

中国科学技术大学
2022 年春季学期期中考试试卷

考试科目 量子物理 得分

学生所在系 姓名 学号

答题要求：解答需要包括分析过程和结论，答案写在试题后留白处。

一、量子理论建立后，人们普遍接受光的波粒二象性学说。请结合所学知识，回答下述问题：

1. 请分别列举三项能够体现光的粒子性和波动性的实验现象？（6 分）

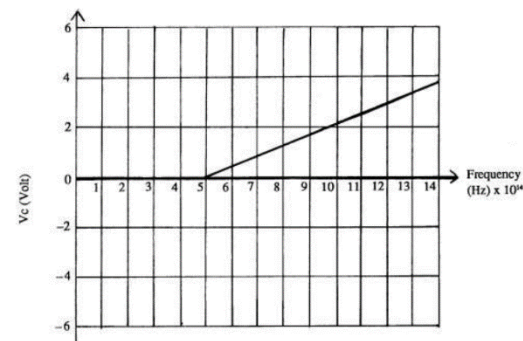
2. 杨氏双缝干涉实验被认为是“最美的物理学实验”之一，其核心结果是观察到稳定的干涉条纹，请简述实验中获得稳定干涉的条件，并阐述早在 1801 年时，如何在实验上使得这些条件得以满足？（6 分）

3. 在单缝衍射实验中，含有两种波长 λ_1 和 λ_2 的光正入射到单缝，且 λ_1 的一级衍射极小位置与 λ_2 的二级衍射极小位置重合，试分析两种波长间的关系？考虑两束光的所有衍射图样，并分析是否存在其它极小值位置重合点？（6 分）

4. 使用两个透光方向未知的偏振片及一个快轴方向已知的四分之一波片，如何确定另一个四分之一波片的快慢轴？（6 分）

5. 目前在防疫中大量使用红外测温仪，请阐述其基本工作原理？（4 分）

6. 光电效应是光具有量子性的一个重要证据。如果某种金属的反向截止电压与入射光频率的关系如右图所示，试估算该种材料的逸出功？当入射光频率为 $1 \times 10^{15}\text{Hz}$ 时，请问逃逸电子的最大初始动能是多少 eV？（6 分）



8. 在波尔的氢原子理论中，利用了哪条假设来选择允许的能级？后来德布罗意指出波尔假设与电子的物质波波长有紧密联系，叙述并推导两者关系。（6 分）

9. 弗兰克-赫兹实验中用电子束与汞蒸气碰撞，通过加速电压调节电子速度，测量到达阳极电流值随加速电压的变化。简述实验结果和物理原理？（6 分）

二、原子的概念最早是由古希腊的哲学家引入的，但直至汤姆逊发现电子后才正式开启研究原子内部结构的大门。请结合所学知识，回答如下问题：

7. 请简述卢瑟福提出原子核式模型的实验依据？并阐述该模型有何不足之处？（4 分）

10. 波尔模型的成功之处在于能够很好解释氢原子光谱，假如氢原子由基态被激发到 $n = 4$ 的激发态，则需要吸收多少能量（eV）？计算原子重新回到基态时可能发射的光子的波长？（6 分）

三、Planck 为解释黑体辐射提出能量量子化的概念，是量子理论诞生的标志。

请结合所学知识，回答如下问题：

11. 分别写出一维情况下的自由粒子在坐标表象和动量表象中的波函数？（4 分）

12. 根据波函数假设，微观粒子的物理状态由波函数完全描述，试阐述其统计学上的物理意义？（4 分）

13. 在量子理论中，微观粒子运动规律由薛定谔方程给出。设粒子处于无限深方势阱

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x < 0, x > a \end{cases}$$

初始时刻粒子的波函数由 $\psi(x) = A \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$ 描述， A 是归一化常数。

（1）求解该无限深方势阱下的能量本征态和对应的能量？（2）求题目所给的波函数的归一化常数 A ？（3）求粒子处于各能量本征态的概率 P_n ？（4）求波函数 $\psi(x)$ 下的能量期望值和涨落？（16 分）

四、薛定谔方程是量子力学的基本假设之一，其成功基础之一是严格求解了氢原子的本征态和本征能量，获得和实验完美匹配的理论预言。结合所学知识，回答以下问题：

14. 请阐述氢原子由薛定谔方程严格求解的量子模型相对于玻尔氢原子模型的区别？（4 分）

15. 设氢原子处于激发态($n = 2, l = 1$)，试求解发现电子几率最高的径向位置 r ，以及径向位置的平均值？（8 分）
可能用到的积分公式：

$$\begin{aligned}\int e^{cx} dx &= \frac{1}{c} e^{cx} \\ \int a^{cx} dx &= \frac{1}{c \ln a} a^{cx} \quad (a > 0, a \neq 1) \\ \int x e^{cx} dx &= \frac{e^{cx}}{c^2} (cx - 1) \\ \int x^2 e^{cx} dx &= e^{cx} \left(\frac{x^2}{c} - \frac{2x}{c^2} + \frac{2}{c^3} \right) \\ \int x^n e^{cx} dx &= \frac{1}{c} x^n e^{cx} - \frac{n}{c} \int x^{n-1} e^{cx} dx\end{aligned}$$

16. 设初始时刻氢原子处在状态 $\psi(t = 0) = \sqrt{\frac{1}{3}}(\psi_{211} + \psi_{21-1} + i\psi_{100})$ ，求 L^2 和 L_z 的测量平均值。（8 分）