

# Aéro 3 — Ma 322 (2022-2023)

## TP 1 — Intégration numérique

### Question 1

Programmer les fonctions suivantes qui calculent des valeurs approchées d'une intégrale  $\int_a^b f(x) dx$  en subdivisant l'intervalle  $[a, b]$  en  $N$  sous-intervalles et utilisant sur chaque sous-intervalle une méthodes classique ou une méthode décrite par une formule de quadrature.

- `MGauche(f, a, b, N)` utilisant la méthode des rectangles à gauche.
- `MDroite(f, a, b, N)` utilisant la méthode des rectangles à droite.
- `MTrapezes(f, a, b, N)` utilisant la méthode des trapèzes.
- `MPointMilieu(f, a, b, N)` utilisant la méthode du point milieu.
- `MSimpson(f, a, b, N)` utilisant la méthode de Simpson.
- `MformuleGL2(f, a, b, N)` utilisant la formule de quadrature suivante (dite de Gauss-Legendre à deux nœuds) :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

- `MformuleGL3(f, a, b, N)` utilisant la formule de quadrature suivante (dite de Gauss-Legendre à trois nœuds) :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{5}{9}f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}f(0) + \frac{5}{9}f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

### Question 2

Tester les méthodes pour calculer

$$I = \int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}.$$

Comparer avec la valeur exacte pour différentes valeurs de  $N$ .

Représenter sous forme graphique l'évolution de l'erreur en fonction de  $N$  pour chacune des méthodes, éventuellement avec une échelle logarithmique.

### Question 3

Déterminer une valeur approchée de l'intégrale

$$I = \int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx$$

à moins de  $10^{-5}$  près. Exposer la démarche adoptée.