

CALCULATRICE INTERDITE



Vendredi 02 février 2024

1. Soit $G = \{-1, 1, i, i\} \subset \mathbb{C}$. Montrer que (G, \times) est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times) .

$x \times y^{-1}$				

2. On considère le groupe symétrique \mathfrak{S}_5 . Soit les deux permutations σ_1 et σ_2

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(a) Quel est le cardinal de \mathfrak{S}_5 ?

(b) Quel est l'ordre de σ_1 et pourquoi ?

(c) Calculez $\sigma_1 \circ \sigma_2$ et σ_2^2 .

3. Soit $a = 26676$ et $b = 19266$.

(a) En appliquant et en respectant l'ALGORITHME d'EUCLIDE, calculer $d = PGCD(a, b)$.

..... = \times +

..... = \times +

..... = \times +

..... = \times +

..... = \times +

(b) Trouver (par une procédure correcte) deux nombres u, v tels que $au + bv = d$.

4. Soit $P(X) = X^4 + 1$.

(a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 = -1$.

5. Soit

$$A(X) = X^5 - 2X^4 + X^3 - X^2 + 2X - 1 \text{ et } B(X) = X^3 - X^2 + 2X - 2.$$

(a) Trouver le PGCD de $A(X)$ et $B(X)$.

(b) Grâce aux racines conjuguées trouvées, déduire une factorisation du polynôme $P(X) = Q(X)R(X)$ où Q et R sont des polynômes réels de degré 2.

(b) Simplifier la fraction $\frac{A(X)}{B(X)}$