*NB : cette fiche présente les techniques nécessaires **minimales** sur quelques lois continues ; elle ne constitue donc pas un objectif mais un pré-requis ! Elle est autorisée pendant les contrôles ! !*

1 Généralités sur la loi normale centrée réduite

- Si X suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$, noté $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0;1)$, alors $E(X)=0$, $V(X)=1$ et $\sigma_X = 1$.
- Densité de la loi normale centrée réduite : $f_X(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.
- Fonction de répartition : $\Phi(t) = P(X \leqslant t) = P(]-\infty;t])$.
- Si $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$, alors $X = \dfrac{Y-\mu}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$.
- Si $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$, alors $E(Y)=\mu$, $V(Y)=\sigma^2$ et $\sigma_Y = \sigma$.

2 Calcul des probabilités en utilisant la table de la loi normale

Si X suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$, alors on a

- pour un nombre positif a :
  - $P(X \leqslant a) = \Phi(a)$.
  - $P(X \geqslant a) = 1 - \Phi(a)$.
  - $P(X \leqslant -a) = 1 - \Phi(a)$.
  - $P(X \geqslant -a) = \Phi(a)$.
  - $P(|X| \leqslant a) = P(-a \leqslant X \leqslant a) = 2 \times \Phi(a) - 1$.
- pour a et b deux réels avec $a < b$: $P(a \leqslant X \leqslant b) = \Phi(b) - \Phi(a)$.

Si $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$, alors on effectue le changement de variable $\frac{Y-\mu}{\sigma}$ pour obtenir une variable aléatoire X suivant normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ et on applique les relations ci-dessus. Par exemple :

$$P(-a \leqslant Y \leqslant a) = P\left(\frac{-a-\mu}{\sigma} \leqslant \frac{Y-\mu}{\sigma} \leqslant \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{-a-\mu}{\sigma} \leqslant X \leqslant \frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

3 Approximation d'une loi binomiale

Soit Z une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$. Si

- $n \geqslant 30$,
- $n \times p \geqslant 10$,
- $n \times (1-p) \geqslant 10$.

Alors, nous pouvons apporcher la loi de Z par la loi de Y où $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$ avec $\mu = n \times p$ et $\sigma = \sqrt{n \times p \times (1-p)}$.

4 Correction de la continuité

Soit Z une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$. Si

- $n \geqslant 20$,
- $n \times p \geqslant 10$,
- $n \times (1-p) \geqslant 10$.

Alors, nous utiliserons la correction de la continuité pour le calcul des probabilités comme suit :

$$P(Z=k) \approx P(k-0.5 \leqslant Y \leqslant k+0.5)$$

avec $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(n \times p; n \times p \times (1-p))$ et k un nombre réel.