3-4. 명제 step C 풀이

Eclipse •

f(x)g(x) > 0이려면 f(x) > 0, g(x) > 0이거나, f(x) < 0, g(x) < 0이어야 하므로, 구하는 진리집합은 $(A \cap B) \cup (C \cap D)$

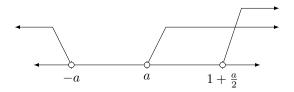
2번 $A(q,p) \cup A(p,q)$ 는 $q \to p$ 나 $p \to q$ 의 반례의 집합이다.

q
eq p를 보이는 집합은 Q-P이고, p
eq q를 보이는 집합은 P^C-Q 이므로 구하는 집합은

$$(Q-P) \cup (P^C-Q) = \{3,6\} \cup \{7,8\} = \{3,6,7,8\}$$

3번 조건에 의해 p(n)에서 n이 소인수로 2와 3만 가질 때, p(n)은 참이다. 주어진 보기 중 $180=2^2\times 3^2\times 5$ 이므로 정답은 4번이다.

4번 수직선을 그려보자. p가 q이기 위한 충분조건, 즉 $p \rightarrow q$ 이려면 수직선을 그릴 때 다음과 같아야 한다.



이런 관계가 나오려면 a>0일 때 $1+\frac{a}{2}\geq a$ 여야 하고, a<0일 때 $1+\frac{a}{2}\geq -a$ 여야 한다. 부등식을 풀면 a의 범위는 $0< a\leq 2$ 또는 $-\frac{2}{3}\leq a<0$ 여야 한다.

5번 모든 실수 x에 대해 $5tx^2 - 2tx + 1 \ge 0$ 이므로 $f(x) = 5tx^2 - 2tx + 1$ 일 때, 이차방정식 f(x) = 0은 중근을 가지거나, 두 허근을 가져야 한다. 이 이차방정식의 판별식을 D라 할 때,

$$D = (-2t)^2 - 4 \cdot 5t \cdot 1 = 4t^2 - 20t \ge 0$$

이 부등식을 풀면 $0 \le t \le 5$ 이고, 앞서 말했듯 f(x)는 이차식이므로 $t \ne 0$, 따라서 t의 범위는 $0 < t \le 5$ 이다. 이가 잘못해서 틀림 $\pi\pi$

또한, $x^2 + (t-4)x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 양수가 되어야 하므로 판별식을 D라고 할 때

$$D = (t-4)^2 - 4 = t^2 - 8t + 12 > 0$$

이 부등식을 풀면 t < 2 또는 t > 6이고, 따라서 조건을 만족하는 정수 t는 1뿐이므로 정답은 1.