

T21.

X_1, X_2, \dots, X_n i.i.d $N(\mu, \sigma^2)$

μ 检验 σ^2 已知

检验统计量:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1)$$

拒绝域 $\{|T| > U_{\frac{\alpha}{2}}\}$

$$\alpha = 0.05 \quad \text{即} \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times 1.96 < 2$$

$$\sqrt{n} > 4.9$$

$$n > 24.01$$

即样本量 n 至少应取 25.

T25.

A_1, A_2, \dots, A_{10} i.i.d $N(\mu_1, \sigma^2)$

B_1, B_2, \dots, B_{10} i.i.d $N(\mu_2, \sigma^2)$

$$H_0: \mu_2 \geq \mu_1 \iff H_1: \mu_1 < \mu_2$$

计算得到 $\delta = 0$ $\bar{A} = 32.8$ $\bar{B} = 46.3$
 $S_1^2 = 379.95$ $S_2^2 = 192.9$

$$S_T = \sqrt{\frac{(10-1)S_1^2 + (10-1)S_2^2}{10+10-2}} = 16.924$$

检验统计量 $T: t = \frac{\bar{B} - \bar{A}}{\sqrt{\frac{10 \times 10}{10+10}} \times \frac{46.3 - 32.8}{16.924}}$
 $= 1.7836$

自由度为 18, 查表得 $t_{18}(0.05) = 1.7341$

$\therefore t > t_{18}(0.05)$

\therefore 可以拒绝原假设 H_0 .

即 $\alpha = 0.05$ 条件下, A 止痛药效果比 B 止痛药效果好.

T27. (1) $n_1=13$ $n_2=10$

计算得到 $S_1^2=0.034$ $S_2^2=0.026$

检验统计量 $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1.308$

$F_{12,9}(0.05) = 3.07$

$F_{12,9}(1-0.05) = \frac{1}{F_{9,12}(0.05)} = 0.357$

$\therefore 0.357 < \frac{S_1^2}{S_2^2} < 3.07$

(2) 接受 H_0 , 即可认为 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

以 x_1, x_2 分别表示 工程杂志上的论文
和未出版的学术报告的可理解性指标

$\bar{x}_1 = 1.752$ $\bar{x}_2 = 2.507$

$S_w^2 = \frac{(13-1) \times 0.034 + (10-1) \times 0.026}{13+10-2}$

$= 0.0307$

检验统计量 $|t| = \left| \frac{1.752 - 2.507}{\sqrt{0.0307} \times \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{10}}} \right|$

$= 10.244 > t_{2, (0.05)} = 1.7207$

\therefore 拒绝 H_0

即认为杂志上刊载的论文与未出版
的学术报告的可理解性有显著差异

T28. 随机变量 $X_{\text{前}}, X_{\text{后}}$ 表示参加者在参加训练班前后的体重

~~体~~

$$\alpha = 0.05$$

$$\bar{x}_{\text{前}} = 98.189$$

$$\bar{x}_{\text{后}} = 90.1$$

$$S_1 = 6.83053$$

$$S_2 = 6.919$$

$$S_1^2 = 46.65611$$

$$S_2^2 = 47.8725$$

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2 + 8$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2 + 8$$

$$T = \frac{\bar{x}_{\text{前}} - \bar{x}_{\text{后}} - 8}{S_w \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}}$$

$$S_w = \sqrt{\frac{8 \times 46.656 + 8 \times 47.8725}{9+9-2}}$$

$$\therefore \bar{x}_{\text{前}} - \bar{x}_{\text{后}} - 8 < 0$$

$$\therefore T < 0$$

$$\text{又} \because t_{16}(0.05) > 0$$

$$\therefore T < t_{16}(0.05)$$

故在显著性水平 0.05 下, 不可以认为该俱乐部宣传可信.

$$\text{拒绝域 } \{ (x_{\text{前}}, x_{\text{后}}) : T = \frac{\bar{x}_{\text{前}} - \bar{x}_{\text{后}} - 8}{S_w \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}} < -t_{\alpha}(2) \}$$

$$r = \frac{\left(\frac{S_1^2}{m} + \frac{S_2^2}{m} \right)^2}{\frac{S_1^4}{m^2(m-1)} + \frac{S_2^4}{m^2(m-1)}} = 15.99 \approx 16$$

$$t_{16}(0.05) = 1.7459$$

$$T = 0.019 > -1.7459$$

\therefore 原假设成立, 该俱乐部宣传可信.

$$T_{31}. \quad \bar{x}_{\text{甲}} = 5407.14 \quad \bar{x}_{\text{乙}} = 7281.25$$

$$S_1 = 1798.94 \quad S_2 = 2127.36$$

$$S_1^2 = 3236190.48 \quad S_2^2 = 4525669.64$$

检验方差

$$\text{检验统计量 } F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 0.7151$$

$$H_0: \sigma_{\text{甲}} = \sigma_{\text{乙}} \quad H_1: \sigma_{\text{甲}} \neq \sigma_{\text{乙}}$$

$$\text{拒绝域: } \left\{ F < \frac{1}{F_{7,6}(0.05)} \right\}$$

$$F_{7,6}(0.05) = \frac{1}{F_{6,7}(0.05)} = \frac{1}{3.87} = 0.258$$

$$\therefore F = 0.7151 > F_{7,6}(0.05)$$

\therefore 不能拒绝 H_0 即两企业职工工资的方差相等

$$(2) \text{检验均值: } H_0': \mu_{\text{乙}} \geq \mu_{\text{甲}} \quad H_1': \mu_{\text{乙}} < \mu_{\text{甲}}$$

$$S_w^2 = \frac{(7-1) \times 3236190.48 + (8-1) \times 4525669.64}{7+8-2}$$

$$S_w = 1982.555$$

$$\frac{7281.25 - 5407.14}{1.982555 \times \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}} = 1.826526$$

$$T = \frac{1.982555 \times \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}}{1.826526}$$

拒绝域: $\{T < -t_{13}(0.05)\}$

$\therefore t_{13}(0.05) = 1.7709 \quad 1.826526 > -1.7709$

\therefore 拒绝 H_0 , 接受 H_1 \therefore 接受原假设

所以甲企业职工平均工资 ~~高于~~ 低于乙企业职工平均工资

T38. X, Y 分别表示两位作家所写的小品文中包含由
3个字母组成的单字的比例

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$\bar{X} = 0.23188 \quad \bar{Y} = 0.2097$

$S_1^2 = 0.00021 \quad S_2^2 = 0.00009$

$$S_T = \sqrt{\frac{(8-1)S_1^2 + (10-1)S_2^2}{8+10-2}} = \sqrt{\frac{7 \times 0.00021 + 9 \times 0.00009}{16}} = 0.01194$$

检验统计量 $T: t = \sqrt{\frac{8 \times 10}{8+10}} \times \frac{0.23188 - 0.2097}{0.01194} = 3.91624$

$t_{16}(0.025) = 2.1199$

$|t| > t_{16}(0.025)$

\therefore 可以拒绝 H_0

即显著性水平为 0.05 下, 两位作家所写的小品文中
由 3 个字母组成的单字的比例有显著差异

T45. (1) 原假设: 技术革新后, 样本废品率 ~~小于~~ 为 6%

即 $\mu_{\text{新}} \leq 6\%$ $P_{\text{新}} \leq 6\%$ $P_{\text{新}} = 0.06$

备择假设: 技术革新后, 样本废品率 ~~不小于~~ 小于 6%

即 $\mu_{\text{新}} > 6\%$ $P_{\text{新}} > 6\%$ $P_{\text{新}} < 0.06$

(2) $\alpha = 0.05$ ~~显著~~

0

~~$U_{0.05} = 1.645$~~

$U_{0.05} = 1.645$

(3) 检验统计量 $T = \frac{\sqrt{200}(-0.02)}{\sqrt{np(1-p)}} = -0.1020 < \del{1.645} 1.645$

∴ 样本的结果能支持备择假设

样本的结果不能支持备择假设.

T49. (1) η_1, η_2 分别表示女性中停车问路的比例
和男性中停车问路的比例

原假设: $\eta_1 > \eta_2$

备择假设: $\eta_1 \leq \eta_2$

$$(2) \quad \eta_1 = \frac{300}{811} = 36.99\%$$

$$(3) \quad \eta_2 = \frac{255}{750} = 34\%$$

$$(4) \quad \alpha = 0.05$$

$$p_0 = 0.3699$$

$$U_{0.025} = 1.96$$

$$\left| \frac{\sqrt{811} (\hat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \right| < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\sqrt{811} (\hat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} < 1.96$$

$$-1.96 < \frac{\sqrt{811} (\hat{p} - 0.3699)}{\sqrt{0.3699(1-0.3699)}} < 1.96$$

$$0.3699 \pm 1.96 \times \frac{\sqrt{0.3699(1-0.3699)}}{\sqrt{811}} = 0.3699 \pm 0.0332$$

$$P \in (0.3367, 0.4031)$$

∴ 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下,

女性更有可能停车问路.