

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE
GUATEMALA FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MATEMÁTICA APLICADA 1**

PROYECTO 1: ÁLGEBRA DE BOOLE: EL SEMISUMADOR.

Alla Kaybal Balam Gómez Subujuy
Hugo Alexander Mérida Molina
Nehemías Emanuel Ixcoy López

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo fue realizar un semisumador por medio del diseño y construcción en la aritmética digital y la lógica computacional. A partir del Álgebra Booleana, ya que el semisumador es un circuito lógico que permite sumar dos bits y genera dos salidas: la suma y el acarreo. Esta funcionalidad básica se amplía en el sumador completo, que no solo suma dos bits, lo que lo hace adecuado para operaciones más complejas. A través de este proyecto, se busca ilustrar cómo estos conceptos fundamentales del álgebra booleana se aplican en la práctica, para comprender mejor el concepto de compuertas lógicas y mapas de Karnaugh.

MARCO TEÓRICO

En matemáticas, electrónica digital e informática, el álgebra de Boole, también llamada álgebra booleana, es una estructura algebraica que esquematiza operaciones lógicas, se denomina así en honor a George Boole (1815-1864), matemático inglés autodidacta que fue el primero en definirla como parte de un sistema lógico. Por lo tanto, también se llama como "Cambio de álgebra". Podemos representar el funcionamiento de los circuitos lógicos utilizando números, siguiendo algunas reglas, que son bien conocidas como "Leyes del álgebra de Boole"

Antes de Boole, la lógica se consideraba una rama de la filosofía y se basaba principalmente en la obra de Aristóteles. Boole, sin embargo, vio la posibilidad de tratar la lógica de manera matemática, permitiendo manipular proposiciones lógicas utilizando símbolos y operaciones algebraicas. Esta innovación marcó el comienzo de una nueva era en la lógica y las matemáticas, proporcionando herramientas que eventualmente se volverían esenciales para el desarrollo de la informática.

En el siglo XIX el británico "George Boole" desarrolla el álgebra, Pero fue antes, en 1847 cuando escribió un pequeño folleto llamado "TheMathematicalAnalysis of Logic", que completo con otro libro " TheLaws of Thought" publicado en "1854". Más tarde fue extendido como un libro más importante: An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities (también conocido como An Investigation of the Laws of Thought 2 o simplemente The Laws of Thought3), publicado en 1854.

Esta teoría fue desarrollada como una forma de representar el razonamiento lógico por medio de símbolos y reglas matemáticas, el propósito central es en el uso de valores binarios (verdadero y falso) y operaciones (conjunción, disyunción y negación). George Boole argumentó que la definición de los valores numéricos 0 y 1 corresponde, en el campo de la lógica, a la interpretación Nada y Universo, respectivamente.

La intención de Boole fue definir, a través de las propiedades del álgebra, las expresiones de la lógica proposicional necesarias para tratar con variables de tipo binario.

Con el transcurso del tiempo, se volvió fundamental para el desarrollo de la teoría de la computación y electrónica digital, a finales del siglo XIX y principios del XXI las personas cuando Claude Shannon la utilizó para diseñar circuitos de conmutación eléctrica biestables, aunque ya el propio Alan Turing había utilizado esta misma álgebra de forma teórica, en su diseño de la máquina de Turing (1936). Y con ello, comenzó la era de la computación digital. En la actualidad es una herramienta esencial en la informática, ingeniería y matemáticas, siendo fundamental para el diseño de algoritmos y sistema de información. La síntesis lógica de las herramientas modernas de automatización electrónica se representa de manera eficiente mediante el uso de funciones booleanas conocidas como "Diagramas de decisión binarios".

El álgebra elemental, por otro lado, utiliza operadores aritméticos como la suma, la multiplicación, la resta y la división. Por tanto, el álgebra de Boole es una modalidad

formal de describir operaciones lógicas, de la misma manera que el álgebra elemental describe operaciones numéricas.

Esta lógica se puede aplicar a dos campos:

Al análisis, porque es una forma concreta de describir cómo funcionan los circuitos.

Al diseño, ya que teniendo una función se aplica dicha álgebra para poder desarrollar una implementación de la función.

El uso del álgebra de Boole en la Automática se debe a que buena parte de los automatismos responden a la lógica binaria. Las variables binarias de entrada son leídas y producen variaciones en las señales binarias de salidas.

Los antecedentes de la computación, pueden ser trazados hasta épocas antiguas, con diversos artefactos para los cálculos matemáticos metales, realizados por personas o empresas en la antigüedad, que hacen que hoy en día se cuente con computadoras avanzadas.

PRIMERA GENERACIÓN

(Electromecánicos y eléctricos de tubo de vacío)

Combinación del circuito que puede representar operaciones aritméticas y lógicas complejas.

SEGUNDA GENERACIÓN

(Circuitos integrados)

La relación que existe entre la lógica booleana y los sistemas de cómputo es fuerte, de hecho, se da una relación uno a uno entre las funciones booleanas y los circuitos electrónicos de compuertas digitales. Para cada función booleana es posible diseñar un circuito electrónico y viceversa.

Se puede decir que los ladrillos con los que se construye la programación, que son los comandos o instrucciones que se le da a un sistema informático, están todos basados en la lógica de Boole. "Si eres un programador, no te puedes escapar del término booleano", dice Michael Dunn de Gospelweare, una compañía desarrolladora de iOS y Android.

Las puertas lógicas más básicas son, en el lenguaje original de Boole, AND, OR o NOT. Es decir, Y, O o No en español.

METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN Y DISEÑO DEL SUMADOR

La construcción de un sumador completo que sume números binarios de hasta cuatro cifras implica una serie de pasos que van desde el diseño teórico del álgebra booleana hasta la implementación práctica de electrónica.

Materiales Necesarios

Para la construcción del sumador completo, se requieren los siguientes materiales:

- Compuertas Lógicas:
 - 2 compuertas XOR
 - 2 compuertas AND
 - 1 compuerta OR
- Componentes Adicionales:
 - 2 LEDs
 - Resistencias
 - Interruptores DIP o pulsadores para las entradas A, B y C
 - Protoboard Cables de conexión
 - Fuente de alimentación para el protoboard

Diseño con Álgebra Booleana

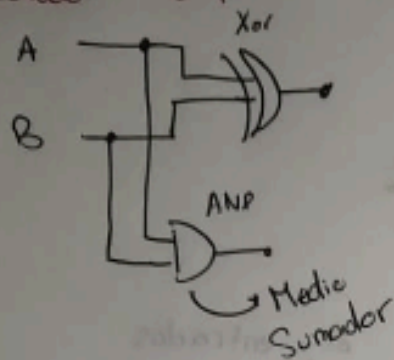
- Semisumador
 - Se comienza diseñando el semisumador, que tiene dos entradas (A y B) y produce dos salidas: S y C.
 - La lógica del semisumador se puede representar con la siguiente ecuación:
$$S=A+B \quad \text{y} \quad C=A*B$$
- Diagrama del Circuito

Se debe crear un diagrama esquemático que muestre cómo se conectan las compuertas lógicas para formar el sumador completo. Este diagrama incluirá:

- Dos compuertas XOR para calcular la suma.
- Dos compuertas AND para calcular los acarreos.
- Una compuerta OR para combinar los acarreos.

Sumador Completo 4 bits

Sumador Completo de 1 bit



A	B	C.	S
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0

Arrows indicate that the 'Xor' output corresponds to the 'S' column and the 'AND' output corresponds to the 'C.' column.

→ Para agregarle mas bits necesitamos "acarrees" tanto de entrada como de Salida.

"Ejemplo"

C_i = acarreo de entrada
 C_o = acarreo de Salida

Suma

10110
 10010

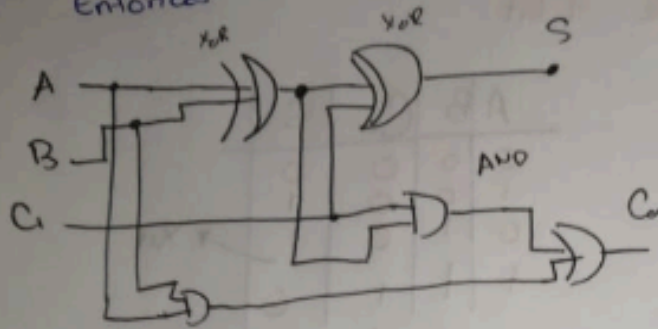
 01000

Tabla

A	B	C_i	C_o	Suma.
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0
<hr/>				
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	0+1

41 bit

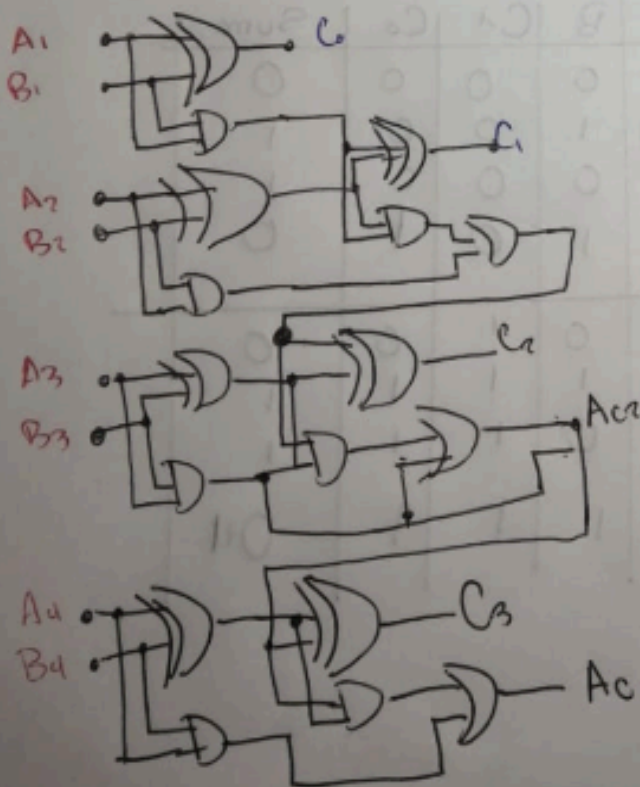
Entonces si tenemos en cuenta los acarreo



Ahora para agregar mas bits o entradas se añade el mismo circuito las veces necesarios en este caso 4

$A + B$

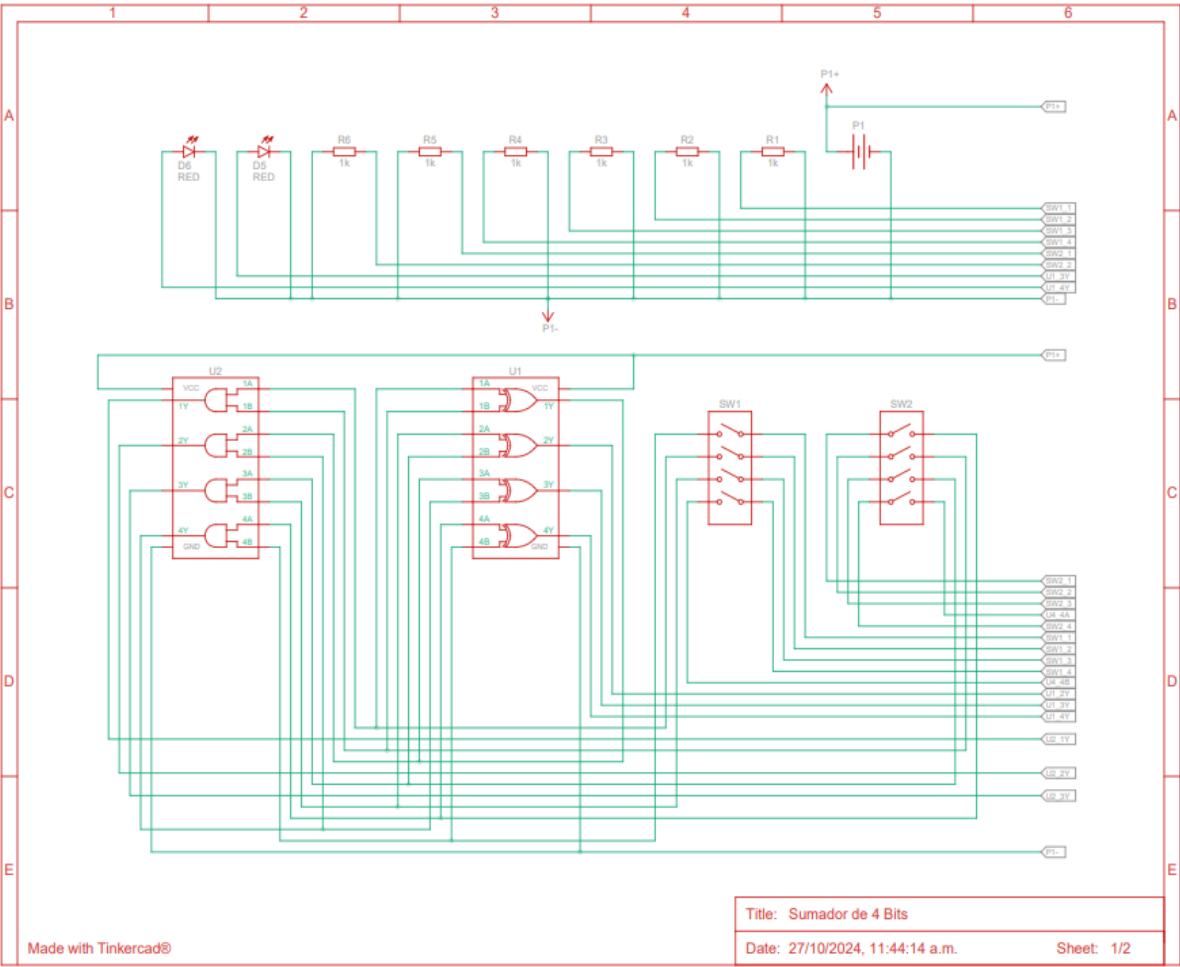
4 entradas A_1, A_2, A_3, A_4 4 entradas B_1, B_2, B_3, B_4

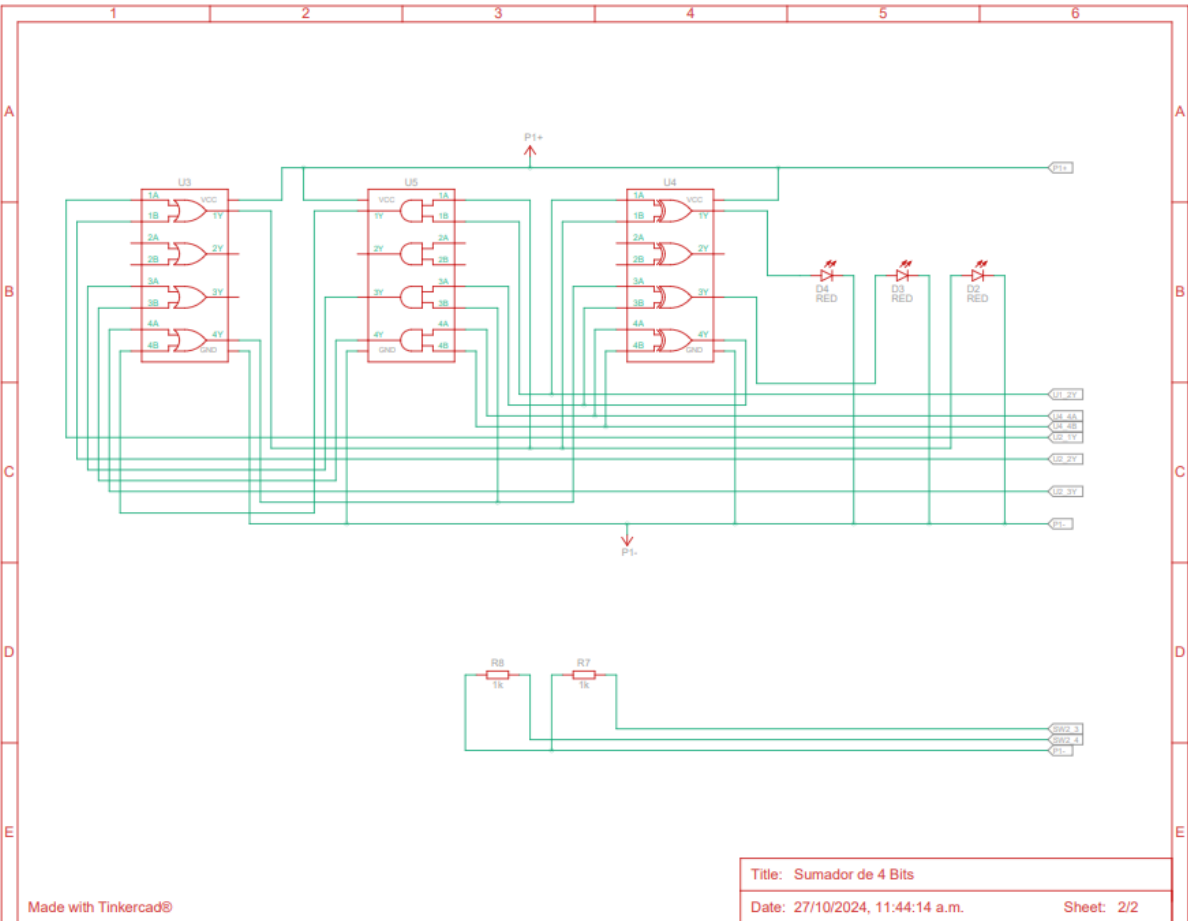


Sumador Completo de 4 Bits.

Construcción del semisumador

- Sumador de 4 bits





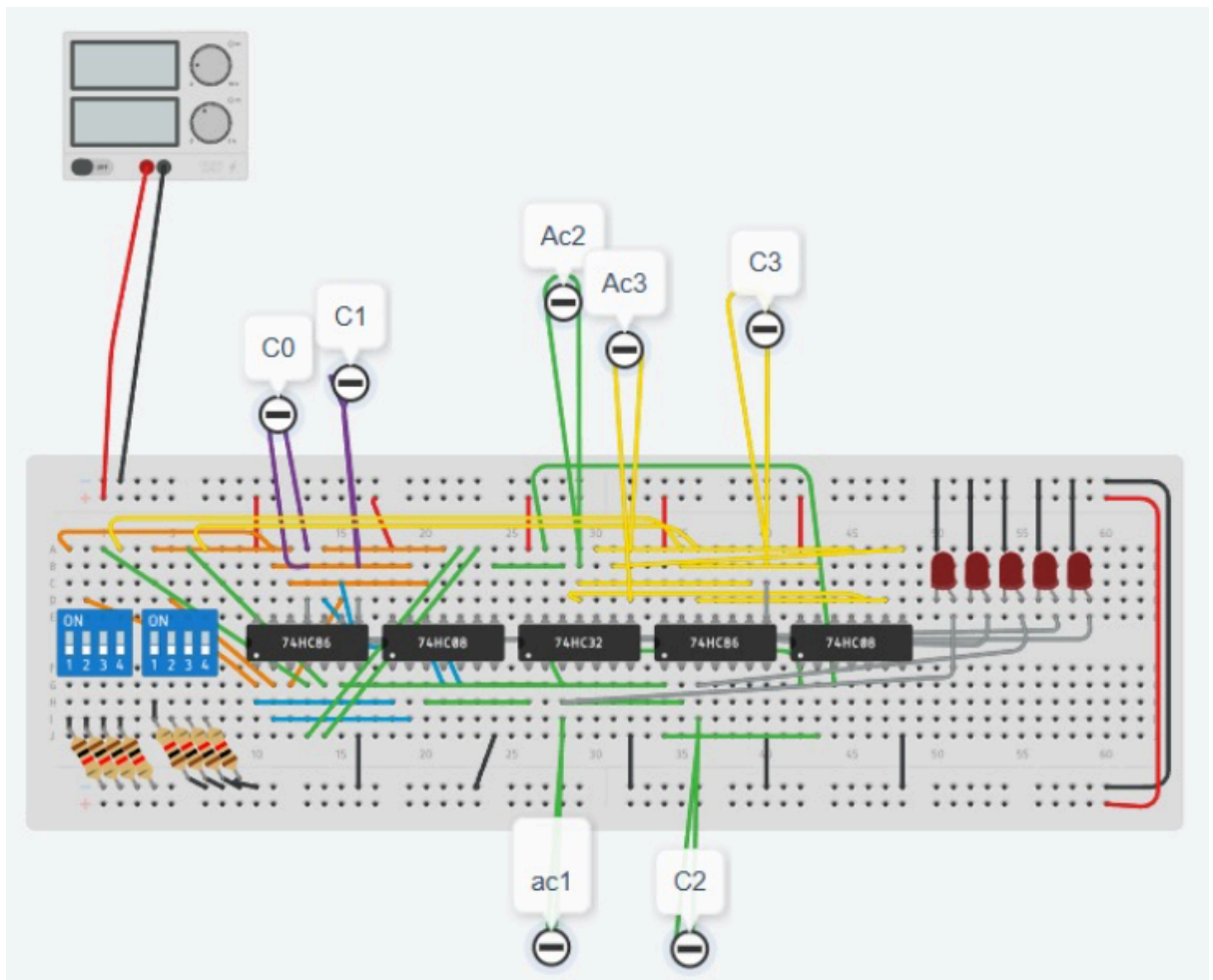
- Montaje en Protoboard

1. Conectar los interruptores a las entradas A y B.
2. Conectar la salida S a un LED que se iluminará según la suma.
3. Usar una compuerta AND para determinar el acarreo y conectar su salida a otro LED.

Realizar pruebas con diferentes combinaciones de entradas A y B para verificar que las salidas S y C son correctas según la tabla de verdad del semisumador.

Para implementar el sumador de cuatro bits, conectar cuatro sumadores completos en cascada:

1. La salida Cout de cada sumador se convierte en Cin del siguiente sumador.
2. Las entradas A y B se extienden a través de todos los sumadores.



CONCLUSIÓN

Este proyecto fue desarrollado por el diseño, que permite sumar números binarios de hasta cuatro cifras utilizando un enfoque estructurado que combina teoría y práctica. La creatividad en la construcción del modelo funcional es clave, ya sea utilizando componentes electrónicos o materiales alternativos.

BIBLIOGRAFÍA

https://www.google.com.gt/books/edition/El_libro_completo_de_electr%C3%B3nica/6WW5EAAAQBAJ?hl=es-419&gbpv=1&dq=algebra+booleana+libro&pg=PA137&printsec=frontcover

Carlos Barcos Gómez. (2005). Álgebra booleana y aplicaciones tecnológicas.
Editorial Universidad de Caldas, Colombia, Colombia.