Zárthelyi dolgozat
Geometria

Informatika csoport

2021. április

- Hivatlaból 1 pont szerezhető. Munkaidő 2 óra. Nem minden tétel kötelező. Maximális elérhető pontszám: **17 pont.**

(1) (**3 pont**) Adott az ABC háromszög. Határozzuk meg a térben azt a P pontot, amelyre az

$$f(P) = \alpha AP^2 + \beta BP^2 + \gamma CP^2$$

kifejezés a legkisebb értéket veszi fel $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R},\ \alpha + \beta + \gamma > 0$.

(2) (**2 pont**) Adott az ABC_Δ háromszög BC oldalának felezőpont M. Az AB és AC oldalakon felvesszük a D illetve E pontot úgy, hogy $AB = m \cdot AD$ és $AC = n \cdot AE$. Legyen $AM \cap DE = \{F\}$. Igazoljuk, hogy $m\overrightarrow{DF} = n\overrightarrow{FE}$.

(3) (**1 pont**) Írjuk fel az $x - y - 3 = 0$ és a $2x + 3y - 11 = 0$ egyenesek metszéspontján áthaladó és az $5x - 4y - 17 = 0$ egyenesre megrőleges egyenes egyenletét.

(4) **(3 pont)** Határozzuk meg a $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ és $d_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{3}$ egyenesek közös u merőlegesét és távolságát.

(5) **(2 pont)** Egy háromszög csúcspontjai $A(0,2)$, $B(-2,0)$, $C(-1,4)$. A háromszög súlypontja, körülírt körének középpontja és magasságpontja közül melyik van közelebb az AB oldalhoz?

(6) (**2 pont**)
   (a) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely átmegy az $M_0(1,-2,3)$ ponton és párhuzamos a $\overrightarrow{v}_1(2,-1,3)$, $\overrightarrow{v}_2(1,7,0)$ vektorokkal.
   (b) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely átmegy az $A(2,-1,3)$ ponton és párhuzamos a $3x - y + 3z + 5 = 0$ síkkal.

(7) (**1 pont**) Határozzuk meg a $P_0(3,-1,3)$ ponton áthaladó $d : \frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{1}$ egyenesre merőleges egyenest.

(8) (**2 pont**) Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az $M_0(2,2,-1)$ ponton és
   (a) merőleges a $x - y + 3z - 5 = 0$ síkra;
   (b) párhuzamos az e:$\begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$ egyenessel;