

Projet:
Estimation de la VaR d'un Portefeuille
d'Actions

Réaliser par : Hamza Elfrtass

October 2023

List of Figures

I.1	La relation entre Var et CVar	10
II.1	Évolution des Prix de Clôture Ajustésr	15
II.2	Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille	16
II.3	Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVaR	16
II.4	Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille par la Méthode Paramétrique	17
II.5	Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVa par la Méthode Paramétrique	17
II.6	Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille par la Méthode de Monte Carlo	17
II.7	Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVa par la Méthode de Monte Carlo	18
II.8	Comparaison des trois méthodes	18

List of Tables

Contents

Introduction generale	4
I Les Mesures de Risque	5
1 Le Risque du Marché	6
1.1 Les Mesures de Risque :	6
2 Value-at-Risque :	7
2.1 Histoire	7
2.2 Définition :	8
3 Conditional Value at Risk	9
3.1 Généralités	9
3.2 Définition	10
4 Méthode de Calcul de la VaR	11
4.1 Simulation Historique :	11
4.2 Méthode Paramétrique :	11
4.3 Simulation de Monte Carlo :	12
II Application:Evaluation de risque d'un portefeuille par la Var et la CVaR	14
1 Portefeuille à variance minimale	15
2 Évolution des Prix de Clôture Ajustés pour les Symboles d'Actions Spécifiques : Analyse sur une Période Déterminée	15
3 Méthode Historique	16
4 Méthode Paramétrique	17
5 Méthode de Monte Carlo	17
6 Comparaison des trois méthodes	18

Introduction generale

La finance est un domaine où l'incertitude est omniprésente. Tout investisseur, souhaitant diversifier son portefeuille, doit composer avec le risque. Cependant, l'ampleur de ce risque varie selon les classes d'actifs. Les gestionnaires de risques jouent un rôle crucial en cherchant à couvrir ces risques pour minimiser les pertes et maximiser les profits potentiels. Ils emploient diverses techniques pour évaluer et réduire l'impact de ces risques. La Value-at-Risk (VaR) se positionne parmi ces méthodes essentielles.

La VaR, ou « Valeur à Risque », est un outil majeur dans l'estimation du risque de marché. John C. Hull la définit comme un moyen d'évaluer le risque global d'un portefeuille. Ce risque total se divise en deux composantes : le risque spécifique, pouvant être diversifié et donc réduit, et le risque systématique, lié à des facteurs inévitables tels que les conditions économiques, l'inflation, la politique et leur impact sur le marché boursier.

Au fil des années, la VaR est devenue une technique courante en gestion des risques. En 1994, JP Morgan a introduit Risk Metrics, un système mesurant le risque sur 300 instruments financiers dans 14 pays, basé sur des méthodologies de VaR bien définies. Les réglementations, notamment celles du Comité de Bâle sur le contrôle bancaire (CBCB), ont ensuite contraint les banques à maintenir un capital trois fois supérieur à leur mesure de VaR pour se prémunir contre les risques potentiels.

Malgré son statut d'outil standard, la VaR a connu des améliorations constantes. La précision de sa valeur reste un défi majeur pour les chercheurs et les gestionnaires de risques. De nouvelles méthodes de calcul de la VaR ont vu le jour, telles que la simulation historique, la méthode paramétrique et la simulation de Monte-Carlo, autant de techniques que nous allons explorer dans ce projet.

Chapitre I

Les Mesures de Risque

1 Le Risque du Marché

Le risque de marché, souvent appelé risque systématique, représente l'incertitude liée à toute décision d'investissement. Contrairement au risque spécifique à une entreprise ou à une industrie donnée, il est plutôt lié à la performance globale des divers paramètres du marché : les taux d'intérêt, les prix des obligations, les fluctuations des devises, des actions, des matières premières et des indices boursiers.

Ce risque ne se limite pas à des facteurs propres à une seule entité, mais dépend largement de l'environnement économique global. Il englobe l'ensemble des conditions macroéconomiques et financières, pouvant avoir un impact sur les investissements, et demeure indépendant des caractéristiques spécifiques à une entreprise ou à un secteur d'activité.

1.1 Les Mesures de Risque :

En gestion de portefeuille, les Mesures de risque cohérentes ont été introduites par Artzner, Delbaen, Eber et Heath (1997, 1999). Elles ont pour objet principal de déterminer le montant qui doit être tenu en réserve afin de maintenir la probabilité de faillite sous un seuil raisonnable.

Une mesure de risque ρ est appelée " cohérente au sens d'Artzner " si elle vérifie les propriétés suivantes :

- Invariance par translation :

$$\rho(X + a) = \rho(X) + a$$

X étant une variable aléatoire et $a \in \mathbb{R}$. Ceci signifie que, si le montant a est initialement investi dans la position, alors la variation de la mesure de risque est égale à a lui-même.

- Sous-additivité :

Pour toutes X_1 et X_2 variables aléatoires, on a

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$$

Ceci implique qu'aucune concentration n'engendre de risque supplémentaire

- Homogénéité Positive :

Pour toute variable aléatoire X , et tout $\lambda \geq 0$ on a :

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$$

Cette propriété implique une relation de proportionnalité de la mesure de risque avec la valeur de la position.

- Monotonie :

Pout toutes X_1 et X_2 variables aléatoires :

$$X_1 \leq X_2 \Rightarrow \rho(X_1) + \rho(X_2)$$

Ceci implique qu'un résultat systématiquement moins bon qu'un autre a un risque plus fort.

2 Value-at-Risque :

2.1 Histoire

L'usage répandu du terme « Value-at-Risk » (VaR) est relativement récent, s'étant popularisé dans les années 1990. Cependant, les fondements de cette mesure ont des racines bien antérieures. Les bases mathématiques de la VaR ont été largement développées dans le cadre de la théorie du portefeuille par des figures telles que Harry Markowitz et d'autres chercheurs, bien que leurs travaux initiaux aient été axés sur la conception de portefeuilles optimaux pour les investisseurs en actions. C'est principalement leur exploration des risques de marché et des effets des mouvements conjoints de ces risques qui a posé les fondements du calcul de la VaR.

L'essor de l'utilisation des mesures de VaR découle en grande partie des crises financières qui ont secoué les institutions financières au fil du temps, ainsi que des réponses réglementaires à ces crises. Les premières exigences réglementaires en matière de fonds propres pour les banques ont été établies après la Grande Dépression et les faillites bancaires de cette période. La Securities Exchange Act a alors donné naissance à la Securities Exchange Commission (SEC) et a imposé aux banques de maintenir leurs emprunts en deçà de 2000% de leurs fonds propres.

Au cours des décennies suivantes, les banques ont développé des méthodes de mesure des risques et des dispositifs de contrôle afin de respecter ces exigences en matière de fonds propres. L'évolution des marchés financiers, avec l'avènement des marchés dérivés et des taux de change flottants dans les années 1970, a conduit à des ajustements et à une expansion des exigences de fonds propres, notamment à travers l'Uniform Net Capital Rule (UNCR) de la SEC en 1975. Cette règle classifiait les actifs financiers détenus par les banques en douze catégories en fonction du risque, exigeant des niveaux de capitaux différents pour chacune de ces catégories, allant de 0% pour les bons du Trésor à court terme à 30% pour les actions.

Les premières réglementations évoquant la VaR ont été initiées vers 1980, lorsque la SEC a associé les exigences en capital des entreprises de services financiers aux pertes prévues avec un niveau de confiance de 95% sur une période de trente jours, en se basant sur les rendements historiques pour évaluer ces pertes potentielles. Même si ces mesures étaient qualifiées de décotes plutôt que de valeurs ou de capitaux à risque, il était clair que la SEC exigeait des sociétés

de services financiers qu'elles évaluent la VaR à 95% sur un mois et qu'elles détiennent suffisamment de capital pour couvrir ces pertes potentielles.

À cette époque, les portefeuilles de trading des banques d'investissement et commerciales prenaient de l'ampleur et devenaient plus volatils, ce qui suscitait le besoin de mesures de contrôle des risques plus sophistiquées et réactives. En 1986, Ken Garbade de Banker's Trust a introduit des mesures avancées de la VaR pour les portefeuilles à revenu fixe de l'entreprise, se basant sur la covariance des rendements des obligations de différentes échéances. Dans le début des années 1990, de nombreuses entreprises de services financiers avaient développé des versions rudimentaires de la VaR, mais il y avait de grandes variations dans la manière dont elle était calculée.

Cependant, une série de pertes catastrophiques liées à l'utilisation de produits dérivés et à l'effet de levier entre 1993 et 1995, incluant la faillite de la banque d'investissement britannique Barings à cause de transactions non autorisées sur des contrats à terme et des options du Nikkei par un jeune trader, Nick Leeson à Singapour, ont montré la nécessité de mesures de risque plus approfondies.

En 1995, J.P. Morgan a rendu publique l'accès à des données sur les variances et covariances entre différentes classes de titres et d'actifs, qu'elle utilisait en interne depuis près d'une décennie pour gérer les risques. Cela a permis aux fabricants de logiciels de développer des outils pour évaluer les risques, créant ainsi le service "RiskMetrics". Ce service a employé le terme "Value-at-Risk" pour décrire la mesure de risque émergeant de ces données. La mesure a trouvé un public réceptif parmi les banques commerciales, d'investissement et les autorités de réglementation qui les supervisent, attirés par son aspect intuitif.

Au cours de la dernière décennie, la VaR est devenue la mesure standard de l'exposition au risque dans les entreprises de services financiers, et elle a même commencé à être adoptée par des entreprises de services non financiers. Son utilisation s'est généralisée, en grande partie en raison de sa capacité à fournir une estimation concise et intuitive du risque, tout en permettant une gestion plus proactive et préventive des risques financiers.

2.2 Définition :

La Value at Risk (VaR) dans sa forme la plus générale évalue la perte potentielle de valeur d'un actif ou d'un portefeuille risqué sur une période spécifiée pour un niveau de confiance donné. Par exemple, si la VaR pour un actif est de 100 millions de dollars avec un niveau de confiance de 95% sur une semaine, cela signifie qu'il y a seulement 5% de chances que la valeur de l'actif chute de plus de 100 millions de dollars au cours de cette semaine.

Bien que la VaR puisse être utilisée par toute entité pour évaluer son exposition au risque, elle est principalement utilisée par les banques commerciales et d'investissement. Ces institutions l'emploient afin de quantifier la perte potentielle de leurs portefeuilles en raison de mouvements défavorables sur les marchés financiers pendant une période spécifique.

En résumé, la VaR fournit une estimation du montant maximal de perte qu'un actif ou un portefeuille pourrait subir dans des conditions normales de marché, à un niveau de confiance donné sur une période de temps définie. Son utilisation permet aux institutions financières de mieux comprendre et gérer les risques associés à leurs investissements.

En examinant de plus près la VaR, il existe des aspects clés qui reflètent la discussion sur les simulations dans le dernier chapitre :

- . La VaR R se concentre clairement sur le downside risk et les pertes potentielles. Son utilisation dans les banques reflète leur crainte d'une crise de liquidité, où un événement catastrophique à faible probabilité crée une perte qui anéantit le capital. La disparition de Long Term Capital Management, le fonds d'investissement avec les meilleurs traders de Wall Street et lauréats du prix Nobel, a été un déclencheur de l'acceptation généralisée de la VaR.
- . La VaR comporte trois éléments clés : un niveau spécifié de perte de valeur, une période de temps fixe sur laquelle le risque est évalué et un intervalle de confiance.

La VaR peut être spécifiée pour un actif individuel, un portefeuille d'actifs ou pour une entreprise entière.

Quelle que soit l'utilisation de la VaR, lorsque les risques de marché sont pris en considération, les analystes calculent en premier lieu la VaR sur un horizon temporel d'un jour. L'hypothèse habituelle est :

VaR à N-jour = VaR à 1 -jour $\cdot \sqrt{N}$ Mathématiquement, la VaR est représentée comme :

$$P(V \leq V_0 - VaR) = \alpha$$

Avec :

- - V : Valeur terminale du portefeuille
- - V_0 : Valeur initiale du portefeuille
- - VaR : Value-at-Risk
- - α : le niveau de risque

Une autre manière de représenter la VaR est :

$$P(r_t \leq F_{r,t}^{-1}(\alpha)) = \alpha$$

$$VaR_{r,t}(\alpha) = F_{r,t}^{-1}(\alpha)$$

Avec :

- - r_t : le rendement du portefeuille
- - $F_{r,t}^{-1}(\alpha)$: quantile de la distribution des pertes liée à la probabilité de $1 - \alpha$

Il existe plusieurs approches de calcul de la VaR. On traite dans la section suivante 3 méthodes : la simulation historique, la méthode paramétrique et la simulation de Monte Carlo.

3 Conditional Value at Risk

3.1 Généralités

La crise financière mondiale a mis en lumière les lacunes de la Value at Risk (VaR) en tant qu'indicateur exclusif de mesure du risque pour de nombreux investisseurs. Certains ont attribué leurs pertes importantes à une mauvaise interprétation de la VaR. Certains admettent avoir ignoré les risques extrêmes, tandis que d'autres estiment ne pas avoir compris les limites de cette mesure.

Depuis lors, de nombreux investisseurs ont commencé à adopter une mesure de risque supplémentaire appelée Conditional Value at Risk (CVaR). Contrairement à la VaR, qui fournit une estimation de la perte maximale à un certain niveau de confiance, la CVaR va plus loin. Elle se concentre spécifiquement sur les pertes extrêmes en fournissant le montant total des pertes au-delà d'un certain seuil, une fois que cet événement se produit.

Pour illustrer la différence, alors que les utilisateurs de la VaR se demanderaient "Combien de fois mon portefeuille pourrait-il perdre au moins 1 million de dirhams ?", les utilisateurs de la CVaR se poseraient plutôt la question "Lorsque la perte de mon portefeuille dépassera 1 million de dirhams, combien pourrait-il perdre au total ?".

La CVaR est considérée comme une mesure plus complète pour évaluer les risques extrêmes, offrant une perspective supplémentaire aux investisseurs pour mieux appréhender les pertes potentielles dans des situations de marché défavorables et extrêmes. Son adoption croissante reflète la nécessité de prendre en compte les pertes au-delà des simples estimations maximales fournies par la VaR, renforçant ainsi la gestion du risque dans des environnements financiers complexes et volatils.

3.2 Définition

La CVaR est calculée en prenant une moyenne pondérée de la VaR estimée et de pertes attendues au-delà de la VaR. La CVaR est calculée en tant que VaR incrémentée de la probabilité pondérée des pertes dépassant la VaR. L'estimation de la VaR ne peut jamais dépasser l'estimation de la CVaR. La relation entre les deux mesures est illustrée par le graphe suivant : On a donc défini une

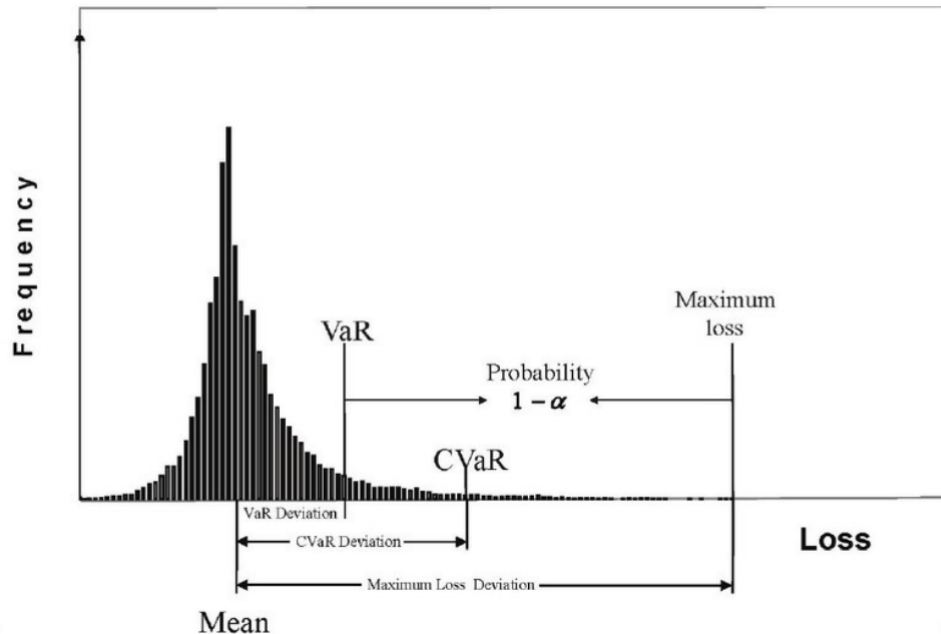


FIGURE I.1 – La relation entre Var et CVar

mesure complémentaire du risque de perte, la VaR conditionnelle CVaR. Pour une variable aléatoire X , elle est définie par :

$$CVaR_\alpha = E[-X/X < -VaR_\alpha(X)]$$

En d'autres termes, la VaR conditionnelle peut se définir comme l'espérance de la perte lorsque cette perte dépasse la VaR. Puisque la VaR mesure la valeur qui sépare les

(1%) de la distribution, on cherche à se focaliser sur la queue de distribution de la perte, les (%) restant, dont on ne connaît ni la distribution, ni l'espérance. Contrairement à la VaR, la CVaR est une mesure cohérente du risque qui respecte les axiomes définis par Artzner et introduits au premier chapitre.

4 Méthode de Calcul de la VaR

4.1 Simulation Historique :

La simulation historique est une méthode couramment utilisée pour estimer la Value at Risk (VaR) qui se base sur les données historiques des rendements d'un actif financier. Elle utilise un percentile spécifique pour déterminer la VaR. Par exemple, si l'on veut évaluer la VaR des données historiques journalières d'un actif financier avec un niveau de risque de 1%, tous les rendements journaliers passés sur la période définie seront ordonnés du plus bas au plus élevé. Ensuite, le percentile correspondant à ce niveau de risque (dans cet exemple, le 1%) sera choisi comme valeur de la Value-at-Risk. Cette valeur sera alors multipliée par la valeur actuelle de l'actif pour estimer la VaR sur une période spécifique, par exemple, sur une journée.

La simulation historique est une approche largement préconisée par les gestionnaires de risques en raison de sa simplicité d'utilisation et de sa mise en œuvre aisée. L'un de ses principaux avantages est qu'elle ne nécessite pas que les données suivent une distribution gaussienne. En effet, elle peut être appliquée à n'importe quelle distribution de données. Cette méthode se base uniquement sur les données passées des rendements et des modèles antérieurs, quelle que soit leur distribution, pour fournir des estimations de VaR.

En résumé, la simulation historique est une méthode pratique et adaptable qui utilise l'historique des rendements pour estimer la VaR, offrant ainsi une alternative flexible aux autres techniques plus traditionnelles qui requièrent des hypothèses spécifiques sur la distribution des données.

4.2 Méthode Paramétrique :

La méthode paramétrique, également appelée méthode de variance-covariance, a été introduite par le service RiskMetrics de J.P. Morgan en 1995. Elle tire son nom du fait qu'elle est basée sur l'estimation de la matrice variance-covariance des variations des facteurs de risque qui composent un portefeuille. Cette méthode évalue la Value at Risk (VaR) en se fondant sur cette estimation statistique.

L'hypothèse fondamentale de la méthode paramétrique repose sur plusieurs points clés : 1. Normalité des distributions : Elle suppose que les facteurs de

risque ainsi que les pertes et profits suivent une distribution normale. 2. Stationnarité des prix ou rendements : Elle suppose que les prix ou rendements des actifs pour la période de calcul de la VaR restent stables et ne présentent pas de variations significatives. 3. Linéarité de la relation : Elle suppose une relation linéaire entre les prix des positions détenues et les facteurs de risque.

Cependant, il est important de noter que ces hypothèses peuvent être assez restrictives dans la réalité. Les marchés financiers peuvent souvent dévier de la normalité, présentant des queues épaisses, des asymétries ou d'autres caractéristiques qui ne correspondent pas à une distribution normale. De plus, la stationnarité des prix ou des rendements n'est pas toujours garantie, surtout dans des conditions de marché volatiles.

Malgré ces limitations, la méthode paramétrique reste largement utilisée en raison de sa simplicité et de sa facilité d'application, bien que des ajustements et des alternatives soient souvent nécessaires pour mieux s'adapter aux réalités des marchés financiers réels.

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \mu(\Delta t) - z_{\alpha} \sigma(\Delta t)$$

Avec :

- α : le niveau de risque
- μ : l'espérance sur la période Δt
- σ : l'écart-type sur la période Δt
- z_α : le quantile d'ordre α

4.3 Simulation de Monte Carlo :

La simulation de Monte Carlo est un processus utilisé pour générer des scénarios de prix aléatoires afin d'estimer les mouvements potentiels des prix futurs des actifs financiers. Lorsqu'elle est appliquée à l'estimation de la Value at Risk (VaR), la simulation de Monte Carlo permet de générer la distribution de probabilité des taux de rendement des portefeuilles.

Pour calculer une VaR à 1 jour pour un portefeuille, le processus de simulation de Monte Carlo suit les étapes suivantes :

1. Détermination de la dynamique des actifs du portefeuille : Cette étape implique la spécification des modèles mathématiques décrivant le comportement des différents actifs du portefeuille, notamment leurs relations, volatilités, corrélations, etc.
2. Utilisation de la simulation de Monte Carlo pour simuler la valeur future de ces actifs sur une période de n jours : En se basant sur les modèles établis, des scénarios de prix futurs pour chaque actif du portefeuille sont générés de manière aléatoire, en prenant en compte les facteurs de risque et les distributions statistiques appropriées.
3. Détermination de la valeur du portefeuille dans chaque scénario : En utilisant les prix simulés des actifs pour chaque scénario, la valeur totale du portefeuille est calculée pour chacun de ces scénarios futurs.

4. Détermination du quantile d'ordre pour ces valeurs futures de portefeuille :
En classant toutes les valeurs des portefeuilles simulés, le quantile correspondant à (le niveau de confiance désiré, par exemple 1%) est identifié. Ce quantile représente la Value at Risk, soit la perte maximale attendue pour ce niveau de confiance sur une période spécifique (dans cet exemple, sur 1 jour).

La simulation de Monte Carlo est appréciée pour sa capacité à capturer la complexité des marchés financiers en générant une gamme de scénarios possibles, offrant ainsi une méthode flexible pour estimer la VaR en prenant en compte diverses sources de risque et de variation des prix.

Dans notre cas, on va assumer que le prix des actifs suit un Mouvement Brownien Géométrique, c'est-à-dire :

$$S_T = S_0 e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}$$

Avec :

- - S_T : la valeur terminale de l'actif
- - S_0 : la valeur initiale de l'actif
- - r : le taux sans-risque
- - σ : la volatilité de l'actif
- - Z : variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite

Chapitre II

Application :Evaluation de risque d'un portefeuille par la Var et la CVaR

1 Portefeuille à variance minimale

Nous chercherons à évaluer le risque de notre portefeuille constitué des actions **AAPL** (Apple), **C** (Citi Group), **DIS** (Disney) et **META** (Meta) en utilisant les mesures de risque **VaR** et **CVaR**. Ces mesures seront calculées à l'aide des méthodes historique, de variance-covariance et de simulation de Monte Carlo. L'objectif est de mieux appréhender le niveau de risque de notre portefeuille en considérant différentes approches d'estimation du risque financier.

2 Évolution des Prix de Clôture Ajustés pour les Symboles d'Actions Spécifiques : Analyse sur une Période Déterminée

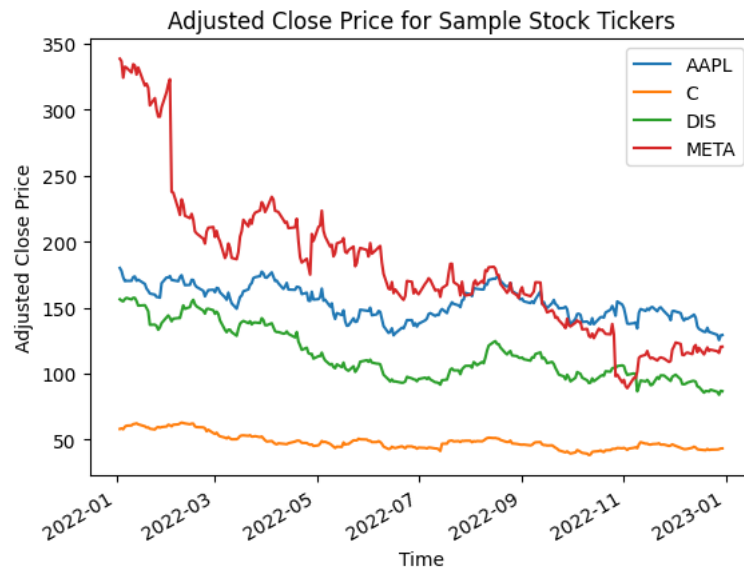


FIGURE II.1 – Évolution des Prix de Clôture Ajustés

ce graphique linéaire illustre l'évolution des prix de clôture ajustés au fil du temps pour les symboles d'actions spécifiques stockés dans le DataFrame. Cette représentation visuelle offre une vue claire des fluctuations des prix de ces actions sur une période déterminée.

3 Méthode Historique

Les mesures de risque de Value at Risk (VaR) et de Conditional Value at Risk (CVaR) ont été calculées pour évaluer le niveau de risque associé à ce portefeuille financier sur une période spécifique, en se basant sur les rendements historiques des actifs financiers pour cette durée temporelle.

```
Historical VaR at 0.95 confidence level: -3563.87 (-3.56%)  
Historical CVaR at 0.95 confidence level: -4702.13 (-4.70%)
```

FIGURE II.2 – Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille

La représentation graphique ci-dessous présente l'histogramme des rendements du portefeuille financier, mettant en évidence les niveaux de risque définis par la Value at Risk (VaR) et la Conditional Value at Risk (CVaR). Cette visualisation permet d'observer la distribution des rendements du portefeuille tout en identifiant les seuils de risque associés à ces mesures de gestion des risques.

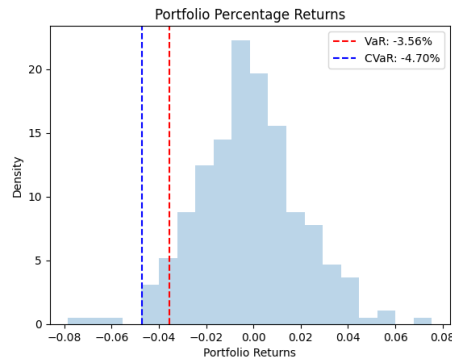


FIGURE II.3 – Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVaR

La VaR de -3563.87 (-3.56%) indique qu'il y a 95% de confiance que les pertes potentielles du portefeuille ne dépassent pas 3563.87 unités monétaires, ce qui représente approximativement 3.56% de la valeur initiale du portefeuille.

Quant à la CVaR de -4702.13 (-4.70%), elle représente la perte moyenne attendue si les pertes excèdent le niveau défini par la VaR. Cela signifie qu'en cas de dépassement du niveau de perte déterminé par la VaR, la perte moyenne attendue serait d'environ 4702.13 unités monétaires, correspondant à environ 4.70% de la valeur initiale du portefeuille.

4 Méthode Paramétrique

Les mesures de risque de Value at Risk (VaR) et de Conditional Value at Risk (CVaR) ont été calculées à l'aide de la méthode paramétrique pour évaluer le niveau de risque associé à ce portefeuille financier.

```
Parametric VaR at 0.95 confidence level: -3796.29 (-3.80%)  
Parametric CVaR at 0.95 confidence level: -4713.85 (-4.71%)
```

FIGURE II.4 – Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille par la Méthode Paramétrique

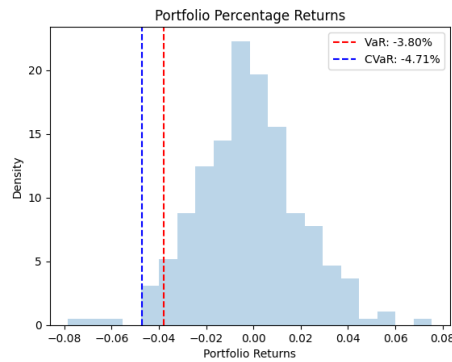


FIGURE II.5 – Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVa par la Méthode Paramétrique

Ces résultats de la méthode paramétrique indiquent une Value at Risk (VaR) à un niveau de confiance de 95% de -3796.29 (-3.80%), signifiant qu'il y a 95% de confiance que les pertes potentielles du portefeuille ne dépassent pas 3796.29 unités monétaires, représentant approximativement 3.80% de la valeur initiale du portefeuille. La Conditional Value at Risk (CVaR) correspondante à ce niveau de confiance est de -4713.85 (-4.71%), représentant la perte moyenne attendue en cas de dépassement du niveau de perte déterminé par la VaR.

5 Méthode de Monte Carlo

Les mesures de risque de Value at Risk (VaR) et de Conditional Value at Risk (CVaR) ont été obtenues par la méthode de Simulation de Monte Carlo pour évaluer le niveau de risque associé à ce portefeuille financier.

```
Monte Carlo VAR at 95% confidence level: $33104.44 (-3.91%)  
Monte Carlo CVAR at 95% confidence level: $27625.10 (-4.69%)
```

FIGURE II.6 – Mesures de Risque : VaR et CVaR pour le Portefeuille par la Méthode de Monte Carlo

Ces résultats de la méthode de Simulation de Monte Carlo indiquent une Value at Risk (VaR) à un niveau de confiance de 95% de 33104.44\$ (-3.91%). Cela

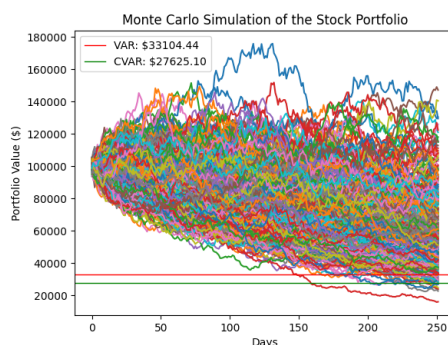


FIGURE II.7 – Analyse des Rendements du Portefeuille avec VaR et CVa par la Méthode de Monte Carlo

signifie qu'il y a 95% de confiance que les pertes potentielles du portefeuille ne dépassent pas 33104.44\$, représentant approximativement une perte de 3.91% de la valeur initiale du portefeuille. La Conditional Value at Risk (CVaR) correspondante à ce niveau de confiance est de 27625.10\$ (-4.69%), représentant la perte moyenne attendue en cas de dépassement du niveau de perte déterminé par la VaR.

6 Comparaison des trois méthodes

On fait une comparaison des trois méthodes implémentées, en terme du montant, pour un niveau de confiance de 95% et dans un horizon de temps de un jour. On trouve les résultats suivants :

Méthode	VaR (95% confiance)	CVaR (95% confiance)
Historique	-3563.87 (-3.56%)	-4702.13 (-4.70%)
Paramétrique	-3796.29 (-3.80%)	-4713.85 (-4.71%)
Monte Carlo	\$33104.44 (-3.91%)	\$27625.10 (-4.69%)

FIGURE II.8 – Comparaison des trois méthodes

Ce tableau comparatif présente les mesures de Value at Risk (VaR) et de Conditional Value at Risk (CVaR) obtenues à un niveau de confiance de 95% par trois différentes méthodes de calcul : Historique, Paramétrique et Monte Carlo.

- Pour la VaR à 95% de confiance : - La méthode Historique a donné une VaR de -3563.87 (-3.56%), indiquant qu'il y a 95% de confiance que les pertes potentielles du portefeuille ne dépassent pas 3563.87 unités monétaires, représentant environ 3.56% de la valeur initiale du portefeuille. - La méthode Paramétrique a fourni une VaR légèrement plus conservatrice de -3796.29 (-3.80%), signalant une estimation légèrement plus élevée des pertes potentielles par rapport à la méthode Historique. - En revanche, la méthode Monte Carlo a abouti à une VaR bien plus élevée de \$33104.44 (-3.91%), représentant une estimation significativement plus élevée des pertes potentielles, à la différence des deux autres méthodes.

- Pour la CVaR à 95% de confiance : - Les résultats montrent une tendance similaire : la méthode Historique a donné une CVaR de -4702.13 (-4.70%), tandis que la méthode Paramétrique a fourni une estimation légèrement inférieure avec -4713.85 (-4.71%). - Cependant, la méthode Monte Carlo a produit une estimation de CVaR de \$27625.10 (-4.69%), représentant une estimation sensiblement différente des pertes moyennes en cas de dépassement du niveau défini par la VaR, par rapport aux deux autres méthodes.

Cette comparaison met en lumière les variations des estimations de risque obtenues par différentes approches, soulignant l'importance de choisir judicieusement la méthode de calcul de la VaR et de la CVaR en fonction des spécificités du portefeuille financier et des préférences de gestion des risques.

Conclusion generale

La Value at Risk (VaR) a évolué en tant qu'outil essentiel dans l'évaluation des risques financiers au sein des institutions bancaires et autres entreprises du secteur financier au cours de la dernière décennie. Son adoption accrue est attribuable aux lacunes des systèmes de suivi des risques antérieurs, incapables de détecter efficacement les prises de risques excessives des traders. La VaR offre l'avantage crucial de quantifier le capital à risque, en particulier dans des scénarios extrêmes, tout en permettant une mise à jour régulière de cette évaluation.

Bien que la notion de Value at Risk soit simple - déterminer le montant maximal qu'un investisseur pourrait perdre sur un investissement pendant une période donnée avec une probabilité spécifiée - différentes méthodes sont employées pour la mesurer. La première repose sur l'hypothèse de la distribution normale des rendements, en utilisant une matrice de variance-covariance pour estimer l'écart type des rendements du portefeuille. La deuxième méthode se base sur des données historiques pour estimer la probabilité que les pertes dépassent certaines valeurs. Enfin, la troisième méthode utilise des simulations de Monte Carlo, supposant que les prix des actifs suivent un mouvement aléatoire, pour estimer la VaR.

Chacune de ces approches présente ses avantages et inconvénients. L'approche paramétrique est facile à mettre en œuvre mais repose sur l'hypothèse de normalité des rendements, tandis que les simulations historiques supposent que les périodes passées sont représentatives des périodes futures. Les simulations de Monte Carlo, bien que plus complexes et nécessitant un calcul intensif, offrent une perspective temporelle dans l'estimation des risques. Toutes ces méthodes génèrent des estimations de la VaR sujettes à interprétation et à jugement.