

به نام هستی بخش



گزارش تمرین ۳

درس ویولت

نویسنده: حمیدرضا ابوئی

شماره دانشجویی: 402617509

استاد: دکتر شالچیان

خرداد ۱۴۰۳

سوال ۱

برای درک بهتر تبدیل سیگنال به تصویر با استفاده از تبدیل ویولت، لازم است موارد زیر را بررسی کنیم:

الف) تبدیل فوریه (FFT) و تبدیل فوریه زمان-کوتاه (STFT):

1. تبدیل فوریه (FFT): این تبدیل سیگنال را از حوزه زمان به حوزه فرکانس منتقل می‌کند. در این تبدیل، سیگنال به مجموعه‌ای از سینوس‌ها و کسینوس‌های مختلف با دامنه و فرکانس متفاوت تجزیه می‌شود. رابطه ریاضی FFT به صورت زیر است:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \times e^{-j2\pi kn/N}$$

2. تبدیل فوریه زمان-کوتاه (STFT): این تبدیل سیگنال را به محدوده‌های زمانی کوچک‌تر تقسیم می‌کند و سپس تبدیل فوریه را بر روی هر محدوده اعمال می‌کند. این امر امکان بررسی تغییرات زمانی-فرکانسی سیگنال را فراهم می‌کند. رابطه ریاضی STFT به صورت زیر است:

$$STFT(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \times w(t - \tau) \times e^{(-j\omega t)} dt$$

ب) تبدیل ویولت (CWT):

تبدیل ویولت سیگنال را با استفاده از تابع مادر ویولت (mother wavelet) به مقیاس‌های مختلف تجزیه می‌کند. این امر امکان بررسی ویژگی‌های سیگنال در مقیاس‌های زمانی و فرکانسی متفاوت را فراهم می‌کند. رابطه ریاضی CWT به صورت زیر است:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \times \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

در این رابطه، a پارامتر مقیاس (scale) و b پارامتر جابجایی (translation) است. $\Psi(t)$ نیز تابع ویولت مادر است.

ج) مزایای هر یک از روش‌ها نسبت به یکدیگر:

1. FFT: این روش برای سیگنال‌های پایدار و تناوبی مناسب است، اما برای سیگنال‌های غیرپایدار و ناپیوسته، اطلاعات زمانی را از دست می‌دهد.

2. STFT: این روش اطلاعات زمانی-فرکانسی را حفظ می‌کند، اما دقت آن در هر دو حوزه زمان و فرکانس ثابت است و نمی‌تواند رزولوشن متغیر داشته باشد.

3. CWT: این روش رزولوشن متغیر در حوزه‌های زمان و فرکانس دارد. در فرکانس‌های پایین، رزولوشن زمانی بهتر و در فرکانس‌های بالا، رزولوشن فرکانسی بهتر است. این ویژگی آن را برای تجزیه سیگنال‌های ناپیوسته و غیرپایدار مناسب می‌کند. همچنین، امکان انتخاب تابع مادر ویولت متناسب با سیگنال وجود دارد.

سوال ۲

Inverse transform

Writing the wavelet transform as a sequence of elementary predict and update (lifting) steps, it is immediately obvious what the inverse transform is: simply run the code backwards. In the classical setting, the inverse transform can typically only be found with the help of Fourier techniques.

بنابراین طبق توضیحات کتاب، برای یافتن معکوس تبدیل، می‌توان کد را از انتها به ابتدا اجرا کرد.

$$s_l \leftarrow s_l + 1.9182s_{l+1}:$$

ضرایب نرم را با اضافه کردن نسخه مقیاس شده از ضریب نرم بعدی به روز کنید.

$$d_l \leftarrow d_l + 0.521321d_{l-1}:$$

ضرایب جزئیات را با اضافه کردن نسخه مقیاس شده از ضریب جزئیات قبلی به روز کنید.

$$s_l \leftarrow s_l - 0.38962d_l:$$

ضرایب نرم را با کم کردن نسخه مقیاس شده از ضرایب جزئیات به روز کنید.

$$d_l \leftarrow d_l + 0.0284591d_l + 0.492152s_{l-1}:$$

ضرایب جزئیات را با اضافه کردن نسخه مقیاس شده از خودش و نسخه مقیاس شده از ضریب نرم قبلی به روز کنید.

$$s_l \leftarrow s_l + 1.56514s_{l+1} - 0.352388d_l:$$

ضرایب نرم را با اضافه کردن نسخه مقیاس شده از ضریب نرم بعدی و کم کردن نسخه مقیاس شده از ضرایب جزئیات به روز کنید.

$$d_l \leftarrow d_l - 0.412287s_l:$$

ضرایب جزئیات را با کم کردن نسخه مقیاس شده از ضرایب نرم به روز کنید.

$$s_l \leftarrow s_l + x_{2l+1}:$$

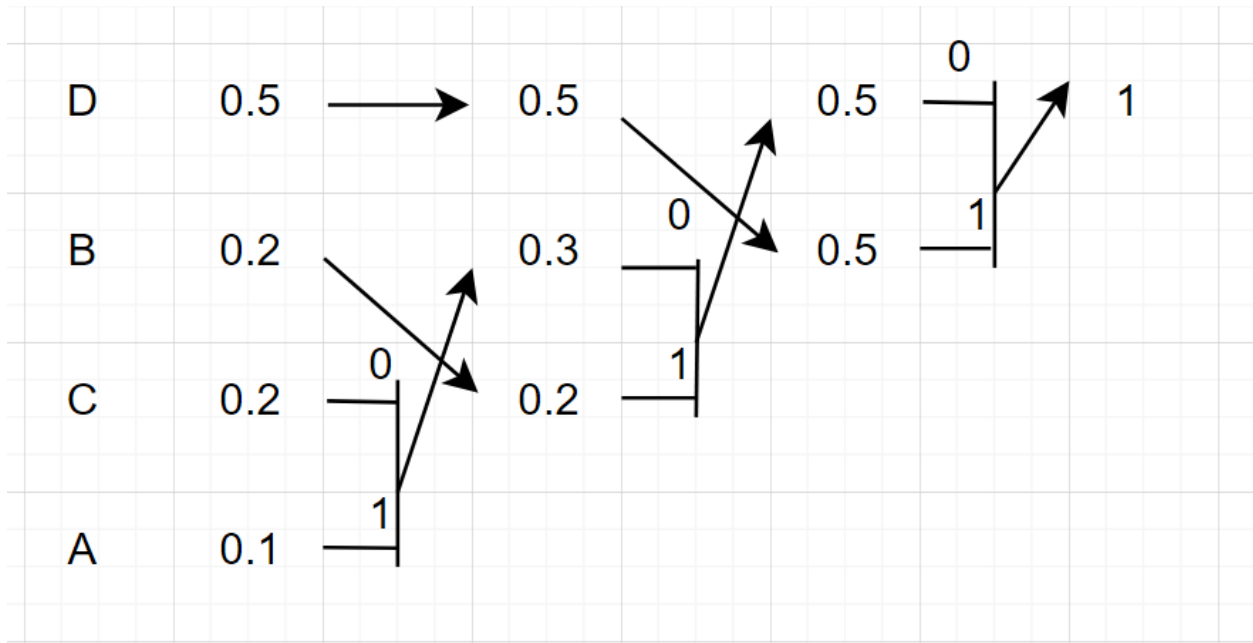
ضرایب نرم را با اضافه کردن نمونه های ورودی با اندیس فرد به روز کنید.

$$d_l \leftarrow d_l + x_{2l}:$$

ضرایب جزئیات را با اضافه کردن نمونه های ورودی با اندیس زوج به روز کنید.

ضرایب نهایی s_l و d_l ، سیگنال بازسازی شده را پس از اعمال تبدیل ویولت معکوس نشان می دهند.

سوال ۳



رمز هر حرف:

A = 001

B = 01

C = 000

D = 1

سوال ۴

مقدار بیشترین ضریب برابر با ۵۱ می‌باشد. بنابراین مقدار $T_0 = 32$

$$T_0 = 2^{\lfloor \log_2 (\text{Max}(|C(x,y)|)) \rfloor}$$

				51	42	-9	2	4	4	0	-1
				25	17	10	11	3	1	0	2
LL ₃	HL ₃	HL ₂	HL ₃	12	3	3	-2	2	-2	-5	3
LH ₃	HH ₃			-9	-3	3	-3	0	3	-1	2
LH ₂		HH ₂		-4	1	1	-2	0	2	1	3
LH ₃		HH ₃		2	-3	0	2	1	-1	-1	-2
			1	3	2	1	1	2	-3	1	
			-2	-3	3	-12	2	0	2	1	

Subband	Coefficient value	Symbol	Reconstruction Value
LL3	51	P	48
HL3	42	P	48
LH3	25	Z	0
HH3	17	Z	0
HL2	-9	Z	0
HL2	2	Z	0
HL2	10	Z	0
HL2	11	Z	0

بنابراین نتیجه به صورت زیر می باشد:

Coefficient magnitude	Symbol	Reconstruction magnitude
51	1	56
42	0	40

				*	*	-9	2	4	4	0	-1			
LL ₃	HL ₃	HL ₂	HL ₃	25	17	10	11	3	1	0	2			
LH ₃	HH ₃			12	3	3	-2	2	-2	-5	3			
LH ₂		HH ₂		-9	-3	3	-3	0	3	-1	2			
LH ₃				HH ₃				-4	1	1	-2	0	2	1
			2					-3	0	2	1	-1	-1	-2
			1					3	2	1	1	2	-3	1
			-2					-3	3	-12	2	0	2	1

برای مرحله دوم بیشترین ضریب برابر با ۲۵ بوده و بنابراین ضریب برابر با $T1=16$ می‌باشد. نتیجه به صورت زیر می‌باشد:

Subband	Coefficient value	Symbol	Reconstruction Value
LH3	25	P	24
HH3	17	P	24
HL2	-9	Z	0
HL2	2	Z	0
HL2	10	Z	0
HL2	11	Z	0
LH2	12	Z	0
LH2	3	Z	0
LH2	-9	Z	0
LH2	-3	Z	0
HH2	3	Z	0
HH2	-2	Z	0
HH2	3	Z	0
HH2	-3	Z	0