اسم المادة : نظرية الأعداد

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء ♡

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفي للفصل الأول "1171"

2018/2017

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../........./2017

المقرر: نظرية الأعداد
رقم المقرر: 1203 (5262)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الأسئلة: ستة أسئلة

-- نظري --

عزيزي الطالب:
1. عبِّء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الأول: أجب بنعم أو لا واضعاً الإجابة في الجدول رقم (1) على دفتر الإجابة (20 علامة)

1- مجموع العددين الصحيحين $[14,8]$ و $[3,7]$ يساوي $[11,21]$.
2- كل مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الصحيحة تكون حسنة الترتيب.
3- يوجد عدد محدود من الأعداد الأولية.
4- إذا كان a يقسم bc و كان $(a,b)=1$ فإن a يقسم c.
5- تسمى التطابقين الخطيين متكافئين إذا كان لهما نفس مجموعة الحل.
6- $76 \equiv 12 \pmod 8$.
7- إذا كان $(a,m)=d$ و كان d يقسم b فإن للتطابق $ax \equiv b \pmod m$ عدد لا نهائي من الحلول.
8- كل عدد طبيعي أكبر من 1 يقبل القسمة على أحد الأعداد الأولية.
9- عدد المسلمات التي وضعها العالم بيانو لمجموعة الأعداد الطبيعية ستة.
10- $(n,n)\sim(1,1)$ لكل $n \in N$.

السؤال الثاني: اختر الاجابة الصحيحة وضعها في الجدول رقم (2) في دفتر الإجابة (30 علامة)

1- احدى المجموعات التالية ليست حسنة الترتيب
أ- $\{n \in Z \mid n \le -3 \text{ أو } n > 4\}$ ب) $\{n \in Z \mid n \ge -2\}$ ج) $\{n \in Z \mid n \ge 0\}$ د) لا شيء مما ذكر

2- العدد الصحيح $[12,15]$ يساوي
أ) $-[3]$ ب) $[3]$ ج) $[27]$ د) لا شيء مما ذكر

3- العدد $(2314)_5$ يساوي
أ) 334 ب) 433 ج) 330 د) لا شيء مما ذكر

4- الباقي لدى قسمة العدد $81735xy5427$ على 4 يساوي
أ) 1 ب) 3 ج) 2 د) لا شيء مما ذكر

5- عدد الحلول الأساسية للتطابق $16x \equiv 24 \pmod{28}$ يساوي
أ) 1 ب) 4 ج) 8 د) لا شيء مما ذكر

6- إذا كان $a \ne 0, b \ne 0$ فإن $[a,b](a,b)$ يساوي
أ) $|b|$ ب) $|a|$ ج) $|ab|$ د) ab.

7- إذا كان $(a,b)=5$ فإن $(-3a,-3b)$ يساوي
أ) 5 ب) -15 ج) 15 د) لا شيء مما ذكر

8- إحدى المعادلات الديوفنتية التالية غير قابلة للحل
أ) $3x+4y=1$ ب) $20x+35y=15$ ج) $2x+4y=7$ د) لا شيء مما ذكر

9- حاصل ضرب العددين $[6,1]$ و $[3,4]$ يساوي
أ) $[18,4]$ ب) $[3,24]$ ج) $[22,27]$ د) لا شيء مما ذكر

10- النظير الضربي للعدد 6 في المقياس 41 هو
أ) 7 ب) 5 ج) 8 د) لا شيء مما ذكر

11 إذا كان $a \equiv b \pmod m$ و $c \equiv d \pmod m$ فإن
أ) $a+c \equiv b+d \pmod m$ ب) $a-c \equiv b-d \pmod m$ ج) $ac \equiv bd \pmod m$ د) جميع ما سبق

$B \times C = -6i + 12j + 4k$

$\hat{B} = \frac{\vec{B}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$

12- حل المعادلة $3x + 2y = 7$ هو الزوج

أ) $(1,2)$ ب) $(2,1)$ ج) $(1,3)$ د) لا شيء مما ذكر.

13- لكل عدد طبيعي n فإن المضاعف المشترك الأصغر للعددين n و $n+1$ يساوي

أ) 1 ب) $n+1$ ج) $n(n+1)$ د) لا شيء مما ذكر.

14- عناصر صف التكافؤ $[7]$ هي

أ) $\{(k,7+k) | k \in N\}$ ب) $\{(7+k,k) | k \in N\}$ ج) $\{(7+k,1) | k \in N\}$ د) لا شيء مما ذكر.

15- يقبل العدد القسمة على 12 إذا كان

أ) العدد يقبل القسمة على 3 أو 4

ب) مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على 12

ج) العدد يقبل القسمة على كل من 3 و 4

د) لا شيء مما ذكر.

السؤال الثالث: (15 علامة)

أ. أوجد باقي قسمة 9^{100} على 80. (5 علامات)

ب. باستخدام الاستقراء الرياضي اثبت أن $n! > n^2$ لكل $n \geq 4$. (10 علامات)

السؤال الرابع: (15 علامة)

أ. استخدم خوارزمية اقليدس لإيجاد $(361,253)$. (7 علامات)

ب. أوجد كل الحلول الأساسية للتطابق $14x \equiv 42 \pmod{60}$. (8 علامات)

أجب عن أحد السؤالين التاليين

السؤال الخامس: (20 علامة)

أ. أوجد جميع حلول المعادلة $7x + 15y = 63$. (12 علامة)

ب. أكتب الصورة الثمانية للعدد 8921 . (8 علامات)

السؤال السادس: (20 علامة)

أ. برهن أنه إذا كان $(a,b) = 1$ فإن $(a+bu, b) = 1$ لكل عدد صحيح u. (10 علامات)

ب. إذا كان أول يوم في شهر نيسان (ابريل) من سنة ما هو يوم الأحد، فماذا سيكون اليوم الأول من شهر أيلول (سبتمبر) من نفس السنة. (10 علامات)

انتهت الأسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

إجابة الإمتحان النصفي

للفصل الاول 1171

2018/2017

اسم المقرر: نظرية الأعداد
رقم المقرر: 1203 (5262)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: ستة أسئلة

اسم الطالب : ....
رقم الطالب : ....
تاريخ الامتحان: ..../........./2017

--- نظري ---

إجابة السؤال الأول (30 علامة)

اجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×) (20 علامة) (علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحه	لا	لا	لا	نعم	نعم	نعم	نعم	نعم	لا	نعم										

إجابة السؤال الثاني (20 علامة)

اجابة السؤال رقم (2) من نوع (اختيار من متعدد) (30 علامة) (علامتان لكل فرع)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحة	أ	أ	أ	ب	ب	ج	ج	ج	ج	أ	د	أ	ج	ب	ج					

إجابة السؤال الثالث (15 علامة)

أ. (5 علامات)

$$9^2 = 81 \equiv 1 \pmod{80}$$

$$9^{100} = (9^2)^{50} \equiv (1)^{50} = 1 \pmod{80}.$$

باقي قسمة 9^{100} على 80 يساوي 1.

ب. (10 علامات)

(1) عندما $n=4$ فإن $n! = 4! = 24 > 16 = 4^2 = n^2$ ، وهذا يثبت صحة العبارة عندما $n=4$.

(2) نفرض صحة العبارة عندما $n=m$ ، أي أن $m! > m^2$.

(3) نثبت صحة العبارة عندما $n = m+1$. باستخدام الفرض ينتج أن $(m+1)! = (m+1)m! > (m+1)m^2$

وبما أن $m \geq 4$ فإن $m^2 > 2m > m+1$

وينتج من ذلك أن $(m+1)m^2 > (m+1)(m+1) = (m+1)^2$

ونستنتج الأن أن $(m+1)! > (m+1)^2$ وهذا يثبت صحة العبارة عندما $n = m+1$.

ومن قاعدة الاستقراء الرياضي ينتج أن العبارة صحيحة لكل $n \geq 4$.

إجابة السؤال الرابع (15 علامة)

أ. (7 علامات)

$$361 = (253)(1) + 108$$
$$253 = (108)(2) + 37$$
$$108 = (37)(2) + 34$$
$$37 = (34)(1) + 3$$
$$34 = (3)(11) + 1$$
$$11 = (1)(11) + 0$$

ونستنتج من خوارزمية اقليدس أن $(361, 253) = 1$.

$\vec{B} = \frac{\vec{|B|}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$

ب. (8 علامات)

بما أن $2 = (14,60) | 42$ فإننا نستنتج أن هناك حلان أساسيان للتطابق $14x \equiv 42 \pmod{60}$.

نقسم كل معاملات التطابق على 2 فنحصل على التطابق $7x \equiv 21 \pmod{30}$.

بما أن كل من 7 و 21 يقبل القسمة على 7 و $(7,30) = 1$ فإننا نقسم كل من 7 و 21 على 7

فنحصل على التطابق المكافئ $x \equiv 3 \pmod{30}$

ومن هذا نستنتج أن الحلين الأساسيين للتطابق هما 3 , 33 .

أجب عن أحد السؤالين التاليين

إجابة السؤال الخامس (20 علامة)

أ. (12 علامة)

بما أن $(7,15) = 1$ و 1 يقسم 63 فإن المعادلة $7x + 15y = 63$ لها حل و باستخدام خوارزمية القسمة فإن

$$15 = (7)(2) + 1$$
$$(15)(1) - (7)(2) = 1$$
$$(15)(1) + (7)(-2) = 1$$
$$(15)(63) + (7)(-126) = 63$$
$$(7)(-126) + (15)(63) = 63$$

ومن هذا نستنتج أن الزوج $(-126,63)$ هو أحد حلول المعادلة.

مجموعة الحل للمعادلة هي $S = \{(-126-15t , 63+7t) : t \in Z\}$.

ب. (8 علامات) باستخدام القسمة على العدد 8 و كتابة باقي القسمة في العمود الأيمن و ناتج القسمة في العمود الأيسر

8921	
1115	1
139	3
17	3
2	1
0	2

الصورة الثمانية للعدد 8921 هي $(21331)_8$.

إجابة السؤال السادس (20 علامة)

أ. (10 علامات)

بما أن $(a,b) = 1$ فإنه يوجد عددان x , y بحيث أن $ax + by = 1$

نضيف المقدار bux ونطرحه من الطرف الأيسر فنحصل على $(a+bu)x + b(-ux + y) = 1$

و باستخدام نظرية سابقة فإن $(a+bu , b) = 1$.

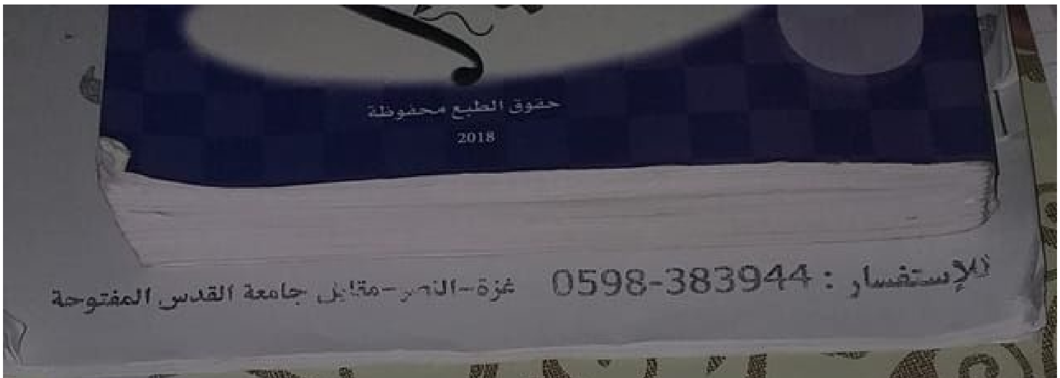
ب. (10 علامات)

نحسب عدد الأيام في الفترة من أول يوم في شهر نيسان (ابريل) وحتى أول يوم في شهر أيلول (سبتمبر) من نفس السنة والتي تتكون من الشهور نيسان (ابريل)، أيار (مايو)، حزيران (يونيو)، تموز (يوليو) و آب (أغسطس) و عدد الأيام يساوي 153يوم.

$$153 = 7(21) + 6$$

و هذا يعني أن أول يوم في شهر أيلول (سبتمبر) سيكون بعد ستة أيام من يوم الأحد (أو يسبقه بيوم واحد) أي يوم السبت.

انتهت الإجابة



بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفي البديل (غير المكتمل)

للفصل الأول "1161"

2017/2016

اسم المقرر: نظرية الأعداد
رقم المقرر: 1203 (5262)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الأسئلة: 6

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

--- نظري---

عزيزي الطالب:
1. عبئ كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الإجابة
3. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية واجب على دفتر الإجابة.

السؤال الأول:اجب بنعم أو لا واضعا الإجابة في الجدول رقم (1) على دفتر الإجابة (20 علامة)

1- كل عدد طبيعي اكبر من 1 يقبل القسمة على احد الأعداد الأولية .
2- العدد 353 عدد أولي .
3- إذا كان $a/c, b/c$ فان $ab7c$.
4- إذا كانت المعادلة الديوفنتية $aX + bY = c$ أولية فإنها تكون غير قابلة للحل .
5- المعادلة الديوفنتية $27X + 4Y = 200$ قابلة للحل .
6- إذا كان $a \equiv b \pmod n$ فان $(a,n) = (b,n)$.
7- العدد 5316985719 يقبل القسمة على 11 .
8 – الصورة الخماسية للعدد 2642 هي $(4103)_5$.
9- العدد 35361828 يقبل القسمة على 12 لأنه يقبل القسمة على 3 ويقبل القسمة على 4.
10- التطابق الخطي $91X \equiv 35 \pmod{280}$ له 7 حلول أساسية .

السؤال الثاني: اختر رمز الإجابة الصحيحة وضعها في الجدول رقم (2) على دفتر الإجابة (30علامة)

1- مجموع العددين الصحيحين $[30,20]$,$[14,9]$ هو
أ- $[44,29]$ ب- $[34,29]$ ج- $[44,20]$ د- $[29,39]$

2- إحدى المجموعات الآتية حسنة الترتيب :
أ- $\{n \in Z : n > 2\}$ ب- Z ج- $\{n \in Z : n \neq 0\}$ د- غير ذلك

3- حاصل ضرب العددين الصحيحين $[7,1]$,$[3,5]$ يساوي :
أ- $[26,38]$ ب- $[21,5]$ ج- $[3,35]$ د- $[10,6]$

4- إذا كان $(a,b) = 7$ فان $(2a,2b)$ يساوي :
أ- 14 ب- 49 ج- 3.5 د- غير ذلك

5- إذا كان n,m عددين صحيحين وكان $(n,m) = 6, nm = 720$,فان $[n,m]$ يساوي:
أ- 120 ب- 6 ج- 1 د- 720

6- إحدى المعادلات الآتية غير قابلة للحل في Z :
أ- $2X + 6Y = 15$ ب- $6X + 12Y = 24$ ج- $15X + 10Y = 30$ د- غير ذلك

7- المعادلة الديوفنتية $80X + 125Y = 1310$ تكافئ المعادلة :
أ- $25X + 16Y = 262$ ب- $16X + 25Y = 1$ ج- $16X + 25Y = 262$ د- غير ذلك

8- باقي قسمة 41^{65} على 7 هو :
أ- 65 ب- 7 ج- 6 د- 41

9- الحل الأساسي للتطابق $27X \equiv 20 \pmod{13}$ هو :
أ- 27 ب- 13 ج- 7 د- 20

10- النظير الضربي للعدد 12 بالمقياس 31 هو :
أ- 1 ب- 12 ج- 13 د- 31

$\vec{B} = \frac{\vec{B}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$

11- الصورة العشرية للعدد $(213)_8$ هي :

أ- 193 ب- 312 ج- 139 د- 213

12- إذا كانت a/b فان $[a,b]$ يساوي :

أ- a ب- (a,b) ج- $|b|$ د- غير ذلك.

13- إذا كان n عددا مؤلفا ، فان n يقبل القسمة على:

أ- عدد أولي يزيد عن $\sqrt{n}$ ب- 2 ج- عدد أولي لا يزيد عن $\sqrt{n}$ د- غير ذلك

14- إذا كان $(a,b)=1$ فان $[a,b]$ يساوي :

أ- $|a|$ ب- $|b|$ ج- $|ab|$ د- غير ذلك.

15- عدد الحلول الأساسية للتطابق $26X \equiv 31 \pmod{169}$:

أ- واحد ب- عدد لانهائي ج- ليس له أي حل أساسي د- اثنان .

السؤال الثالث **(15علامة)**

اثبت بطريقة الاستقراء الرياضي أن $\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1}-1, \forall n \in N$.

السؤال الرابع **(15علامة)**

أوجد حلول التطابق $36X \equiv 6 \pmod{82}$.

اختر احد السؤالين الآتيين

السؤال الخامس **(20علامة)**

اوجد مجموعة جميع حلول المعادلتين الديوفنتيتين آنيا :

$$2X + 3Y - Z = 11$$
$$3X - Y + 2Z = 9$$

السؤال السادس **(20علامة)**

اشترى تاجر تفاحا وبرتقالا بتكلفة كلية مقدارها 53 قرشا. إذا كانت تكلفة حبة التفاح الواحدة 7 قروش ، وتكلفة حبة البرتقال الواحدة 5 قرشا ، فكم حبة من كل نوع اشترى؟ (كون معادلة ديوفنتية ثم حلها) .

انتهت الأسئلة

المقرر: نظرية الأعداد
المقرر: 1203 (5262)
الامتحان: ساعة ونصف
الأسئلة: 6

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة
إجابة الامتحان النصفي البديل(غير المكتمل)
للفصل الاول "1161"
2017/2016

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../.......

-- نظري --

ى الطالب:
1. عبئ كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الإجابة وعلى ورقة الأسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الإجابة الصحيحة للأسئلة الموضوعية (إن وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الإجابة
3. ضع رقم السؤال للأسئلة المقالية واجب على دفتر الإجابة.

جدول رقم (1) (20علامة)

إجابة السؤال رقم (1) من نوع (أجب بنعم أو لا) أو (√ أو ×)

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الصحيحة	نعم	نعم	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا	نعم	نعم

2علامة لكل إجابة صحيحة

جدول رقم (2) (30 علامة)

إجابة السؤال رقم (2) من نوع اختيار من متعدد

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
أ	أ	أ	أ	أ	أ	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج

2علامة لكل إجابة صحيحة

الوحدة رقم الصفحة

السؤال الثالث (15علامة) 1 ص 48

1- صحيحة عند n=1 لان $\sum_{k=0}^{1} 2^k = 2^0 + 2^1 = 3,,, 2^{1+1} - 1 = 3$ (ع4)

2- نفرض صحتها عند n=m أي $\sum_{k=0}^{m} 2^k = 2^{m+1} - 1$ ونبرهن صحتها عند n=m+1 (ع4)

3- $\sum_{k=0}^{m+1} 2^k = \sum_{k=0}^{m} 2^k + 2^{m+1} = 2^{m+1} - 1 + 2^{m+1} = 2.2^{m+1} - 1 = 2^{m+2} - 1$. (ع7)

السؤال الرابع (15علامة) 3 ص 293

بقسمة المعاملات على 2 نحصل على $18X = 3(\text{mod } 41)$ (ع3)

لاحظ ان $(3,41) = 1$ لذا نقسم 18,3 على 3 نحصل على $6X = 1(\text{mod } 41)$ (ع3)

نجد نظير العدد 6 وهو 7 بالكسر المستمر أو أي طريقة أخرى فينتج (ع3)

$X = 7(\text{mod } 41)$ أي ان 7 احد الحلول ومجموعة الحل $S = \{7 + 41k : k \in Z\}$ (ع3)

وحلول التطابق الأساسية هي 7, 48 . (ع3)

اختر احد السؤالين الآتيين

السؤال الخامس (20علامة) 2 ص 189

نحذف z وذلك بضرب الأولى بالعدد 2 ثم جمع المعادلتين نحصل على

$7X + 5Y = 31$ ..(3) , $(7,5) = 1$ وباستخدام خوارزمية الكسر المستمر : (ع5)

2	1

$$\vec{B} = \frac{\vec{AB}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$$

	0	1	2
0	1	1	3

إذا $1 = 7(-2) + 5(3)$ بالضرب في 31 ينتج $7(-62) + 5(93) = 31$ (ع5)

الحل العام للمعادلة (3) هو $(X, Y) = \{(-62-5t, 93+7t) : t \in Z\}$ نعوض في معادلة (1) نحصل على $Z = 144 + 11t$ إذا الحل العام هو

$(X, Y, Z) = \{-62-5t, 93+7t, 144+11t\}$. (ع10)

السؤال السادس **(20علامة)** **2 ص184**

نفرض أن عدد حبات التفاح = x ، وان عدد حبات البرتقال = y

فتكون المسألة هي حل المعادلة الديوفنتية التالية: $7x + 5y = 53$

وبما أن $g.c.d(7,5) = 1$ وان $1|53$ فان للمعادلة حل. (ع5)

$$7 = 5(1) + 2$$
$$5 = 2(2) + 1$$
$$2 = 1(2) + 0$$

so

$$1 = 5 - 2(2)$$
$$1 = 5 - (7-5)(2)$$
$$1 = 5(3) + 7(-2)$$

By multiplying both sides by 53 *we have*

$7(-106) + 5(159) = 53$ *so* $x_0 = -106$, $y_0 = 159$ *is a solution*

all other solutions are $x = -106 + 5t$, $y = 159 - 7t$

(ع10)

نجد الآن قيمة t المناسبة التي تعطي الحل المناسب للمسألة:

إذا لم يشتر تفاحا فان $0 \le -106 + 5t \le 53 \Rightarrow 21.2 \le t \le 31.8$

إذا لم يشتر برتقالا فان $0 \le 159 - 7t \le 53 \Rightarrow 15.1 \le t \le 22.4$

لذلك t = 22 ويكون عندها

$$x = -106 + 5(22) = 4$$
$$y = 159 - 7(22) = 5$$

إذن عدد التفاح = 4 ، وعدد البرتقال = 5. (ع5)

انتهت الإجابة

اسم المقرر: نظرية الاعداد
رقم المقرر: 1203(5262)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6 أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم
جامعة القدس المفتوحة
الامتحان النصفي للفصل الاول "1151"
2015/2016

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../......../........

-- نظري--

عزيزي الطالب:
1. عبيء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول : لكل فقرة علامتان (20 علامة)

أي العبارات التالية صواب (ص) وأيها خطأ (خ) . إكتب الاجابات في جدول رقم (1) .

1) العدد 1 هو مصطلح غير معرف
2) لكل $n \in N$ يوجد تابع واحد فقط $n' \in N$
3) العدد 1 ليس عدد أولي
4) $[8,3] = [6,1]$
5) $[4,3]+[3,4] = [0]$
6) كل مجموعة جزئية غير خالية من مجموعة الاعداد الصحيحة تكون حسنة الترتيب
7) صف التكافؤ $[5]$ يساوي $\{(k,5+k):k\in N\}$
8) العددين 21 ، 91 منفصلين (أوليين نسبياً)
9) كل عدد يقبل القسمة على 2 وعلى 4 يقبل القسمة على 8
10) $a^2 = b^2 (\mathrm{mod}\, n) \Rightarrow a = b (\mathrm{mod}\, n)$

السؤال الثاني : لكل فقرة علامتان (30 علامة)

ضع دائرة حول رمز الاجابة الصواب لكل مما يلي ، ثم إكتب رموز الاجابات الصحيحة في جدول (2) .

1) مجموع العددين الصحيحين $[9,2]$, $[5,8]$ هو
أ) $[14,10]$ ب) $[7,17]$ ج) $[13,11]$ د) غير ذلك

2) العدد الصحيح $[10,3]$ يساوي
أ) $[7]$ ب) $-[7]$ ج) $[13]$ د) غير ذلك

3) احدى المجموعات التالية حسنة الترتيب
أ) $\{n\in Z: n > -4\}$ ب) $\{n\in Z: n < 3\}$ ج) Z د) غير ذلك

4) حاصل ضرب العددين الصحيحين $[7,1]$, $[2,5]$ يساوي
أ) $[19,37]$ ب) $[14,5]$ ج) $[2,35]$ د) غير ذلك

5) إذا كان n عددا مؤلفا فان
أ) n يقبل القسمة على عدد أولي لا يزيد عن $\sqrt{n}$ ب) n يقبل القسمة على 2
ج) n يقبل القسمة على عدد فردي أكبر من 1 د) غير ذلك

6) اذا كان n , m عددين صحيحين ، وكان $nm = 72$, $[n,m] = 12$ فان (n,m) يساوي
أ) 6 ب) 12 ج) 1 د) غير ذلك

7) اذا كان $(a,b) = 10$ فان $(2a,2b)$ يساوي
أ) 20 ب) 100 ج) 5 د) غير ذلك

8) أحد الاعداد التالية أولي
أ) 101 ب) 91 ج) 429 د) غير ذلك

9) احدى المعادلات التالية غير قابلة للحل في Z :
أ) $2x + 14y = 15$ ب) $3x + 6y = 12$ ج) $15x - 10y = 30$ د) غير ذلك

10) إذا كان $ax + by = 1$ حيث a , b , x , y أعداد صحيحة فان
أ) $(a,b) = 1$ ب) $[a,b] = 1$ ج) $ab = 1$ د) غير ذلك

11) يقبل العدد القسمة على 6 اذا كان
أ) يقبل القسمة على 2 أو يقبل القسمة على 3 ب) يقبل القسمة على 2 و يقبل القسمة على 3
ج) مجموع ارقامه يقبل القسمة على 6 د) غير ذلك

12) النظير الضربي للعدد 4 بالمقياس 43 هو
أ) 1 ب) 11 ج) $\frac{1}{4}$ د) غير ذلك

13) اذا كان اول يوم في شهر تموز في احدى السنوات يوم سبت فان أول يوم من شهر ايلول من نفس السنة هو
أ) يوم أحد ب) يوم جمعة ج) يوم خميس د) غير ذلك

$b \times c = -6i + 12j + 4k$

$\vec{B} = \frac{\vec{B}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$

14) اذا كان $x = y \pmod{20}$ فان

أ) $x = y \pmod{7}$ ب) $x = y \pmod{5}$ ج) $x = y \pmod{60}$ د) غير ذلك

15) باقي قسمة العدد $53472xy4d75$ على 4

أ) 5 ب) 3 ج) 1 د) غير ذلك

السؤال الثالث : (15 علامة)

أراد سعيد أن يشتري 100 كتاب بـ 100 دينار من مكتبة فيها ثلاثة أنواع من الكتب (رياضيات ، فيزياء ، تاريخ) ، فإذا كان ثمن كتاب الرياضيات 5 دنانير وثمن كتاب الفيزياء 3 دنانير وثمن كل ثلاثة كتب تاريخ دينارا واحدا . فكم كتابا من كل نوع يجب ان يشتري (أوجد كل الحلول الممكنة)

السؤال الرابع : (15 علامة)

أوجد الحلول الاساسية للتطابق $36x = 6 \pmod{82}$

ملاحظة مهمة : أجب فقط عن أحد السؤالين التاليين

السؤال الخامس : كل فرع 10 علامات (20 علامة)

أ) أثبت بالاستقراء الرياضي ان $\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$ لكل عدد طبيعي n

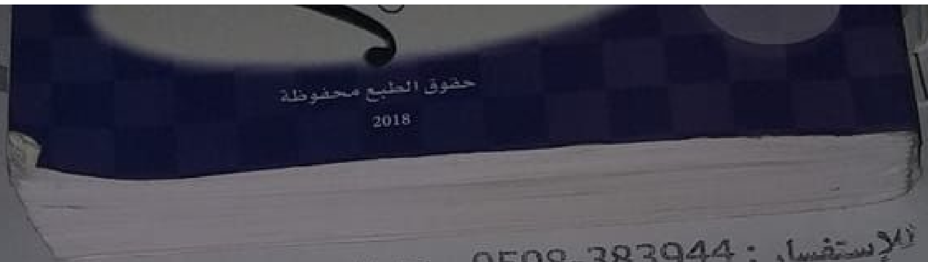
ب) استخدم خوارزمية اقليدس لايجاد (357 , 629)

السؤال السادس : كل فرع 10 علامات (20 علامة)

أ) أثبت ان عملية الجمع على N تحقق خاصية التجميع .

ب) أوجد جميع قيم m الموجبة بحيث ان $1001 = 830 \pmod{m}$

انتهت الأسئلة



اسم المقرر: نظرية الاعداد
رقم المقرر: 1203(5262)
مدة الامتحان: ساعة ونصف
عدد الاسئلة: 6 أسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة
إجابة الامتحان النصفي
للفصل الاول "1151"
2015/2016

اسم الطالب: ....
رقم الطالب: ....
تاريخ الامتحان: ..../........./........

-- نظري --

السؤال الاول : كل فقرة علامتان (20 علامة)

الرقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الاجابة	ص	ص	ص	ص	ص	خ	خ	خ	خ	خ

السؤال الثاني : كل فقرة علامتان (30 علامة)

الرقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
الاجابة	أ	أ	أ	أ	أ	أ	أ	أ	أ	أ	ب	ب	ب	ب	ب

السؤال الثالث : (15 علامة)

أراد سعيد أن يشتري 100 كتاب بـ 100 دينار من مكتبة فيها ثلاثة أنواع من الكتب (رياضيات ، فيزياء ، تاريخ) ، فإذا كان ثمن كتاب الرياضيات 5 دنانير وثمن كتاب الفيزياء 3 دنانير وثمن كل ثلاثة كتب تاريخ دينارا واحدا . فكم كتابا من كل نوع يجب ان يشتري (أوجد كل الحلول الممكنة)

الحل : (الوحدة الثانية ص 190 ، 211)

$$x+y+z=100$$

$$5x+3y+\frac{1}{3}z=100 \Rightarrow 15x+9y+z=300$$

بطرح المعادلتين نحصل على : $14x+8y=200$ وبالقسمة على 2 نجد ان $7x+4y=100$ .... (*)

لاحظ ان (0 , 25) هو احد الحلول للمعادلة (*) وبالتالي فان الحل العام لها

$$(x, y)=\{(-4t, 25+7t) : t\in Z\}$$

وبالتعويض نحسب $z=75-3t$ وعليه فان الحل العام للنظام

$$(x, y, z)=\{(-4t, 25+7t, 75-3t) : t\in Z\}$$

ولايجاد حلول غير سالبة نحل نظام المتباينات $-4t\geq 0$, $25+7t\geq 0$, $75-3t\geq 0$

ينتج القيم $t=-1$ or $t=-2$ or $t=-3$

ويقابلها $(x, y, z)=\{(4, 18, 78), (8, 11, 81), (12, 4, 84)\}$

السؤال الرابع : (15 علامة)

أوجد الحلول الاساسية للتطابق $36x=6 \pmod{82}$

الاجابة : (الوحدة الثالثة)

با لقسمة على 2 نحصل على التطابق المكافىء $18x=3 \pmod{41}$ وبقسمة 18 ، 3 على 3 نحصل على التطابق المكافىء $6x=1 \pmod{41}$ وبالضرب في 7 " نظير 6 في المقياس 41 " نحصل على $x=7 \pmod{41}$

مجموعة الحل $S=\{7+41k : k\in Z\}$ الحلول الاساسية 7 ، 48

$\vec{B} = \frac{\vec{AB}}{B} = \frac{2i+3j+2k}{\sqrt{4+9+4}}$

ملاحظة مهمة : أجب فقط عن أحد السؤالين التاليين :

السؤال الخامس : كل فرع 10 علامات (20)

أ) أثبت بالاستقراء الرياضي ان $\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$ لكل عدد طبيعي n

الحل : (الوحدة الاولى ص 48)

at $n = 1$, $\sum_{0}^{1} 2^k = 1 + 2 = 3 = 2^{1+1} - 1$

Assume that it is true at $n = m$, that is $\sum_{0}^{m} 2^k = 2^{m+1} - 1$

Now at $n = m+1$, $\sum_{0}^{m+1} 2^k = \sum_{0}^{m} 2^k + 2^{m+1} = 2^{m+1} - 1 + 2^{m+1} = 2^{m+2} - 1$

ب) استخدم خوارزمية اقليدس لايجاد (357 , 629)

الحل : (الوحدة الثانية ص 144)

$629 = (357)(1) + 272$

$357 = (272)(1) + 85$

$272 = (85)(3) + 17$

$85 = (17)(5) + 0$

اذن $(357 , 629) = 17$

السؤال السادس : كل فرع 10 علامات (20)

أ) أثبت ان عملية الجمع على N تحقق خاصية التجميع .

الحل : (الوحدة الاولى ص 11)

let $S = \{ r \in N : (n+m) + r = n + (m+r) \}$

$(n+m) + 1 = (n+m)' = n + m' = n + (m+1) \Rightarrow 1 \in S$

Assume that $r \in S$, then $(n+m) + r = n + (m+r)$

now $(n+m) + r' = ((n+m) + r)' = (n + (m+r))'$

$= n + (m+r)' = n + (m+r')$ then $r' \in S$

$\therefore \quad S = N$

ب) أوجد جميع قيم m الموجبة بحيث ان $1001 = 830 \pmod m$

الحل : (الوحدة الثالثة ص 250 , 316)

بما ان $1001 = 830 \pmod m$ فان m تقسم $(1001 - 830)$

اذن m تقسم 171 ولكن $171 = (3^2)(19)$

اذن $m = 1, 3, 9, 19, 57, 171$

انتهت الأجابة