

**FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 4**

Moyenne mobiles - Médianes mobiles - Résidus

**Enseignant-Formateur** : H. El-Otmany

**A.U.** : 2019-2020

**Exercice n°1** On considère la série chronologique  $Y_t$  représentant l'effectif de la population des États-Unis de 1780 à 1860 (en millions), voir le tableau.

1. Représenter graphiquement la série sans oublier les dates en abscisse. Quelle est l'allure de la courbe obtenue.
2. Créer une variable  $f_t$  contenant les valeurs de la tendance obtenue par un ajustement linéaire.
3. Quel ordre  $k$  à choisir pour lisser la série par les moyennes mobiles (MA). Créer une nouvelle variable  $MA_k(t)$  contenant ces moyennes.
4. Avec le même ordre  $k$ , calculer  $med_k(t)$  la série de médiane mobiles.
5. Représenter sur un même graphique les séries  $Y_t$ ,  $f_t$ ,  $MA_k(t)$  et  $med_k(t)$ . Commenter le résultat.
6. Calculer et commenter le coefficient de corrélation linéaire.
7. Calculer et représenter graphiquement les résidus.
8. Si on utilise ces tendances pour faire des prévisions, quelles sont les valeurs obtenues pour chacune des tendances au mois  $t = 21$  ? Interpréter le résultat.

Date	Temps $t$	Effectif $Y_t$
1900	1	2,78
1900	2	3,93
1900	3	5,31
1900	4	7,24
1901	5	9,64
1901	6	12,87
1901	7	17,07
1901	8	23,49
1902	9	31,44
1902	10	31,44
1902	11	31,44
1902	12	31,44
1903	13	31,44
1903	14	31,44
1903	15	31,44
1903	16	31,44
1904	17	31,44
1904	18	31,44
1904	19	31,44
1904	20	31,44

**Exercice n°2** Le tableau présente le taux de chômage mensuel en Suisse au cours de 2014 et 2015.

Mois $t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Année 2014	4.0	4.0	4.0	3.9	3.9	3.9	3.8	3.8	4.0	4.0	4.1	4.2
Année 2015	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0	5.	5.3

1. Présentez Table 1 sous forme d'une série trimestrielle.
2. En supposant un modèle additif :
  - a. déterminer le trend par moindre carrés.
  - b. déterminer les écarts saisonniers.
  - c. déterminer la série corrigée des variations saisonnières
  - d. calculez la valeur des résidus

e. représenter le trend, les écarts saisonniers, la série corrigée des variations saisonnières et les résidus.

3. Reprenez les questions précédentes en supposant un modèle multiplicatif.

**Exercice n°3** On s'intéresse à l'évolution du cours de l'once d'or en USD, chaque trimestre de 2012 à 2015.

Trimestre $t$	1	2	3	4
2012	52.7	50.6	56.2	53.6
2013	47.9	41.3	40.9	39.5
2014	42.1	42.3	38.8	38.0
2015	38.6	37.5	35.8	34.1

1. Déterminer les moyennes mobiles d'ordre trois.
2. Calculez les écarts saisonniers.
3. Déterminer les coefficients saisonniers ajustés.
4. Déterminer la série des cours corrigées des variations saisonnières.
5. Calculer la valeur des résidus.

**Exercice n°4** (*traitement des extrêmes*) Cette technique permet de prolonger la série filtrée par les médianes mobiles sur toute la période traitée. Pour ce faire, nous utilisons les démarches suivantes :

- Pour  $2 \leq t \leq n - 1$ , il suffit d'utiliser les médianes mobiles d'ordre inférieur.
- Pour  $t = 1$  (respectivement  $t = n$ ) on utilise une interpolation linéaire à partir des valeurs lissées  $z_t$  des instants 2 et 3 (respectivement  $n - 1$  et  $n - 2$ ).
- Pour déterminer  $Z_1$ , on utilise une interpolation linéaire à l'instant  $t = 0$  des valeurs  $z_2$  et  $z_3$  et on obtient une valeur  $z_0$ . On trouve la valeur lissée de  $z_1 = \text{med}(z_0, y_1, z_2)$ .

Pour illustrer cette technique, on présente les valeurs de la série  $Y_t$  et de la série des médianes mobiles  $\text{med}_5(t)$  d'ordre 5 dans le tableau ci-dessous.

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$Y_t$	65	73	67	72	68	67	61	58	55	47	46	42	44
$\text{med}_5(t)$			68	68	67	67	61	58	55	47	46	46	44

$t$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$Y_t$	49	38	40	32	36	29	28	80	36	23	27	29
$\text{med}_5(t)$	42	40	38	36	32	32	36	29	28	29		

1. Calculer  $z_1$  et  $z_2$ .
2. Montrer que  $z_0 = 3z_2 - 2z_3$ .
3. Calculer  $z_0$  et  $z_1$  en utilisant la technique précédente.
4. Expliciter la technique pour trouver la valeur de  $z_n$ .
5. Sur les données du tableau ci-dessus, calculer la valeur de  $z_{25}$ .