



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления (ИУ)»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии (ИУ7)»

## ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 4

по курсу «Моделирование»

на тему: «Моделирование работы системы массового обслуживания»

Вариант № 2

Студент ИУ7-73Б  
(Группа)

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

Р. Р. Хамзина  
(И. О. Фамилия)

Преподаватель

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

И. В. Рудаков  
(И. О. Фамилия)

2022 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Задание . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1	Принцип $\Delta t$ . . . . .	3
1.2	Событийный принцип . . . . .	3
1.3	Закон появления сообщений . . . . .	3
1.4	Закон обработки сообщений . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Реализация . . . . .</b>	<b>5</b>
2.1	Детали реализации . . . . .	5
2.2	Полученный результат . . . . .	9

# 1 Задание

Реализовать программу с графическим интерфейсом для моделирования работы системы массового обслуживания принципом  $\Delta t$  и событийным принципом и определения максимальной длины очереди, при которой не будет потери сообщений. Моделируемая система состоит из генератора сообщений, очереди сообщений и обслуживающего аппарата. Для моделирования работы генератора сообщений использовать равномерный закон распределения, для моделирования работы обслуживающего аппарата — нормальный закон распределения. Предусмотреть возможность возврата в очередь части обработанных сообщений с заданной вероятностью.

## 1.1 Принцип $\Delta t$

Принцип  $\Delta t$  заключается в последовательном анализе состояний всех блоков в момент  $t + \Delta t$  по заданному состоянию блоков в момент времени  $t$ . При этом новое состояние блоков объявляется в соответствии с их алгоритмическим описанием с учетом действующих случайных факторов, которые задаются распределениями вероятностей. В результате анализа принимается решение о том, какие общесистемные события должны имитироваться программой на данный момент времени.

## 1.2 Событийный принцип

При использовании событийного принципа состояния всех блоков имитационной модели анализируется лишь в момент появления какого-либо события. Момент поступления следующего события определяется минимальным значением из списка будущих событий, представляющего собой совокупность моментов ближайшего изменения состояний каждого из блоков системы.

## 1.3 Закон появления сообщений

Для моделирования работы генератора сообщений в лабораторной работе используется равномерный закон распределения. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке  $[a, b]$ , если её функция плотности  $p(x)$  имеет вид:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{если } x \in [a, b], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (1.1)$$

Функция распределения  $F(x)$  равномерной случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{если } a < x \leq b, \\ 1, & \text{если } x > b. \end{cases} \quad (1.2)$$

Интервал времени между появлением  $i$ -ого и  $(i-1)$ -ого сообщения по равномерному закону распределения вычисляется следующим образом:

$$T_i = a + (b - a) \cdot R, \quad (1.3)$$

где  $R$  — псевдослучайное число от 0 до 1.

## 1.4 Закон обработки сообщений

Для моделирования работы генератора сообщений в лабораторной работе используется нормальный закон распределения. Случайная величина имеет нормальное распределение, если её функция плотности  $p(x)$  имеет вид:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \quad (-\infty < \mu < +\infty, \sigma > 0). \quad (1.4)$$

Функция распределения  $F(x)$  нормальной случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \operatorname{erf}(\frac{x - \mu}{\sqrt{2 \cdot \sigma^2}})). \quad (1.5)$$

Интервал времени между появлением  $i$ -ого и  $(i-1)$ -ого сообщения по нормальному закону распределения вычисляется следующим образом:

$$T_i = \sigma_X \cdot \sqrt{\frac{12}{n}} \cdot (\sum_{i=1}^n R_i - \frac{n}{2}) + M_X, \quad (1.6)$$

где  $n = 12$ ,  $R_i$  — псевдослучайное число от 0 до 1.

## 2 Реализация

### 2.1 Детали реализации

На листинге 2.1 показана реализация функции управляющей программы принципом  $\Delta t$ .

Листинг 2.1 – Реализация управляющей программы принципом  $\Delta t$

```
1 def step_principle(self):
2     max_length = 0
3     now_length = 0
4     processed_msgs = 0
5     self.handler.free = True
6
7     now_time = self.step
8     generation_time = self.generator.get_time_interval()
9     prev_generation_time = 0
10    handling_time = 0
11
12    while processed_msgs < self.msg_number:
13
14        if now_time > generation_time:
15            now_length += 1
16
17            if max_length < now_length:
18                max_length = now_length
19
20            prev_generation_time = generation_time
21            generation_time += self.generator.get_time_interval()
22
23        if now_time > handling_time:
24            if now_length > 0:
25                was_free = self.handler.free
26
27                if self.handler.free:
28                    self.handler.free = False
29                else:
30                    processed_msgs += 1
31                    now_length -= 1
32
33            now_return_probability = random()
34
```

```
35         if now_return_probability <=
36             self.return_probability:
37                 now_length += 1
38
39         if was_free:
40             handling_time = prev_generation_time + \
41                 self.handler.get_time_interval()
42         else:
43             handling_time +=
44                 self.handler.get_time_interval()
45
46         else:
47             self.handler.free = True
48
49         now_time += self.step
50
51     return max_length
```

На листинге 2.2 представлена реализация функции управляющей программы событийным принципом.

Листинг 2.2 – Реализация управляющей программы событийным принципом

```
1 def eventful_principle(self):
2     max_length = 0
3     now_length = 0
4     processed_msgs = 0
5     processed = False
6     self.handler.free = True
7
8     events = [[self.generator.get_time_interval(),
9                 State.generation]]
10
11     while processed_msgs < self.msg_number:
12         event = events.pop(0)
13
14         if event[Constants.state] == State.generation:
15             now_length += 1
16
17             if max_length < now_length:
18                 max_length = now_length
19
20             self.__add_event(events, [event[Constants.time] + \
21                                     self.generator.get_time_interval(),
22                                     State.generation])
23
24             if self.handler.free:
25                 processed = True
26
27             if event[Constants.state] == State.handling:
28                 processed_msgs += 1
29                 now_return_probability = random()
30
31                 if now_return_probability <= self.return_probability:
32                     now_length += 1
33
34                 processed = True
35
36             if processed:
37                 if now_length > 0:
38                     now_length -= 1
```

```

38         self.__add_event(events,
39                             [event[Constants.time] + \
40                             self.handler.get_time_interval(),
41                             State.handling])
42         self.handler.free = False
43     else:
44         self.handler.free = True
45
46     processed = False
47
48     return max_length
49
50 def __add_event(self, events, event):
51     i = 0
52
53     while i < len(events) and \
54           events[i][Constants.time] < event[Constants.time]:
55         i += 1
56
57     if 0 < i < len(events):
58         events.insert(i - 1, event)
59     else:
60         events.insert(i, event)

```

На листинге 2.3 показана реализация функции вычисления интервала времени между появлением  $i$ -ого и  $(i - 1)$ -ого сообщения по равномерному закону распределения.

Листинг 2.3 – Вычисление интервала времени между появлениями сообщений по равномерному закону распределения

```

1 def get_time_interval(self):
2     return self.a + (self.b - self.a) * random()

```

На листинге 2.4 представлена реализация функции вычисления интервала времени между появлением  $i$ -ого и  $(i - 1)$ -ого сообщения по нормальному закону распределения.

Листинг 2.4 – Вычисление интервала времени между появлениями сообщений по нормальному закону распределения

```

1 def get_time_interval(self):
2     random_sum = sum([random() for _ in range(Constants.n)])
3     return self.sigma * (random_sum - 6) + self.mu

```



## 2.2 Полученный результат

На рисунках 2.1-2.4 показаны страницы программы для определения максимальной длины очереди при моделировании системы массового обслуживания принципом  $\Delta t$  и событийным принципом с вероятностями возврата сообщения 0.0, 0.3, 0.7, 1.0 соответственно.

Моделирование работы Q-системы

О программе

**Появление сообщений**

Число сообщений: 1000

Временной шаг: 0,01

Параметры равномерного распределения:

a: 5,00

b: 15,00

**Обработка сообщений**

Вероятность возврата сообщения: 0,00

Параметры нормального распределения:

$\mu$ : 8,00

$\sigma$ : 0,50

Промоделировать

**Максимальная длина очереди**

Принцип  $\Delta t$ : 3

Событийный принцип: 2

Рисунок 2.1 – Моделирование системы массового обслуживания с вероятностью возврата сообщения 0.0

Моделирование работы Q-системы

О программе

**Появление сообщений**

Число сообщений: 1000

Временной шаг: 0,01

Параметры равномерного распределения:

a: 5,00

b: 15,00

**Обработка сообщений**

Вероятность возврата сообщения: 0,30

Параметры нормального распределения:

$\mu$ : 8,00

$\sigma$ : 0,50

Промоделировать

**Максимальная длина очереди**

Принцип  $\Delta t$ : 103

Событийный принцип: 99

Рисунок 2.2 – Моделирование системы массового обслуживания с вероятностью возврата сообщения 0.3

Моделирование работы Q-системы

О программе

**Появление сообщений**

Число сообщений: 1000

Временной шаг: 0,01

Параметры равномерного распределения:

a: 5,00

b: 15,00

**Обработка сообщений**

Вероятность возврата сообщения: 0,70

Параметры нормального распределения:

$\mu$ : 8,00

$\sigma$ : 0,50

Промоделировать

**Максимальная длина очереди**

Принцип  $\Delta t$ : 511

Событийный принцип: 503

Рисунок 2.3 – Моделирование системы массового обслуживания с вероятностью возврата сообщения 0.7

Моделирование работы Q-системы

О программе

**Появление сообщений**

Число сообщений: 1000

Временной шаг: 0,01

Параметры равномерного распределения:

a: 5,00

b: 15,00

**Обработка сообщений**

Вероятность возврата сообщения: 1,00

Параметры нормального распределения:

$\mu$ : 8,00

$\sigma$ : 0,50

Промоделировать

**Максимальная длина очереди**

Принцип  $\Delta t$ : 802

Событийный принцип: 792

Рисунок 2.4 – Моделирование системы массового обслуживания с вероятностью возврата сообщения 1.0