

Exo 1:

- 1) $\Omega = \{P, F\}$; 2) $\Omega = \{P, F\}^3 = \{(P, P, P); (P, F, P); \dots\}$ 4
3) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 4) $\Omega = \{\{1; 1\}; \{1; 2\}; \dots; \{1; 6\};$
 $\{2; 2\}; \{2; 3\}; \dots; \{2; 6\};$
 $\dots; \{6; 6\}\}$

Exo 2: $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

1. $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset; E\}$ (grossière)
 $\mathcal{F} = \mathcal{P}(E)$ (exhaustive)
2. $\mathcal{F}_1 = \{\emptyset; E; \{1; 2; 3\}; \{4; 5\}\}$
 $\mathcal{F}_2 = \{\emptyset; E; \{1; 2; 3\}; \{4; 5\}; \{1\}; \{2; 3; 4; 5\};$
 $\{2; 3\}; \{1; 4; 5\}\}$

~~3.~~ Soit \mathcal{F} et \mathcal{G} deux tribus du m^{ême} espace.

Notons $\mathcal{H} = \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$. On a

(i) $\emptyset \in \mathcal{F}$ et $\emptyset \in \mathcal{G}$ donc $\emptyset \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \mathcal{H}$.

(ii) soit $A \in \mathcal{H} = \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ donc $A \in \mathcal{F}$ et $A \in \mathcal{G}$.
et puisque \mathcal{F} et \mathcal{G} sont deux tribus donc

$A^c \in \mathcal{F}$ et $A^c \in \mathcal{G}$ donc $A^c \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$.

(iii) soit $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ une famille d'événements
de \mathcal{H} . Donc $\forall i \in \mathbb{N}$ $A_i \in \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ c-à-d
 $A_i \in \mathcal{F}$ et $A_i \in \mathcal{G}$ pour tout $i \in \mathbb{N}$.

Et puisque \mathcal{F} et \mathcal{G} sont deux tribus denses, 4
 $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$ et $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \in \mathcal{G}$ donc:
 $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i \in \mathcal{H} = \mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ \square

Exo 3:

$$1) D = \bigcap_{j=1}^{\infty} \overline{C}_j, \quad A = \bigcup_{k=0}^{\infty} F_{2k+1}$$

$$B = \bigcup_{k=1}^{\infty} F_{2k}$$

2) la partie se termine au n -ème lancer
 donc "cinq" n'apparaît pas dans les $n-1$ lancers,
 mais apparaît lors du n -ème.

$$\text{donc } F_n = \overline{C}_1 \cap \overline{C}_2 \cap \overline{C}_3 \cap \dots \cap \overline{C}_{n-1} \cap C_n$$

~~Il faut donc que pour tout $k \in \mathbb{N}$, on ait $F_{2k+1} \subset A$ et $F_{2k} \subset B$.~~

$$3) \text{ Enfin; } A = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \left(\left(\bigcap_{j=1}^{2k} \overline{C}_j \right) \cap C_{2k+1} \right)$$

$$\text{et } B = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \left(\left(\bigcap_{j=1}^{2k-1} \overline{C}_j \right) \cap C_{2k} \right)$$

Exo 4: 1) 15 choix \rightarrow mères } $\Rightarrow 15 \times 3 = 45$ possibilités
 3 choix \rightarrow leurs enfants

2) Le choix du sous-comité est le résultat qui découle de quatre expériences "séparées":
 « un représentant de chaque catégorie ».

donc $3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120$ possibilités.

3) $N \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$; $L \in \{A, B, C, D, E\}$
 et $R \in \{1, \dots, 86\}$. Il s'agit de

d'expériences séparées donc:

10 choix pour chaque N.

5 choix pour L.

86 choix pour R

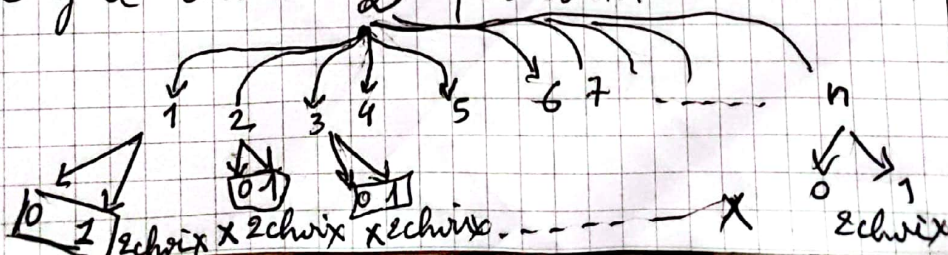
$$\text{Possibilités} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 5 \times 86 \\ = 43\,000\,000$$

[si tu veux] = (on supprime $1 \times 5 \times 86$ choix parce que la matricule 00000-L-R n'existe pas. Ce qui donne: 42 999 970)

4) $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{0, 1\}, f(i)$

Pour chaque i , $f(i)$ est soit 0 ou 1.

Il y a alors 2^n possibilités.



Exo 5:

$$10! = 3.628.800$$

1) Puisqu'il s'agit de 10 personnes, on a

$10 \times 9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1 = 10!$ possibilités
indépendamment du sexe.

2) Maintenant, puisque chaque sexe est
séparé alors on a $6!$ pour les hommes
et $4!$ pour les femmes. En total

$$6! \times 4! = (720) \cdot 24 = 17.280$$

Exo 6: Il y a $4! \times 3! \times 2! \times 1!$ de façons
de mettre les Maths ensuite la chimie
puis l'astronomie et enfin la langue.

Et puis il y a $4!$ de manières pour

ranger les matières : $M.C.A.L$
ath chim astro eng

$M.A.C.L$; $M.A.L.C$; $M.C.L.A$

donc : $4! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1!$ de possibilités.
 $= 6912$.