



TD n°3 : Mathématiques

SG - S1 - 2023/2024 - Pr. Hamza El Mahjour

Calcul Matriciel

Exercice 1

Soit A_i les matrices suivantes :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_5 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Calculer les produits $A_i A_j$ pour $i \neq j$ quand il est possible.

[01]

Exercice 2

Soit B_i les matrices suivantes :

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix},$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -10 \\ 0 & 20 & 21 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}, \quad B_5 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 8 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_6 = \begin{bmatrix} 245 & 0 & 0 & 0 \\ 389 & 0 & 0 & 0 \\ 517 & -503 & 317 & 0 \\ -574 & 1247 & 512 & 33 \end{bmatrix}.$$

1. En utilisant la méthode usuelle calculer le déterminant de B_1 .
2. Calculer le déterminant de B_2 avec la règle de Sarrus.
3. Pour B_3 et B_5 , prouver que leur déterminant est nul sans faire de calculs.
4. Comment on calculera le déterminant de B_4 et B_6 ? Pourquoi ?
5. Trouver l'inverse de B_1 .

[02]

Exercice 3

1. Résoudre les systèmes linéaires suivants par la méthode de Cramer :

$$\begin{cases} x - 3y + z = 3 \\ 4x + y + 2z = 32 \\ -x + y + 3z = 5. \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + 2z = 5 \\ 2x - y + z = 10 \\ 5x + 2y + z = 40. \end{cases}$$

2. En inversant la matrice du système trouver la solution de :

$$\begin{cases} x + y + 2z &= 3 \\ 3x + z &= 32 \\ -x + z &= 5. \end{cases}$$

3. Si un système linéaire est sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

peux-tu trouver une technique qui permet de le résoudre sans la méthode de Cramer ?

[03]