# 布谷鸟搜索[1]

## 介绍

布谷鸟（杜鹃）是一种非常迷人的鸟类，它们不仅能发出各种声音或叫声，还能以不同的方式繁殖。杜鹃科中的犀鹃（Ani Cuckoo）和圭拉鹃（Guira Cuckoo），将它们的蛋放在其他鸟的巢中，从此杜鹃鸟的蛋完全依赖于寄主鸟的照料，这就是巢寄生。

如果寄主鸟发现蛋不是它们的，要么把蛋扔掉，要么放弃巢穴，然后寄主鸟再建一个新的巢穴。为了防止这种情况的发生，雌性布谷鸟已经进化到可以模拟寄主蛋的颜色和纹理，从而降低被遗弃的可能性。同时蛋也会分布在不同的巢中，以减少蛋丢失的机会。如果布谷鸟的蛋没有被识别出来，它通常会在寄主鸟蛋之前孵化，并把其他的蛋从巢中踢出去，这样就能分得更多的食物，甚至有些布谷鸟雏鸟也能模仿寄主雏鸟的叫声。

巢寄生的一个好处是，父母不需要投资筑巢或喂养幼鸟。他们可以花更多的时间在捕食和繁殖上。随着时间的推移，自然选择使寄主鸟和布谷鸟都进化了，使得每一代中最适合的鸟存活下来。布谷鸟的这种繁殖行为是协同进化的最佳模型之一，也是最近发展的优化技术，即布谷鸟搜索的基础。

## 人工布谷鸟搜索

布谷鸟搜索受布谷鸟的巢寄生行为和一些鸟类和果蝇的莱维（Lévy Flight）行为的启发，是由Xin-She Yang和Suash Deb (2009)[2]提出的一种新型的基于群体的优化技术。

布谷鸟算法源于以下三条规则[3]：

* 每只布谷鸟每次产下一枚蛋，并将其放入随机选择的巢中；
* 具有优质蛋的最佳巢会被进入到下一代；
* 可用的寄主巢数量是固定的，且寄主以概率pa∈(0,1)发现布谷鸟放的蛋。在这种情况下，寄主可以消灭该蛋或放弃旧巢另建新巢。

在进一步研究算法之前，先讨论一些数学术语和函数。

### 随机变量

任何随机现象的输出都是随机变量，并用X表示。如果一个随机变量只取不同的值，比如1,2，那么它就是离散的；如果它可以在一个区间内取任意值，那它就是连续的。这些通常用曲线下的面积或积分表示。随机变量X在一组结果A上的概率，就是A上和曲线下之间的面积，这条曲线下的总面积必须是1，对于集合A中的任何元素都不应该有负值。这样的曲线称为密度曲线。

### 随机游走

随机游走（记为SN）是一系列随机步的和，每一步都由一个随机变量Xi表达：

 （1）

随机游走的长度可以是固定的，也可以是可变的(取决于步长)。

#### 幂律

当一个量相对变化时会导致两一个量成比例的相对变化时，需要应用幂律（比例律），幂律分布的一般形式是：

 （2）

其中X和Y是目标变量，α是律指数，k为常量。

### 赫维赛德函数（阶跃函数）

通常用H或θ表示，用于表达分段常数函数或广义函数。

作为分段函数时：

 （3）

作为广义函数：

 （4）

简化表示为：

 （5）

### Lévy（莱维）分布

Lévy分布是非负随机变量的稳定连续概率分布，可以用以下简单的方式表达：

 （6）

其中µ是最小步长，γ是尺度参数。

#### Lévy飞行

Lévy飞行是步长服从Lévy分布的随机游走，通过下式表达：

 （7）

其中β是一个索引。

以下为布谷鸟搜索的伪代码和算法流程图。

Begin

目标函数f(I)，I=(i1,i2,…,id)T

生成初始种群

for n个寄主巢穴：Ij(j=1,2,…,n)

while(t<MaxGeneration)||(停止准则)

根据Lévy飞行随机选择布谷鸟

计算适应度值Fj

在n中随机选择巢穴（假设为k）

if(Fj>Fk)

使用新解替换k

end

抛弃一小部分（pα）更糟糕的巢穴并建立新巢

保留最优解（或优质解的巢穴）

对解进行排序并考虑最优解

end while

后处理结果和可视化

end

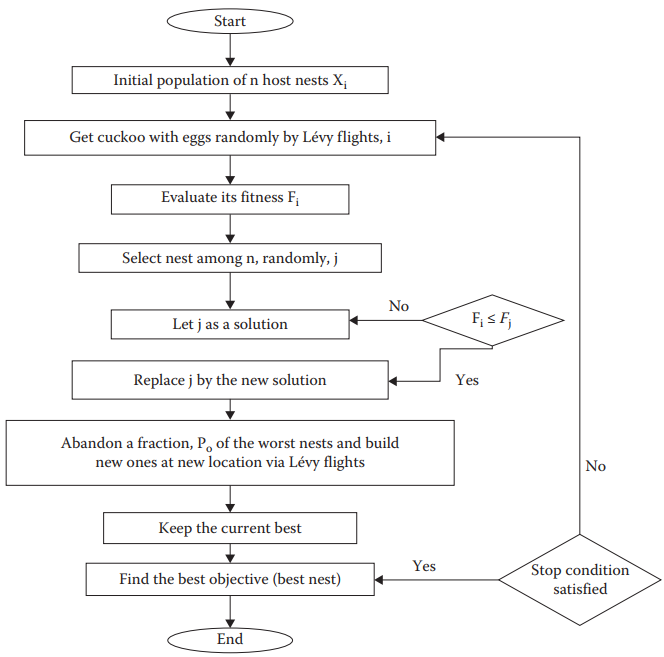


图1 布谷鸟搜索算法流程图

### 布谷鸟搜索的优点

布谷鸟搜索(CS)有很多优势：

* 布谷鸟搜索在搜索空间探索时，在局部搜索和多样性或随机性之间保持了有效的平衡；
* 布谷鸟只包含两个控制参数：种群大小n和概率pα，使得算法更简单更通用；
* 如果种群大小固定，则仅通过来pα控制精英（将最优解带到下一代以构造新的解）、随机均衡和局部搜索；
* 布谷鸟搜索具有高效的随机化，并有大步长的可能性；
* 收敛率pα与无关，因此对于每一个 新的问题，不需要调整参数；
* 因其通用性可以应用于各种优化问题；
* 在多峰函数上，它的求解优于PSO和GA。

## 布谷鸟搜索的数学证明

如前所述，布谷鸟搜索通过Lévy飞行进行全局搜索或探索，飞行中步长可变并且进行突然90°的转弯，偶尔的大步长可以保证搜索不回陷入到局部最优。

该算法执行两种类型的搜索：局部搜索和全局搜索。

局部搜素通过局部随机游走执行：

 （8）

其中xj和xk为随机选择的解，H(µ)为赫维赛德函数，pα是用于平衡局部和全局随机游走的切换参数，s为步长，ε为均匀分布的随机数。

全局搜索通过Lévy飞行执行：

 （9）

其中α>0为步长缩放因子，且

 （10）

其中。

Lévy飞行是步长服从Lévy分布的随机游走：

 （11）

通过Lévy飞行生成的随机数由通过正太分布创建的随机方向选择组成，步长使用Mantegna算法生成：

 （12）

其中µ和ν服从正太分布：

和 （13）

 （14）

设r∈[0,1]，与发现/切换概率pα相比得到全局分支：

 （15）

因为CS算法是一个随机搜索算法，我们可以总结为以下主要步骤：

1. 初始种群由n个随机位置的巢构成，X={x10,x20,...,xn0}，然后评估它们的目标函数值，以找到当前的全局最佳gt0；
2. 由下式更新解：

 （16）

1. 从均匀分布[0,1]中取随机数r。如果r>pα，则更新xi(t+1)。然后评估新解，找到新的全局最佳gt∗；
2. 如果满足停止要求，则gt∗是目前为止发现的最好的全局解。否则，返回步骤2。

## 布谷鸟搜索的变种

### 离散布谷鸟搜索

离散布谷鸟旨在解决像旅行商（TSP）、调度这样的组合问题。组合问题中组合的数量随着问题的规模呈指数增长，解决这样的问题需要大量的计算。

Ouaarab，Ahiod和Yang（2014）[4]针对TSP提出了布谷鸟搜索的离散版本，Ouyang等（2013）[5]提出了求解环形TSP的离散布谷鸟搜索。

### 改进的布谷鸟搜索

提出的改进将布谷鸟作为控制集中和分散的第一层，种群是第二个控制层。增加了一种新型的更聪明的布谷鸟用于种群重组，这些新的布谷鸟能够改变它们的寄主巢穴以降低被遗弃的机会，这样就有了新的一小部分布谷鸟pc，其首先通过Levy飞行搜索寄主巢穴（新解），然后从当前解寻找更优的解。

以下为改进布谷鸟搜索的伪代码：

Begin

目标函数f(I),I=(i1,i2,…,id)T

生成初始种群

for (n)个巢穴：Ij(j=1,2,…,n)

while(t<MaxGeneration) || (停止准则)

使用一小部分智能布谷鸟(pc)进行搜索

使用Levy飞行随机选择一只布谷鸟

计算其适应度Fj

从hn中随机选择一个巢穴，例如k

if(Fj>Fk)

使用新解替换k

end if

遗弃一小部分（Pa）糟糕的解，构建新的解

记录最优解

end while

结果后处理及可视化

作者在算法中使用了扰动，使用局部扰动使得算法足够灵活，可以适应其他优化问题。

### 二进制布谷鸟搜索

优化问题可以是连续的，其中解可以用一组实数表示，也可以是离散的，可以用一组整数表示。然而，在二进制优化中，解是由一组位表示的。二进制版本的布谷鸟搜索(BCS)可应用于路由、调度、特征选择等问题。

在使用Levy飞行的原始CS算法中，解表示为连续搜索空间中的实数集合，这些都需要转换成二进制值，以适应离散二进制版本的布谷鸟搜索。BCS有两个主要方面(Pereira等,2014)[6]：

* 二进制布谷鸟动态，包括

使用Levy飞行获得新解；

二进制解的表达（BSR）以寻找每只布谷鸟移动的可能性。

* 目标函数和选择算子—其原理与遗传算法相同

设xi为[0,1]上具有连续值的解，xi’为二进制表达的解，使用sigmoid函数对值进行转换：

 （17）

其中S(xi)代表xi’的变动机会。

为了确定二进制解xi’，S(xi)在解x的每一维i上与生成的随机数γ比较，如果变动机会大于γ，二进制值为1，否则为0：

 （18）

### 混沌布谷鸟搜索（Chaotic Cuckoo Search，CCS）

在CCS中将混沌理论融入到了布谷鸟搜索技术中，混沌理论研究高度敏感系统的行为，其中初始位置的微小变化会对系统的行为产生很大的影响，混沌具有非重复和遍历性的特点，便于快速搜索。同时也引入了遗传算法中的精英概念，将最优布谷鸟代入下一代，以构建新的更优解。Wang等(2016)[7]提出的CCS使用一个混沌可变步长α，可通过归一化的混沌地图（展示混沌行为）进行调整，归一化混沌地图后，其总是在[0,2]内变化。精英可以防止最优布谷鸟随着解的更新变差。

以下是混沌布谷鸟搜索的伪代码：

Begin：

Step 1：初始化。设置代计数器i=1，随机初始化种群P，随机设置pa和混沌地图的初始值c0，以及精英参数KEEP。

Step 2：While t<MaxGeneration

根据适应度值对种群进行排序

KEEP←最优布谷鸟

使用混沌地图更新步长（α=ci+1）

随机选择一个布谷鸟（假如i），通过执行Levy飞行替换该解

计算其适应度值Fi

在n中随机选择一个巢穴（假如k）

if（Fi<Fk）

使用新解替换k

end if

使用新解替换一小部分（pa）糟糕解

使用KEEP个最优布谷鸟替换KEEP个最劣布谷鸟

对种群进行排序以确定当前最优

t=t+1

end while

end

### 并行布谷鸟搜索

并行化是受自然界启发基于种群算法的自然拓展，Tzy-Luen等（2016）[8]提出了并行布谷鸟搜索。该算法将主种群分解成子种群，从而在搜索解空间时增加了多样性。

并行布谷鸟搜索的伪代码：

Begin

目标函数f(n)，n=(n1,…,nd)T

生成n个巢穴的初始主种群np

将种群分解成子种群，每个子种群1…p在相同的搜索空间中并行执行布谷鸟搜索

while(i<停止准则)

子种群1…p并行地

通过Levy飞行随机选择一只布谷鸟i

计算其适应度值Fi

从p中随机选择一个巢穴（假如s）

if(Fi>Fs)

使用新解替换s

end

丢弃一小部分（pa）劣质巢穴，并建立新的巢穴

保留最优解

对解进行排序，找到最优解

每n代同步最优巢穴

end while

end

### 高斯布谷鸟搜索

基础的布谷鸟搜索虽然可以有效地找到最优解，但是不能保证快速地收敛和精度，为了解决这个问题，Zheng和Zhou（2012）[9]对原始算法引入了一些改进：

 （19）

其中σ0和µ为常数，k为当前代数。

因此新解通过下式得到：

 （20）

其中α是与问题规模相关的步长，大多数情况下取1，基于高斯分布的布谷鸟搜索的伪代码如下：

Begin

目标函数f(n)，n=(n1,…,nd)T

生成h个巢穴的初始种群ni

while(t<MaxGeneration 或 停止准则)

根据高斯分布随机选择一只布谷鸟

计算其适应度值Fi

从h中随机选择一个巢穴（假如k）

if(Fi>Fk)

使用新解替换k

end

丢弃一小部分（pa）劣质巢穴，并建立新的巢穴

保留最优解

对解进行排序，找到最优解

end while

end

参考文献

1. Nayyar, A., D.-N. Le, and N. Nhu, *Advances in Swarm Intelligence for Optimizing Problems in Computer Science*. 2018, New York: Chapman and Hall/CRC.

2. Yang, X. and D. Suash. *Cuckoo Search via Lévy flights*. in *2009 World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing (NaBIC)*. 2009.

3. Yang, X.-S., *Cuckoo Search and Firefly Algorithm: Theory and Applications*. Vol. 516. 2014.

4. Ouaarab, A., B. Ahiod, and X.-S. Yang, *Discrete cuckoo search algorithm for the travelling salesman problem.* Neural Computing and Applications, 2014. **24**(7): p. 1659-1669.

5. Ouyang, X., et al., *A Novel Discrete Cuckoo Search Algorithm for Spherical Traveling Salesman Problem.* Applied Mathematics & Information Sciences, 2013. **7**(2): p. 777-784.

6. Pereira, L., et al., *A Binary Cuckoo Search and Its Application for Feature Selection*. 2014. p. 141-154.

7. Wang, G.-G., et al., *Chaotic cuckoo search.* Soft Computing, 2016. **20**(9): p. 3349-3362.

8. Tzy-Luen, N., Y.T. Keat, and R. Abdullah. *Parallel Cuckoo Search algorithm on OpenMP for traveling salesman problem*. in *2016 3rd International Conference on Computer and Information Sciences (ICCOINS)*. 2016.

9. Zheng, H. and Y.-Q. Zhou, *A novel Cuckoo Search optimization algorithm base on gauss distribution.* Journal of Computational Information Systems, 2012. **8**: p. 4193-4200.