Semestre : 3
A.U. : 2021-2022
Prof. H. El-Otmany

Exercice n°1 Pour réaliser le montage d'un système électronique, on dispose de résistances issues d'une production importante, où l'on sait que le pourcentage P de résistances défectueuses est de 0.05. On doit utiliser 4 résistances.

1. Quelle est la probabilité d'en avoir 3 de mauvaises ?
2. Quelle est la probabilité d''en avoir un nombre inférieur ou égal à3 de mauvaises ?

Exercice n°2 Une compagnie d'assurance souhaite réévaluer ses tarifs pour s'assurer un minimum de profits. A l'aide de données statistiques, elle a pu établir les risques (en terme d'indemnisations annuelles) suivants :

Probabilité	Indemnisation en euros par an
0.45	0
0.15	200
0.25	1000
0.10	2000
0.05	5000

On note I la variable aléatoire égale à l'indemnisation annuelle versée à un client.

1. Calculer la probabilité qu'un client ait une indemnisation d'au plus 1000 euros sur une année.
2. Calculer le montant de l'indemnisation annuelle moyenne.
3. Cette compagnie décide de fixer les cotisations annuelles à 700 euros. A-t-elle raison ?
4. Cette compagnie souhaite générer un profit moyen de 100 euros par an et par client ? Quel montant de cotisation annuelle devra-t-elle alors fixer ?

Exercice n°3 Un contient 4 boules rouges, 3 boules vertes et 7 boules jaunes. On tire simultanément 2 boules du sac et on suppose que les tirages sont équiprobables. On considère les événements suivants :
— A : obtenir 2 boules de la même couleur,
— B : obtenir 2 boules de couleurs différentes.

1. Calculer les probabilités des événements A et B.

On répète 10 fois l'épreuve précédente en remettant les 2 boules tirées dans le sac, après chaque tirage. Les 10 épreuves aléatoires élémentaires sont donc indépendantes. On note X la variable aléatoire qui, à chaque partie de 10 épreuves, associe le nombre de fois où l'événement A est réalisé.

3 Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. $\mathcal{B}(\frac{30}{91})$.

4 Donner une loi de probabilité de X.

1. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X. Donner une explication à $E(X)$.

Exercice n°4 Un agent immobilier a estimé que la probabilité de vendre un appartement suite à une visite était à 9%. Elle effectue en général 30 visites par semaine. On considère que les visites de l'appartement sont des variables aléatoires indépendantes les unes des autres. On note A la variable aléatoire égale au nombre d'appartements vendus en une semaine après une visite.

1. justifier que la variable A suit une loi binomiale.
2. Calculer la probabilité que 25% des visites hebdomadaires se traduisent par une vente.

3. Calculer la probabilité que l'agent vende au moins un appartement par semaine.
4. Combien l'agent vend-t-il d'appartements en moyenne par semaine ?
5. Calculer l'écart-type de A.
6. Combien de visites 'agent doit-il effectuer au minimum (par semaine) pour que la probabilité de vendre au moins un appartement (par semaine) soit supérieure à 95% ?

Exercice n°5 Le rayon fruits d'une enseigne de grande distribution propose 24 espèces de fruits, dont 8 sont de label bio. Un contrôle consiste à choisir au hasard 10 espèces de fruits différentes. La variable aléatoire X donne le nombre d'espèces bio sélectionnées, parmi les 8.

1. Donner, en justifiant, la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.
3. Quelle est la probabilité que moins de deux espèces sélectionnées soient bio ?

Exercice n°6 L'oral des grandes écoles comporte au total 150 sujets ; les candidats CPGE tirent au sort quatre sujets et choisissent alors le sujet traité parmi ces trois sujets. Un candidat se présente en ayant révisé 60 sujets sur les 150. Quelle est la probabilité pour que le candidat ait révisé :

1. les quatre sujets tirés ?
2. exactement deux sujets sur les quatre sujets ?
3. aucun des quatre sujets ?

Exercice n°7 Un automobiliste rencontre sur son trajet 5 feux tricolores à la suite, identiques dans leurs durées : le feu vert dure 40 secondes, le feu orange/rouge dure 20 secondes. Malheureusement, ces feux ne sont pas synchronisés, et l'état de l'un n'a aucune influence sur l'état du suivant.

1. Lorsque l'automobiliste arrive au niveau du premier feu, quelle est la probabilité que celui-ci soit vert ?
2. Déterminer la probabilité pour que, dans son trajet, il ait rencontré tous les feux au vert.
3. Quelle est la probabilité pour qu'il ait eu un et un seul feu rouge ? Au moins deux feux rouges ?
4. A combien de feux verts peut-il s'attendre, en moyenne, à chaque trajet ?

Exercice n°8 D'après un sondage, 85% des acheteurs d'un produit$A$ se déclarent satisfaits. Sur un groupe de 10 acheteurs du produit, choisis au hasard, quelle est la probabilité que :

1. Tous soient satisfaits ?
2. 85% soient satisfaits ?
3. Au moins 85% soient satisfaits ?
4. Au plus 85% soient satisfaits ?

Exercice n°9 Le système de navigation d'un navire comporte un équipement E dont la fiabilité est exponentielle avec un MTBF (mean time between failures - temps moyen entre pannes) théorique égal à 500 heures. Ce navire doit effectuer une mission de 2500 heures sans ravitaillement technique.

1. Si l'on veut la certitude pratique (98%) de la continuité de la fonction assurée par E combien au d ?part doit-on emporter d'équipements E ?
2. On suppose maintenant que l'on puisse réparé bord l'équipement E et l'on estime que le temps d'indisponibilité pour la réparation n'excède pas 250 heures. Combien doit-on emporter d'équipements E pour avoir la certitude (100% près par hypothèse) de la continuité de la fonction assurée par E ? N.B. On estime que la réparation ne dégrade pas le MTBF = 500 heures.