

TC - Mathématiques, Statistiques et probabilités Feuille de travaux dirigés ${\tt N}^{\circ}$ 3

Échantillonnage et estimation

A.U.: 2021-2022 **Prof.** H. El-Otmany

Semestre: 3

Exercice n°1 On dispose d'une urne contenant un très grand nombre de boules rouges et de boules noires. On sait que la proportion de boules rouges dans l'urne est égale à 0.4.

Déterminer l'intervalle de fluctuation de la fréquence d'apparittion des boules rouges

- 1. au seuil 90% pour 200 tirages successifs avec remise effectués dans l'urne.
- 2. au seuil 95% pour 200 tirages successifs avec remise effectués dans l'urne.
- 3. au seuil 99% pour 200 tirages successifs avec remise effectués dans l'urne.

Exercice $n^{\circ}2$ Dans une entreprise fabriquant un grand nombre de masques chirurgicaux, on ignore la moyenne m des épaisseurs de ces masques et on n'est pas en mesure d'emettre une hypothèse quant à cette valeur. On a prélevé 200 masques successivement er avec remise et on a relevé l'épaisseur de chacun d'entre eux. On a obtenu que la moyenne des épaisseurs des masques prélevés est 3.5 mm et que la moyenne des carrés des épaisseurs est égale à 12.4.

Déterminer l'intervalle de confiance de la moyenne μ :

- 1. au niveau de confiance 90%.
- 2. au niveau de confiance 95%.
- 3. au niveau de confiance 99%.

Exercice $n^{\circ}3$ On dispose d'une urne contenant un très grand nombre de boules rouges et de boules noires. On ignore la proportion p de boules rouges dans l'urne et on n'est pas en mesure d'emettre une hypothèse quant à cette valeur. On réalise 500 tirages successifs avec remise dans cette urne et on obtient 389 boules noires.

Déterminer l'intervalle de confiance de p:

- 1. au niveau de confiance 90%.
- 2. au niveau de confiance 95%.
- 3. au niveau de confiance 99%.

Exercice n°4 Dans une enquête portant sur 1000 étudiants en troisième année de médecine, 35% souhaitent poursuivre une spécalité.

Déterminer l'intervalle de confiance de la proportion p des étudiants qui souhaitent poursuivre une spécalité :

- 1. au degré de confiance 95%.
- 2. au degré de confiance 99%.

Exercice n°5 Un laboratoire d'analyse biomedicale souhaite analyser l'état de contamination des personnes par le virus COVID-19 dans une ville donnée. Pour cela, un échantillon de 1000 a été examiné : 350 personnes sont touchées.

Déterminer une estimation de la proportion p de personnes touchées par COVID-19 dans cette population, par intervalle de confiance :

1. au seuil de risque 10%.

- 2. au seuil de risque 5%.
- 3. au seuil de risque 1%.

Exercice $n^{\circ}6$ Un échantillon d'entreprises spécialisé dans la fabrication des appareils électroniques a donné la série statistique suivante :

Chiffre d'affaires (M€)	[0; 2[]2;3]]3;4]]4;5]]5; 7]
Effectifs	6	12	17	10	5

- 1. Déterminer une estimation ponctuelle du CA moyen et de l'écart type du CA de l'ensemble des entreprises.
- 2. Déterminer une estimation de leur CA moyen par intervalle de confiance, au seuil de risque 5%.
- 3. Déterminer une estimation ponctuelle de la proportion d'entreprises dont le CA dépasse 4.5 M€.
- 4. En utilisant les questions précédentes, déterminer une estimation de cette proportion par intervalle de confiance au niveau de confiance 99%...

Exercice n°7 Afin de mieux gérer les demandes de contrats d'assurance des voitures, un directeur d'agence d'assurance lise une étude relative à la durée de traitement des dossiers, supposée suivre une loi normale. Un échantillon non exhaustif de 40 dossiers a donné.

Durées (mn)	[0; 10[]10; 20]	[]20;30]	[30;40]]40; 50]]50;60]
Effectifs	4	6	15	7	3	5

- 1. Calculer la moyenne et l'écart-type des durées de traitement des dossiers de l'échantillon étudié.
- 2. En déduire les estimations ponctuelles de la moyenne m et de l'écart-type σ de la population étudiée
- 3. Supposons que σ est connu et vaut 13 mn, déterminer une estimation de m par l'intervalle de confiance au seuil de risque 5%.

Exercice n°8 Une entreprise veut se spécialiser dans la livraison des colis de grand volumes. Elle fait un état sur les colis transportés et le considère comme un échantillon représentatif des futurs colis, voir le tableau ci-dessous.

Volume (L)	[200; 400[]400; 500]	[500;600]	[600; 1000]
Effectifs	15	40	60	10

- 1. Déterminer une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart type du volume des futurs colis.
- 2. Déterminer une estimantion du volume moyen des futurs colis par un intervalle de confiance 99%.
- 3. On suppose que l'écart type des futurs colis est connu et vaut l'estimation que vous en avez faite dans votre réponse la question 1. A quel niveau de confiance correspondrait un intervalle d'amplitude 50 L? Interpréter.
- 4. On suppose que l'écart type des futurs colis est inconnu et on utilise un échantillon de 125 colis, déterminer une estimation du volume moyen des futurs colis par un intervalle de confiance 99%.