



TD n°3 : Calcul Stochastique

Master MMA - 1ère année - 2021/2022

Pr. Hamza El Mahjour

Calcul d'Itô et EDS

Exercice 1

1. Démontrez qu'il existe une solution unique à l'équation :

$$dX_t = a(b - X_t)dt + \sigma dB_t$$

2. Déterminer de façon explicite cette solution.

[01]

Exercice 2

Soit X et Y deux processus vérifiant

$$\begin{cases} dX_t = \alpha X_t dt + Y_t dB_t; & X(0) = x_0, \\ dY_t = \alpha Y_t dt - X_t dB_t; & Y(0) = y_0. \end{cases}$$

où $\alpha > 0$ et B_t est un mouvement brownien standard.

1. Montrer que $R = X^2 + Y^2$ est déterministe.
2. Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $\text{cov}(X, Y)$.
3. Pour quelle valeur de α la variable R est déterministe et constante.

[02]