

Règlement : Documents écrits, électroniques et téléphones portables interdits.

La copie que vous rendrez contiendra impérativement vos feuilles de brouillon (même inutilisées) ainsi que l'énoncé de l'examen. Bon courage!

Questions de cours [3 points] Les assertions suivantes sont-elles vraies ? Justifiez.

1. Les intérêts composés se calculent uniquement sur le capital initial durant la période du placement.
2. Pour 1000€ investi avec un taux annuel $i = 2\%$, les intérêts simples et composés sont égaux pendant la première année.
3. La droite de régression de y en x est $y = (x - \bar{x})a + \bar{y}$ avec $a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}$.
4. La droite de régression calculée sur la série statistique (x, y) passe par le point moyen (\bar{y}, \bar{x}) .
5. Le coefficient de corrélation linéaire $r(x, y)$ est toujours positif et inférieur à 1.
6. Les séries chroniques sont des séries statistiques de variables quantitatives permettant de décrire les phénomènes dans le temps.

Exercice n°1 [4 points]

1. Un conseiller financier vous propose de placer 10000€ à un taux annuel 2.75% pendant 4 ans puis à un taux annuel 3.25% durant les 3 années suivantes. En distinguant les intérêts (simples ou composés), calculer
 - a) la valeur de votre placement au terme des sept années.
 - b) le taux moyen du placement.
2. Vous acceptez l'offre à condition de pouvoir retirer votre argent à tout moment au cours de la 7^{ème} année. Les intérêts seront alors considérés comme simples entre le début de la 7^{ème} année et la fin du placement.
 - a) Calculer le capital acquis si vous retirez votre argent après six ans et neuf mois ?
 - b) Calculer le capital que vous auriez placé pour retirer 13000€ au bout de six ans et trois mois.

Exercice n°2 [5 points]

1. Le 30 avril 2023, vous pensez verser une première somme d'argent S € sur un compte dédié à la retraite avec un taux annuel 3% où les intérêts sont composés. Ensuite, vous verserez à la fin de chaque mois 0.5% de plus que le mois précédent jusqu'à votre retraite le 30 Juillet 2059. Vous espérez ainsi obtenir un complément de retraite de 1000€ par mois. Déterminer la valeur de S dans les cas suivantes :
 - a) le complément de retraite est versé durant dix ans à la fin de chaque mois.
 - b) le complément de retraite est versé de façon perpétuelle la fin de chaque mois.
 - c) le complément de retraite est versé durant onze ans au début de chaque mois.
2. En juin 2023, vous emprunterez 100000€ à un taux annuel 4%, pour acheter un appartement, que vous rembourserez grâce à 6 annuités consécutives versées de juin 2024 à juin 2029. Dressez le tableau d'amortissement de cet emprunt sachant que
 - (i) les deux premières annuités sont égales.
 - (ii) les annuités augmentent de 1000€ chaque année de juin 2025 à juin 2027.
 - (iii) les annuités augmentent de 2% par an de juin 2027 à juin 2029.

Exercice n°3 [5 points] On souhaite étudier la répartition des salaires des employés dans une université en fonction de leurs âges. Le tableau reporte les résultats où X désigne l'âge en années et Y désigne le salaire en euros.

$Y(\text{€}) \backslash X(\text{années})$	[19; 25[[25; 35[[35; 45[[45; 55[[55; 65[
[1100; 1300[130	2	3	6	2
[1300; 1500[109	4	5	1	5
[1500; 1700[56	5	7	2	5
[1700; 2000[25	5	7	2	5
[2000; 3000[0	5	7	2	5
[3000; 5000[0	5	7	2	5

1. Établir le tableau des distributions en fréquences.
2. Donner la distribution marginale (en effectif et en fréquence) de X .
3. Calculer la moyenne marginale et la variance marginale de X .
4. Donner les distributions conditionnelles de $X|_{Y=[2000;3000[}$ et de $Y|_{X=25;35[}$.
5. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ? Commenter le résultat.

Exercice n°4 [5 points] Une entreprise innovante envisage de lancer sur le marché un téléphone rechargeable avec mouvement pour remédier au problème d'autonomie des batteries. Le tableau ci-dessous reporte une partie des résultats d'une enquête réalisée pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels noté y en fonction du prix de vente des produits en euros, noté x .

x	30	50	70	80	90	100
y	632	475	305	275	266	234

Pour simplifier le traitement des données, on décide d'effectuer le changement de variables $z = \ln(y)$.

1. Recopier et remplir le tableau ci-dessous en donnant des valeurs approchées de z à 10^{-4} .

x	30	50	70	80	90	100
z						

2. Dresser le nuages de points de la série statistique et placer le point moyen associé.
3. Calculer le coefficient de corrélation de cette série statistique double avec une précision de 10^{-4} . Commenter le résultat.
4. Déterminer une équation de la droite D obtenue par ajustement linéaire de selon la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ où a et b seront donnés à 10^{-4} près. Tracer Cette droite sur le même graphique de la question 2.
5. Dédire une estimation du nombre d'acheteurs potentiels y en fonction du prix de vente x , sous la forme $y = Ce^{-Kx}$ où C et K sont des constantes à préciser.
6. En utilisant ce modèle, estimer le nombre d'acheteurs potentiels pour un produit pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels pour un produit vendu à 89 euros.

FIN D'EXAMEN.