بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة القدس المفتوحة

الامتحان النصفي للفصل الأول "1091"

2010/2009

م المقرر: تفاضل وتكامل (1)

م المقرر: 5161

ة الامتحان: ساعة ونصف

د الاسئلة: 6

اسم الدارس: ....

رقم الدارس: ....

تاريخ الامتحان: ..../ ..../2009

-- نظري --

زي الدارس:
1. عبىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.
4. يسمح استعمال الالة الحاسبة.

السؤال الاول: (30 علامة)

ضع إشارة (√) أمام العبارة الصحيحة و(X) أمام الخاطئة ، و انقل إجابتك إلى الجدول المخصص في دفتر الاجابة.

1. الاقتران: $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ متصل عند $x=2$.   (   )
2. كل اقتران متصل عند نقطة قابل للاشتقاق عندها.   (   )
3. $\frac{dx}{dy}$ للمعادلة $y=\sqrt{\frac{x}{4}}$ هو: $(8y)$.   (   )
4. اذا كان : $f(x)=\sec^3 x^2$ ، فإن: $f'(x)=6x\tan x^2\cdot\sec^3 x^2$.   (   )
5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$ غير موجودة.   (   )
6. اذا كانت $f'(c)=0$ فانه يجب ان يكون للاقتران $f(x)$ قيمة قصوى محلية عند $x=c$.   (   )
7. تكون c نقطة انعطاف أفقي اذا كانت $f'(c)=0$ و $f''(c)=0$.   (   )
8. لمنحنى الاقتران $y=\frac{2x}{x-1}$ يوجد خط تقاربي افقي هو $y=0$ ، وخط تقاربي راسي هو $x=1$.   (   )
9. $\int_0^1\left(x^2+\sqrt{x}+1\right)dx=2$ (   )
10. $\int \sin x\cdot\cos x \;\; dx=\frac{1}{2}\sin^2 x+c$ (   )

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
الصحيحة	×	×	√	√	×	×	√	×	√	√										

السؤال الثاني: (16 علامة)

1. استخدم تعريف النهاية لاثبات ان :

$$\lim_{x\to 3}(5x-3)=12$$

2. جد نهاية المقدار:

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$$

الحل: نضرب بالمرافق

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}\cdot\frac{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{2+h-2}{h(\sqrt{2+h}+\sqrt{2})}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{2+h}+\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

السؤال الثالث: **(18 علامة)**

1. جد ميل المماس عند النقطة $(2,0)$ **للمعادلة :** $2x^2 - x^2y + 2y^3 = 8$.

الحل : بالاشتقاق الضمني للمعادلة يكون:

$$4x - 2xy - x^2y' + 6y^2y' = 0$$

$$(6y^2 - x^2)y' = -4x + 2xy \qquad \Rightarrow \qquad y' = \frac{-4x + 2xy}{6y^2 - x^2}$$

حيث y' **هي ميل المماس ، وعند النقطة** $(2,0)$ **يكون:**

$$y' = \frac{-8}{-4} = 2$$

2. باستخدام التفاضلية, جد قيمة تقريبية للمقدار : $\cos 61^\circ$

الحل:

$$f(x) = \cos x \quad , \quad x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore\ f(x) = \cos 60 = 0.5$$

$$\therefore\ \Delta x = (61 - 60) \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{180}$$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$\Delta y \approx f'(x)\Delta x$$

$$= -\sin 60^o \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = -0.0151$$

$$\therefore \cos 61 = y + \Delta y = 0.5 + (-0.0151) = 0.4849$$

السؤال الرابع: **(20 علامة)**

حدد فترات التزايد والتناقص, والقيم القصوى, وفترات التقعر للأعلى ولأسفل, ونقاط الانعطاف (ان وجدت) لمنحنى الاقتران:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$$

الحل:

نوجد النقاط الحرجة باستخدام المشتقة الاولى:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1 \quad , \quad 2$$

ومن المشتقة الثانية : $f''(x) = 12x - 6$

نعوض عن النقاط الحرجة في المشتقة الثانية فنحصل على :

1. $x = -1, \qquad \Rightarrow \qquad f''(-1) = -18 < 0$

$\therefore$ **للاقتران قيمة عظمى عند** $x = -1$ **وتساوي** $f(-1) = 14$

2. $x = 2, \qquad \Rightarrow \qquad f''(2) = 18 > 0$

$\therefore$ **للاقتران قيمة صغرى عند** $x = 2$ **وتساوي** $f(2) = -11$

$\therefore$**فترات التزايد** $(-\infty,-1) \cup (2,\infty)$

فترة التناقص(1,2-)

لايجاد نقاط الانعطاف نضع: $f''(x) = 0$ **فيكون:**

$$f''(x) = 12x - 6 = 0$$

$$x = 1/2$$

نقسم الى فترات ونعوض في المشتقة الثانية فنجد:

التقعر لأسفل $(-\infty, 1/2)$

التقعرلاعلى $(1/2, \infty)$

$\therefore$ **نقطة الانعطاف هي:** $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

أجب عن سؤال واحد فقط من السؤالين التاليين:

السؤال الخامس: (16 علامة)

احسب التكاملات الاتية:

-1 $\int_1^6 \frac{x+2}{\sqrt{x+3}}\,dx$ **الحل: نفرض ان:**

$$u = x+3 \quad \Rightarrow \quad \therefore du = dx$$
$$x = u-3$$
$$x = 1 \Rightarrow u = 4 \quad , \quad x = 6 \Rightarrow u = 9$$
$$\int_1^6 \frac{x+2}{\sqrt{x+3}}\,dx = \int_4^9 \frac{(u-3)+2}{\sqrt{u}}du = \int_4^9 (u-1)\cdot u^{-\frac{1}{2}}du =$$
$$= \int_4^9 \left(u^{\frac{1}{2}} - u^{-\frac{1}{2}}\right)du = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}\Big]_4^9 = 10.66$$

-2 **اثبت أن:** $\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$

الحل:-

نفرض أن

$$x = a\tan u$$
$$dx = a\sec^2 u\,du$$
$$\therefore \int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \int \frac{a\sec^2 u\,du}{a^2\tan^2 u + a^2} = \frac{1}{a}\int \frac{\sec^2 u\,du}{\sec^2 u} =$$
$$= \frac{1}{a}\int du = \frac{1}{a}u + c = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$$

السؤال السادس: (16 علامة)

-1 **احسب التكامل:** $\int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}\,dx$

الحل:-

$$\int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}\,dx = \int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{2}x)^2}}dx$$

$$let: \quad \sqrt{2}x = \sin u \quad \Rightarrow \therefore dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos u\,du$$

$$\therefore \int \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{2}x)^2}}dx = \int \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\cos u\,du}{\sqrt{1-\sin^2 u}} = \int \frac{1}{\sqrt{2}}du = \frac{1}{\sqrt{2}}u = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin^{-1}(\sqrt{2}x)$$

$$\therefore \int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}\,dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin^{-1}(\sqrt{2}x)\Big]_0^{0.5} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{4} - 0\right) = 0.555$$ **ناخذ التقدير الدائري**

2- اذا كان : $f(x)=c$ (حيث c ثابت) معرفا على الفترة $[1,5]$,

اوجد مجموع ريمان للاقتران $f(x)$. ثم احسب : $\int_1^5 f(x)dx$

الحل:

ناخذ التجزئة المنتظمة: $\sigma_n=\left\{x_r : x_r = 1+\frac{5-1}{n}r; r=0,1,2,3,.........n\right\}$

ولتكن: $x_r = x_r^*$

$$\therefore S=\frac{5-1}{n}\sum_{r=1}^{n} f(x_r^*)=\frac{4}{n}\sum_{r=1}^{n} c=\frac{4}{n}(cn)=4c$$

$$\therefore \int_1^5 f(x)dx=\lim_{n\to\infty} S=\lim_{n\to\infty} 4c=4c$$

انتهت الاسئلة