



# اسم المادة : مبادئ التحليل العددي

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

[acadecclub.com](http://acadecclub.com)

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفير وتجميع **كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة** للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

لِلوصول للموقع مباشرة اضغط **هنا**

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

\* التحليل العددي : هو أحد فروع الرياضيات ويربط بين الرياضيات التحليلية والحاسوب ، يستخدم عادة في إيجاد الحلول لبعض المسائل التي لا يمكن حلها باستخدام الرياضيات التحليلية ، حيث تكون النتيجة التي نحصل عليها تقريبية وبما أن الحل تقريبي فهذا يعني وجود نسبة خطأ علينا حسابها .

\*  $2x = 10$  هو محالة الأعداد الحقيقية "R" وفيه المجهول  $x = 5$  وهذا يقسم حل دقيق (حل مطلق)

\* أمانتايج حل المسائل باستخدام الحاسوب يكون تقريبي (حل عددي)

النظام العشري والنظام الثنائي :

□ النظام العشري : نظام الأرقام من (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) جميع هذه الأرقام تدخل ضمن النظام العشري (أصله هندي) .

مثال :  $(102589)_{10}$  هو رقم في النظام العشري .  
 $(99)_{10}$  هو رقم في النظام العشري

□ النظام الثنائي : نظام الأرقام 0 و 1

مثال :  $(1010)_2$  هو رقم في النظام الثنائي

بعض  
 $(1001)_{10}$  هو رقم في النظام العشري

$(549090)_{10}$  هو رقم في النظام العشري .

(10101) لا يستطيع تحديد أي نظام لذلك يجب وضع 10 اعداد 2 اخر الاقواس .

[3] النظام الثلاثي : نظام الاعداد من 0, 1, 2 ويرمز له بالرمز  $(- - -)_3$

مثال : النظام الثلاثي

[4] النظام الثنائي : الاعداد 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ويرمز له بالرمز  $(- - - -)_8$

مثال :- هل العدد  $(51301)_3$  ضمن النظام الثلاثي :-

الإجابة خطأ لأنه يحتوي على العدد 3 والنظام الثلاثي فقط للأرقام 0 و 1 و 2

التحويل من النظام العشري الى النظام الثنائي :-

[1] اذا كان العدد صحيح .

[2] اذا كان العدد اعشري في على شكل كسر

[1] للعدد الصحيح تكون العملية بقسمة العدد على 2 ثم نأخذ باقي القسمة

وننقل الرقم الناتج من اعلى الى اسفل و نكتبه من اليمين الى اليسار .

مثال  $(17)_{10}$  حوله الى نظام  $(- - -)_2$  ثنائي

باقي القسمة

2	17
1	8
0	4
0	2
0	1
1	0

نكتب الباقي من اعلى الى اسفل من اليسار الى اليمين

الناتج اذاً  $(10001)_2$

مثال : حول  $(62)_2$  الى النظام العشري :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 62 \\ \hline & 31 \\ & 15 \\ & 7 \\ & 3 \\ & 1 \\ & 0 \end{array}$$

↓

$$(111110)_2 =$$

٢] اذا كان العدد في النظام العشري هو كسر وليس عدد صحيح فتكون العملية هي الضرب في 2 ثم نأخذ العدد الصحيح الناتج في عملية الضرب وتكرر العملية عدة مرات ونكتب الأعداد من أعلى إلى أسفل ولكن من اليمين إلى اليسار.

مثال  $(0.27)_{10}$  حول الى نظام ثنائي :

$$\begin{array}{l} \text{الحل : } 0.54 = 2 \times 0.27 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 0 \\ 1.08 = 2 \times 0.54 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 1 \\ 0.16 = 2 \times 0.08 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 0 \\ 0.32 = 2 \times 0.16 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 0 \\ 0.64 = 2 \times 0.32 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 0 \\ 1.28 = 2 \times 0.64 \text{ العدد الصحيح الناتج هو } 1 \end{array}$$

↓

(2) →

ونكمل

نكتب العدد من الأعلى للأسفل ومثالها الى اليمين

$$(0.27)_{10} = (0.010001 \dots)_2$$

مهم :-

نلاحظ ان حلول اعداد المنازل في العدد الثنائي اكبر عدد من المنازل في العدد العشري.

الاعداد العشرية التي يمكن تمثيلها بـ  $N$  ثنائيه منتهيه هي التي هيغتتها  $\frac{1}{B}$  حيث

$$2^N = B \text{ و } N \text{ عدد صحيح}$$

(3)

مثال :  $(17.27)_{10}$  حوله لنظام ثنائي .

الحل : . هو ان نجد 17 في النظام الثنائي لوحدة و العدد 0.27 لوحدة اتم نضعهما مع بعض وتكون النتيجة  $(10001.0100010)_2$

التحويل من النظام الثنائي الى النظام العشري .

مثال  $(11101)_2$

نحن نعلم أن

$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$	...
1	2	4	8	16	32	64	128	..

نضع العدد

$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
1	1	1	0	1

$(11101)_2$

$$(1 \times 2^0) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^4) = (29)_{10}$$

$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$	$2^{-6}$	$2^{-7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$

مثال  $(0.001011)_2$

$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$	$2^{-6}$
0	0	0	1	0	11

$(0.001011)_2$

$$(0 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (0 \times 2^{-3}) + (1 \times 2^{-4}) + (0 \times 2^{-5}) + (1 \times 2^{-6}) + (1 \times 2^{-6}) = \left(\frac{7}{64}\right)_{10}$$

\* لا يستطيع كتابة أي عدد كسري بعدة طرق وصيغ بناءً على تحريك الفاصلة العشرية  
يميناً أو شمالاً .

+ نظام الفاصلة المتحركة : الهدف منه تحريك الفاصلة العشرية أقصى اليسار

وشروطه ① يجب أن تكون الفاصلة أقصى اليسار

② يجب أن لا يكون قبل الفاصلة العشرية من جهة اليسار أي أقصى عدد .

③ يجب أن لا يكون على يمين الفاصلة العشرية العدد ٥ .

(مثال : ) 4.5 تكتبها نظام الفاصلة المتحركة  $\Leftarrow 0.45 \times 10^2$

نلاحظ : ④ الفاصلة أقصى اليسار ، ⑤ الأعداد من جهة اليسار ، ⑥ ولا أضواء على يمين الفاصلة .

(مثال )  $0.00073 \Leftarrow 0.73 \times 10^{-3}$  أو  $0.73 E-3$

E نستخدمها للأعداد في ~~نظام~~ النظام العشري فقط .

(مثال )  $(101011)_2 \Leftarrow (0.101011)_2 \times 2^6$

$(321.023)_8 \Leftarrow (0.321023)_8 \times 8^3$

حل مثال 4 صفحة 20

\* لا يستطيع الحاسوب أن يمثل جميع الأعداد بدقة لأن له طول كلمة أو عدد

منازل محدودة وذلك لأسباب فنية في التصميم ومن هنا جاءت

الصيغة التالية ( نظام الفاصلة المتحركة الحاسوب )

$$F(b, P, M_1, M_2).$$



حيث  $b$  قِية القاعدة (ثنائي، عشري، ثلاثي - - - )  
 $P$  طول الجزء البياني للكلمة (عدد الخانات مثلاً طول الجزء البياني  
 للعدد 33 هو 3 - 3 هو 2 )

$M_1$  و  $M_2$  اهم قوة و اكة قوة ،

\* عدد اعداد النظام للصيغة السابقة يعطى بالقانون

$$1 + 2(b-1) \cdot b^{P-1} (M_2 - M_1 + 1)$$

عدد اعداد النظام الناتج فقط عدد فردي ( ~~نصفه~~ نصفه سالبه ونصفه موجب مع الصفر )

النظام  $F(2, 3, 1, 1)$

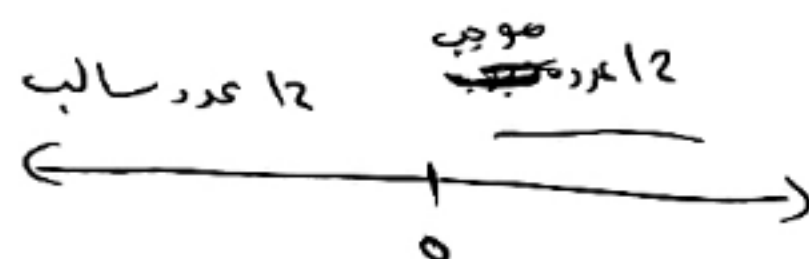
$b = 2$  اي ان النظام هو نظام ثنائي

$P = 3$  اي ان عدد منازل العدد او طول الجزء البياني  $= 3$

$M_1 = 1$  - اهم قوة يأخذها النظام هي  $2^1$

$M_2 = 1$  اكة قوة يأخذها النظام هي  $2^1$

عدد اعداد النظام  $(1 - 1) 2^{3-1} + 2(2 - 1) = 25$  عدد فردي .



12 عدد موجب + 12 عدد سالب + الصفر = 25

مثال كم طول الكلمة في النظام التالي  $F(2, 5, 1, 2)$

الجواب هو ان طول الكلمة  $= 5$  .

(مثال) النظام  $F(3, 5, 2)$

ما هو نوع النظام : الجواب النظام الاعداد الثلاثي  $b=3$   
 ما هي طوره التي : الجواب 5

اما صيغة او شكل العدد يكون  $\pm 0. \text{-----} \times 2^m$  حيث  $m = -1, 2, 5$   
 مخانات

لذلك اذا اطلب منا ايجاد ايه عدد في النظام .

$+ 0. \text{-----} \times 2^2$

وبما ان اكبر عدد في النظام الثلاثي هو 2 و اعلى قوه هي  $2^2$   
 اذا يكون ايه رقم في الصيغة السابقة هو

$+ 0. 22222 \times 2^2$

~~نظام~~

(مثال) النظام  $F(8, 2, -1)$

\* عدد اعداد النظام هي  $(1+1-1) \cdot 8^{2-1} = 1+2(8-1)$

\* اكبر عدد في النظام مكون من خانتين لان  $p=2$  و اعلى قوه هي  $8^1$

\* بما ان نظام ثنائي لان  $b=8$  اذا اكبر رقم هو 7 وعلى يكون ايه عدد هو .

$$(7, 7)_8 = 0.77 \times 8^1$$

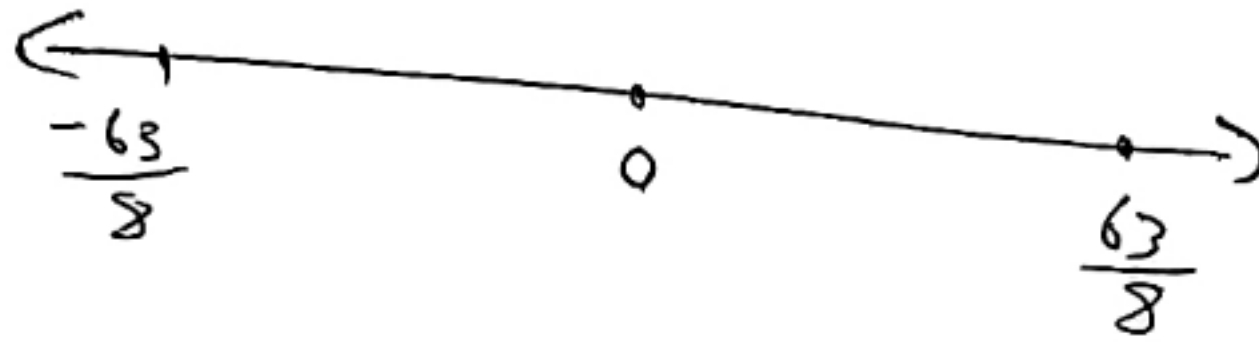
حواله  $(7, 7)_8$  للنظام العشري .

7



$$8^0 \times 7 + 8^{-1} \times 7 = \frac{63}{8} \quad (7.7)$$

إذاً أعلى عدد هو  $\frac{63}{8}$  وعليه أقل عدد هو  $-\frac{63}{8}$



الخطأ الدقيق والخطأ المطلق :-

$X_E$  الحد الدقيق

$X_A$  الحد التقريب

~~الخطأ~~

$$\text{الخطأ} = X_E - X_A$$

$$\text{الخطأ المطلق} = |X_E - X_A|$$

$$\text{الخطأ النسبي} = \frac{X_E - X_A}{X_E}$$

$$X_E \neq 0$$

حل مثال 6 صفح 26 + تدريب 10 صفح 26

## حساب الخطأ في العمليات الحسابية :-

١٠ مصادر الخطأ :-

① بشري

② أخطاء النموذج الرياضي :

(( البئر : هو استخدام عدد محدد من حدود متسلسلة لا نهائية ))

مثال (7) صفه 27

③ أخطاء المعطيات والبيانات

④ غير باني

القريب مثال 8 صفه 29

⑤ القلع (الطور)  $\Rightarrow$  قبول عدد محدد من المنازل تبعاً لما هو مسموح به

حسب تصميم الحاسوب وإهمال ما فوق ذلك ١٢

(( عملية الجمع في الحاسوب ليست تجميعية ))

## حساب قيمة الخطأ

④ الجمع والطرح  $\Rightarrow$  نجمع الخطأين .

⑤ الضرب  $\Rightarrow$  الخطأ الأول  $\times$  المقدار الثاني + الخطأ الثاني  $\times$  المقدار الأول .

⑥ القسمة  $\Rightarrow$   $\left( \frac{\text{الخطأ في المقام}}{\text{قيمة المقام}} \times \frac{\text{الخطأ في البسط}}{\text{قيمة البسط}} \right) \times \text{قيمة المقدم}$  .

نسبة الخطأ المقعارف عليها دائماً هي أقل من واحد صحيح

وتقرب إلى (0.5)  $\Rightarrow$  كيف تقرب الأخطاء بشكل عام

مثال: نسبة الخطأ في العدد 0.045 هي  $\leq 0.0005$

~~الأولى~~

عدد الأصفار تعتمد على عدد منازل العدد وهنا 3 (العشرية) ونعنع 5 في الأخير.

نسبة الخطأ في العدد 16.36  $\leq 0.005$

نسبة الخطأ في العدد 3.1  $\leq 0.05$

نسبة الخطأ في العدد 4  $\leq 0.5$

مثال) احسب قيمة الخطأ ما يلي

$$\frac{15.36 + 27.1}{0.043}$$

نسبة الخطأ للعدد 27.1 هي 0.05  
نسبة الخطأ للعدد 15.36 هي 0.005  
نسبة الخطأ للعدد 0.043 هي 0.0005

أولاً نجد الخطأ في البسط  $\leq$  مجموع نسبة خطأ البسط

$$0.0005 + 0.05 =$$

$$0.055 =$$

نجد قيمة البسط  $\leq 15.36 + 27.1$

$$42.46 =$$

لأننا نستخدم عملية القسمة ولذا نجد المقدار كله في البداية

$$987.44 = \frac{27.1 + 15.36}{0.043}$$

$$\text{نسبة الخطأ} = \left( \frac{0.055}{42.46} + \frac{0.0005}{0.043} \right) \times 987.44$$

لتقليل الأخطاء:

1- طريقة هورنر : فيها يحتاج الى  $n$  من عمليات الجمع و  $n$  من الضرب و نوفر علينا

$(n^2 - n)/2$  من عمليات الضرب

2- استعمال المرافق

مثال 13 صفحة 36

صيغة هورنر هي  $P(x) = ((\dots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots + a_1)x + a_0$

جذور المعادلة التربيعية  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  اذا استخدمنا

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

نحصل في مرافق

مثال (14) صفحة 37

$$\sqrt{7 + \sqrt{7 + \sqrt{7 + \sqrt{7}}}}$$

اد مثال جد

نقرب  $\sqrt{7+x} = x$  ونعبر ~~بالمرفق~~ . نربع الطرفين

$$x^2 = 7 + x \Leftrightarrow x^2 - 7 - x$$

وعند مابق

$$x = \frac{1 + \sqrt{29}}{2} = 3.1926$$