اسم المادة : نظرية الأعداد

تجمع طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية - جامعة القدس المفتوحة

acadeclub.com

وُجد هذا الموقع لتسهيل تعلمنا نحن طلبة كلية التكنولوجيا والعلوم التطبيقية وغيرها من خلال توفيروتجميع كتب وملخصات وأسئلة سنوات سابقة للمواد الخاصة بالكلية, بالإضافة لمجموعات خاصة بتواصل الطلاب لكافة المواد:

للوصول للموقع مباشرة اضغط هنا

وفقكم الله في دراستكم وأعانكم عليها ولا تنسوا فلسطين من الدعاء ♡

بسم الله الرحمن الرحيم

ام المجد

* مسلمات بيانو

مسلمة 1 ← $1 \in N$

مسلمة 2 ← لكل $n \in N$ يوجد تابع واحد فقط $n' \in N$

مسلمة 3 ← لا يوجد عدد تكون تابعه 1 ← $n' = 1$

مسلمة 4 ← اذا كان عددان توابعهما متساوية فهما متساويان

مسلمة 5 ← مسلمة الاستقراء الرياضي

* العمليات على الاعداد الطبيعية

1. $n + 1 = n'$ ← تابع n هو n' ⊙ ← جبار

2. $n + m' = n + (m+1)$
$= (n+m)+1$
$= (n+m)'$

مثال ← $2 + 3' = 2 + (3+1)$
$= (2+3)+1$
$= 5 + 1 = 5'$
$= 6$

* تعريف الجمع

$(n+m) + r' = n + (m + r') = (n+m+r)'$

* تعريف الضرب

$n * 1 = n$

$n * m' = n(m+1) = nm + n$

مثال

$3 * 2' = 3*2+3 = 9$

* توزيع الضرب على الجمع $n(m + r') = n*m + n*r'$

نفرض أن $S = \{n(m+r) = nm + nr\}$

$\therefore r' \in S ,\ r \in S$

نبرهن الفرضية، نبدأ من الطرف الايسر وصولاً للأيمن

$n(m + r')$

$n(m+r)' = n*(m+r) + n$

$= n*m + n*r + n$

$= n*m + n\,(r+1)$ اخراج n عامل مشترك

$= n*m + n*r'$

الطرف الايمن

2019/9/25 08:10

* تعريف التكافؤ

$(a,b) \sim (c,d)$ إذا كان الوسطان = الطرفان

$a+d = b+c$

مثال

$(7,9) \overset{?}{\sim} (2,4)$

$11 = 11$

* صفوف التكافؤ

تقسم إلى

متكافئان

1 الصفر $[0] \Rightarrow (a,b) \sim (1,1)$

2 الاعداد الموجبة $[k] \Rightarrow (a,b) \sim (k+1, 1)$

3 الاعداد السالبة $[n] \Rightarrow (a,b) \sim (1, n+1)$

* مثال ← أوجد صف التكافؤ ← $[5] \Rightarrow$

5 هو عدد موجب : على قاعدة الاعداد الموجبة

$[5] = [k+1, 1] = [5+1, 1] = [6, 1]$

$[6] = [6+1, 1] = [7, 1] = [8, 2] = [9, 3], \ldots$

* نزيد باستخدام [الرقم] = [الرقم + k , k]

k تبدأ من 1

مثال اوجد صف التكافؤ للرقم السالب $[-5] = -[5]$

$= [1, n+1]$

$= [1, 5+1] = [1, 6]$

عكس طريقة الموجبة -[الرقم] = [n , n + الرقم]

* العمليات تعريف 4

الجمع ← $A+B = [a_1, a_2] + [b_1, b_2]$

$A+B = [a_1+b_1, a_2+b_2]$

الاول مع الاول والاخير مع الاخير

2019/9/25 08:12

$\boxed{3}$

مثال ⑩ اشارة $\in$ تعني تكافؤ

$(a,b) \in [4,7]$

$(c,d) \in [9,2]$

$[4,7] + [9,2] = \cancel{[4+9, 7+2]} = [$

$= [a,b] + [c,d]$

$(a,b) \sim (4,7)$ | $(c,d) \sim (9,2)$

$a+7 = b+4 \rightarrow ①$ | $c+2 = d+9 \rightarrow ②$

نجمع ① + ②

$$+\begin{cases} a+7 = b+4 \\ c+2 = d+9 \end{cases}$$

$(a+7)+(c+2) = (b+4)+(d+9)$

$(a+c)+(7+2) = (b+d)+(4+9)$

$= (a+7)+(c+2)$

$= (b+4)+(d+9)$

$(a+c)+(7+2) = (b+d)+(4+9)$

$[a+c, b+d] = [4+9, 7+2]$

$[a,b]+[c,d] = [4,7]+[9,2]$

ام المجب

* خاصية الضرب

[الاول×الاول + الثاني×الثاني ، الاول×الثاني + الثاني×الاول]

مثال

$[2,3] \times [5,6]$

$= [2\times5 + 3\times6 , 2\times6 + 3\times5]$

$= [28, 27]$

2019/9/25 08:12

* قاعدة الترتيب الحسن

$a<b \Rightarrow a+x=b$

$a<b \Leftrightarrow a+1\leq b$

$\underline{b=a+k}$ $\quad 1\leq k$ $\quad$ أقل عنصر هو الواحد

$1\overset{+a}{+}a \leq a\overset{+a}{+}k$

$1+a \leq b$

* اذا كان عنصر أصغر من جميع العناصر تكون حسنة الترتيب
* أي مجموعة جزئية من Z^+ غير خالية هي حسنة الترتيب

* قاعدة الاستقراء الرياضي

تنفيذ ثلاثة خطوات للحل بشكل صحيح

1. نثبت أنها صحيحة عندما $n=1$
2. نفرض صحتها عندما $n=m$ وتكون معطى جديد
3. نريد اثبات صحة $n=m+1$ نستخدم من حل 3

ام المجد

2019/9/25 08:13

الاستقراء الرياضي

1 نثبت أنها صحيحة عندما $n=1$

2 نفرض صحتها عندما $n=m$

3 نثبت أنها صحيحة عندما $n=m+1$

مثال 19 أثبت أن

$$\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$$

(1) نعوض بدل $n=1$

(1) عندما $n=1$

$$\sum_{k=0}^{1} 2^k \overset{??}{=} 2^{1+1} - 1$$

نعوض 0، 1

$$2^0 + 2^1 \overset{?}{=} 3$$

$$1 + 2 = 3$$

$\therefore$ صحيحة عندما $n=1$

(2) نفرض $n=m$ صحيحة

$$\sum_{k=0}^{m} 2^k = 2^{m+1} - 1$$

(3) نريد نثبت أن $n=m+1$

$$\sum_{k=0}^{m+1} 2^k = 2^{m+2} - 1 \Longrightarrow$$

* نأخذ أحد الأطراف لنصل للطرف الآخر

$k \leftarrow \boxed{0, 1, 2, \ldots, m}, m+1 \quad \sum_{k=0}^{m} 2^k$

الطرف الأيسر

$$\sum_{k=0}^{m+1} 2^k = \sum_{k=0}^{m} 2^k + 2^{m+1}$$

نعوض من الخطوة 2 قيمتها

* بدل الجمع * ضرب بالجمع الأسس

$$= 2^{m+1} - 1 + 2^{m+1}$$

$$= \underbrace{2^{m+1} + 2^{m+1}}\ - 1$$

عند الضرب نجمع الأسس $= 2^1 \cdot 2^{m+1} - 1$

$$= 2^{m+2} - 1 =$$ الطرف الأيمن

2019/9/25 08:13

مثال 20 أثبت أن $n! > n^2$ عندما $n \geq 4$

(1) عندما $n = 4$

$4! \overset{?}{>} 4^2 \rightarrow$

$4 \times 3 \times 2 \times 1 > 16$

$24 > 16$

صحيحة عندما $n = 4$

(2) نفرض صحتها عندما $n = m$

$m! > m^2$

(3) نريد أن نثبت صحتها عندما $n = m + 1$

$(m+1)! > (m+1)^2$

مثال $6! = 6 \times 5!$

$(5+1)! = (5+1) \cdot 5!$

الطرف الأيسر $(m+1)! = (m+1) \times m!$

نعوض بدل $m! > m^2$

$(m+1) \times m! > (m+1) m^2$

$0! = 1$

لكن $m^2 > 2m$ $\quad 1! = 1$

$2! = 2$

$m^2 > 2m = m + m > m + 1$

~~$\therefore m^2 > m+1$~~ $(m+1)(m+1)$

$> (m+1)^2$ الطرف الأيمن

تمرين 2 أثبت أن $n! \leq n^n$ لكل $n \in N$

(1) نفرض صحتها عندما $n = 1$

$1! \leq 1^1$

$1 \leq 1^1$

(2) صحيحة عندما $n = m$ $\boxed{m! \leq m^m}$ معطى الخطوة 3

(3) نثبت صحتها $n = m + 1$

$(m+1)! < (m+1)^{m+1}$

الطرف الأيسر $(m+1)! = (m+1) m!$

نعوض بدل $m! \leq m^m$

$< (m+1) m^m$

سنستخدم بديهية أنه $m < m+1$ ثم نرفع للقوة $m \leftarrow$

$m^m < (m+1)^m$

نعوض بدل m^m ← $(m+1)^m$

$< (m+1)(m+1)^m < (m+1)^{m+1}$

2019/9/25 08:13

* قوانين القسمة
المقسوم = المقسوم عليه × ناتج القسمة + الباقي

الوحدة الثانية

تعريف 1

$a \mid b \Rightarrow b = ac$ تقسم

مثال $3 \mid 15 \Rightarrow 15 = 3 * 5$

$4 \mid 8 \Rightarrow 8 = 4 * 2$

$a \nmid b$ لا تقسم مثل $3 \nmid 7$ لأن 3 لا تقسم على 7 بشكل صحيح

الصفر تقسم أي عدد ← مثل $3 \mid 0 \Rightarrow 0 = 3 * 0$

أ * اي عدد يقسم نفسه $3 \mid 3$

ب اذا كان $a \mid b$ فإن $a \mid bx$ ←

$b = ax$

ضرب $bc = acx$

$bc = ak$

∴ bc تكتب كحاصل ضرب عددية $a * k$

$a \mid bc$

ج خاصية التعدي

$a \mid b$ ، $b \mid c \Rightarrow \boxed{a \mid c}$

نثبت أن $a \mid c$

$c = ak$

$b = ax$, $c = by$

$c = axy \rightarrow k$ ∴ $c = ak$ وهو المطلوب

د

$a \mid b$ و $a \mid c$ يجب أن ← $a \mid b + c$

$a \mid bx + cy$

ام المجد

2019/9/25 08:13

$\boxed{8}$

رمز القاسم (a,b) رمز المضاعف $[a,b]$

* لمعرفة أن العدد أولي أو غير أولي
نأخذ جذر العدد $\sqrt{n}$
ننظر للأعداد الأولية الأقل من $\sqrt{n}$
نفحص اذا العدد يقسم على الاعداد الاولية دون باقي
* اذا قسم على واحد على الأقل يكون مؤلف
* اذا لم يقسم على اي عدد اولي اقل من الجذر يكون أولي

* القاسم المشترك الأكبر ← رمزه $\boxed{d}$ ← (a,b)

① $d|a \quad d|b$

② لا يوجد عدد أكبر من d

③ (a,b) دائماً أكبر من صفر

④ القواسم تكون موجبة وسالبة

قواسم ← $12: 1, 12, 2, 6, 3, 4$

قواسم ← $18: 1, 18, 2, 9, 3, 6$

* يمكن كتابة أي قاسم مشترك اكبر بصيغة تعبير خطي
$c = ax + by$

* اذا كان $(a,b)=1$ فإن مجموعهم وطرحهم يساوي ← 1 أو 2
$(a+b, a-b) = 1$ أو 2

مثال
$(3,5) = 1$
$(3+5, 3-5)$
$(8, (-2)) = 1, 2$
2 ← نفسها

* اذا كان c يقسم a,b فهو اكبر قاسم (a,b)

* اذا ضربنا/قسمنا a,b بـ K يجب أن نضرب/نقسم القاسم d

* اذا كان القاسم المشترك الاكبر =1 (a,b) فإن العددانه a,b [أوليان]

* قاعدة دائماً أي عدد والذي يليه يكون القاسم المشترك الاكبر =1
وهما متفصلان [أوليان نسبياً]

* يمكن كتابة $(a,b)=d$ على صورة تعبير خطي
$ax+by=d$

* اذا كان $(a,m)=(a,n)=1$
فإن $(a,n*m)=1$

$(3,5)=1$
$(3,7)=1$
$(3,7*5)=1$

ويمكن ذلك لاكثر من عددين
مثل $n,m,z,u,\ldots$

$$a|c,\ b|c \xrightarrow[\text{بشرط}]{(a,b)=1} ab|c$$

* اذا a يقسم c وكان b يقسم c فإنه حاصل ضربهما يقسم c
لكن بشرط $(a,b)=1$
مثال
$$3|15,\ 5|15 \xrightarrow{(3,5)=1} 15|15$$

* $a|b*c,\ (a,b)=1 \Longrightarrow a|c$
مثال $3|5*9,\ (3,5)=1 \Longrightarrow 3|9$

ام المجد

2019/9/25 08:13

المهم في الوحدة 2

* خوارزمية اقليدس لايجاد القاسم

مثال ع اوجد القاسم المشترك الاكبر بطريقة اقليدس

(83 ، 13)

① $83 = 13 * 6 + 5$

$13 \overline{)83}$ ، 6 ، 78 ، 5

= المقسوم عليه * الناتج + الباقي

نكرر العملية [يصبح الباقي هو المقسوم عليه]

② $13 = 5 * 2 + 3$

$5 = 3 * 1 + 2$

$3 = 2 * 1 + \boxed{1}$

$2 = 1 * 1 + 0$

$5 \overline{)13}$ ، 2 ، 10 ، 3

* نستمر حتى نصل إلى الباقي = صفر والذي قبله يكون القاسم وهو $\boxed{1}$

مثال جد d بطريقة اقليدس (150 ، 108)

$150 = 108 * 1 + 42$

$108 = 42 * 2 + 24$

$42 = 24 * 1 + 18$

$24 = 18 * 1 + \boxed{6}$

$18 = 6 * 3 + 0$

* بالقسمة الطويلة $42 \overline{)108}$ ، 2 ، 84 ، 24

القاسم هو $\boxed{6}$

طريقة خارجية

طريقة اخرى [بالطرح المتتالي] نطرح الصغير من الكبير حتى نصل للصفر يكون القاسم قبله

مثال (19 ، 13) $19 - 13 = 6$

$13 - 6 = 7$

$7 - 6 = 1$

$6 - 1 = 5$

$5 - 1 = 4$

$4 - 1 = 3$

$3 - 1 = 2$

$2 - 1 = \boxed{1}$ ← القاسم

$1 - 1 = 0$

لكنها طريقة طويلة

2019/9/25 08:13

* نظرية لامية

عدد عمليات القسمة التي نجريها في خوارزمية اقليدس لا يمكن أن يزيد عن خمسة أضعاف عدد الخانات للعدد b

مثل (144,89)

عدد خانات b هو 2 خانات

خمسة أضعافها $5 \times 2 = 10$

∴ عدد عمليات القسمة لا يزيد عن 10 مرات لايجاد القاسم d

* استخدام خوارزمية اقليدس في حساب x,y في التعبير الخطي

$(a,b)=d \Rightarrow ax+by=d$

الطريقة: طريقة التعويض العكسي

الخطى: مثال احسب d

$(19,13)$

① نستخدم خوارزمية اقليدس لإيجاد d

$19 = 13 \times 1 + 6$

$* \; 13 = 6 \times 2 + \boxed{1} = d$

~~$6 = 6 \times 1 + 0$~~ نشطبها لتسهيل الحل

② نبدأ بالخطوة السابقة بطريقة عكسية

$1 = 13 - 6(2)$

③ نعوض الباقي من الخطوة التي تسبقها وهو $\boxed{6}$ نعوضها من

$6 = (19-13)$

$1 = 13 - (19-13)(2)$

* توزيع الضرب

$= 13 - 19(2) - 13(2)$

$= 13(1) - 19(2) - 13(2)$

* تجميع الحدود

$= 13(3) - 19(2)$

$13(y) - 19(x)$ نقارنها بالصورة الخطية

∴

$$\boxed{\begin{aligned} y &= 3 \\ x &= -2 \end{aligned}}$$

2019/9/25 08:13

* الطريقة الاسهل للحل هي طريقة الكسور المستمرة

① نستخدم خوارزمية اقليدس لايجاد d

(19،13)

نكتب النواتج بنفس الترتيب ماعدا الخطوة الاخيرة

$19 = 13 * 1 + 6$

$13 = 6 * 2 + \boxed{1}$

$6 = 6 * 1 + 0$

نعمل جدول

نضع الصفر دائماً اول الخانة و 1 ثاني خانة

~~[illegible]~~

		1	2	الاساس
	0	1	2	X
0	1	1	3	Y

نضرب القيمة بجمع اليسار (في الاساس)

$1*2+0=2$

دائماً الخانة الزائدة = 0

الضرب في اول سطر فقط

الجمع الخانة التي بالجانب اليسار

$1*1+0=1$

$1*2+1=3$

* دائماً ادخل فيه $\boxed{0}\boxed{1}$

∴ قيمة $x=-2$ $y=3$

نعوضها في التعبير الخطي للتأكد من الحل والاشارات

$19(-2)+13(3)=1$

$-38+39=1$ ⇐ صحيح

اذا كان الجواب خطأ نبدل الاشارات

مثال

النواتج

(150،108)

$150 = 108 * 1 + 42$

$108 = 42 * 2 + 24$

$42 = 24 * 1 + 18$

$24 = 18 * 1 + \boxed{6} = d$

$18 = 6 * 3 + 0$

		1	2	1	1	
	0	1	2	3	5	X
0	1	1	3	4	7	Y

$X=-5$ $y=7$

نعوضها للتأكد من الاشارات

$150X+108y=6$

$150(-5)+108(7)=$

$\boxed{x=5 \quad y=-7}$ ⇐ الصحيح

2019/9/25 08:13

* المضاعف المشترك الأصغر $[a,b]$

$$[a,b]*(a,b) = a*b \Rightarrow [a,b] = \frac{a\times b}{(a,b)} = \frac{\text{الضرب}}{\text{القاسم}}$$

الفكرة ← نخرج القاسم ثم نقسم حاصل ضرب a و b عليه وينتج المضاعف

مثال ← $[150,108]*(150,108) = 150*108$

$$[150,108]*\frac{\cancel{6}}{\cancel{6}} = \frac{150*108}{6}$$

$$[150,108] = \frac{150*108}{6} = \boxed{}$$

* اذا كان عددان يقسمان بعضهما مثل $(4,8)$
فإن المضاعف يكون العدد الأكبر = 8
والقاسم يكون العدد الأصغر = 4

* اذا كان القاسم = 1 فإن المضاعف حاصل ضرب العددين

* نظرية تمهيدية اقليدس
اذا كان p عدداً أولياً وكان $p|ab \Leftarrow p|a$ أو $p|b$

* p يقسم العددين a , b
ويمكن انه يقسم أكثر من عددين
ويجب أنه يساوي أحد هذه الأعداد

* أي عدد طبيعي يمكن كتابته بطريقة وحيدة مع اختلاف الترتيب
مثال $24 = 3*2*2*2$
أو $24 = 2*3*2*2$
وهكذا وغيرها

2019/9/25 08:14

* استخراج القاسم والمضاعف باستخدام التحليل للعوامل الأولية (24, 28)

$24 = 2^3 * 3$

$28 = 2^2 * 7$

القاسم هو أصغر قوة مشتركة بين العددين المشترك

$(a,b) = \boxed{4 = 2^2}$ ← 2^2 هو أصغر قوة مشتركة

المضاعف هو أكبر قوة مشتركة مضروبة في الغير مشتركات

$[a,b] \quad 2^3 * 3 * 7$ أكبر قوة 2^3 ←

مثال:

$24 = 2^3 * 3^1$

$30 = 2^1 * 3^1 * 5$

القاسم $(24,30) = 2^1 * 3^1 = \boxed{6}$

المضاعف $[24,30] = 2^3 * 3^1 * 5 = \boxed{120}$

2019/9/25 08:14

* المعادلات الديوفنتية

معادلات وحدودها أعدادها صحيحة

* نأخذ الحد الثابت ونأخذ قواسمه ثم نعوضه في المعادلة

* معادلة ديوفنتية خطية [مجهولين] $ax+by=c$

وحلها (x,y) 34

مثال

174 ص

$$27x+4y=200$$

① نحاول أن نختصر ونبسط المعادلة

② نحل على أساس أن الطرف الثابت = 1]

③ نضرب الجواب في الخطوة السابقة بالعدد الثابت 200

[1] خوارزمية اقليدس للعددين 27,4

$27 = 4 * 6 + 3$

$4 = 3 * 1 + 1$

$3 = 3 * 1 + 0$

القاسم $\boxed{1=d}$

[2] الكسر المستمر

		6	1
	-0	+1	-1
-0	1	6	7

$x=-1$

$y=7$

نعوض في المعادلة للتأكد من الاشارات

$27(-1)+4(7)=1$

$-27+28=1$ صحيحة

[3] الحل

$(-1(200) , 7(200))$

~~النهائي~~ $(-200 , 1400)$ أحد الحلول

2019/9/25 08:14

باقي الحلول للمعادلة عن القانون x_1, y_1

* $x_1 = x - bt \Rightarrow x = -200 - 4t$
* $y_1 = y + a\,t$

$y_1 = 1400 + 27t$

* الحل العام

$x_1 = x - bt$

$y_1 = y - at$

على شكل مجموعة $S = \{(x-bt),\ y+at) : t \in Z\}$

* في حالة نظام معادلات ← معادلتين
نطرح أو نجمع المعادلات لإعطاء معادلة واحدة فقط
ثم نكمل باقي الخطوات السابقة

الوحدة الثالثة
التطابقات الخطية

التطابق

* اذا كان عددان يعطيان نفس الباقي عند قسمتهم على
نفس العدد اذاً هما متطابقان

تطابق، مقياس

$x \equiv y \mod m$

$x : x \mod m$

$x - y = km$

$x = y + km$

* ~~نطابع م~~ ~~$m \leftarrow$ تقسم $x-y$~~

الشروط: $(x-y)$ تقسم m

$8 = 3 \mod 4$

$8 - 3 \stackrel{?}{=} k \times 4$

لا يوجد رقم يعطي الحل الصحيح ∴ غير متطابقة $8 \not\equiv 3$

2019/9/25 08:14

مثال 5 أوجد الباقي لدى قسمة $(41)^{65}$ على 7

246 UD

نبحث عن علاقة بين الأساس والمقسوم عليه 7 و 41

$$41 = 7(5) + 6$$

$$41 = 6 \pmod 7$$

* للتأكد $41 - 6 = 35$

$35 = 7 \times 5$ ∴ تطابق

$$(41)^2 = (6)^2 \bmod 7$$

$$(41)^2 = 36 \bmod 7$$

* نبحث عن علاقة $36 = (\ ) \bmod 7$

نجرب أرقام حتى يكون 1 ⟸ $36 = 1 \bmod 7$

ونعوضها بدل 36 وتصبح المعادلة

نكتب بدل 36 1

$$(41)^2 = 1 \bmod 7$$

* عندما يكون العدد الذي قبل mod أكبر من المقياس سنعوض عنه برقم آخر أقل من المقياس وذلك بالتجربة ثم نعوض عنه في الأساسية

* نرفع للقوة 32

$$\left((41)^2\right)^{32} = (1)^{32} \bmod 7$$

$$(41)^{64} = 1 \bmod 7$$

نضرب الطرفين (41)

$$(41)^{64} * (41) = 1 * (41) \bmod 7$$

من الخطوة الأولى نعوض عن 41 بـ 6

$$(41)^{65} = (41) \bmod 7$$

[illegible] 6 [illegible] القسمة

$$(41)^{65} = \underbrace{6}_{\text{الباقي}} \bmod 7$$

2019/9/25 08:14

18

يمكن ان نختصر الحل السابق بـ

$(41)^2 = 1 \mod 7$

$((41)^2)^{32} * 41 = 41 \mod 7$
$= 6 \mod 7$

نظرية ٤ امكانية تقسيم حدود التطابق كلها على عدد ≠ صفر

نظرية ٥ امكانية تقسيم الحد الاول والثاني على عدد بحيث يكون القاسم المشترك بين الاول والاخير = ١

~~*~~ اختبارات القسمة

متى يقسم على 4 اذا آخر عددين (آحاد وعشرات) يقسم على 4 مثل 98(23) لا يقبل
931(42) يقبل

متى يقسم على 8 نأخذ أول ثلاث منازل آحاد عشرات مئات اذا يقبلن القسمة على 8 فالعدد كله يقبل

متى يقسم على 10 اذا كانت اول منزلة صفر

متى يقسم على 2 اذا كانت آحاده صفر أو من مضاعفات 2

متى يقسم على 6 اذا كانه يقبل القسمة على 2 و 3 معاً

متى يقسم 12 نبحث عنه كحاصل ضرب عددين القاسم بينهما = 1
ونبحث عنه اذا يقسم على العددين معاً يقسم 12

متى يقسم 9 اذا كانه مجموع ارقام العدد يقسم على 9

11 ← الاول - الثاني + الثالث - الرابع ... اذا نزله باقي لا يقسم عليه

~~X~~ ام الحد

* التطابقات الخطية
الصيغة العامة $ax = b \pmod{m}$
$ax - b$ تقسم ← m
$ax - b = m * k$
$ax = b + mk$

يكون التطابقان متكافئان اذا كان لهما نفس الحل

* الحل عن حلول التطابق نفس حل المعادلات الديوفنتية
تطابق ← معادلة ديوفنتية
$ax = b \mod m$ ← ~~$ax = by = M$~~
$ax - my = b$

نظرية !! اذا كان يوجد عددان متطابقان بقياس واحد m
وكان الاول حل لتطابق معين فإن الآخر يكون حل لنفس التطابق

* اذا كان X لتطابق معين نجعل $X \mp 2m$
$X \mp 3m$
$\vdots$
وهكذا

* البحث عن الحلول يبدأ، الحلول الاساسية
من 0 ← $m-1$

* الصيغة العامة للحلول ← : $z + km$
الحل الاساسي ← z

2019/9/25 08:14

$\frac{5x}{5} = \frac{45}{5} \mod 66$

نقسم على معامل X وهو 5

$x = 9 \mod 66$

∴ 9 هو أحد الحلول

بعد القاسم (5،66)

$15x = 45 \mod 66$

نجد القاسم $3 = d = (15،66)$ ونتأكد أن $3/45$

∴ يوجد ثلاثة حلول

نقسم المقابلة 3

$\frac{15x}{3} = \frac{45}{3} \frac{\mod 66}{3}$

ام المجد

$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \mod 22$

$x = 3 \mod 22$

∴ 3 أحد الحلول الاساسية

بقية الحلول الاساسية على صيغة ⇐ $3 + km$

$(3 + 22k)$

بقية الحلول العامة نعوضا بدل K ← 1، 2، 3

الحل الثاني $3 + 22(1) = 25$

الحل الثالث $3 + 22(2) = 47$

يجب بعد التعويض (1) او (2) نتأكد اذا كانت صحيحة وذلك

بتعويضها $15x = 45 \mod 66$ ⇐ $15(25) = 45 \mod 66$

يجب ان يكون عدد صحيح فقط $(15(25)) - 45 = \frac{\text{رقم}}{66}$

انتهت مادة الصيفي

2019/9/25 08:17