Part II. 계량 시계열 모형 (Econometric Time Series Model) - 예측

I. 경제적 예측에 대한 접근 방법

A. 단일 방정식 회귀모형
   i. 지금까지 해왔던 회귀모형들 – 예측에 이용될 수 있음

B. 연립 방정식 회귀모형
   i. 60-70 년대에 경제적 예측에 있어서 많이 이용됨 (거시 경제 모형은 기본적으로 연립방정식 모형)
   ii. 그리 성공적이지 못함
      1. 특히 stagflation 시기에 있어서, 그리고 정부의 정책적 패러다임의 변화가 있을 때(Lucas Critique: 추정된 모수들은 정책의변화에 대해 불변이 아님: 계량경제학적 모형으로부터 추정된 모수들은 그 모형이 추정되던 시기에 적용되던 정책에 의존하며, 그러한 정책이 변화할 경우 추정된 모수 역시 변화함)
      2. 연립방정식은 구조적 모수에 대한 추정을 위해서는 식별이되어야 하며, 이를 위해서는 어떠한 변수들을 시스템에 대해서 외생적인 것으로 취급할 것인가를 미리 정해주어야 하지만, C. Sims 는 이러한 식별을 위한 제약이 신뢰하기 힘들다고 지적 – 그로 인해 종종 예측에 있어서 성과가 나쁨(C. Sim(1980), McNees(1986) 등)

C. ARIMA 모형
   i. Box-Jenkins 방법 (Box and Jenkins: Time Series Analysis: Forecasting and Control)
   ii. 단일이든 연립이든 변수들간의 구조적 관계를 나타내는 방정식에 관심을 두기보다는 경제적 시계열 그 자체의 통계적 성질을 분석하는 데 초점을 둠 – Let the data speak for themselves - 그러한 이유로 ARIMA 모형은 무이론적(atheoretic) 모형이라 불리움
   iii. y_t 를 k 개의 설명변수 $x_1,,\ldots x_k$ 에 의해 설명하지 않고, y_t 의 과거 시차 변수들과 확률적 오차항들로 설명하며, 단변량 시계열 ARIMA 모형에서 출발하지만, 다변량 시계열 ARIMA 모형으로 확장될 수 있음

D. VAR 모형(C. Sims)
   i. VAR 모형은 단일변수 AR 모형의 다변수 버전으로 볼 수도 있으며, 다수의 내생변수를 고려한다는 점에서 연립방정식 모형과 피상적으로 볼 때 유사하다고 볼 수도 있으나, 각 내생변수들이 그 자신의 시차 변수들과 다른 내생변수들의 시차변수들에 의해 설명된다는 점에서 차이가 있으며, 보통 별도의 외생변수가 존재하지 않기도 함
   ii. VAR 모형의 기본 정신 역시 “Let the data speak for themselves”이며 가급적

모형에 제약을 부과하지 않는 것이 모형설정의 철학이고, 단일변수 AR 모형과는 달리 여러 변수들간의 상호작용을 고려한다는 점에서 보다 풍부한 모형임

II. ARIMA 모형

A. AR, MA, ARMA, ARIMA

i. 자기회귀(Autoregressive, AR) 과정

1. p 차 AR 과정: AR(p) : $y_t = \alpha_1 y_{t-1} + ... + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t$, ε_t 는 WNP

ii. 이동평균(Moving Average, MA) 과정

1. q 차 AR 과정: MA(q) : $y_t = \mu + \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + ... + \beta_q \varepsilon_{t-q}$, ε_t 는 WNP

   a. μ는 상수항

iii. ARMA 과정

1. ARMA(p,q):

$$y_t = \mu + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + ... + \alpha_p y_{t-p} + \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + ... + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

iv. ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) 과정

1. 이상의 모형들은 관련 시계열 변수가 (약)정상적이라는 전제하에 사용될 수 있음
2. 대부분의 경제 시계열 변수는 비정상적이며, d 차 누적되어 있는 I(d) 시계열을 d 차 차분하여 정상 시계열로 만들어 ARMA(p,q)에 적용하는 경우, 이를 ARIMA(p,d,q)라 함

$$\Delta^d y_t = \mu + \alpha_1 \Delta^d y_{t-1} + \alpha_2 \Delta^d y_{t-2} + ... + \alpha_p \Delta^d y_{t-p} + \beta_0 \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + ... + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

3. ARIMA 모형의 목적은 관측된 시계열을 발생시킨 것으로 해석될 수 있는 통계적 모형을 확인하고 추정하는 데 있음
   a. 이를 예측의 목적으로 사용하기 위해서는 이 모형의 통계적 특성(특히 평균, 분산)이 시간이 흐름에도 불구하고 일정해야 함 (정상시계열의 사용이 필요함)

v. ARIMA 모형을 통한 예측(Box-Jenkins 방법)

1. 식별(identification) : p,d,q 의 적절한 값을 찾아냄
   a. 상관도표 혹은 부분상관도표(Partial Correlogram)가 활용될 수 있음
2. 추정(Estimation) : AR 항과 MA 항의 모수들을 추정함
   a. 단순 최소제곱추정으로 가능한 경우도 있으나 비선형 추정을 사용해야 되는 경우도 있음
3. 진단(Diagnostic Checking) : 특정한 ARIMA 모형을 선택하여 그

모수들을 추정하고 나서는 그 추정된 모형이 자료를 잘 설명하는가를 살핌

a. 단순한 방법 중에 하나는 추정된 모형으로부터의 잔차가 백색잡음인지를 보는 것임

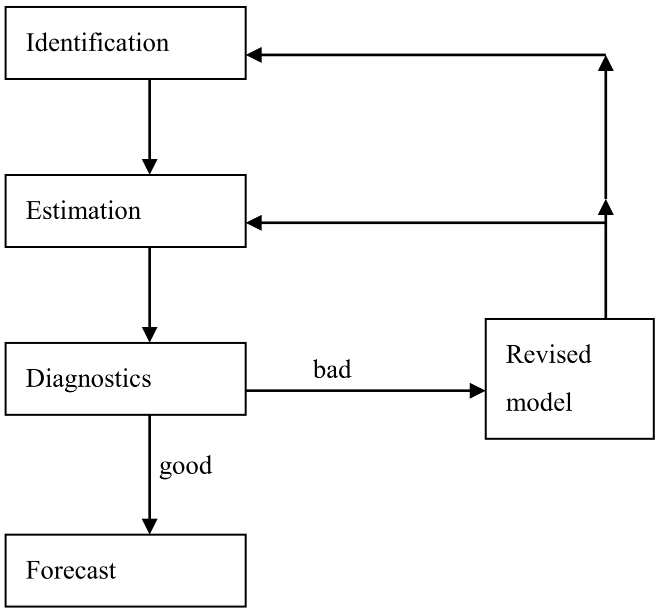
   i. 추정 모형의 잔차에 대한 개별 ACF 와 PACF 에 대해 판단하거나, Q-stat 또는 LB-stat 을 통해 결합적으로 판단

b. 결과가 만족스럽지 않은 경우 반복적으로 위 과정을 시행

c. 둘 이상이 적합할 경우 가장 단순한 모형을 선택 (principle of parsimony)

4. 예측(Forecasting) :

ARIMA 모형이 명성을 얻은 이유는 그 예측 능력(특히 단기적 예측 능력)에 있어서 전통적 계량경제학적 모형들보다 신뢰성이 높았기 때문임



a. 예측에 대한 평가

Root Mean Squared Error	$\sqrt{\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}(\hat{y}_t - y_t)^2}$
Mean Absolute Error	$\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert$
Mean Absolute Percentage Error	$\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}\left\lvert\frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t}\right\rvert$
Theil Inequality Coefficient	$\frac{\sqrt{\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}(\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}\hat{y}_t^2}+\sqrt{\frac{1}{h+1}\sum_{t=S}^{S+h}y_t^2}}$

i. MSE, MAE: 해당 시리즈의 단위에 의존 – 따라서 같은 시리즈에 대한 여러 모형의 예측력에 대한 평가를 비교할 때 사용

ii. MAPE, TIC: 단위와 무관한 값을 제시, 0 일 때 완벽한 예측을 의미함. TIC 는 0 과 1 사이의 값을 가짐

B. 식별(Identification)

i. 식별에 있어서의 주요 수단은 자기상관함수(ACF), 부분자기상관함수(PACF, Patial ACF) 및 그로부터의 상관도표임

ii. 부분자기상관함수

1. ρ_{kk} : $y_{t-1},...y_{t-k+1}$ 의 영향을 뺀 y_t 와 y_{t-k} 간의 상관

2. y_t 와 y_{t-k} 간의 상관의 상당부분은 그 사이의 $y_{t-1},...y_{t-k+1}$ 와의 상관으로 인한 것인데, 부분자기상관함수는 그러한 영향을 제거한 것임

3. 구체적으로 이러한 부분자기상관을 어떻게 구하는가 하는 것은: beyond the scope of this course!

iii. 몇 번 차분할 경우 해당 시계열이 정상 시계열이 되는 가를 상관도표나 단위근 검정등을 통해 파악

1. d 번 차분후 정상 시계열이 되는 경우 – ARIMA(?,d,?)

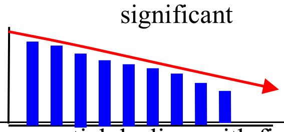
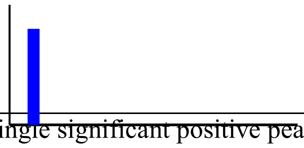
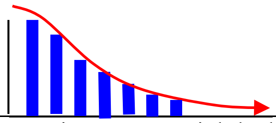
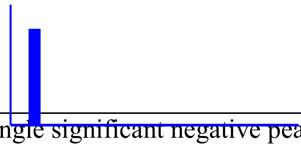
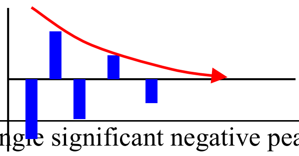
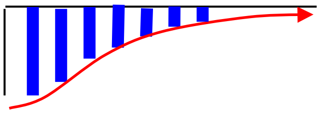
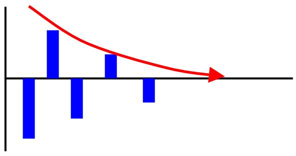
iv. 이처럼 d 번 차분후 얻어진 정상시계열에 대해 표본 ACF 와 PACF 의 모습을 이론적 ACF 및 PACF 의 모습과 매칭을 시킴으로써 관측된 정상 시계열을 발생시키는 ARMA(p,q)모형을 찾아냄 → ARIMA(p,d,q)

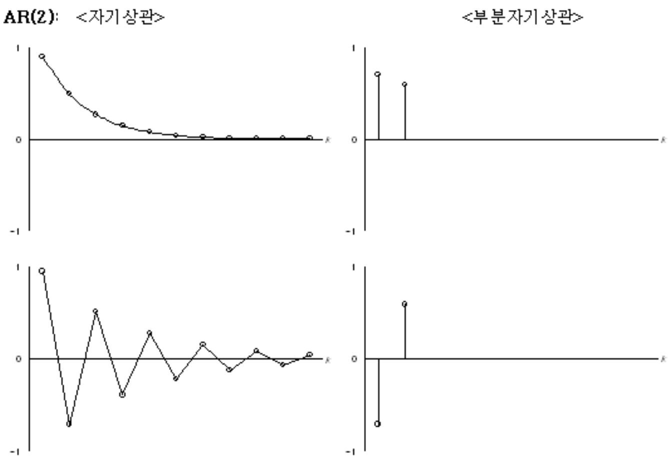
1. 많은 경험으로부터 오는 고도의 숙련이 필요함

2. ACF 와 PACF 의 이론적 패턴은 다음과 같음

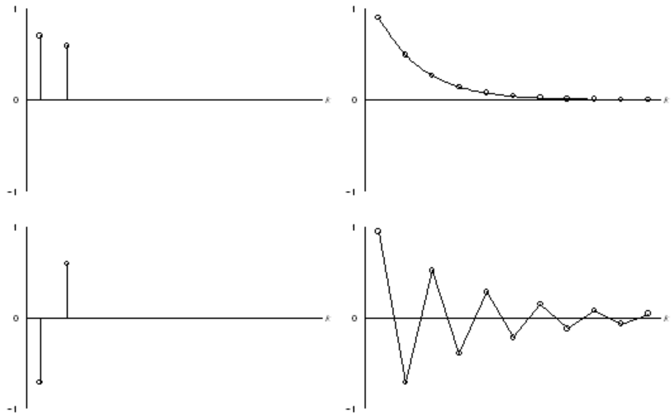
모형	ACF	PACF
AR(p)	지수함수적으로 감소하거나 점차 진폭이 축소되는 사인 곡선의 파동을 나타내거나 또는 양쪽 모두 나타남 (시차가 증가함에 따라 0 으로 급속히 접근)	p 의 시차까지 유의성 있는 값을 나타내고 이후 소멸함
MA(q)	q 의 시차까지 유의성 있는 값을 나타내고 이후 소멸함	지수함수적으로 감소하거나 점차 진폭이 축소되는 사인 곡선의 파동을 나타내거나 또는 양쪽 모두 나타남 (시차가 증가함에 따라 0 으로 급속히 접근)
ARMA(p,q)	지수함수적으로 감소하거나 점차 진폭이 축소되는 사인 곡선의 파동을 나타내거나 또는 양쪽 모두 나타남 (시차가 증가함에 따라 0 으로 급속히 접근)	지수함수적으로 감소하거나 점차 진폭이 축소되는 사인 곡선의 파동을 나타내거나 또는 양쪽 모두 나타남 (시차가 증가함에 따라 0 으로 급속히 접근)

3. 표본 ACF 와 PACF 가 이론적인 패턴과 깔끔하게 매치되지는 않음

Process (Model)	ACFs	PACFs
ARIMA (0,0,0)	No significant lags	No significant lags
ARIMA (0,1,0)	Linear decline at lag 1, with many lags significant 	Single significant peak at lag 1 
ARIMA (1,0,0) 1 > Φ > 0	Exponential decline, with first two or many lags significant 	Single significant positive peak at lag 1 
ARIMA (1,0,0) –1 < Φ < 0	Alternative exponential decline with a negative peak ACF(1) 	Single significant negative peak at lag 1 
ARIMA (0,0,1) 1 > θ > 0	Single significant negative peak at lag 1 	Exponential decline of negative value, with first two or many lags significant 
ARIMA (0,0,1) -- 1< θ < 0	Single significant positive peak at lag 1 	Alternative exponential decline with a positive peak PACF(1) 



MA(2): <자기상관> <부분자기상관>



II. Vector Autoregression Model (VAR 모형)

A. VAR 모형의 대두

i. 구조방정식 접근의 한계

1. 경제 이론에 의한 변수들간의 행태적 관계를 모형화한 구조방정식에 의한 접근 방법은 경제 이론 자체가 이들간의 모든 동태적 관계들을 제공해주기에 불충분함

2. 통계적 추정과 검정은 특히 내생변수들이 모형의 방정식들의 양쪽에 모두 나타남으로 인해 복잡해짐

ii. VAR 모형에 의한 접근

1. 몇 몇 변수들간의 관계를 모형화함에 있어 대안으로 사용되는 비구조적인 접근

2. 서로 연관되어 있는 시계열 변수들의 예측 모형으로 사용되거나, 확률적 충격이 모형내 변수에 미치는 동태적 영향을 분석하는 데 많이 사용됨

B. VAR 모형

i. VAR 모형에 의한 접근방법은 모든 변수들을 모형내에서 모든 변수들의 시차변수들의 함수로서 내생적인 것으로 취급함

1. 수학적으로는 다음과 같이 표현될 수 있음

$$[\mathbf{Y}]_t = [\mathbf{A}][\mathbf{Y}]_{t-1} + \ldots + [\mathbf{A'}][\mathbf{Y}]_{t-k} + [\mathbf{e}]_t$$ 또는

$$\begin{bmatrix} Y_t^1 \\ Y_t^2 \\ Y_t^3 \\ \ldots \\ Y_t^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \ldots & A_{1p} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \ldots & A_{2p} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & \ldots & A_{3p} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{p1} & A_{p2} & A_{p3} & \ldots & A_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1}^1 \\ Y_{t-1}^2 \\ Y_{t-1}^2 \\ \ldots \\ Y_{t-1}^P \end{bmatrix} + \ldots + \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} & A'_{13} & \ldots & A'_{1p} \\ A'_{21} & A'_{22} & A'_{23} & \ldots & A'_{2p} \\ A'_{31} & A'_{32} & A'_{33} & \ldots & A'_{3p} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A'_{p1} & A'_{p2} & A'_{p3} & \ldots & A'_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-k}^1 \\ Y_{t-k}^2 \\ Y_{t-k}^2 \\ \ldots \\ Y_{t-k}^P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \\ \ldots \\ e_{pt} \end{bmatrix}$$

a. p : 모형내 고려되는 변수들의 수

b. k : 모형내 고려되는 시차들의 수 (통상 VAR(k)로 표기)

c. $[\mathbf{Y}]_t, [\mathbf{Y}]_{t-1}, \ldots [\mathbf{Y}]_{t-k}$: 1 x p 변수 벡터,

d. $[\mathbf{A}], \ldots [\mathbf{A'}]$: p x p 계수 매트릭스

e. $[\mathbf{e}]_t$: 1 x p 혁신 벡터

i. may be contemporaneously correlated but are uncorrelated with their own lagged values and uncorrelated with all of the right-hand side variables.

ii. 계열상관이 없다는 것은 계열상관이 없어질 때 까지 시차를

추가할 수 있으므로 충분히 정당성을 가짐

ii. 오른편에 오직 내생변수의 시차변수만 나타나므로 오차항과 설명변수간의 상관의 문제는 이슈가 되지 않으며, OLS 는 일치추정을 낳음

1. 또한, 오차항이 contemporaneously correlated 되어 있을 수 있으나, 모든 방정식이 동일한 설명변수를 포함하고 있기 때문에 이 경우, OLS 는 유효한 추정량며 GLS 와 동일한 결과를 낳는다는 것이 알려져 있음

iii. VAR 모형의 예

1. 산업생산 (IP)과 통화공급 (M1)

a. 2 개의 시차까지 고려

$$\begin{bmatrix} IP_t \\ M1_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} \\ a_{21} & b_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IP_{t-1} \\ M1_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{12} & b_{12} \\ a_{22} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IP_{t-2} \\ M1_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$IP_t = C_1 + \sum_{i=1}^{k} a_{1i} IP_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} b_{1i} M1_{t-i} + e_{1t}$$

$$M1_t = C_2 + \sum_{i=1}^{k} a_{2i} IP_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} b_{2i} M1_{t-i} + e_{2t}$$

i. a_{ij}, b_{ij}, and C_i 추정되어야 하는 모수들임

ii. e_i's 확률적 오차항 (혁신 또는 충격이라고도 함)

iv. 시차의 결정

1. VAR 를 추정하기전에 백색잡음인 오차항들을 발생하기 위해 필요한 시차 k 를 결정해야 함

a. VAR 의 다변수 버전의 Akaike (AIC) 또는 Schwarz (SC) 정보기준을 통해 적절한 시차를 결정할 수 있음

v. VAR 의 잇점

1. 모형의 단순성

a. 어떤 변수가 내생변수고 어떤 변수가 외생변수인지를 고민할 필요가 없음

2. 추정의 단순성

a. 각 방정식에 대한 통상적 OLS 방법이 적용될 수 있음

3. 예측력

a. 복잡한 연립방정식 모형으로부터의 예측에 비해 많은 경우에 있어서 더 낳은 예측을 할 수 있음

vi. VAR 의 문제점

1. VAR 모형은 무이론적(a-theoretic)임

a. 모형 설정에 있어서 변수들간의 관계에 대한 사전적(prior) 정보를

별로 사용하지 않음

2. 이로 인해 VAR 모형은 정책적 분석에 다소 부적합함
    a. 예측모형으로서의 기능에 초점을 두고 있음
3. 특히 개별 모수들의 추정치에 대한 해석의 어려움
    a. 구조적 방정식이 아니므로 개별 모수들의 추정값에 적절한 의미를 부여하기 힘듦
    b. 이 때문에 분석가들은 소위 인과점정(causality test), 충격반응함수(Impulse Response Function:IFR), 분산분해(variance decompositions)등을 통해 추가적 해석을 시도함
        i. 인과검정은 한 변수의 과거시차 값이 다른 내생변수를 설명함에 있어서 의미가 있는가를 가지고 변수간의 인과관계를 판단하는 것임
        ii. IRF 는 VAR 모형내에서 한 변수의 확률적 충격이 해당 변수 및 다른 내생변수들에 어떠한 영향을 미치는 지에 대한 반응을 추적하고 그러한 충격의 미래 몇 시기 동안의 영향을 추적하는 함수임
        iii. 분산분석은 각 변수의 확률적 충격이 있을 때, 미래 시점에서 특정 변수의 변화에 해당 변수의 확률적 충격으로 인한 변화 부분과 다른 변수들의 충격으로 인한 변화부분을 분해하여 보는 것임
4. 많은 자유도의 손실
    a. 모든 고려되는 내생변수의 시차변수가 방정식의 오른쪽에 나타남으로 인해 표본의 크기가 충분하지 못할 경우 자유도의 손실로 인한 문제가 심각할 수 있음
        i. 예컨대 3 개의 내생변수에 대해 8 개의 시차를 고려할 경우 24 개의 모수와 상수항을 추정하게 됨
5. 비정상시계열의 경우 변화의 어려움
    a. 엄격히 말해, m 개의 변수를 가진 VAR 모형의 경우 m 개의 변수 모두 (결합적으로) 정상시계열이어야 함
    b. 비정상 시계열이 있을 경우 이를 차분을 통해 정상시계열로 변환해야 하지만, 원래 고려하는 모형이 정상 시계열과 비정상 시계열을 혼재해서 포함하고 있을 경우 이러한 자료의 변환이 용이하지 않으며, 학자들에 따라서는 이러한 변환이 바람직하지 않다는 주장도 있음

C. (그랜저) 인과검정(Granger Causality Test)
    i. VAR 모형은 경제적 관계의 인과의 방향을 검정하는데 사용될 수 있음

$$IP_t = C_1 + \sum_{i=1}^{k} a_{1i} IP_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} b_{1i} M1_{t-1} + e_{1t}$$

$$M1_t = C_2 + \sum_{i=1}^{k} a_{2i} IP_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} b_{2i} M1_{t-1} + e_{2t}$$

a. 그랜저 검정에 있어서 일반적으로 오른쪽의 변수별 시차는 달라질 수도 있음

1. 네 가지 경우를 나누어 볼 수 있음
   a. M1 으로부터 IP 로의 일방향 인과관계 **(i.e., M1 → IP)**
      i. ⇐ $\forall b_{1i}=0$ 은 기각 and $\forall a_{2i}=0$.은 기각못함
   b. IP 로부터 M1 으로의 일방향 인과관계 (i.e., IP → M1)
      i. ⇐ $\forall b_{1i}=0$ 은 기각못함 and $\forall a_{2i}=0$.은 기각
   c. 양방향 인과관계(Feedback or Bilateral causality) **(i.e., IP ←→ M1)**
      i. ⇐ $\forall b_{1i}=0$ 은 기각 and $\forall a_{2i}=0$.은 기각
   d. 독립 (i.e., IP ←/→ M1)
      i. ⇐ $\forall b_{1i}=0$ 은 기각못함 and $\forall a_{2i}=0$.은 기각못함

ii. 그랜저 인과 검정의 절차
   1. Ho: $\forall b_{1i}=0$ (i.e. M1 은 IP 를 결과하지 않음) and H_1: Ho is not true
   2. F 검정 ⇒ **$F^* = [(SSR_R - SSR_{UR})/k] / [SSR_{UR} / (T-K)]$**
      a. 단 k 은 시차의 수, K 은 무제약하의 추정에서의 추정모수의 수
   3. 경우에 따라서는 카이제곱검정도 가능함

iii. 그랜저 인과검정의 한계
   1. 시차의 수가 F 의 유의 수준에 영향을 미치는 데 반해, 시차의 수를 결정하는 일반적인 원칙은 없음 (여러 시차에 걸쳐 살펴봄)
   2. 세 개 이상의 변수간의 인과관계도 살펴볼 수 있으나 종종 모순된 인과관계가 나오기도 함 (e.g. X → Y, Y→Z But X 는 Z 를 인과하지 않음,)

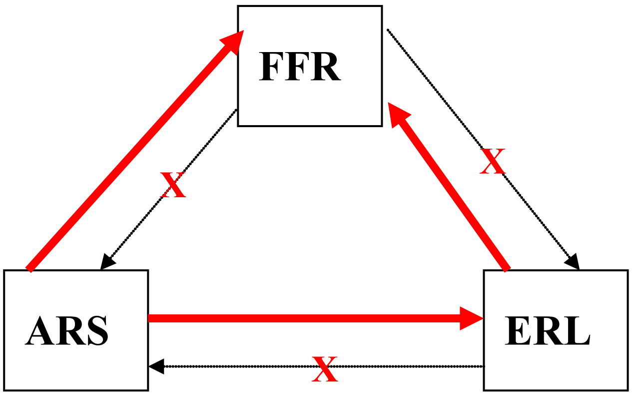
iv. 실례
   1. 국제적 이자율의 영향 경로를 검정하기 위해 세 가지 종류의 단기(1 개월) 이자율 간의 그랜저 인과 검정을 수행함 (5%유의수준)
      a. US's Fed Rate (FFR), London's Euro-Dollar rate (ERL), and Singapore's Asian-Dollar rate (ARS)의 1980.01 to 2000.08 까지의 월별 자료
      b. 그랜저 검정 결과

lags \ H_0	ERL /→ ARS	ARS /→ERL	FFR /→ARS	ARS /→FFR	FFR /→ERL	ERL /→FFR	**Critical F^c**
1	7.211*	140.092*	**0.798**	78.287*	**0.129**	12.161*	3.84
2	**0.523**	53.714*	**0.552**	37.702*	**1.305**	10.341*	3.00
3	**0.160**	27.314*	**2.452**	15.425*	3.865*	5.576*	2.60
4	5.734*	26.270*	4.796*	12.935*	2.750*	4.523*	2.37
5	2.450*	25.471*	6.927*	8.600*	7.240*	2.310*	2.21
6	4.666*	26.277*	7.792*	8.447*	8.119*	3.233*	2.10

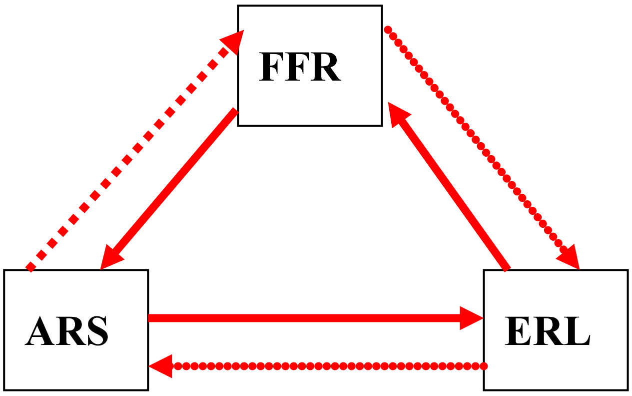
7	12.770*	26.826*	9.326*	6.637*	4.697*	3.641*	2.01

Note: "*" 는 검정통계값이 F^c 보다 크므로 H_0 가 기각됨을 의미

i. 2 의 lag 에 대해서는 다음과 같은 인과 관계가 존재



ii. 4 의 lag 에 대해서는 다음과 같은 인과 관계가 존재



D. 충격반응함수 (Impulse Response Function)

i. IRF 는 VAR 모형내의 종속(내생)변수들이 오차항에서의 단위(unit) 충격들에 대한 반응성을 추적함

ii. 앞서의 예로 든 모형을 단순화한 VAR(1) 모형의 예

$$IP_t = C_1 + a_1 IP_{t-1} + b_1 M1_{t-1} + e_{1t}$$
$$M1_t = C_2 + a_2 IP_{t-1} + b_2 M1_{t-1} + e_{2t}$$

1. e_{1t} 에서의 단위(unit) 변화는 즉각적으로 IP_t 에 영향을 주며, 이는 다음기에 IP_{t+1} 과 $M1_{t+1}$ 에 영향을 주게 됨
2. 주어진 방정식에서의 단위 충격이 얼마나 오래 그리고 어느 정도로 VAR 시스템 내의 모든 변수들에 영향을 주게 될지를 관찰할 수 있음

E. 분산분해(Variance Decomposition)

i. 분산분해는 VAR 모형의 동태적 특성을 다소 다르게 관찰하는 방법으로서, 모형 내의 종속(내생)변수들의 s 기 이후 변동 중 자체적 충격으로 인한 변동의 다른 모든 변수들에 있어서의 충격들로 인한 변동 대비 비중을 제공함

ii. 분산분해는 VAR 시스템내의 변수들에 대한 각각의 충격들의 상대적 중요성에 대한 정보를 제공함

   1. 대개의 경우 자체적 충격으로 인한 변동의 비중이 대부분으로 나타남

F. 충격반응함수와 분산분해에 있어서 변수들의 순서

i. 충격반응함수나 분산분해의 계산에 있어서 변수들의 순서가 중요함

   1. 예컨대, 충격반응함수의 경우 어느 한 방정식에서의 충격이 발생하고 다른 방정식에서의 충격은 없는 것으로 가정함
   2. 그러나 이는 VAR 모형에 있어서 오차항 간 동시적 상관이 일반적으로 존재하며, 따라서 한 방정식에서의 오차항에서의 충격(혁신)의 효과를 별도로 관측한다는 개념은 이들 오차항들에 존재하는 (자기상관을 만들어내는) 공통 요소로 인해 큰 의미를 갖지 못함
   3. 따라서 충격반응함수 계산시 충격(혁신)들을 직교화(orthogonalise)함
   4. 예컨대, 2 변수 VAR 모형의 경우라면, 공통요인의 모든 효과를 VAR 모형의 두 변수들 중 하나에 귀속시키는 것이며, 둘 이상의 경우에는 더욱 복잡해지지만 기본적 원리는 마찬가지임

ii. 오차항간의 자기상관이 클수록 결과가 변수 순서에 민감해지게 됨

   1. 이론적으로 IP 가 결정되고 M1 은 그 뒤를 따르는 것이 타당하다면 IP 를 첫 번째 식으로 놓고 M1 을 두 번째 식으로 놓는 것이 바람직함
   2. 하지만, 어떤 이론적 뒷받침이 없다면 몇 가지 가능한 순서에 다른 결과들을 제시하여 분석결과의 순서에 대한 민감성을 체크해야 함