Skidbacken

Hamid Ehsani[*]

Luleå tekniska universitet
971 87 Luleå, Sverige

1 oktober 2019

Sammanfattning

Vi har fått en uppgift som har tre delar och den uppgiften kräver kunskap om deriveringen. Vi ska undersöka derivatan(lutningen) på en punkt som vi har fått den. För att kunna hitta x-värdet då behöver ställa upp en ekvation i den punkten där backar med en sådan banprofil är brantast. Efter det ska man lösa ut variabeln där lutningen som störst vid en givna punkt. bestämning av lutning vid given punk samt tillämpning av andraderivatan.

1 introduktion:

Derivatan är samma sak som förändringhastighet i en punk, med hjälp av derivatan kan man se max och min punkten för en funktion. Jag kommer att undersöka skidbacken t.ex. var exakt skidbacken är brantast och var den börjar och var den slutar.

2 Uppgiften och lösningen

Uppgiften går ut på att vi ha en skidbacke har fallhöjden 500 meter. Sambandet mellan y och x ges av

$$y = 0,5 \cdot e^{-x^{-2}}$$

och

$$0 \leq x \leq 2,5$$

Vi har fått tre frågor som ska besvaras. (a)Bestäm backens lutning för $x = 0,8$
(b) Ställ upp en ekvation för bestämning av x-värdet i den punkten där backar med en sådan banprofil är brantast.
(c) Bestäm a så att backen är brantast för $x = 1,0$.

[*]email: hamqur-9@student.ltu.se

vi utgår från att backens kurva kan definiera enligt följande ekvation.
Givet:

$$y = 0,5 \cdot e^{-x^{-2}}$$

där intervalen är:

$$0 \leq x \leq 2,5 \tag{1}$$

2.1 a

Vad är backens lutning då $x = 0,8$?
Lösning:
Lutningen ges av drivatan $\frac{dy}{dx}$ för fuktionen $y = 0,5 \cdot e^{-x^{-2}}$
med $x = 0.8$
drivatan: $y' = 0,5 \cdot e^{-x^{-2}}$ lutningen då $x = 0,8$: $y'(0,8) = 0,5^{-}0,8^{2} \cdot 2 \cdot 0,8 = -0,42$
Svar: Lutningen är $-0,42$ då $x = 0,8$

2.2 b

Ställ upp en ekvation för bestämning av x-värdet i den punkt där backar med din giva banprofilen är brantast.
Givet: Backar med given banprofil kan beskrivas genom sambandet:

$$y = 0,5 \cdot e^{-x^{-2}}$$

där intervalen är:

$$0 \leq x \leq 2,5$$

För att få ut största värde på lutningen y' använder vi andra drivatan y''. Där max-punkten är $x <=> y'' = 0$.
Produktreglern säger att:

$$y = f(x) \cdot g(x) => y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

I detta fall är:

$$\begin{aligned} f(x) = -ax, \, derivatan \; blir \; det, f'(x) = -a \\ g(x) = derivatan \; blir \; det e^{-ax^2}, g(x) = -eax \cdot e^{-ax^{-2}} \end{aligned} \tag{2}$$

Nu använder vi fiktionen (2) i (1) och den ger:

$$y'' = -ae^{-ax^{-2}} + 2a^2 \cdot x^2 \cdot e^{-ax^2} = ae^{-ax^2} \cdot \left(2ax^2 - 1\right)$$

Eftersom ae^{-ax^2} är större än 0 måste:

$$y'' = 0 = 2ax^2 - 1 => x = \sqrt{\frac{1}{2a}} \tag{3}$$

Svar: $x = \sqrt{\frac{1}{2a}}$

31 2.3 c

Bestäm a så att backen är brantast för $x = 1,0$
med $x = 1,0$ ger att:

$$a = \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

32 Svar: $a = 0,5$