Quantum Mechanics Notes

by Ham Kittichet

April 14, 2025

▶ Table of Contents

บทที่ 1 | ฟังก์ชันคลื่น

▶ 1.1. สถิติและความน่าจะเป็น

▶ ฟังก์ชันคลื่น

ในกลศาสตร์ดั้งเดิม เราจะอธิบายอนุภาคหนึ่ง ๆ ด้วยตำแหน่งและโมเมนตัม แต่ในกลศาสตร์ควอนตัม เราจะใช้สิ่งที่เรียกว่า*ฟังก์ชันคลื่น* (*wavefunction*: $\Psi(x,t)$ ในหนึ่งมิติ) ซึ่งมีโคโดเมนเป็น $\mathbb{C}$

การเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งและโมเมนตัมเมื่อเวลาผ่านไปในกลศาสตร์ดั้งเดิมจะถูกอธิบายด้วยกฎของนิวตัน แต่ในกลศาสตร์ควอนตัม เราจะอธิบายวิวัฒนาการของฟังก์ชันคลื่นด้วย*สมการ Shrödinger*:

สมการ Shrödinger. อนุภาคที่มีฟังก์ชันคลื่น Ψ จะมีการวิวัฒนาการเป็นไปตามสมการ

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi \tag{1.1}$$

▶ การวัดตำแหน่งและการ Normalize

ในกลศาสตร์ควอนตั้ม อนุภาคไม่ได้มีตำแหน่งที่แน่นอนเหมือนกับกลศาสตร์ดั้งเดิม แต่จะถูกอธิบายด้วยความน่าจะเป็น โดยที่มี $|\Psi(x,t)| = \Psi\cdot\Psi^*$ เป็นความหนาแน่นความน่าจะเป็นในการพบอนุภาคที่ x หรือก็คือ

ฟังก์ชันคลื่นกับการวัดตำแหน่ง.

$$\int_a^b |\Psi(x,t)|^2\,\mathrm{d}x = P(a\le x\le b) \tag{1.2}$$

โดยเมื่อมีการวัดเกิดขึ้นแล้ววัดได้ตำแหน่ง $x = d$ ที่ $t = 0$ ฟังก์ชันคลื่นจะ*ยุบตัว* (*collapse*) ให้ในครั้งถัดไป ถ้าวัดตำแหน่งของอนุภาคทันทีหลังจากการวัดครั้งแรก ก็จะวัดได้ตำแหน่งเดิม หรือก็คือจะได้ว่า Ψ ใหม่จะมีบริเวณที่ $|\Psi|\ne 0$ ที่เดียวคือที่ $x = d$ เป็น ∞

สังเกิตว่าจาก (1.2) ถ้าอยากให้ $|\Psi(x,t)|^2$ มีความหมายเชิงสถิติ เราจะต้องทำให้การอินทิเกรตฟังก์ชันนี้ทั่วทุกบริเวณจะต้องเป็น 1 ซึ่งเรียกว่าเป็นการ *normalize* ฟังก์ชันคลื่น:

เงื่อนไขการ Normalize.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 \,\mathrm{d}x = 1 \tag{1.3}$$

โดยเราสามารถทำเช่นนี้ได้กับทุก ๆ ฟังก์ชันคลื่นโดยการคูณด้วยค่าคงที่เข้าไป (จริง ๆ แล้วยังมีฟังก์ชันที่ทำให้อินทิกรัลลู่ออกที่ไม่สามารถ normalize ได้ แต่เราจะสมมติว่าฟังก์ชันคลื่นเหล่านั้นไม่สามารถพบได้หรือ *non-physical*) และเมื่อ normalize แล้ว การวิวัฒนาการของฟังก์ชันคลื่นจะไม่ทำให้อินทิกรัลใน (1.3) เปลี่ยนค่าซึ่งพิสูจน์ต่อไปนี้

บทตั้ง.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 \,\mathrm{d}x = 0 \tag{1.4}$$

พิสูจน์. เริ่มจากการหา □