{2}\right)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+r^3+(r+1)^3 \ldots\ldots\ldots\ldots(W)$$

take the left hand of W: $1^3+2^3+3^3+\ldots+r^3+(r+1)^3 =$

$$\left(\frac{r(r+1)}{2}\right)^2+(r+1)^3 = \frac{r^2(r+1)^2}{4}+(r+1)^3 =$$

$$\frac{r^2(r+1)^2+4(r+1)^3}{4} = \frac{(r+1)^2(r^2+4(r+1))}{4} =$$

$$\frac{(r+1)^2(r+2)^2}{4} = \left(\frac{(r+1)(r+2)}{2}\right)^2$$ that's the right hand of (W)

مستخدما الاستقراء الرياضي أثبت صحة:

$$\sum_{i=1}^{n}(i)!\,i=(n+1)!-1$$

الحل:

1) we will prove it when $n=1$

$1!*1=(1+1)!-1=1$ ......it is true when $n=1$

2) we suppose it is true when $n=r \Rightarrow \sum_{i=1}^{r}(i)!\,i=(r+1)!-1$

3) Now Prove it when $n=r+1$

$$\sum_{i=1}^{r+1}(i)!\,i=(r+2)!-1 \quad ....(W)$$

take the left hand of W :

$\boxed{1+4+18+....+r!r}+(r+1)(r+1)!$

$(r+1)!-1+(r+1)*(r+1)!=(r+1)!\,(r+1+1)-1=$

$(r+1)!\,(r+2)-1=$

$(r+2)!-1$

that's the right hand

End

تشرين الأول2015

Good Luck