

Règlement : Documents électroniques et téléphones portables interdits. Soignez votre rédaction.

Numérotez les exercices, les questions traitées et vos copies en fin d'épreuve. Toute réponse doit être justifiée. Le barème est donné à titre indicatif. Ce sujet est constitué de questions de cours et 3 exercices.

Bon courage!

Questions de cours [4 points]

1. Donner la définition d'une loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$, $n \geq 2$, $0 < p < 1$.
2. Donner les conditions nécessaires pour approcher convenablement une variable aléatoire suivant loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$ par une variable aléatoire suivant une loi de Poisson d'un certain paramètre λ ? Donner l'expression λ en fonction des paramètres de la loi binomiale.
3. Soit $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$. Donner $P(X = k)$ pour k entier naturel, $E(X)$ et $V(X)$.
4. Soit $X \sim \mathcal{N}(2, 4)$. Donner $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice n°1 [5 points]

Pour se rendre à l'IUT de Tarbes, un étudiant a le choix entre trois itinéraires A , B et C .

La probabilité qu'il emprunte l'itinéraire A est égale à $\frac{1}{8}$ et celle qu'il emprunte l'itinéraire B est $\frac{1}{2}$.

La probabilité qu'il arrive en retard en empruntant l'itinéraire A est $\frac{1}{15}$, celle qu'il arrive en retard en empruntant l'itinéraire B vaut $\frac{1}{10}$ et, en empruntant l'itinéraire C , il n'est jamais en retard.

1. Déterminer la probabilité qu'il emprunte l'itinéraire C .
2. Déterminer la probabilité de l'événement "l'étudiant arrive en retard".
3. Déterminer la probabilité qu'il ait emprunté l'itinéraire B sachant qu'il est en retard.

Exercice n°2 [4 points]

En utilisant les tableaux en annexe, calculer les probabilités suivantes :

1. $P(X \leq 2.15)$, $P(-1.45 \leq X < 1.45)$ pour $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ (loi normale).
2. $P(Y \leq 3.2)$, $P(2.02 < Y \leq 6.02)$ pour $Y \sim \mathcal{N}(4, 3^2)$ (loi normale).
3. $P(Z = 0)$, $P(Z \leq 4)$ pour $Z \sim \mathcal{P}(8)$ (loi de Poisson).
4. $P(\bar{B})$ et $P_B(A)$ sachant que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ et $P(A \cap B) = 0.3$,

Exercice n°3 [7 points]

BUT-Techniques de Commercialisation (TC) de Tarbes propose aux étudiants un Raid de ventes pour tester leur habiletés de vendeur et d'acquérir de l'expérience dans le commerce en vendant des produits locaux confectionnés par des artisans de Tarbes et sa région en partenariat avec l'IUT. On suppose que les étudiants ont récupérés un lot de 130 produits partagés au hasard et que leur expositions sont indépendantes les uns des autres. on admet que la probabilité qu'un groupe d'étudiants vend un produit est 70%. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de produits vendus par les étudiants au Raid de ventes.

1. Préciser la loi de probabilité de la variable X en donnant ses paramètres.
2. Par quelle loi peut-on approximer la loi trouvée en question 1.
3. Calculer l'espérance mathématique et la variance de la loi approchée.
4. En utilisant cette loi approchée, calculer $P(X \leq 80)$.
5. Calculer a tel que $P(X \leq a) = 95\%$. En déduire le nombre minimal de produits à vendre pour qu'il ne reste que 5% de produits récupérés auprès des artisans et les partenaires de l'IUT.

Annexe à utiliser selon vos souhaits pour répondre aux exos 1,2 et 3 :

1. Table de la loi de Poisson de paramètre λ : $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

$k \setminus \lambda$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0076
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0000	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0000	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0000	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019	

2. Table de la loi normale centrée réduite de moyenne 0 et de variance 1 : $\mathcal{N}(0, 1)$.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990