اسم المادة : تفاضل وتكامل 1

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء

اسم المقرر: تفاضل و تكامل1	بسم الله الرحمن الرحيم	اسم الدارس: ....
رقم المقرر: 5161	جامعة القدس المفتوحة	رقم الدارس: ....
مدة الامتحان: ساعة ونصف	الامتحان النصفي للفصل الأول "1091"	تاريخ الامتحان: 6/11/2009
عدد الاسئلة: خمسة أسئلة	2010 / 2009	

عزيزي الدارس:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الاول: (30 علامة)

ضع كلمة (نعم) لكل عبارة صحيحة و كلمة (لا) لكل عبارة خاطئة و ذلك في جدول رقم (1) في دفتر الإجابة .

1) $\lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{x-\sqrt{2}}{x^2-2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

2) $\lim_{x\to5} 9 = \lim_{x\to8} 9$

3) الاقتران $f(x) = x^2 - 2x + 3$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[0, 3]$.

4) قيمة التكامل $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{2\ln 2} dx$ تساوي $\ln 2$

5) إذا كان $f(x) = \sin(\tan x^2)$ فإن $f'(x) = \cos(\tan x^2)\sec^2 x^2$

6) قيمة $\lim_{x\to0} \frac{\sin x}{\tan x} = 1$.

7) منحنى الإقتران $f(x) = x^2 - 4$ والمعرف على الفترة $[0,4]$ لا يقطع محور السينات

8) $\lim_{x\to0} \frac{1-e^x}{x} = 1$

9) تسمى المعادلة $(y^3+1)dy - (\sin x)dx = 0$ معادلة تفاضلية .

10) إذا كانت $x = f(y) = y^2$ فان $\int_0^2 y^2 dy = \int_0^4 \sqrt{x} dx$

السؤال الثاني (20 علامة)

(أ) جد النهاية التالية في حالة وجودها $\lim_{x\to15} \frac{\sqrt{x-6}-3}{x-15}$

(6 علامات)

(ب) استخدم تعريف النهاية $\in$, δ لإثبات أن $\lim_{x\to3} 7 - \frac{1}{3}x = 6$

(6 علامات)

(ج) أثبت انطباق نظرية القيمة المتوسطة على الإقتران $f(x) = \sqrt{x+1}$ في الفترة $[3,24]$ ، ثم جد قيمة c التي تعنيها النظرية .

(8 علامات)

السؤال الثالث	(30 علامة)

(أ) إذا كان لديك المعادلة $xy - x^2 + y^2 = 1$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ ومن ثم جد معادلة المماس عند النقطة $(1,1)$

(10 علامات)

(ب) جد المشتقة الأولى للإقترانات التالية :

(1) $f(x) = (5x^2 - x + 5)^{\frac{1}{3}}$ ، (2) $f(x) = \sec\sqrt{x+1}$

(10 علامات)

(ج) جد التكاملات التالية

1) $\int x\tan x^2 \sec^2 x^2 dx$

2) $\int_0^1 \frac{1}{(4+3x)^2} dx$

(10 علامات)

اختر احد السؤالين التاليين

السؤال الرابع	(20 علامة)

أ) بين الخطوط التقاربية للاقتران $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$

(12 علامة)

ب) جد المساحة المحصورة بين منحنى $y = x^2 + 3x + 4$ ومحور x , $x = 1, x = -1$

(8 علامات)

السؤال الخامس	(20 علامة)

أ) جد قيمة التكامل $\int_1^3 \frac{1}{3+x^2} dx$

(12 علامة)

ب) احسب قيمة النهاية التالية:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x+1-\sec x}{x^2}$$

(8 علامات)

انتهت الاسئلة

مع تمنياتنا للجميع بالنجاح

$$1)\ \lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{x-\sqrt{2}}{x^2-2}=\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{(x-\sqrt{2})}{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}=\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{1}{(x+\sqrt{2})}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$2)\ \lim_{x\to5}9=\lim_{x\to8}9$$

$$3)\ f(x)=x^2-2x+3$$

$$f(0)=0^2-2(0)+3=3$$

$$f(3)=3^2-2(3)+3=6$$

$$\therefore f(0)=3\neq f(3)=6$$

$f(0)=3\neq f(3)=6$ الاقتران معرف على الفترة [0,3] ومتصل وقابل للاشتقاق لأنه كثير حدود ولكن

$\therefore$ لا يحقق شروط نظرية رول

$$4)\ \int_0^{\ln 2}\frac{1}{2\ln 2}dx=\frac{1}{2\ln 2}[\ln 2-0]==\frac{\ln 2}{2\ln 2}=\frac{1}{2}$$

$$5)\ f(x)=\sin(\tan x^2)\Rightarrow f'(x)=2x\cos(\tan x^2)\sec^2 x^2$$

$$6)\ \lim_{x\to0}\frac{\sin x}{\tan x}=\lim_{x\to0}\frac{\cos x}{\sec^2 x}=\frac{\cos 0}{\sec^2 0}=\frac{1}{1}=1$$

$$7)\ f(x)=x^2-4 \qquad [0,4]$$

$$f(0)=0^2-4=-4 \quad ,f(4)=4^2-4=12 \qquad \therefore f(0).f(4)<0$$

$\therefore$ يحقق شروط بلزانو يوجد نقطة تقطع محور السينات

$$8)\ \lim_{x\to0}\frac{1-e^x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{-e^x}{1}=\frac{-e0}{1}=-1$$

....

التعليق [a1]: أ

Q2)

$$\lim_{x\to15}\frac{\sqrt{x-6}-3}{x-15}=\lim_{x\to15}\frac{\sqrt{x-6}-3}{x-15}\cdot\frac{\sqrt{x-6}+3}{\sqrt{x-6}+3}=\lim_{x\to15}\frac{x-6-5}{(x-15)(\sqrt{x-6}+3}$$

$$=\lim_{x\to15}\frac{x-15}{(x-15)(\sqrt{x-6}+3}=\lim_{x\to15}\frac{1}{(\sqrt{x-6}+3)}=\frac{1}{(\sqrt{15-6}+3)}=\frac{1}{(\sqrt{9}+3)}=\frac{1}{6}$$

التعليق [a2]: ب

Q2)

$$\lim_{x\to3}7-\frac{1}{3}x=6$$

$$0<|x-3|<\delta\Rightarrow\left|7-\frac{1}{3}x-6\right|<\in$$

$$\left|7-\frac{1}{3}x-6\right|<\in\Rightarrow\left|1-\frac{1}{3}x\right|<\in\Rightarrow\frac{1}{3}|3-x|<\in\Rightarrow|3-x|<3\in\ \therefore 3\in=\delta\Rightarrow\in=\frac{\delta}{3}$$

التعليق [٢a]: ج

Q2)

$$f(x)=\sqrt{x+1} \qquad [3,24]$$

$$f(3)=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2 \qquad f(24)=\sqrt{24+1}=\sqrt{25}=5 \qquad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$\therefore f'(c)=\frac{f(24)-f(3)}{24-3}=\frac{1}{2\sqrt{c+1}}$$

$$=\frac{5-2}{24-3}=\frac{1}{2\sqrt{c+1}} \Rightarrow \frac{3}{21}=\frac{1}{2\sqrt{c+1}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{c+1}}{1}=\frac{7}{1} \Rightarrow 4(c+1)=49 \Rightarrow c+1=\frac{49}{4}$$

$$c+1=\frac{49}{4} \Rightarrow c=\frac{49}{4}-1 \Rightarrow c=\frac{45}{4}=11.25 \therefore c=11.25$$

....

التعليق [٤a]: أ

)Q3

$$xy-x^2+y^2=1 \qquad \frac{dy}{dx}$$

$$xy'+y-2x+2yy'=0 \Rightarrow xy'+2yy'=2x-y \Rightarrow y'=\frac{dy}{dx}=\frac{2x-y}{x+2y}$$

$$y'|_{(1,1)}=\frac{2(1)-1}{1+2(1)}=\frac{2-1}{1+2}=\frac{1}{3}$$

$$\therefore y-1=\frac{1}{3}(x-1)=y=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}+1 \Rightarrow y=\frac{x}{3}+\frac{2}{3}$$

التعليق [٥a]: (ب)(١)

Q3

$$f(x)=(5x^2-x+5)^{\frac{1}{3}} \qquad f'(x)=\frac{1}{3}(5x^2-x+5)^{-\frac{2}{3}}(10x-1)=f'(x)=\frac{(10x-1)}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+5)^2}}$$

التعليق [٦a]: (ب)(٢)

Q3

$$f(x)=\sec\sqrt{x+1} \qquad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}(\tan\sqrt{x+1}\sec\sqrt{x+1})$$

التعليق [٧a]: (ج) (١)

Q3

$$\int x\tan x^2\sec^2 x^2dx \qquad u=\tan x^2 \Rightarrow du=2x\sec^2 x^2dx \Rightarrow dx=\frac{du}{2x\sec^2 x^2}$$

$$\int x \quad u\sec^2 x^2\frac{du}{2x\sec^2 x^2}=\int\frac{u}{2}du=\frac{1}{2}\int udu=\frac{1}{2}.\frac{u^2}{2}=\frac{u^2}{4}=\frac{(\tan x^2)^2}{4}$$

التعليق [٨a]: (ج) (٢)

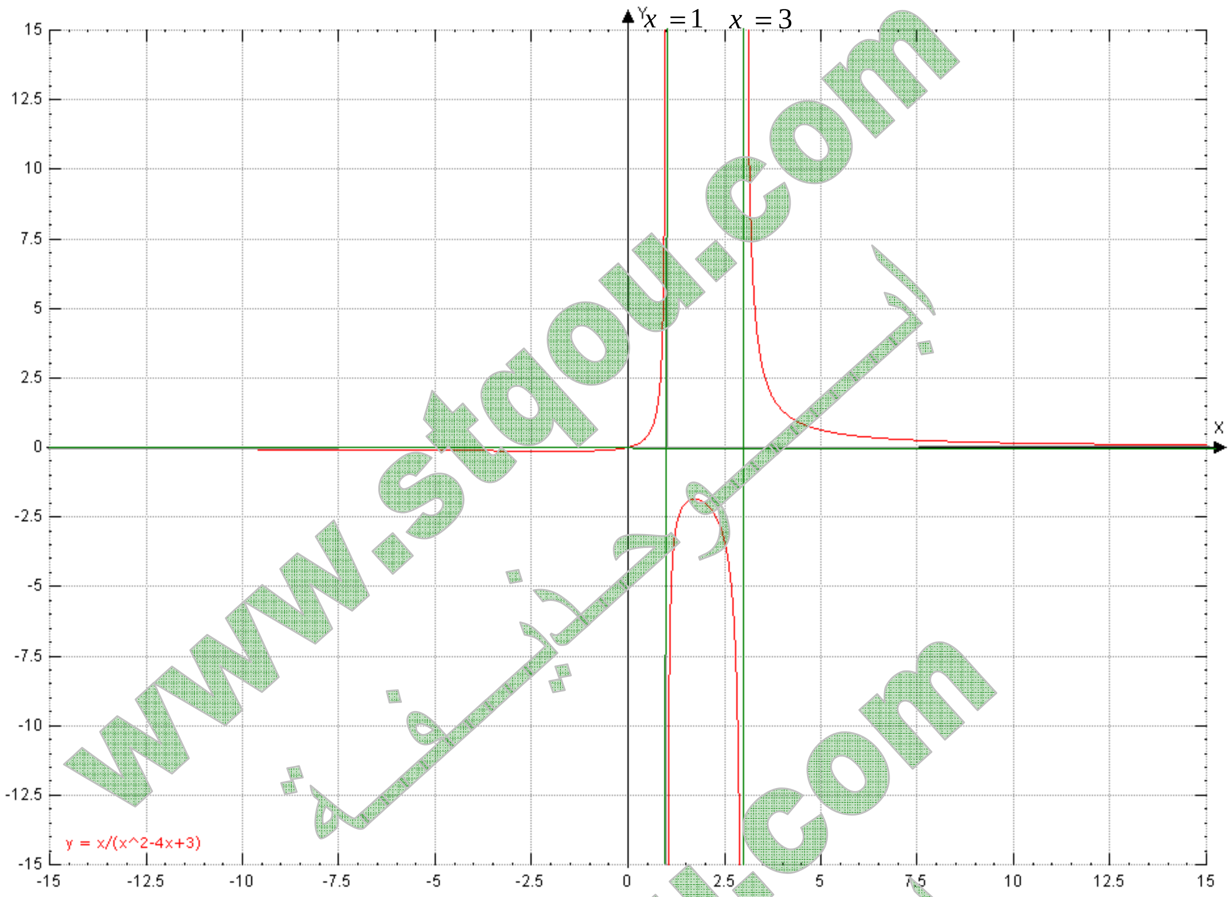
Q3

$$\int_0^1\frac{1}{(4+3x)^2}dx=\int_{0+4}^{1+4}\frac{1}{(4+3x-4)^2}dx=\int_4^5\frac{1}{(3x)^2}dx=\int_4^5\frac{1}{9x^2}dx=\frac{1}{9}\int_4^5\frac{1}{x^2}dx=\frac{1}{9}\int_4^5x^{-2}dx=$$

$$=-\frac{1}{9}\left[x^{-1}\right]_4^5=-\frac{1}{9}\left[\frac{1}{x}\right]_4^5=\frac{1}{9}\left[\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right]=-\frac{1}{180}$$

التعليق [a٩]: أ

Q4



$y = 0$

من الرسم نلاحظ أن الخطوط التقاربية العمودية هي $x=3$ و $x=1$

أما الخطوط التقاربية الأفقية فنلاحظ خطا واحدا هو $y = 0$

....

التعليق [a١٠]: ب

Q4

$$\int_{-1}^{1}(x^2+3x+4)dx = \left(\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-1}^{1}$$

$$=\frac{(1)^3}{3}+\frac{3(1)^2}{2}+2(1)-\left[\frac{(-1)^3}{3}+\frac{3(-1)^2}{2}+2(-1)\right]$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+2-\left[\frac{-1}{3}+\frac{3}{2}-2\right]=\frac{2}{3}+4=\frac{14}{3}$$

التعليق [a١١]: أ

Q5

$$\int_0^1 \frac{1}{3+x^2}dx = \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{1}{1+\frac{1}{3}x^2}dx =$$

نفرض $\frac{1}{3}x^2 = \tan^2 u \Rightarrow x^2 = 3\tan^2 u \Rightarrow x = \sqrt{3\tan^2 u} \Rightarrow x = \sqrt{3}\tan u \Rightarrow dx = \sqrt{3}\sec^2 u du$

$$\therefore \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{1}{1+\tan^2 u}dx = \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{1}{1+\tan^2 u}\sqrt{3}\sec^2 u \, du = \frac{1}{3}\int_0^1 \frac{\sqrt{3}\sec^2 u}{\sec^2 u}du$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^1 \sqrt{3}du = \frac{\sqrt{3}}{3}\int_0^1 1du = \frac{\sqrt{3}}{3}[1-0] = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

التعليق [a١٢]: ب

Q5

يا ريت إذا ممكن تحلووو