

中国科学技术大学物理学院
School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China

Quantum Physics
PHYS1010.04
Spring 2022

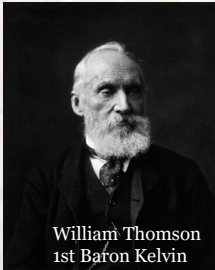
Lesson 5. 黑体辐射、光电效应 (光的粒子性)

十九世纪末二十世纪初——物理学大变革


- 十九世纪末物理学各个分支的发展都已日臻完善，并不断取得新的成就
 - 首先在**牛顿力学**基础上，哈密顿和拉格朗日等人建立起来的**分析力学**，几乎达到无懈可击的地步，海王星的发现充分表明了牛顿力学是完美无缺的。
 - 其次，通过克劳修斯、玻耳兹曼和吉布斯等人的巨大努力，建立了体系完整而又严密的**热力学和统计力学**，并且应用越来越广泛。
 - 由安培、法拉第和麦克斯韦等人对电磁现象进行的深入而系统的研究，为**电动力学**奠定了坚实的基础，特别是由**麦克斯韦的电磁场方程组**预言了电磁波的存在，随即被赫兹的实验所证实。
 - 后来又把惠更斯和菲涅耳所建立的**光学**也纳入了电动力学的范畴（光电的统一）。

皇家研究院发表演讲《在热与光的动力学理论上空空的19世纪乌云》(Nineteenth-Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light)


“There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement.”



William Thomson
1st Baron Kelvin



物理学的大厦已经建成，后世的物理学家只要做些修补的工作就可以了。



中国科学技术大学物理学院

Quantum Physics

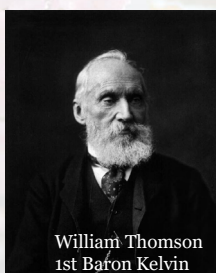
十九世纪末二十世纪初——物理学大变革

■ “两朵乌云”

- **迈克尔逊-莫雷实验**无法证明以太存在
- **黑体辐射**光谱的理论公式（瑞利-金斯公式）出现紫外灾难

皇家研究院发表演讲《在热与光的动力学理论上空的19世纪乌云》(Nineteenth-Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light)

“There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement.”

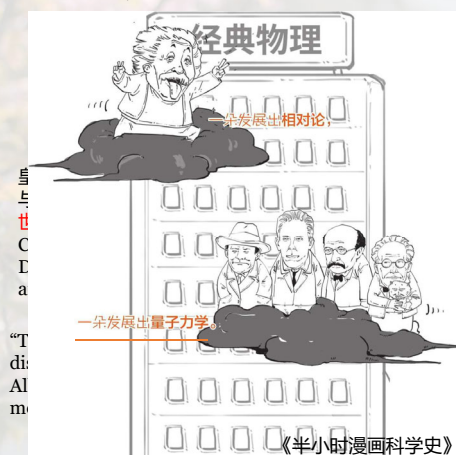


十九世纪末二十世纪初——物理学大变革

■ “两朵乌云”

- **迈克尔逊-莫雷实验**无法证明以太存在
- **黑体辐射**光谱的理论公式（瑞利-金斯公式）出现紫外灾难

■ 新理论的诞生



再回到光学的发展历史

■ Maxwell方程组的建立，光的波动学说取得压倒性优势

■ 黑体辐射光谱的理论公式（瑞利-金斯公式）出现紫外灾难 波动理论无法解释



亚里士多德，
光是气元的扰动



德谟克利特，
微粒说

古希腊时代就开始思考这个问题（公元前4世纪）



惠更斯，
波动说



牛顿，
粒子说

两大学说的对立（17世纪）



托马斯·杨，
杨氏双缝实验



菲涅尔



麦克斯韦
光的波动说取得压倒性胜利（19世纪）



普朗克



爱因斯坦

黑体辐射与光电效应支持粒子说（20世纪）



德布罗意



玻尔

不仅光，任何粒子都具有波粒二象性

能量量子化解释黑体辐射

光量子化解释光电效应

中国科学技术大学物理学院
Quantum Physics

辐射与吸收

■ 工业革命后期热力学蓬勃发展并建立起完整的理论



热辐射，是物体由于具有温度而辐射电磁波的现象

- 是一种物体用**电磁辐射**的形式把热能向外散发的**热传方式**
- 它不依赖任何外界条件而进行
- 它是热的三种主要传导方式之一
- 一切温度高于绝对零度的物体都能产生热辐射



辐射与吸收

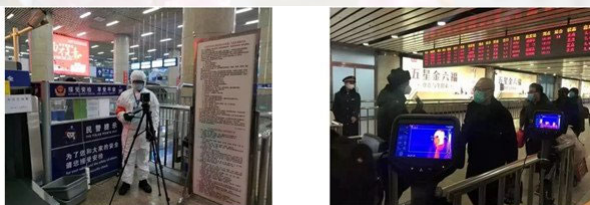
- **热辐射**：电子的**加速运动**可以产生电磁辐射（光），组成物体的分子或原子内部含有电子，**热运动**时会产生电磁辐射
- 19世纪的实验和热力学经验：物体温度越高，热运动越剧烈，内部的电子振动越快，辐射的频率也随之升高，物体的热辐射颜色也随之变紫



太阳看上去是黄色，温度在6000K
 星宿七被称为超蓝巨星，温度在12000K

辐射与吸收

- **热辐射**：电子的**加速运动**可以产生电磁辐射（光），组成物体的分子或原子内部含有电子，**热运动**时会产生电磁辐射
- 19世纪的实验和热力学经验：物体温度越高，热运动越剧烈，内部的电子振动越快，辐射的频率也随之升高，物体的热辐射颜色也随之变紫
- 利用这个关系可以测量物体的温度，如现在随处可见的非接触式测温仪

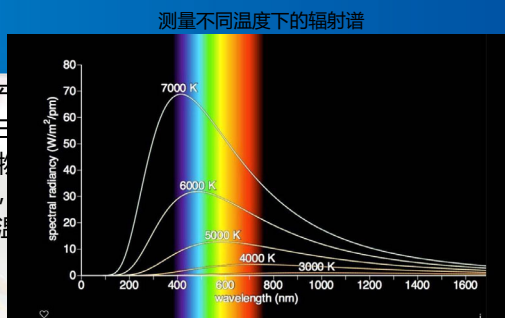


辐射与吸收

- **热辐射**：电子的**加速运动**可以产生电磁波。物体内部含有电子，**热运动**时会产生电磁波。
- 19世纪的实验和热力学经验：物体温度越高，辐射的频率也随之升高，辐射强度也随之增加。
- 利用这个关系可以测量物体的温度。



如何量化这个规律？



光的色散可以用来测量辐射光谱。罗兰的凹面光栅可以精确地测量**热辐射能量分布曲线**。

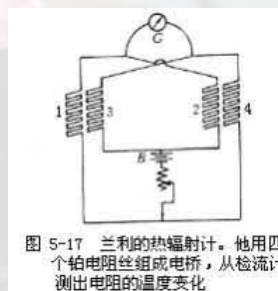


图 5-17 兰利的热辐射计。他用四个铂电阻丝组成电桥，从检流计测出电阻的温度变化。

辐射与吸收

■ 热辐射的定量化研究

- **单色辐射本领**：在温度为 T 的热辐射体表面，单位面积、单位时间、单位波长范围内辐射的电磁波能量 $r(\lambda, T)$
- **总辐射本领**：单位表面积辐射的总功率

$$R(T) \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^{+\infty} r(\lambda, T) d\lambda$$

- 在单位面积、单位时间、单位波长范围内辐射到物体上的能量 $dE(\lambda)$ ，其中被吸收的部分 $dE'(\lambda, T)$ ，定义**单色吸收本领**为两者之比

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{dE'(\lambda, T)}{dE(\lambda)}$$

辐射与吸收

■ 基尔霍夫定律

- 与外界隔绝的容器内的若干孤立物体达到**热平衡**后，每个物体单位时间吸收的能量，应等于单位时间内辐射的能量，因此**辐射能力强的物体，吸收辐射的能力也强**

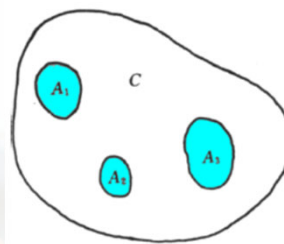
- 当只有两个物体，且它们只能通过截面 S 以辐射和吸收波长为 λ 的光子交换能量，经过一段时间达到热平衡后，温度为 T ，内能不再变化

$$r_2(\lambda, T) \cdot S \cdot \alpha_1(\lambda, T) = r_1(\lambda, T) \cdot S \cdot \alpha_2(\lambda, T)$$

- 得到基尔霍夫定律

$$\frac{r_1(\lambda, T)}{\alpha_1(\lambda, T)} = \frac{r_2(\lambda, T)}{\alpha_2(\lambda, T)} = r_0(\lambda, T)$$

与物体的性质无关的普适函数



黑体辐射

■ 热辐射的理想模型：黑体

- 吸收系数 $\alpha(\lambda, T) = 1$ 的物体，能吸收全部波长的电磁波，更为绝对黑体或黑体

- 黑体的单色辐射本领

$$r(\lambda, T) = r_0(\lambda, T)$$

- 黑体是一种理论模型，它能吸收所有指向它的辐射，不反射也不传输任何波长的能量。

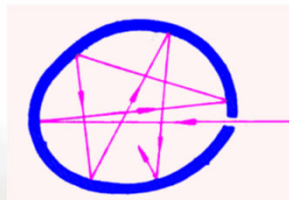
- 它是一种假象的物体，对于任何波长的辐射来说，它是“完美的”吸收器，也是“完美的”发射器。



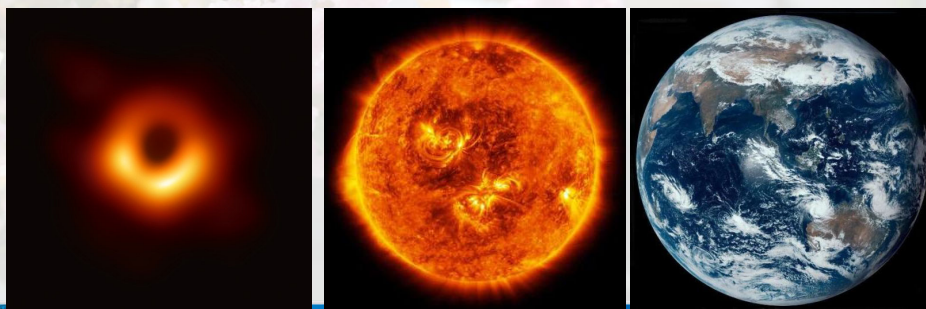
黑体辐射

■ 热辐射的理想模型：黑体

- 黑洞、恒星、行星可以看出自然的近理想的“黑体”



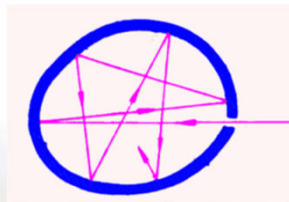
光线一旦进入空腔
就很难再反射出来



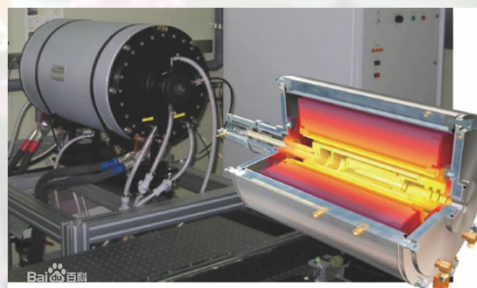
黑体辐射

■ 热辐射的理想模型：黑体

- 黑洞、恒星、行星可以看出自然的近理想的“黑体”
- 人工黑体：在空腔上开一个小孔，那么空腔物体的表面上小孔处，就是一个很小的黑体。



光线一旦进入空腔
就很难再反射出来



测温领域常用的人工黑体：黑体炉

黑体辐射

■ 黑体辐射光谱的定量描述

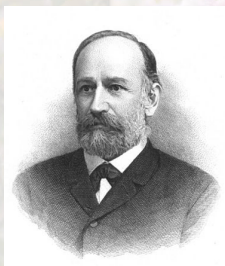
■ 斯特藩-玻尔兹曼 (Stefan-Boltzmann) 定律:

一个黑体表明单位面积在单位时间内辐射的总能量 (总辐射本领) 与黑体本身的热力学温度 (又称绝对温度) 的四次方成正比

$$R \sim \sigma T^4$$

$$\text{常数 } \sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$$

总结实验规律 1879

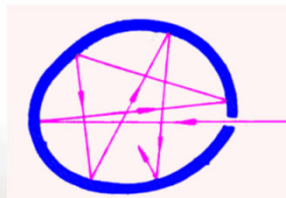


Josef Stefan



Ludwig Eduard Boltzmann

通过假设用光 (电磁波辐射) 代替气体作为热机的工作介质, 基于热力学理论进行逻辑推导 1884



光线一旦进入空腔就很难再反射出来

黑体辐射

■ 黑体辐射光谱的定量描述

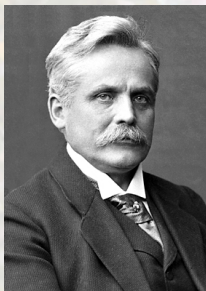
■ 维恩位移定律:

在确定的温度下, 黑体的单色辐射本领都有一个极大值点

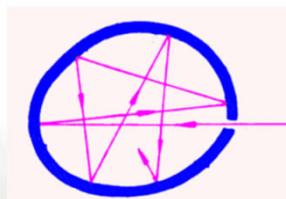
$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

$$\text{常数 } b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

从热力学原理逻辑推导 1893



Wilhelm Wien



光线一旦进入空腔就很难再反射出来

黑体辐射

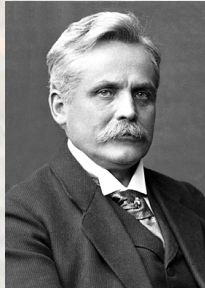
■ 黑体辐射光谱的定量描述

■ 维恩定律:

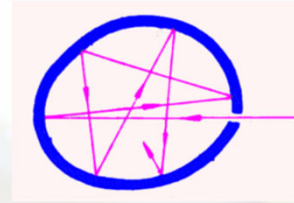
$$r_0(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right)$$

c_1, c_2 为第一、第二辐射常数

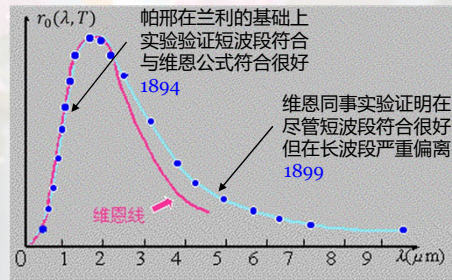
从经典热力学的思维出发，
借统计热力学之手（麦克斯韦速率分布），并完全
基于对实验数据的经验总结
1893



Wilhelm Wien



光线一旦进入空腔
就很难再反射出来



黑体辐射

■ 黑体辐射光谱的定量描述

■ 瑞利 (Lord Rayleigh) - 金斯 (James Jeans) 公式:

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} k_B T$$

k_B 玻尔兹曼常数

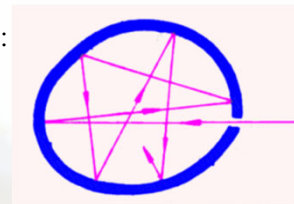
基于电磁学和统计物理严
格求解腔内处于平衡态的
电磁场：具有不同频率和
不同传播方向的驻波系统
1900



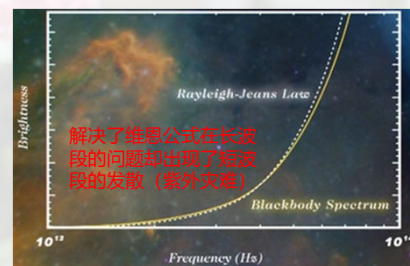
Lord Rayleigh



James Jeans

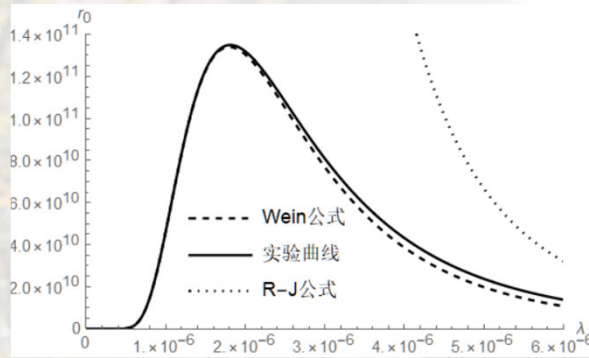


光线一旦进入空腔
就很难再反射出来

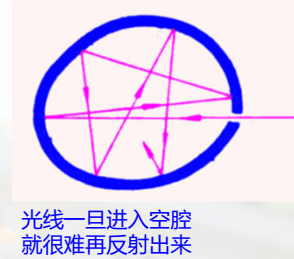


黑体辐射

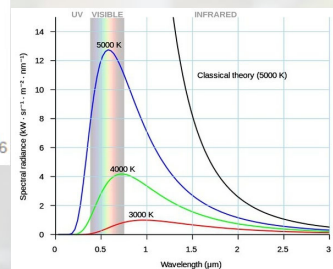
■ 黑体辐射光谱的定量描述



19世纪末20世纪初，热力学实验和理论预言大概是这样的



光线一旦进入空腔
就很难再反射出来



黑体辐射

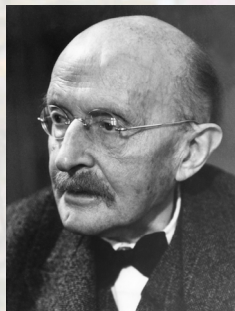
■ 黑体辐射光谱的定量描述

■ 普朗克 (Max Planck) 黑体辐射公式:

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

k_B 玻尔兹曼常数
 c 真空中的光速
 h 普朗克常数

和瑞利-金斯的思路一致:
以电磁学和统计物理为基础,
但假定腔内的电磁场
能量不能连续取值 1900



Max Planck

Planck在瑞利-金斯研究思路(电磁学和统计物理)的基础上大胆假设: 黑体的原子或分子可以看成是谐振子, 这些谐振子的能量不能连续变化, 而是只能取某个最小能量单元的整数倍

$$E = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

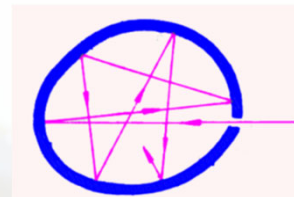
整数 n 为量子数

Planck常数

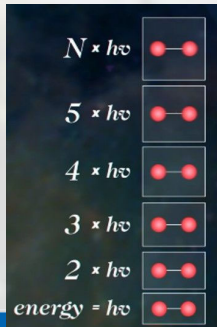
$$h = 6.626070150 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

能量量子化假设开启物理学新纪元

Planck常数用于定义质量单位 "kg"



光线一旦进入空腔
就很难再反射出来



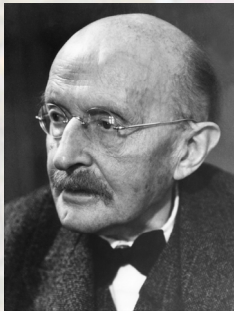
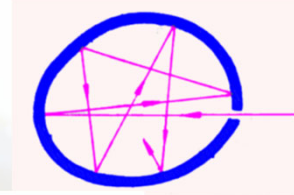
黑体辐射

■ 黑体辐射光谱的定量描述

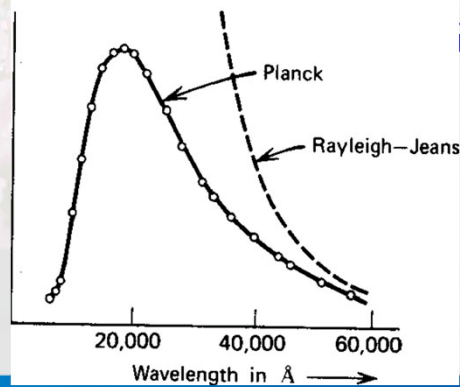
■ 普朗克 (Max Planck) 黑体黑体辐射公式:

$$r_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

k_B 玻尔兹曼常数
 c 真空中的光速
 h 普朗克常数



Max Planck



黑体辐射

■ Planck公式与维恩公式及瑞利-金斯公式的关系

普朗克公式

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

短波区 ν 较大, $e^{\nu} - 1 \approx e^{\nu}$

$$\rho(\nu, T) \approx \frac{8\pi h}{c^3} \cdot e^{-h\nu/kT}$$

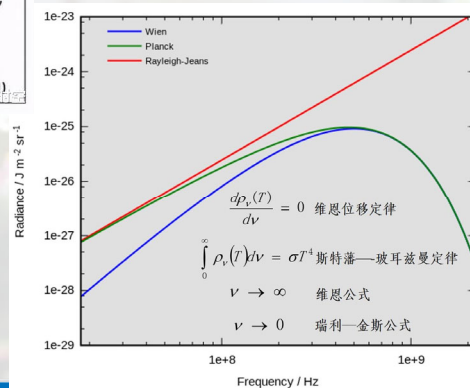
(与维恩近似形式相同)

长波区 ν 较小, $e^{\nu} - 1 \approx \nu$

$$\rho(\nu, T) \approx \frac{8\pi \nu^2}{hc^3} \cdot kT$$

(与瑞利-金斯公式形式相同)

1900年, Planck为解释黑体辐射, 作出了能量量子化假设, 因此1900年也被称为**量子元年**



光电效应的发现历史

- 光电效应：当光照射到金属上，金属内部的电子吸收光的能量，有可能逸出金属表面，成为可以自由移动的电荷
 - 1887年，赫兹发现用带有间隙的线圈接收电磁波会在间隙中产生火花，并且在黑盒子中进行实验时，间隙火花的最大长度变短
 - 1897年，J. J. 汤姆逊发现了电子
 - 1899年，汤姆逊实验证明当一束光照射金属表面时，会有电子发出（光电子）
 - 1900年，菲利普·莱纳德观察到紫外线照射可以使气体电离
 - 1902年，菲利普·莱纳德在光照射金属的实验中观察到：出射电子的动能与入射光的强度无关，随入射光的频率增大而增大
 - 1905年，爱因斯坦发表《关于光的产生和转变的一个启发性观点》，提出光子假设，即光束是由一群离散的能量粒子组成，而不是连续波动，重新解释光电效应
 - 1916年，罗伯特·密立根在注意到爱因斯坦的论文后，花了十年时间，设计精密的光电效应实验装置，验证了爱因斯坦的理论
 - 1921年，爱因斯坦因为“对理论物理学的成就，特别是光电效应定律的发现”荣获1921年诺贝尔物理学奖

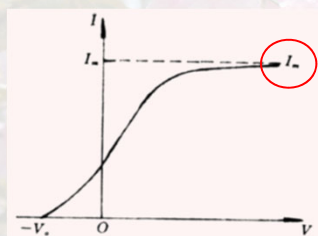


实验规律

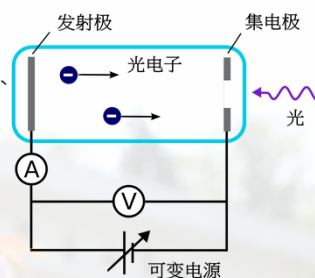
■ 光电效应的实验装置及主要结论

- 实验装置如有图，主要的可变参数包括：电学（电压 V ，电流 I ），光学（光的波长 λ 或频率 ν 、强度 E ），材料（光阴极）种类
- 主要结论

1. 存在饱和电流：电流随电压变化的伏安特性曲线显示，在电压较小时，光电流随电压增大而增大，当达到一定数值后，电流达到饱和值，不再随电压变化



单位时间内从阴极逃逸的电子数目 n 是一定的： $I_m = ne$



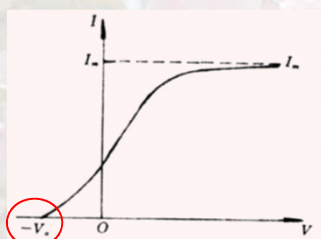
实验规律

■ 光电效应的实验装置及主要结论

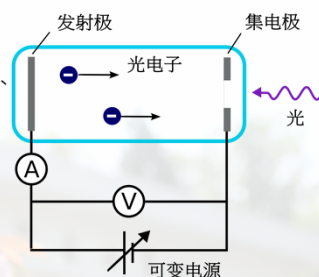
■ 实验装置如有图，主要的可变参数包括：电学（电压 V ，电流 I ），光学（光的波长 λ 或频率 ν 、强度 E ），材料（光阴极）种类

■ 主要结论

1. 存在饱和电流 I_m
2. 存在反向截止电压 V_0 ：只有在反向电压达到阈值后，光电流才会降为零



说明光电子逸出阴极后，具有一定的初始速度 v_0
$$eV_0 = \frac{1}{2} m_e v_0^2$$



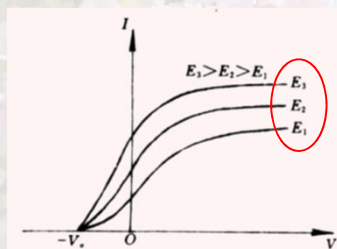
实验规律

■ 光电效应的实验装置及主要结论

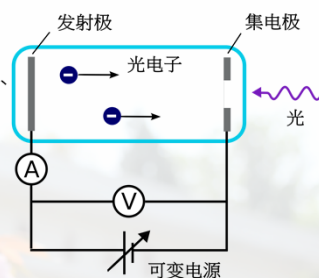
■ 实验装置如有图，主要的可变参数包括：电学（电压 V ，电流 I ），光学（光的波长 λ 或频率 ν 、强度 E ），材料（光阴极）种类

■ 主要结论

1. 存在饱和电流 I_m
2. 存在反向截止电压 V_0
3. 改变入射光光强，发现饱和光电流与入射光强成正比



说明光电子的产生速率 n 与光强成正比



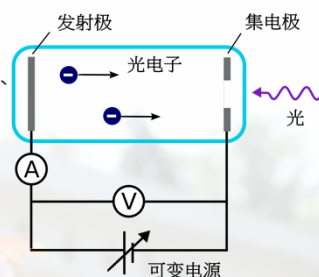
实验规律

■ 光电效应的实验装置及主要结论

■ 实验装置如有图，主要的可变参数包括：电学（电压 V ，电流 I ），光学（光的波长 λ 或频率 ν 、强度 E ），材料（光阴极）种类

■ 主要结论

1. 存在饱和电流 I_m
2. 存在反向截止电压 V_0
3. 改变入射光光强，发现饱和光电流与入射光强成正比
4. 不改变光强而改变入射光的频率，饱和电流不变



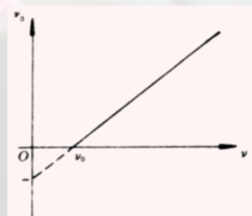
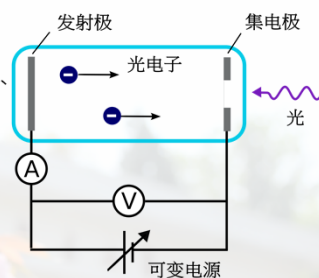
实验规律

■ 光电效应的实验装置及主要结论

■ 实验装置如有图，主要的可变参数包括：电学（电压 V ，电流 I ），光学（光的波长 λ 或频率 ν 、强度 E ），材料（光阴极）种类

■ 主要结论

1. 存在饱和电流 I_m
2. 存在反向截止电压 V_0
3. 改变入射光光强，发现饱和光电流与入射光强成正比
4. 不改变光强而改变入射光的频率，饱和电流不变
5. 反向截止电压随频率升高而升高，且存在一个截止频率 ν_0 （红限频率），低于此频率的光照不产生光电流



| 金属 | 铯 | 钾 | 钠 | 锂 | 钨 | 铁 | 银 | 铂 |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 截止波长 (Å) | 6520 | 5500 | 5400 | 5000 | 2700 | 2620 | 2610 | 1961 |

逃逸电子的最大初动能

$$\frac{1}{2} m_e v_m^2 = eK(\nu - \nu_0)$$

反向截止电压和频率有线性关系
 $V_0 = K(\nu - \nu_0)$
 常数 K 依赖于阴极材料的种类

实验规律

■ 光电效应的主要实验结论与经典物理理论（光的波动理论）的矛盾

- 截止电压（即光电子的最大动能）不依赖于入射光的强度，只依赖于入射光的频率，更强的光只会增加饱和光电流（光电子的数量）

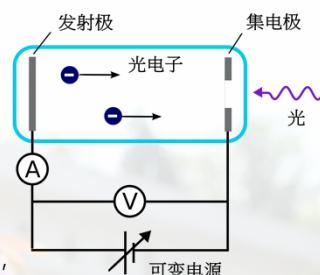
按照波动理论，光的强度应该激发出更快的光电子，从而造成更大的截止电压

- 存在红限频率，在该频率下无论光强多大也激发不出光电子（仍然是光强和光电子初始动能无关，一个很弱的紫光可以激发光电子，但一个很强的红光却不可以）

按照波动理论，足够强的光，经过一定时间的积累，总是能将电子加速到能够脱离金属表面

- 驰豫时间极短（小于 10^{-9}s ）

按照波动理论，电子必须花费很长时间



- 假设用强度弱到 10^{-10} W/cm^2 的紫光来照明金属钠的表面，也能探测到光电流，金属钠的原子密度约为 $2 \times 10^{15}\text{ atoms/cm}^3$
- 假设光能激发出最表面的十层钠原子，则每个钠原子吸收能量的速率为 $3 \times 10^{-7}\text{ eV/s}$
- 若一个电子至少需要 1 eV 的能量才能逃逸出金属表面，则该逃逸过程需要 10^7 s （近四个月）

问题的解决

■ 爱因斯坦进一步发展Planck的能量量子化概念，提出光子假设：

- 单频辐射表现得就像它是由相互独立的、能量大小为 $h\nu$ 的能量子组成的……对于光照后产生阴极射线（即产生电子束），可以设想这样解释：能量子穿过物体的表层，将其至少是一部分能量传递给其中的电子。最简单的情况是：一个光子将其整个能量传递给单个电子。我们假定这是可以发生的。

■ 要点：

- 存在光子，每个光子的能量 $E = h\nu$
- 光束是由不连续的光子组成的能量流
- 与物质相互作用时，是以光子（整体）形式发生的：只能整个被发射或吸收

问题的解决

■ 如何解释光电现象

- 阴极金属内部的电子只能一次性吸收一个光子的能量，逃逸形成光电子，由能量守恒定律

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A = eV_0 + A$$

A为电子逃逸金属表面时所需要的逸出功

- 光电子的初始动能（截止电压）与频率有线性关系，且截止频率由逸出功给出

$$\nu_0 = A/h$$

饱和电流决定于光电子的数量，这是由光的强度（光子的数量）决定的，而不是光子的频率（光子的能量）

反向截止电压反映光电子逃离阴极之后的初始速度，即光电子的动能，基于光的量子化概率，一个光子只激发一个电子，按照能量守恒，光子的能量（频率）会转化为电子的动能，当光子的频率过低，被激发的电子没有足够的动能逃离金属表面的束缚

光子被电子吸收即可获得足够的能量，所以弛豫时间极短



再回到光学的发展历史

- Maxwell方程组的建立，光的波动学说取得压倒性优势

- 黑体辐射光谱的理论公式（瑞利-金斯公式）出现紫外灾难 波动理论无法解释



光的波粒二象性

- 既然光是光量子（粒子），那么它的质量是？

- 利用相对论的质能方程 $E = mc^2$

- 光子的动量大小为

$$p = mc = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

约化Planck常数 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
 $k = |\vec{k}|$ 是波矢量的模长

- 普朗克-爱因斯坦关系

$$\begin{cases} E = \hbar\nu \\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \end{cases}$$

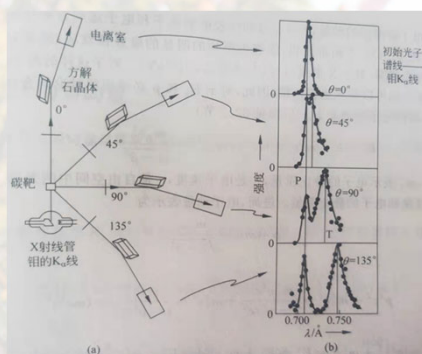
$\uparrow \quad \uparrow$
 粒子性质（能量和动量） 波动性质（圆频率和波矢量）

光既能够产生干涉、衍射这类典型的波动现象，也能够黑体辐射、光电效应中体现出它的粒子性。光可能就是“光”，至于向你展示什么，取决于你看什么？



康普顿散射

- 1923年，康普顿观察石蜡块对X射线的散射情况



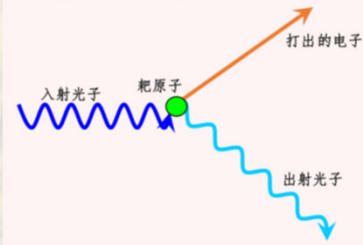
(a) 入射光（波长 $\lambda_0 = 0.709\text{nm}$ ）进入碳靶进行散射，并利用布拉格光谱仪测量不同角度散射光的波长。(b) 不同角度散射光子的光谱数据，大角度时，可以看到原始谱线P和**第二谱线T**

按照光的电磁理论，物质中的电子在入射光的电磁场中做受迫振动，辐射出频率与入射光相同的散射光，该过程不会改变光波波长，但实验结果存在的T线表明和理论违背



康普顿散射

■ 基于光量子的理论推导



取自然单位制 ($c = 1$)

散射前: 电子的速度忽略不计, 入射光子的动量为 \vec{p}_0 , 光子的能量为 $E_{\gamma 0} = p_0$, 电子的能量为 $E_{e0} = m_e$ (高能光子与电子碰撞, 电子获得的速度接近光速, 需要用相对论质能关系)

散射后: 光子的动量为 \vec{p} , 能量为 $E_{\gamma} = p$; 电子的动量为 \vec{q} , 能量为 $E_e = \sqrt{q^2 + m_e^2}$

根据动量守恒:

$$\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{q} \Rightarrow p_0^2 + p^2 - 2\vec{p}_0 \cdot \vec{p} = q^2$$

根据能量守恒:

$$p_0 + m_e = p + \sqrt{q^2 + m_e^2} \Rightarrow (p_0 + m_e - p)^2 - m_e^2 = q^2$$

联立两方程, 消除 q

$$-pp_0 + (p - p_0)m_e = -\vec{p}_0 \cdot \vec{p}$$

记光子的散射角为 θ , 则

$$\vec{p}_0 \cdot \vec{p} = p_0 p \cos \theta$$

可以得到

$$(p - p_0)m_e = 2pp_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

利用

$$p = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad p_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

可以得到康普顿散射公式

$$\Delta \lambda \stackrel{\text{def}}{=} \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

其中 $\lambda_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{h}{m_e c} \approx 0.0243$



康普顿因为发现了以他命名的效应
获得了1927年的诺贝尔物理学奖

盛宴未散



亚里士多德,
光是气的扰动



惠更斯,
波动说



托马斯·杨,
杨氏双缝实验



普朗克



德布罗意



德谟克利特,
微粒说



牛顿,
粒子说



菲涅尔



爱因斯坦



玻尔

古希腊时代就开始思考这个问题
(公元前4世纪)

两大学说的对立 (17世纪)



麦克斯韦
光的波动说取得压倒性胜利
(19世纪)

光量子

黑体辐射与光电效应支持粒子说
(20世纪)

波粒二象性

不仅光, 任何粒子都具有波粒二象性