导学

1. 课程体系
①电路基本分析方法：电路模型、基尔霍夫定律（参考方向）、电阻、电源的等效变换

②电阻电路的基本分析方法：电路图、支路电流、网孔电流、回路电流、节点电压

③电路定律：叠加定理、戴维南定理、诺顿定理

④一阶电路分析、二阶电路分析、储能元件

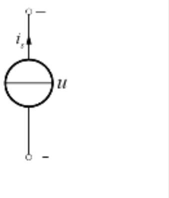
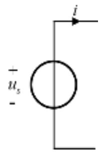
⑤相量法分析电路、稳态电路分析

⑥频率响应和伯德图

⑦三相电路、含有耦合电感电路的分析

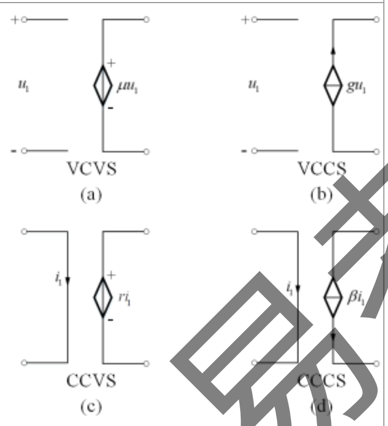
2. 学习方法
基本概念记牢
把握重点，有针对性复习
对于数学基础不好的同学，强调应用结论而不是理解或者推导结论
不要过于重视公式或者概念的背后的深层含义，不求甚解

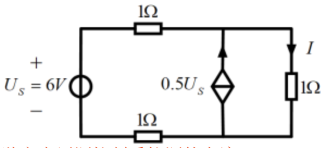
电路模型和等效变换

（独立）电流源和电压源	
电流源	
电压源	

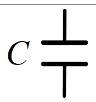
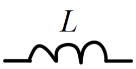
①一个理想独立电压源的基本特征是（ ）
（A）其两端电压与流过的电流无关，流过的电流可为任意值，由外电路即可确定
（B）其两端电压与流过的电流有关，流过的电流不可为任意值，由电压源即可确定
（C）其两端电压与流过的电流有关，电流未必由电压源正极流出，可为任意值
解：A

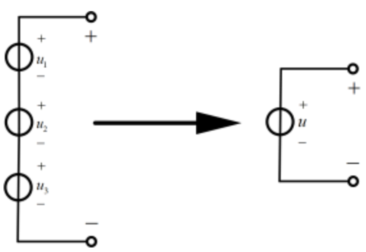
②独立电源有 **A** 和 **B** 两种
（A.电压源 B.电流源 C.受控源）

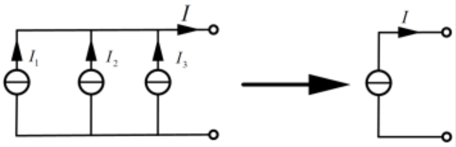
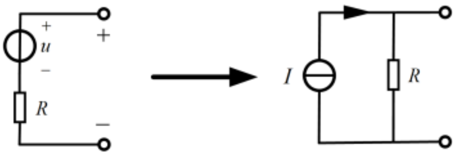
受控源	
①电压控制电压源（VCVS）voltage controlled voltage source ②电压控制电流源（VCCS）voltage controlled current source ③电流控制电压源（CCVS）current controlled voltage source ④电流控制电流源（CCCS）current controlled current source	



独立电压源控制受控源的电流

电容	
电感	

电源的等效变换	
①电压源的串联	

	$u = u_1 + \cdots + u_3$
②电流源的并联	 $I = I_1 + I_2 + I_3$
③电流源和电压源的变换	 $I = \frac{U}{R}$

基尔霍夫定律

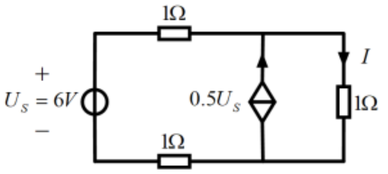
基尔霍夫定律	
基尔霍夫电流定律	在集总电路中，任何时刻，对于任意结点，所有流入和流出该结点的支路电流的代数和恒等于零。（指明电流的正方向，流进和流出，未知量在哪个回路，就列哪个回路的方程）
基尔霍夫电压定律	在集总电路中，任何时刻，对于任意回路，所有支路电压的代数和等于零。（指明回路电压正方向，顺时针和逆时针，同时给出每个支路的电压正方向。未知量在哪个回路，就列哪个回路的方程）

电路元件的电流、电压的参考方向
①关联参考方向：电流的参考方向和电压的参考方向一致，$U=IR$ ②非关联参考方向：电流的参考方向和电压的参考方向不一致，$U=-IR$ ③一个元件的电流或者电压参考方向可以任意独立的指定；但是一般都选取关联参考方向，也就是电流参考方向定了，电压参考方向也随之确定 ④电流和电压的正负号仅仅表示方向，不表示大小；负号表示和真实方向和参考方向相反 ⑤回路的正方向可以任意选取 ⑥题目当中已经给了的方向，就不要变了

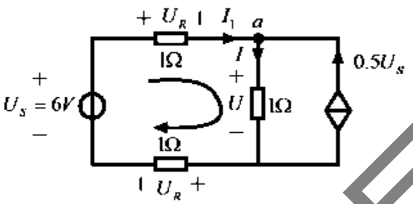
题型一：考查基尔霍夫定律，计算电流、电压

①电路如图所示，则电路中电流I等于（ ）

（A）$1A$ （B）$2A$ （C）$3A$ （D）$4A$



解：



节点a：

$I_1+0.5U_S=I$

$I_1+3=I$

回路：

$U_R+U_R+U-U_s=0$

$U_R=I_1\times 1\Omega, U=I\times 1\Omega$

$\Rightarrow 2I_1+I-6=0$

$I=4A$

$\Rightarrow I_1=1A$

也就是I_1的真实方向还是向右

回路正方向的选取对电路解的影响：逆时针为正方向，方程整体加负号，不影响解

$U_s-U_R-U-U_R=0$

回路正方向不变，把支路电流I_1的参考方向反向：则电阻的电压参考方向也反向

$-U_R+-U_R+U-U_s=0$

$\Rightarrow -2I_1+I-6=0$

$0.5U_S=I+I_1$

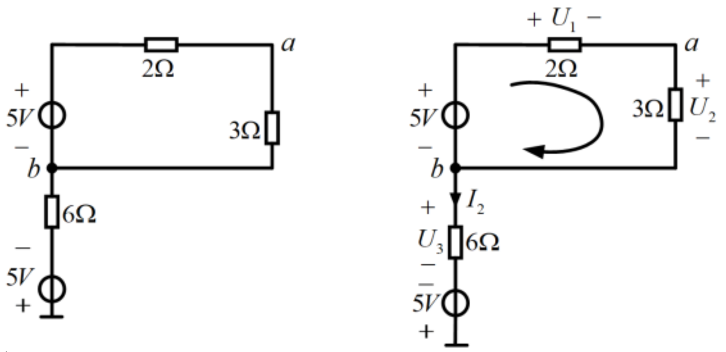
$\Rightarrow$

$I=4A$

$\Rightarrow I_1=-1A$

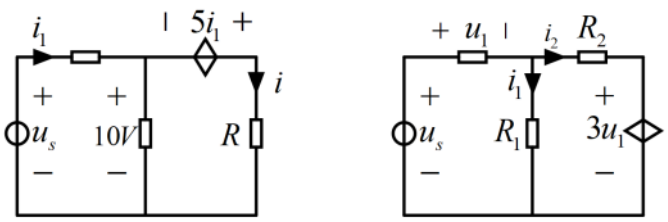
也就是I_1的真实方向还是向右，真实方向并不改变

②利用KCL和KVL求图中U_a



解：
在图中标出元件的参考方向
对于回路：$5 = U_1 + U_2$
流出电流：$I_2 = 0$
$U_2 = 5 \times \dfrac{3\Omega}{3\Omega + 2\Omega} V = 3V, U_3 = I_2 \cdot 6\Omega = 0V$
$U_a - 0V = U_2 + U_3 - 5V = 3V - 5V = -2V \Rightarrow= U_a = -2V$

③对图示电路



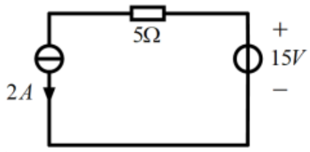
(a)　　(b)

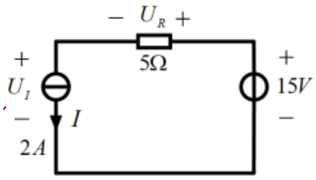
（1）已知图（a）中，$R = 2\Omega, i_1 = 1A$，求电流i
（2）已知图（b）中，$u_s = 10V, i_1 = 2A, R_1 = 4.5\Omega, R_2 = 1\Omega$，求$i_2$
解：
（1）对图（a）中右边的回路列KVL方程（顺时针方向绕行）有
$Ri - 10 - 5i_1 = 0$
$i = \dfrac{10 + 5i_1}{R} = \dfrac{10 + 5 \times 1}{2} = 7.5A$
（2）
从图（b）中右边回路的KVL方程顺时针方向绕行得
$R_2 i_2 + 3u_1 - u_{R_1} = 0$
图（b）中，
对左边回路列KVL方程顺时针方向绕行有
$u_{R_1} - u_S + u_1 = 0$
电阻两端的电压为
$u_{R_1} = R_1 i_1 = 4.5 \times 2 = 9V$
所以
$u_1 = u_S - u_{R_1} = 10 - 2 \times 4.5 = 10 - 9 = 1V$
$i_2 = \dfrac{u_{R_1} - 3u_1}{R_2} = \dfrac{2 \times 4.5 - 3 \times 1}{1} = 6A$

题型二：计算功率
电功率：$P = UI$
元件吸收功率：$P > 0$
元件发出功率：$P < 0$

①若某元件端子上的电压和电流取关联参考方向，而$u = 170\cos(100\pi t)V, i = 7\sin(100\pi t)A$。求：
（1）该元件吸收功率的最大值
（2）该元件发出功率的最大值
解：$p(t) = u(t)i(t) = 170\cos(100\pi t) \times 7\sin(100\pi t) = 595\sin(200\pi t)W$
（1）当$\sin(200\pi t) > 0$时，$p(t) > 0$，元件实际吸收功率；当$\sin(200\pi t) = 1$时，元件吸收最大功率：$p_{\max} = 595W$
（2）当$\sin(200\pi t) < 0$时，$p(t) < 0$，元件实际发出功率；当$\sin(200\pi t) = -1$时，元件发出最大功率：$p_{\max} = 595W$

②分别求出图中电压源和电流源的功率





解：
电压源功率：$P_U = -UI = -15 \times 2W = -30W$
电阻电压：$U_R = IR = 2 \times 5V = 10V$
电流源电压：$U_I = 15V - U_R = 15V - 10V = 5V$
电流源功率：$P_I = U_I I = 5 \times 2W = 10W$

③某元件功率为正（$P > 0$），说明该元件__**B**__功率，则该元件是__**D**__
A．产生 B．吸收 C．电源 D．负载

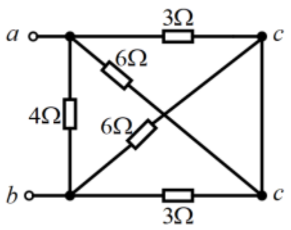
④电压和电流的关联方向是指电压、电流__**B**__一致
A.实际方向 B.参考方向 C.电位降方向

电阻等效变换

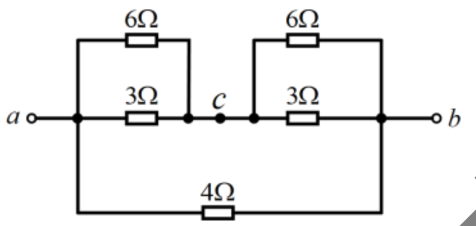
电阻串并联
串联总电阻等于各个电阻之和： $R=R_1+R_2+\cdots+R_n$
并联总电阻： $R=\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\cdots+\dfrac{1}{R_n}}$

题型一：计算复杂电路的等效电阻

①求下列电路ab端的等效电阻



解：

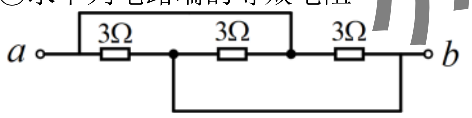


$R_{ab}=4\Omega\ //\ (3\Omega\ //\ 6\Omega+3\Omega\ //\ 6\Omega)$

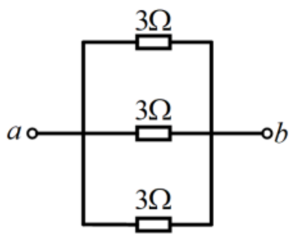
$=4\Omega\ //\ \left(\dfrac{3\times 6}{3+6}\Omega+\dfrac{3\times 6}{3+6}\Omega\right)$

$=4\Omega\ //\ (2\Omega+2\Omega)=4\Omega\ //\ 4\Omega=2\Omega$

②求下列电路端的等效电阻



解：

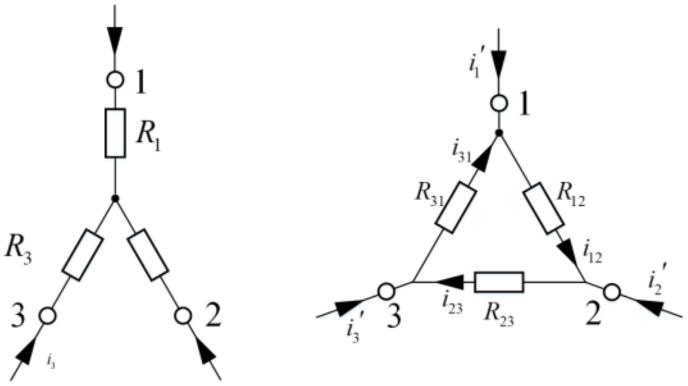


$R_{ab}=3\Omega\ //\ 3\Omega\ //\ 3\Omega$

$=\dfrac{3\times 3}{3+3}\ //\ 3\Omega=1.5\Omega\ //\ 3\Omega$

$=\dfrac{1.5\times 3}{1.5+3}\Omega=1\Omega$

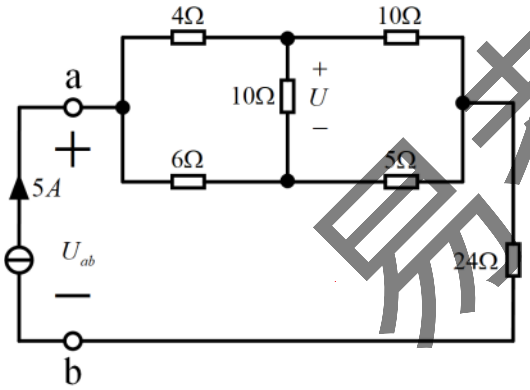
题型二：等效变换简化电路结构

Y型和Δ型的变换	
Y型变Δ型	$R_{12}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$ $R_{23}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$ $R_{31}=\dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$
Δ型变Y型	$R_1=\dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$ $R_2=\dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$ $R_3=\dfrac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$

①对图示电桥电路，应用Y-Δ等效变换求：

（1）对角线电压U

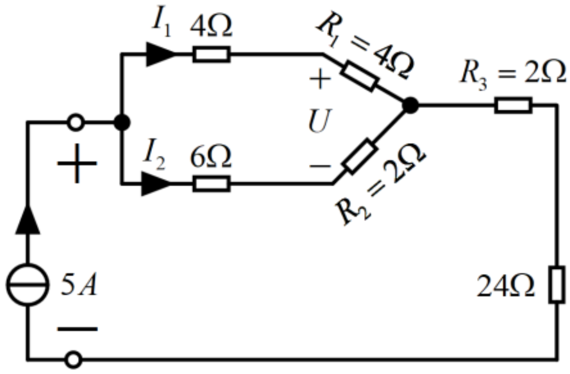
（2）电压U_{ab}



解：

把$(10\Omega,10\Omega,5\Omega)$构成的三角形等效变换为Y形，如图所示，由于两条并联支路的电阻相等，因此得电流

$I_1=I_2=\dfrac{5}{2}=2.5A$



应用KVL得电压

$U=6\times2.5-4\times2.5=5V$

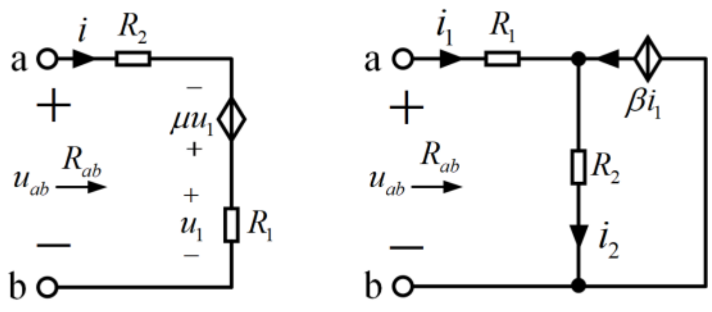
$R_{ab} = (4+4) \mathbin{/\!/} (6+2) + 2 + 24 = 30\Omega$

所以$U_{ab} = 5 \times R_{ab} = 5 \times 30 = 150V$

题型三：计算电路的输入电阻

方法：假设二端网络的端口电压为u，求出端口电流I（这时端口电流一定是端口电压的函数），端口电压和端口电流的比值就是端口的输入电阻；也可以假设端口电流为I，求出端口电压u

①试求图（a）和（b）的输入电阻



(a) (b)

解：

（1）

在图（a）中，设端口电流i的参考方向如图所示，因$u_1 = R_1 i$，根据KVL，有

$u_{ab} = R_2 i - \mu u_1 + R_1 i = R_2 i - \mu(R_1 i) + R_1 i = (R_1 + R_2 - \mu R_1) i$

故得a，b端的输入电阻

$R_{ab} = \dfrac{u_{ab}}{i} = R_1 + R_2 - \mu R_1$

（2）

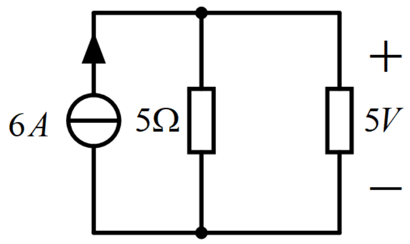
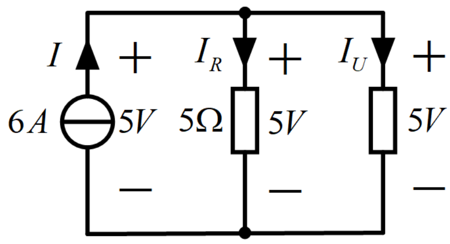
在图（b）中，设电阻R_2中的电流i_2的参考方向如图所示，由KVL和KCL可得电压

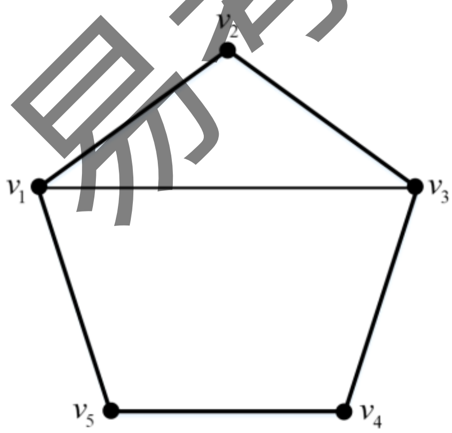
$u_{ab} = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i_1 + R_2(i_1 + \beta i_1)$

所以a，b端的输入电阻

$R_{ab} = \dfrac{u_{ab}}{i_1} = R_1 + R_2(1+\beta)$

电路图的基本概念

电路	由电路元件（电阻、电容、电源等）构成的电路结构
电路图	将电路元件省去，只考虑每个结点和结点之间的连接关系（边）；因此，电路图可以看成是只有点和边所构成的图。接下来，只需要研究结点和结点之间的电压，以及每一条边上的电流，就可以得到整个电路的特性 这里的结点指的是：两根导线或者多根导线的交点  

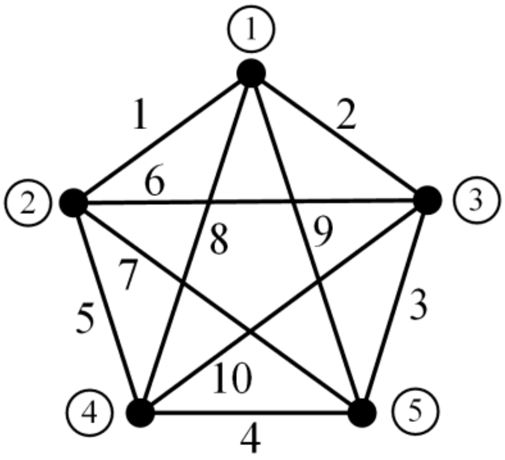
独立方程	如果有n个未知数，n个方程，并且这n个方程恰好能够解出n个未知数，则称这n个方程是独立方程
KCL独立方程个数	对于具有n个结点的电路，在任意$n-1$个结点上可以得出$n-1$个独立的KCL方程；相应的$n-1$个结点称为独立结点
树	①连通图G的树：图G含有n个结点，包含图G的全部结点且不包含任何回路，边数为$n-1$的连通子图  ②树中所包含的支路称为该树的树枝，而图G其他的支路称为对应于该树的连枝
基本回路	一个具有b条支路和n个结点的电路，连枝数目为$b-n+1$ 对于图G的任何一个树，增加一个连枝后，形成的回路称为基本回路 基本回路的个数等于连枝的个数也等于一个图的独立回路个数
KVL独立方程个数	KVL独立方程个数等于该电路的独立回路个数也等于连枝的数目
	网孔：选定的回路内部不再有支路，则称该回路为网孔 平面图的网孔数等于独立回路的个数

	元件的VCR关系：元件的电压和电流的关系
	一个具有b条支路和n个结点的电路，一共有$2b$个未知数 KCL独立方程个数为$n-1$ KVL独立方程个数为$b-n+1$ VCR关系个数为b

题型一：考查树、基本回路的概念

①

对图所示，设：（1）选择支路（1,2,3,4）为树；（2）选择支路（5,6,7,8）为树。问独立回路各有多少？求其基本回路组



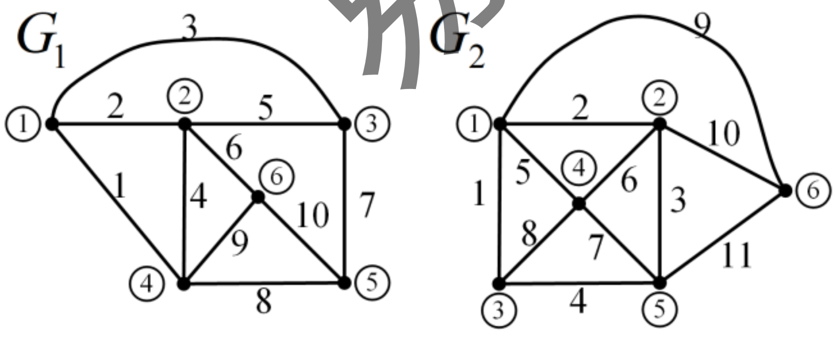
解：$n=5,b=10$

独立回路数$l=b-n+1=10-5+1=6$

（1）以（1,2,3,4）为树，对应的基本回路组为（1,2,3,7），（1,2,3,4,5），（1,2,6），（2,3,9），（3,4,10），（2,3,4,8）

（2）以（5,6,7,8）为树，对应的基本回路组为（1,5,8），（3,6,7），（4,5,7），（2,5,6,8），（5,7,8,9），（5,6,10）

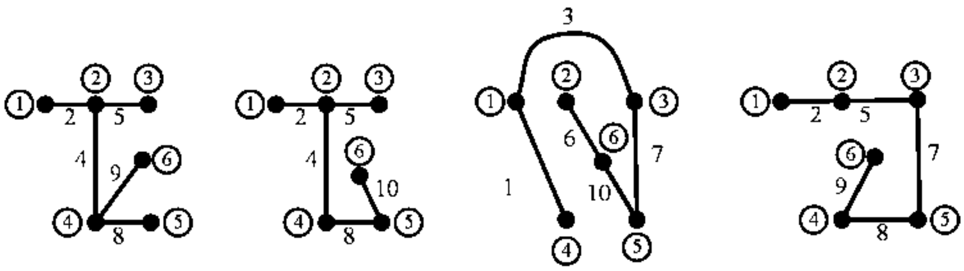
②对图（a）和图（b）所示G_1和G_2，各画出4个不同的树，树支数各为多少



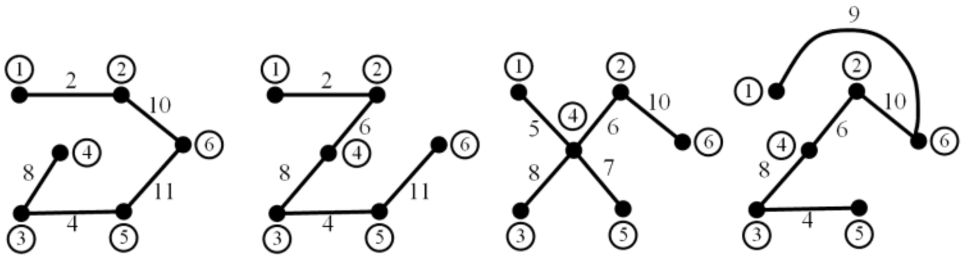
(a) (b)

解：

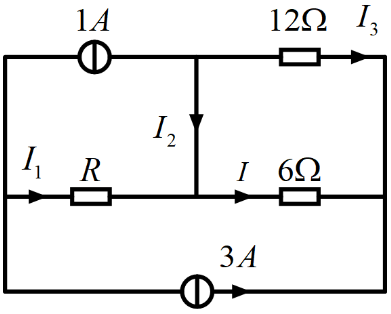
图（a）的4个不同的树如下图所示：



图（b）的4个不同的树如下图所示：

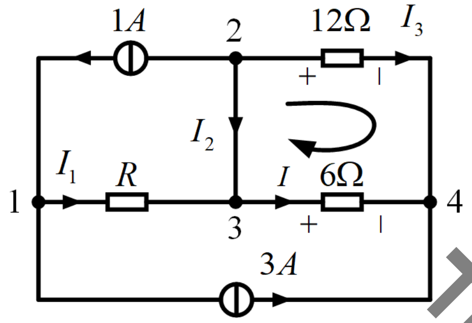


③用基尔霍夫电流定律求图示电路中的电流I_1, I_2和I_3。



解：

图中有4个节点，列3个KCL方程



对节点1：$1A = I_1 + 3A$

对节点2：$1A + I_2 + I_3 = 0$

对节点3：$I_1 + I_2 = I$

对I，补充一个方程：$6I = 12I_3$

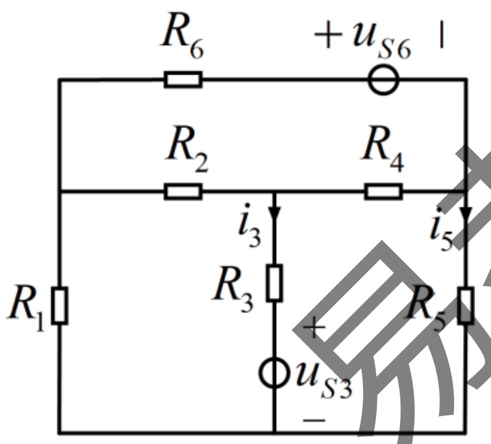
$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = -2A \\ I_2 = 0A \\ I_3 = -1A \end{cases}$$

支路电流法

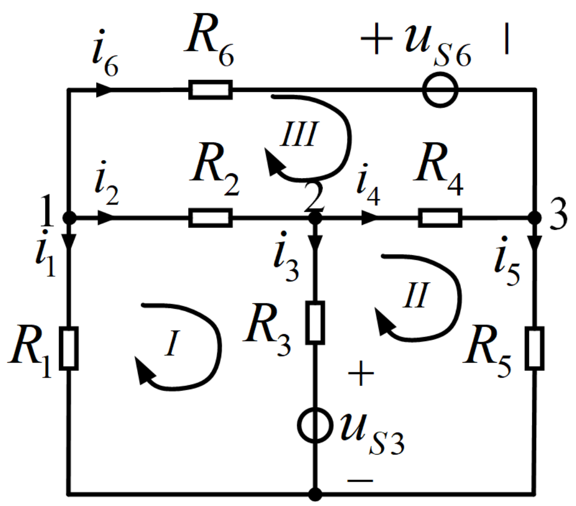
1. 方法
①选定各个支路的电流参考方向
②根据$n-1$个独立结点列出KCL方程
③选取独立回路，给出每个回路的电压正方向，列出KVL方程

2. 电路元件的电流、电压的参考方向
①关联参考方向：电流的参考方向和电压的参考方向一致
②非关联参考方向：电流的参考方向和电压的参考方向不一致
③一个元件的电流或者电压参考方向可以任意独立的指定；但是一般都选取关联参考方向，也就是电流参考方向定了，电压参考方向也随之确定
④电流和电压的正负号仅仅表示方向，不表示大小；
负号表示和真实方向和参考方向相反
⑤回路的正方向可以任意选取
⑥题目当中已经给了的方向，就不要变了

3. 例题
①图所示电路中，$R_1=R_2=10\Omega, R_3=4\Omega, R_4=R_5=8\Omega, R_6=2\Omega, u_{S3}=20V, u_{S6}=40V$，用支路电流法求解电流$i_5$



解：
各支路电流的参考方向如图所示，



列支路电流方程
结点1：$i_1+i_2+i_6=0$

结点2：$-i_2+i_3+i_4=0$
结点3：$-i_4+i_5-i_6=0$
回路Ⅰ：$i_2R_2+i_3R_3-i_1R_1=-u_{S3}$
回路Ⅱ：$i_4R_4+i_5R_5-i_3R_3=u_{S3}$
回路Ⅲ：$-i_2R_2-i_4R_4+i_6R_6=-u_{S6}$
代入数据，整理得

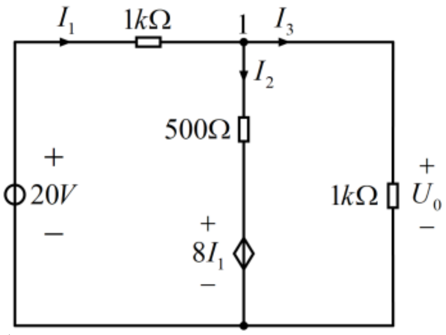
$$\begin{cases}-10i_1+10i_2+4i_3=-20\\ -4i_3+8i_4+8i_5=20\\ -10i_2-8i_4+2i_6=-40\end{cases}$$

联立求解以上方程组，得$i_5=-0.956A$

网孔电流法

1. 方法：
①选定各个支路的电流参考方向
②根据独立结点列出KCL方程
③选取网孔，给出网孔的电流正方向，列出KVL方程
注意：网孔电流法仅仅适用于平面电路

2. 例题
①如图所示电路中，电阻和电源均已知，试用网孔电流法求解各支路电流，并试求图示电路中控制量I_1及U_0

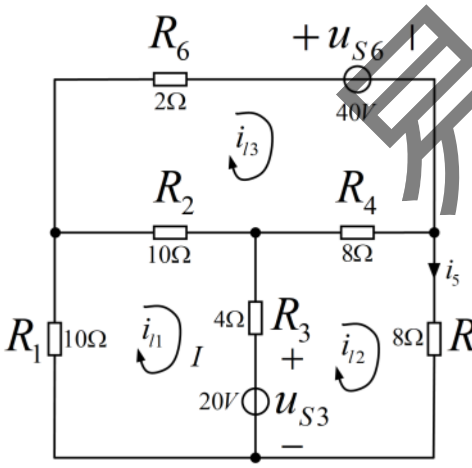


解：
根据图示电路列出结点的KCL及回路的KVL方程即可求解。
设电流I_1, I_2, I_3。对结点1和两个网孔列KCL（电流流入为正，流出为负）和KVL方程，有

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 1000I_1 + 500I_2 + 8I_1 = 20 \\ 8I_1 + 500I_2 - 1000I_3 = 0 \end{cases}$$

则
$I_1 = 14.94mA$
$I_3 = 5.06mA$
所以
$U_0 = 1000 \times I_3 = 5.06V$

②用网孔电流法求解图中电流i_5



解：
设网孔电流为i_{l1}, i_{l2}, i_{l3}，绕行方向如图所示，列网孔电流方程为

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)i_{l1} - R_3 i_{l2} - R_2 i_{l3} = -u_{S3} \\ -R_3 i_{l1} + (R_3 + R_4 + R_5)i_{l2} - R_4 i_{l3} = u_{S3} \\ -R_2 i_{l1} - R_4 i_{l2} + (R_2 + R_4 + R_6)i_{l3} = -u_{S6} \end{cases}$$

代入数据整理，得

$$\begin{cases} 24i_{l1} - 4i_{l2} - 10i_{l3} = -20 \\ -4i_{l1} + 20i_{l2} - 8i_{l3} = 20 \\ -10i_{l1} - 8i_{l2} + 20i_{l3} = -40 \end{cases}$$

解方程，得：$i_{l2} = i_5 = -0.956A$

回路电流法

1. 方法

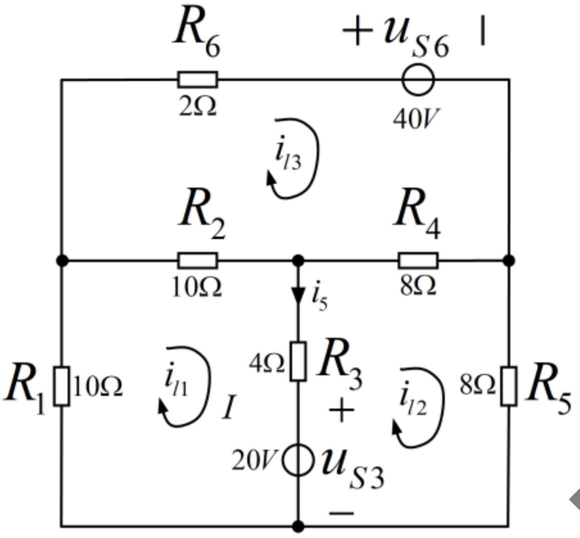
①选定独立回路

②标定各个独立回路电流的参考方向，并给出回路的电压正方向

③根据独立回路列KVL方程

2. 例题

①用回路电流法求解图中电流i_3



解：

取回路电流如图所示，仅让i_{l1}流经i_3所在支路，那么$i_3=i_{l1}$

列回路电流方程

$$\begin{cases}(R_1+R_2+R_3)i_{l1}+(R_1+R_2)i_{l2}-R_2i_{l3}=-u_{S3}\\(R_1+R_2)i_{l1}+(R_1+R_2+R_4+R_5)i_{l2}-(R_2+R_4)i_{l3}=0\\-R_2i_{l1}-(R_2+R_4)i_{l2}+(R_2+R_4+R_6)i_{l3}=-u_{S6}\end{cases}$$

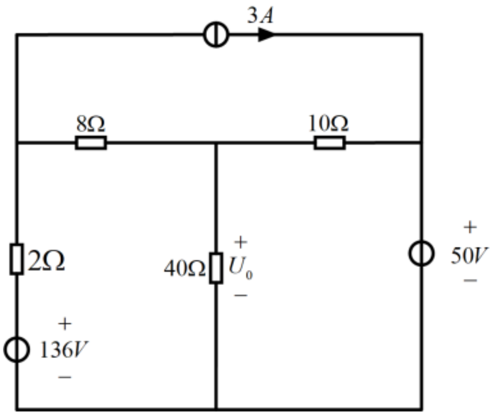
代入数据整理，得

$$\begin{cases}24i_{l1}+20i_{l2}-10i_{l3}=-20\\20i_{l1}+36i_{l2}-18i_{l3}=0\\-10i_{l1}-18i_{l2}+20i_{l3}=-40\end{cases}$$

求解方程得$i_{l1}=-1.552A$

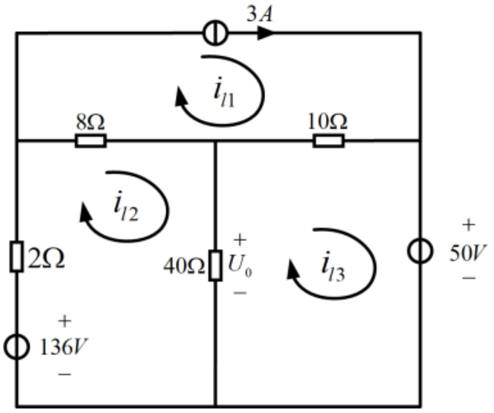
所以$i_3=i_{l1}=-1.552A$

②用回路电流法求解图中所示电路中电压U_0



解：

设回路电流的参考方向如图所示，



列回路电流方程

$$\begin{cases} i_{l1} = 3A \\ -8i_{l1} + (2+8+40)i_{l2} - 40i_{l3} = 136 \\ -10i_{l1} - 40i_{l2} + (40+10)i_{l3} = -50 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} 50i_{l2} - 40i_{l3} = 160 \\ -40i_{l2} + 50i_{l3} = -20 \end{cases}$$

求解方程，得$\begin{cases} i_{l2} = 8A \\ i_{l3} = 6A \end{cases}$

所以$U_0 = 40 \times (8-6) = 80V$

节点电压法

1. 方法

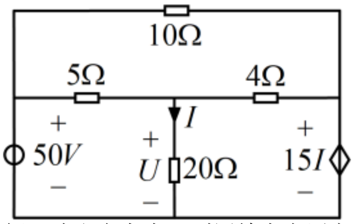
①给所有顶点标号，找出$n-1$个独立结点，和一个参考结点。并假设独立结点电压为未知数，参考结点电压为零

②给出每个支路的电流参考方向，对独立结点列KCL方程。如果独立结点的电压可以根据电路图直接求出，则不需要列KCL方程

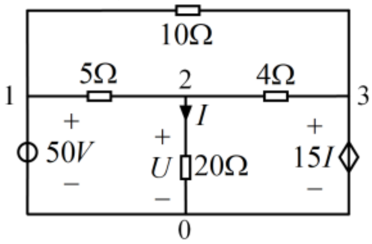
2. 例题

①

用节点电压法求解图所示电路中电压U



解：选取参考点，列写结点电压方程求解即可



$$\begin{cases} u_{n1}=50 \\ -\frac{1}{5}u_{n1}+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}\right)u_{n2}-\frac{1}{4}u_{n3}=0 \\ u_{n3}=15I \end{cases}$$

补充方程：

$I=\frac{u_{n2}}{20}$

整理，得

$0.5u_{n2}-\frac{1}{4}\times 15\times\frac{u_{n2}}{20}=\frac{50}{5}$

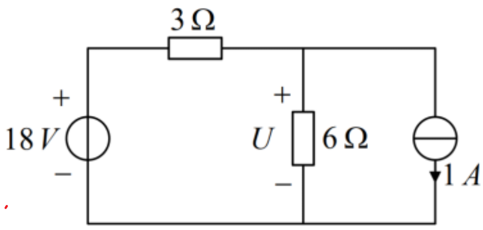
求得$u_{n2}=32V$

所以$U=u_{n2}=32V$

叠加定理

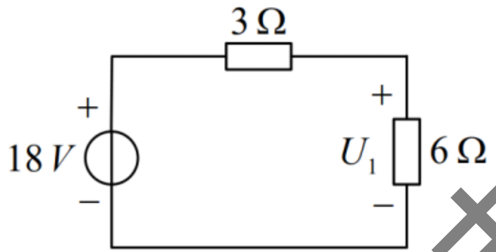
叠加定理	让所有的独立源（电压源、电流源）依次单独作用，计算单独作用的结果，最后再把每个独立源的结果叠加，就是待求量
	①叠加定理适用于线性电路，不适用于非线性电路 ②在叠加过程中，不作用的电压源置零，并用短路代替；不作用的电流源置零，并用开路代替；电路中的电阻不变；受控源保留

①用叠加原理求电压U



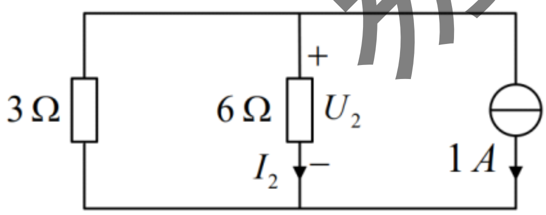
解：

（1）电压源作用时，电流源开路



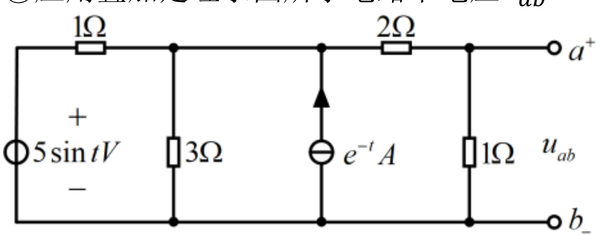
$$U_1 = 18V \times \frac{6\Omega}{6\Omega + 3\Omega} = 12V$$

（2）电流源作用时，电压源短路



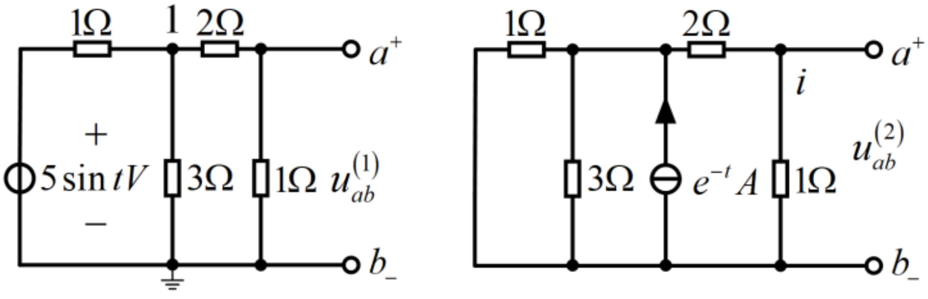
$$I_2 = 1 \times \frac{3}{3+6} A = \frac{1}{3} A$$
$$U_2 = -6 \times I_2 \Omega = -2V$$
$$U = U_1 + U_2 = 10V$$

②应用叠加定理求图所示电路中电压u_{ab}



解：

首先画出两个电源单独作用时的分电路如图（a）和图（b）所示



（a） （b）

对图（a）应用结点电压法可得：

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{1+2}\right)u_{n1}+\frac{5\sin t-u_{n1}}{1}=0$$

解得

$$u_{n1}=\frac{5\sin t}{\frac{5}{3}}=3\sin tV$$

$$u_{ab}^{(1)}=\frac{u_{n1}}{2+1}\times 1=\frac{1}{3}u_{n1}=\frac{1}{3}\times 3\sin t=\sin tV$$

对图（b），应用电阻的分流公式有：

$$i=\frac{e^{-t}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2+1}+1}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}e^{-t}A$$

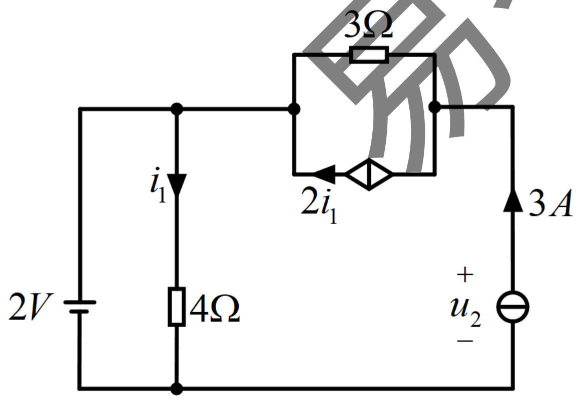
所以

$$u_{ab}^{(2)}=1\times i=\frac{1}{5}e^{-t}=0.2e^{-t}V$$

故由叠加定理得

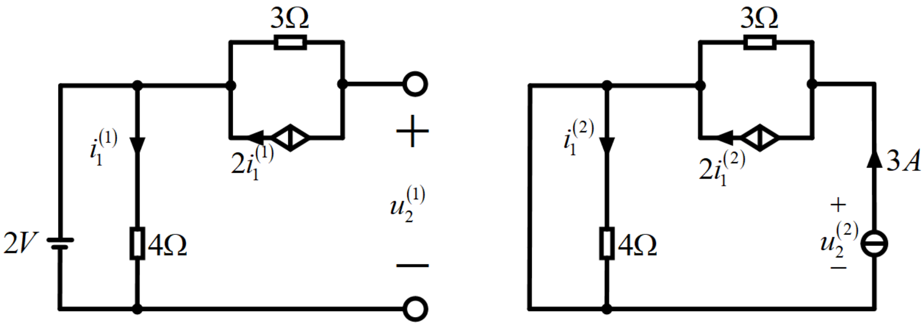
$$u_{ab}=u_{ab}^{(1)}+u_{ab}^{(2)}=\sin t+0.2e^{-t}V$$

③应用叠加定理求图示电路中电压u_2



解：

根据叠加定理，作出2V电压源和3A电流源单独作用时的分电路如图（a）和图（b）所示，受控源均保留在分电路中



(a)　　　　　　　　(b)

图（a）中，$i_1^{(1)}=\frac{2}{4}=0.5A$

所以根据KVL，有

$u_2^{(1)}=3\times 2i_1^{(1)}-2=3\times 2\times 0.5-2=1V$

由图（b），得

$i_1^{(2)}=0$

$u_2^{(2)}=-3\times 3=9V$

故原电路中的电压

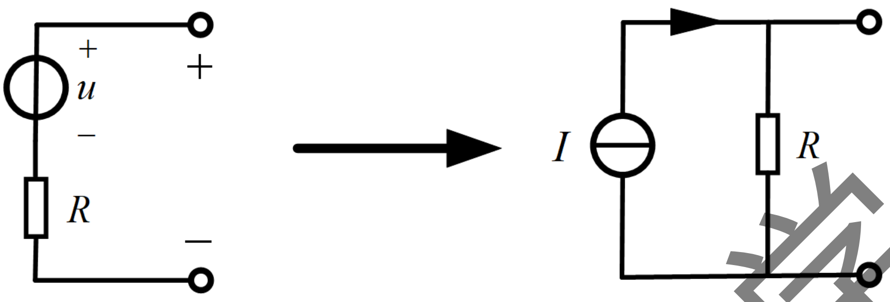
$u_2=u_2^{(1)}+u_2^{(2)}=1-9=-8V$

④叠加定理只适用于（ C ）

A、交流电路　B、直流电路　C、线性电路

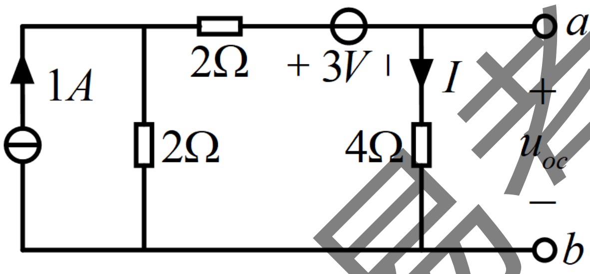
戴维南定理和诺顿定理

戴维南定理	一个含独立源、线性电阻、受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电压源和电阻的串联组合等效置换，此电压源的激励电压等于一端口的开路电压，电阻等于一端口全部独立电源置零（电压源短路、电流源开路）后的输入电阻 方法：求端口开路电压、求输入电阻
诺顿定理	一个含独立源、线性电阻、受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电流源和电阻的并联组合等效置换，此电流源的激励电流等于一端口的短路电流，电阻等于一端口全部独立电源置零后的输入电阻



由于存在上述关系，我们可以只用戴维南

①求图示电路的戴维宁和诺顿等效电路



解：

求开路电压u_{oc}。设u_{oc}参考方向如图所示，由KVL列方程

$(2+4)I+3+2(I-1)=0$

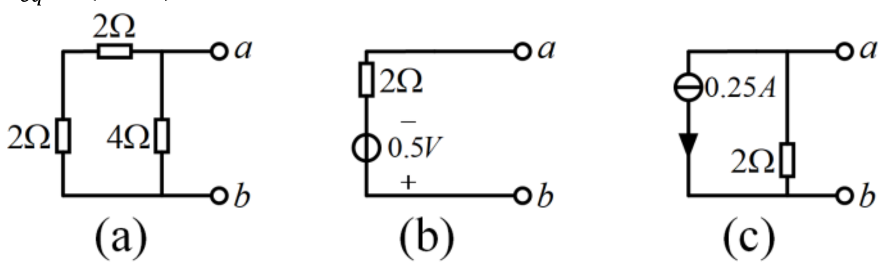
解得

$I=-\frac{1}{8}A$

$u_{oc}=4\times I=-0.5V$

求等效电阻R_{eq}。将原图中电压源短路，电流源开路，电路变为图（a），应用电阻串并联等效，求得

$R_{eq}=(2+2)\ /\!/\ 4=2\Omega$



画出戴维宁等效电路如图（b）所示，应用电源等效变换得诺顿等效电路图（c）所示。其中

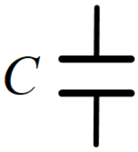
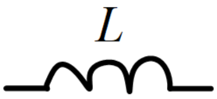
$I_{sc}=\frac{u_{oc}}{R_{eq}}=\frac{-0.5}{2}=-0.25A$

②戴维宁定理说明一个线性有源二端网络可等效为__**B**__和内阻__**C**__连接来表示
A. 短路电流　B. 电压源　　C.串联　　D.并联

③诺顿定理说明一个线性有源二端网络可等效为__**B**__和内阻__**D**__连接来表示
A.开路电压　B.电流源　　C.串联　　D.并联

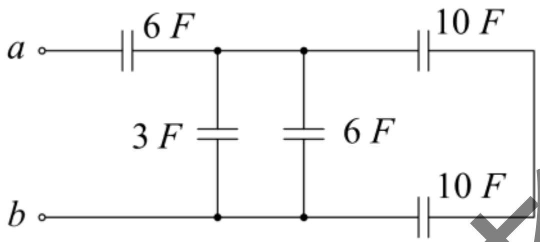
戴维南定理、诺顿定理给出了更加复杂电路的等效简化方法，比前面电阻的等效变换更加实用

电容、电感分析

电容和电感的串并联	
	电容并联 $C_{eq}=C_1+C_2+\cdots+C_n$ 电容串联 $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$
	电感并联 $\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_n}$ 电感串联 $L_{eq}=L_1+L_2+\cdots+L_n$

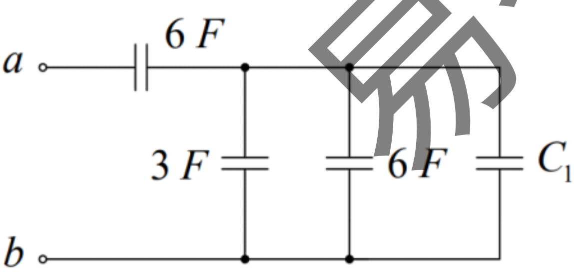
题型一：计算等效电容、电感

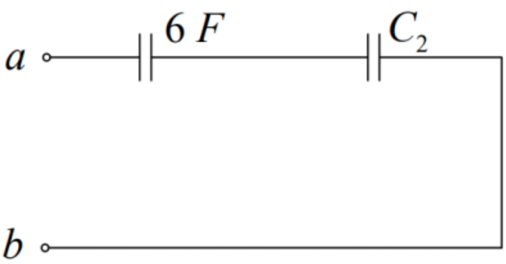
①图中电路，等效电容C_{ab} =________F



（A）3.6　　（B）5　　（C）4.2　　（D）3

解：





$C_1=\frac{10\times 10}{10+10}F=5F$

$C_2=3F+6F+5F=14F$

$C_{ab}=\frac{14\times 6}{14+6}F=4.2F$

故答案选C

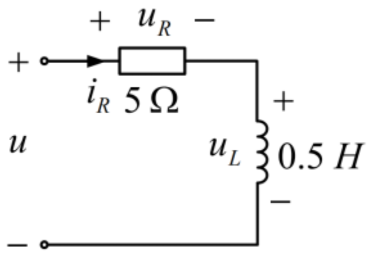
②两个电容C =3μF, C =6μF串联时，其等效电容值为__**D**__μF

A．9　　B．3　　C．6　　D．2

电感的电压和电流关系	$u = L\dfrac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}$ $\mathrm{i} = \dfrac{1}{L}\int u\,\mathrm{dt}$
电容的电压和电流关系	$\mathrm{i} = C\dfrac{\mathrm{du}}{\mathrm{dt}}$ $u = \dfrac{1}{C}\int \mathrm{i}\,\mathrm{dt}$

题型二：含有电容、电感的简单电路计算

①已知电阻电压$u_R = 5\left(1 - e^{-10t}\right)V, t \geqslant 0$，求$t \geqslant 0$时的电压$u$。



解：

$i_R = \dfrac{u_R}{R} = 1 - e^{-10t}A$

$u_L = L\dfrac{di_R}{dt} = 0.5 \times \left(1 - e^{-10t}\right)' \; V = 5e^{-10t}A$

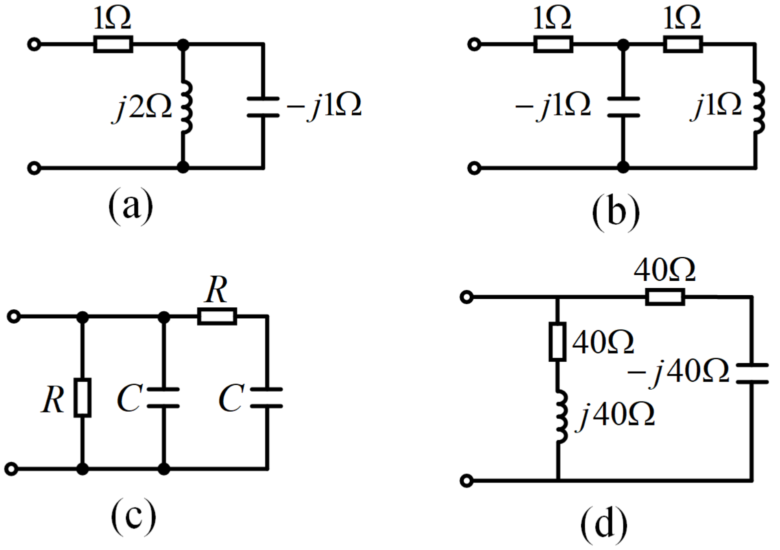
$u = u_R + u_L = 5V$

阻抗和导纳	
阻抗： 对电流的阻碍作用表现为实部和虚部	$Z = R + jX$ 电阻：R 电抗（感抗、容抗）：X 电感的感抗：wL 电容的容抗：$-\frac{1}{wC}$ w为电路电源的角频率 感性电抗 $X > 0$ 容性电抗 $X < 0$
导纳：阻抗的倒数	$Y = G + jB$ $Y = \dfrac{1}{Z}$ 电导：$G = \frac{R}{\lvert Z\rvert^2}$ 电纳（感纳、容纳）：$B = -\frac{X}{\lvert Z\rvert^2}$

题型三：计算电路的阻抗、导纳

方法：首先把电容的容抗和电感的感抗写出来；再将电容、电感当做普通的电阻，利用串并联公式

①试求图所示各电路的输入阻抗Z和导纳Y



解：

（a）

$$Z=1+\frac{j2(-j1)}{j2+(-j1)}=1-j2\ \Omega$$

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{1-j2}=\frac{1}{5}+j\frac{2}{5}=0.2+j0.4\ S$$

（b）

$$Z=1+\frac{(-j1)(1+j)}{-j1+1+j1}=2-j\Omega$$

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{2-j}=\frac{2}{5}+j\frac{1}{5}=0.4+j0.2S$$

（c）

$$Y=\frac{1}{R}+j\omega C+\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{R}+j\omega C+\frac{j\omega C}{1+j\omega RC}S$$

$$Z=\frac{1}{Y}=\frac{1}{\frac{1}{R}+j\omega C+\frac{j\omega C}{1+j\omega RC}}=\frac{R-j\frac{1}{\omega C}}{3+j\left(\omega RC-\frac{1}{\omega RC}\right)}\Omega$$

（d）

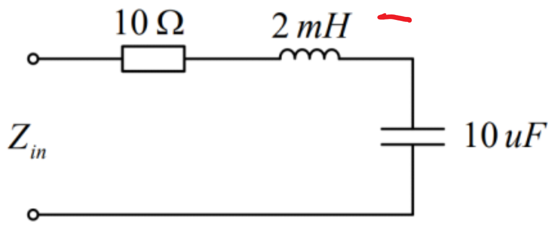
$$Z=\frac{(40+j40)(40-j40)}{40+j40+40-j40}=40\Omega$$

$$Y=\frac{1}{Z}=0.025S$$

②314μF电容元件用在100Hz的正弦交流电路中，所呈现的容抗值为（ C ）

A、0.197Ω　　B、31.8Ω　　C、5.1Ω

③如图的二端口网络，当$\omega=10^4rad/s$时，求输入阻抗Z_{in}



解：

$Z_{in}=10\Omega+Z_C+Z_L=(10+j10)\Omega$

电容C的阻抗

$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{j \cdot 10^4 \times 10 \times 10^{-6}} \Omega = -j10\Omega$
电感L的阻抗
$Z_L = j\omega L = j \cdot 10^4 \times 2 \times 10^{-3} \Omega = -j20\Omega$
$Z_{in} = 10\Omega + Z_C + Z_L = (10 + j10)\Omega$

④元件为电感，当角频率为1弧度/秒时，其感抗10Ω，当角频率为3弧度/秒时，则感抗为
（A）30　（B）$\frac{10}{3}$　（C）10
解：
设电感为L，感抗$Z = j\omega L$
$\omega = 1rad/s$时，$Z = jL = 10\Omega$
$\omega = 3rad/s$时，$Z = j3L = 30\Omega$

题型四：判断电路的容性、感性
方法：判断阻抗的虚部大于零还是小于零
①已知电路复阻抗Z= $3 - j4\ \Omega$，则该电路一定呈（ B ）
A、感性　　　　B、容性　　　　C、阻性

②电容是 **BC** 元件，电容上的电压 **F**
A.耗能 B.储能 C.记忆 D.无记忆 E.能跃变 F.不能跃变

③电感在直流稳态电路中相当于 **A** ，在高频交流电路中相当于 **B**
A.短路　B.开路

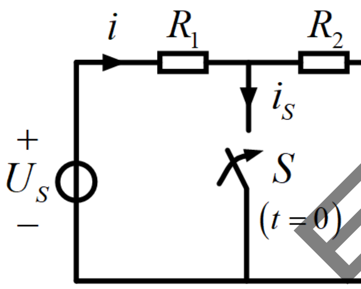
一阶电路分析

一阶、二阶电路	研究含有电感、电容的电路，电容两端电压在开关闭合前后的变化，以及电感两端电流在开关前后的变化，进而研究电路当中其他器件的电流电压变化
一阶电路	只含有一个电容或者一个电感的电路
换路准则	换路前后（开关动作前后，可能闭合也可能打开）电容电压和电感电流不能发生跃变 也即：$u_C(0^+)=u_C(0^-)$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)$ 0^+表示开关闭合之后的一瞬间 0^-表示开关闭合之前的一瞬间

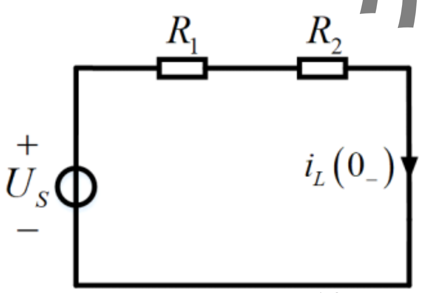
题型一：计算一阶电路换路前后瞬间的电流、电压
方法：画出换路前后的电路，然后分析

①在换路瞬间，下列说法中正确的是（ A ）
A、电感电流不能跃变 B、电感电压必然跃变 C、电容电流必然跃变

②图示电路，换路前处于稳态，$t=0$时开关S闭合，已知：电源电压$U_S=10V$，电阻$R_1=4\Omega, R_2=6\Omega$，则$i_L(0_+)=$___$A, i(0_+)=$___$A, i_S(0_+)=$___A

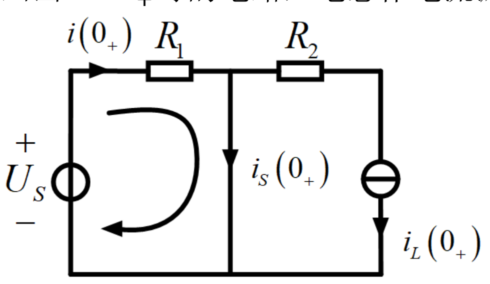


解：画出$t=0_-$时的电路



$$i_L(0_-)=\frac{U_S}{R_1+R_2}=\frac{10V}{4\Omega+6\Omega}=1A$$

由换路定理可得:$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1A$
画出$t=0_+$时的电路，电感作电流源



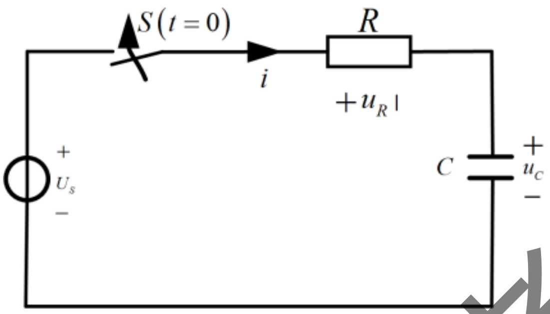
$$\begin{cases} i(0_+) = i_S(0_+) + i_L(0_+) \\ i(0_+) = \dfrac{U_S}{R_1} = 2.5A \end{cases} \Rightarrow i_S(0_+) = 1.5A$$

题型二：微分方程法分析电路的零状态和零输入响应

零状态响应	电容没有初始电压，电感没有初始电流；开关闭合之后，求电容电压和电感电流变化
零输入响应	没有外加电压源、电流源，开关闭合之后，求电容电压和电感电流变化
	方法：列出开关闭合之后的方程 串联就列KVL，并联就列KCL 电感带入公式 $u = L\dfrac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}$ 电容带入公式 $i = C\dfrac{\mathrm{du}}{\mathrm{dt}}$

1. 一阶电路的零状态响应

①假设开关闭合前，电容C为$u_C = 0$, 求开关闭合后电容两端电压



解：

开关闭合后，根据KVL有：

$u_R + u_C = U_s$

$\Rightarrow RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U_s$

非齐次方程通解为两部分组成：非齐次方程的特解和齐次方程的通解

非齐次方程的特解为：$u_C = U_s$

齐次方程通解：$u_C = Ae^{pt}$

非齐次方程通解为：

$u_C = U_s + Ae^{pt}$

$p = -\dfrac{1}{RC}$

时间常数：RC

注意：这里的RC只是一个替代，本身可以是很复杂的电阻网络，只需要计算等效电阻

根据初始条件：

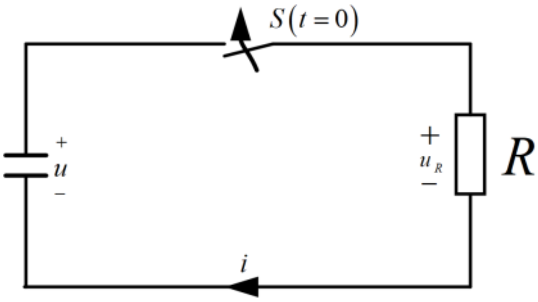
$\Rightarrow A = -U_s$

如果要求电路电流或者电阻电压，可以带入公式求解

列出关于电容电压的方程，只是作为一个突破口；方便求解电路其他量

2. 一阶电路的零输入响应

①开关闭合前，电容C已经充电，其电压为$u_C = U_0$，求开关闭合后，电容电压变化



解：

开关闭合后：根据KVL有：$u_R + u_C = 0$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$$

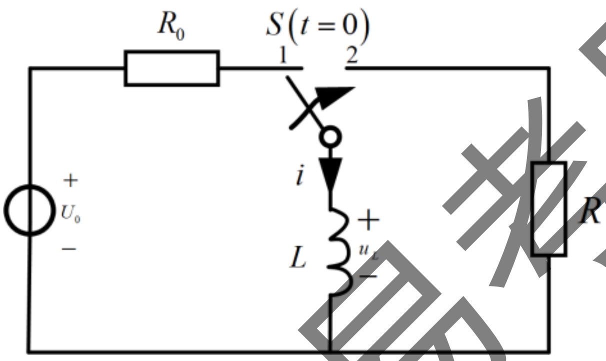
通解为$u_C = A\mathrm{e}^{pt}$

时间常数：$p = -\frac{1}{RC}$

根据初始条件：$u_C(0^+) = u_C(0^-) = U_0$

$\Rightarrow u_C = U_0\mathrm{e}^{pt}$

②开关闭合前，电感中有电流$i_L(0^-) = I_0$，求开关闭合后，电感电流的变化



解：

开关闭合后：根据KVL有

$u_\mathrm{R} + u_L = 0$

$\Rightarrow L\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} + R\mathrm{i} = 0$

通解为：$i = A\mathrm{e}^{pt}$

$p = -\frac{R}{L}$

时间常数：$\frac{L}{R}$

根据初始条件：$i_L(0^+) = i_L(0^-) = I_0$

$\Rightarrow i_L = I_0\mathrm{e}^{pt}$

二阶电路分析

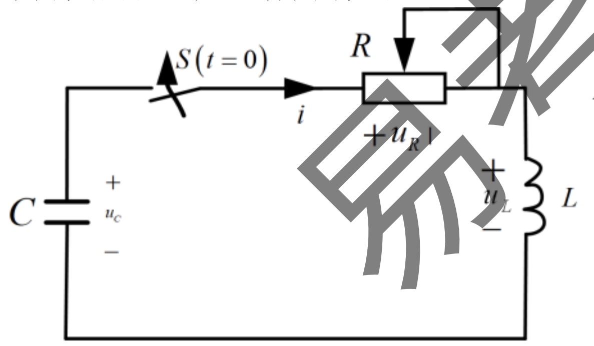
二阶齐次常系数微分方程：
$y''+py'+qy=0$

特征方程$r^2+pr+q=0$的两个根r_1，r_2	微分方程的通解
不相等的根	$y=C_1e^{r_1x}+C_2e^{r_2x}$
相等实根	$y=(C_1+C_2x)e^{r_1x}$

二阶电路：一般指含有一个电容、一个电感的电路

方法：列出换路之后的方程
串联就列KVL，从电容电压下手
并联就列KCL，从电感电流下手
电感带入公式 $u=L\dfrac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}$
电容带入公式 $i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{dt}}$

1. 二阶电路的零输入响应
①开关闭合之前，电容已经充电
其中初始电压：$u_c(0_+)=u_c(0_-)=U_0$，$\mathrm{i}(0^+)=\mathrm{i}(0^-)=I_0$，
求开关闭合之后电容两端电压



解：
开关闭合之后，根据KVL有：
$-u_C+u_R+u_L=0$
$\mathrm{i}=-C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{dt}}$
$u_R=-RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{dt}}$
$u_L=L\dfrac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}=-LC\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$
$\Rightarrow LC\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{dt}}+u_C=0$
根据高等数学的基础可得：
特征方程为：
$LCr^2+RCr+1=0$
解出特征根为（假设特征根不相等）：

$$r=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}$$

$$\Rightarrow u_c=A_1\mathrm{e}^{r_1t}+A_2\mathrm{e}^{r_2t}$$

$$\mathrm{i}=r_1CA_1\mathrm{e}^{r_1t}+r_2CA_2\mathrm{e}^{r_2t}$$

根据初始条件：

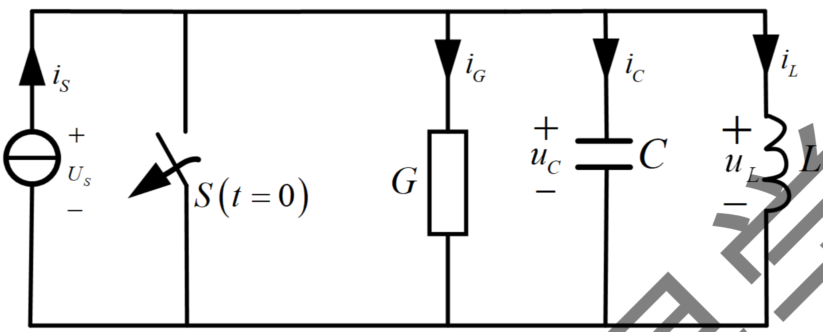
$$\Rightarrow A_1=\frac{r_2U_0}{p_2-p_1}$$

$$A_2=-\frac{r_1U_0}{p_2-p_1}$$

2. 二阶电路的零状态响应

①假设开关断开前，电容未充电，电路中无电流

$u_c(0_-)=0$，$i_L(0_-)=0$，求开关断开之后，电感电流



解：

开关闭合后，根据KCL有：

$$i_C+i_G+i_L=i_s$$

$$u_L=u_C=u_G$$

$$u_L=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

$$i_C=C\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}=LC\frac{\mathrm{d}^2i_L}{\mathrm{d}t}$$

$$i_G=u_GG=GL\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow LC\frac{\mathrm{d}^2i_L}{\mathrm{d}t}+GL\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=i_s$$

非齐次方程通解为两部分组成：非齐次方程的特解和齐次方程的通解

特征方程为：

$$LCr^2+GLr+1=0$$

解出特征根为（假设特征根不相等）：

$$r=-\frac{G}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{G}{2C}\right)^2-\frac{1}{LC}}$$

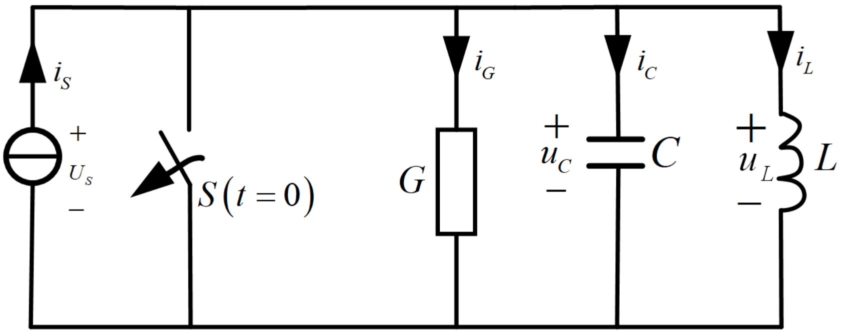
齐次方程的通解为：$i_L=A_1\mathrm{e}^{r_1}t+A_2\mathrm{e}^{r_2t}$

非齐次方程$LC\frac{\mathrm{d}^2i_L}{\mathrm{d}t}+GL\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=i_s$的特解为：$i_s$

因此，非齐次方程通解为：$A_1\mathrm{e}^{r_1}t+A_2\mathrm{e}^{r_2t}+i_s$

②电路中：$u_c(0_-)=0$，$i_L(0_-)=0$，$G=2\times10^{-3}S$，$C=1\mu F$，$L=1H$，$i_s=1A$，

当$t=0$时把开关打开，求i_L



解：

$$LC\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t}+GL\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+i_L=i_s$$

特征方程为：

$$LCr^2+GLr+1=0$$

解出特征根为：

$$r=-\frac{G}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{G}{2C}\right)^2-\frac{1}{LC}}=-10^3$$

特解为：$i_L=i_s=1A$

$$i_L=\left(A_1+A_2t\right)\mathrm{e}^{rt}+1$$

代入初始条件可得：

$$A_1=-1$$

$$A_2=-10^3$$

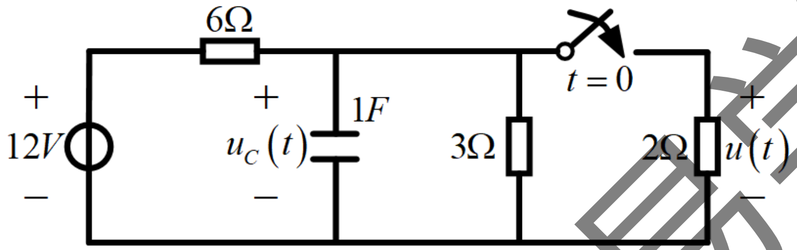
三要素法

前面的一阶、二阶电路分析，可以归纳为微分方程法
三要素法：求一阶电路换路前后，电容电压、电感电流的方法

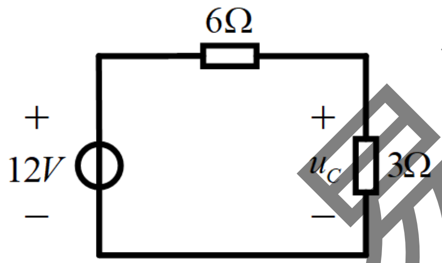
方法：以电容电压为例，求出电路的时间常数、求出$u_C(0_+)$、$u_C(\infty)$
$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

更加普适的式子为：
$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}, t\geqslant 0$

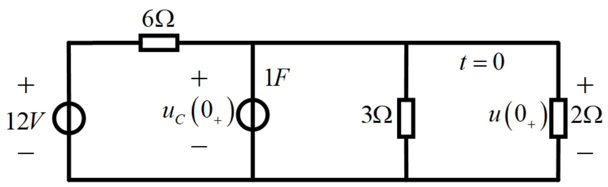
①电路如下图，开关在$t=0$时闭合，
（1）求$u_C(0_+)$和$u(0_+)$
（2）求电路的时间常数
（3）求$u_C(t)$和$u(t)$



解：
（1）画出$t=0_-$时的电路

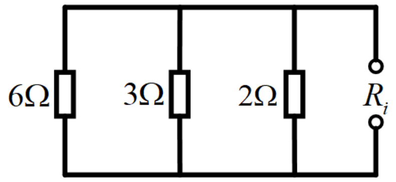


$u_C(0_-)=12V\times\frac{3}{6+3}=4V$
由换路定理得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4V$
画出$t=0_+$时的电路

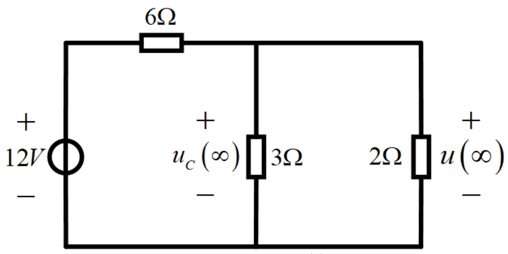


$u(0_+)=u_C(0_+)=4V$
（2）
电路的时间常数求解方法：求出从电容两端的输入电阻R_i、
带入公式$\tau=R_iC$
如果题目中的电容改为电感，则时间常数$\tau=\frac{L}{R_i}$

求R_i，令$\tau=R_iC$



$R_i = 6\Omega \ /\!/ \ 3\Omega \ /\!/ \ 2\Omega = 2\Omega \ /\!/ \ 2\Omega = 1\Omega$
$\tau = R_iC = 1\Omega \times 1F = 1$
（3）画出$t = \infty$时的电路



$u_C(\infty) = 12V \times \dfrac{3 \ /\!/ \ 2}{6 + 3 \ /\!/ \ 2} = 2V$
$u(\infty) = u_C(\infty) = 2V$

$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 2 + 2e^{-t}V, t \geqslant 0$
$u(t) = u_C(t) = 2 + 2e^{-t}V, t \geqslant 0$

②三要素法只适用于___**B**
A.一阶交流电路 B.一阶直流电路 C.二阶交流电路 D.二阶直流电路

③时间常数τ_0越大，表示输出达到稳态的过程___**B**
A.越快 B.越慢 C.不变

相量法基础（一）

1. 正弦量：形如$A\cos(wt+\varphi_1)$的量

正弦量的峰峰值：波峰到波谷的距离

2. 正弦量的比较：只有同频率的正弦量作比较或者运算才有意义

$i=I\cos(wt+\varphi_1)$ ， $u=U\cos(wt+\varphi_2)$
当$\varphi_1-\varphi_2>0$时，称为i超前u；
当$\varphi_1-\varphi_2<0$时，称为i滞后u；
当$\varphi_1-\varphi_2=0$时，称为i和u同相；
当$\varphi_1-\varphi_2=\pm\frac{\pi}{2}$时，称为i和$u$正交；
当$\varphi_1-\varphi_2=\pm\pi$时，称为i和$u$反相；
电容的电压相量滞后电流相量90°
电感的电压相量超前电流相量90°
电阻的电压和电流相量同相

3. 相量

$u=A\cos(wt+\varphi_1)$的相量为：

$\dot{u}=\frac{A}{\sqrt{2}}\angle\varphi_1$

相量是正弦量的另外一种表示形式，将$A\cos(wt+\varphi_1)$称为瞬时表达式

有效值：$\frac{A}{\sqrt{2}}$

两个相量相除：大小相除，角度相减

两个相量相乘：大小相乘，角度相加

相量和复数是等价的：$\dot{u}=\frac{A}{\sqrt{2}}\angle\varphi_1=\frac{A}{\sqrt{2}}\cos\varphi_1+j\frac{A}{\sqrt{2}}\sin\varphi_1$

题型一：考查相量形式的转换

①某正弦电压的频率$f=50Hz$，初相角$\varphi=30°$，有效值为$100V$，则其瞬时表达式可为（ ）

（A）$u=100\cos(50t+30°)V$　　（B）$u=141.4\cos(50\pi t+30°)V$

（C）$u=200\cos(100\pi t+30°)V$　　（D）$u=141.4\cos(100\pi t+30°)V$

解：D

$\omega=2\pi f=(2\pi\times 50)rad/s=100\pi rad/s$

最大值$U_m=\sqrt{2}U=100\sqrt{2}V=141.4V$

所以$u(t)=141.4\cos(100\pi t+30°)V$

②已知工频电压有效值和初始值均为380V，则该电压的瞬时值表达式为（ B ）

（A）$u=380\sin 314tV$　（B）$u=380\sqrt{2}\cos(314t+45^{\circ})V$　（C）$u=380\sin(314t+90^{\circ})V$

③写出下列正弦电流对应的相量

$i_1=14.14\cos\left(314t+\frac{\pi}{6}\right)$

解：

瞬时表达式：$i_1=14.14\cos\left(314t+\frac{\pi}{6}\right)$

相量：$\dot{I}_1=\frac{14.14}{\sqrt{2}}\angle 30^{o}$

④求出上例中电流的微分以及其相量

解：

$$i_1' = -14.14 \times 314 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$$

相量：

$$\frac{-14.14 \times 314}{\sqrt{2}} \angle -60^o$$

⑤若已知两个同频正弦电压的相量分别为$\dot{U}_1 = 50\angle 30^\circ\ V, \dot{U}_2 = -100\angle -150^\circ\ V$，其频率$f = 100Hz$，求：

（1）写出u_1, u_2的时域形式

（2）u_1与u_2的相位差

解：

（1）$u_1(t) = 50\sqrt{2}\cos(2\pi ft + 30^\circ) = 50\sqrt{2}\cos(628t + 30^\circ)V$

$u_2(t) = -100\sqrt{2}\cos(2\pi ft - 150^\circ)$

$= 100\sqrt{2}\cos(628t - 150^\circ + 180^\circ) = 100\sqrt{2}\cos(628t + 30^\circ)V$

（2）因为$\dot{U}_1 = 50\angle 30^\circ\ V,$

$\dot{U}_2 = -100\angle -150^\circ\ V = 100\angle 30^\circ$

故相位差为$\varphi = 30^\circ - 30^\circ = 0^\circ$，即$u_1$与$u_2$同相位

题型二：根据电流、电压，反推电路元件

方法：抓住电容、电感的电压电流相位关系

①

某一元件的电压、电流（关联参考方向）分别为下述4中情况时，它可能是什么元件

（1）$\begin{cases} u = 10\cos(10t + 45^\circ)V \\ i = 2\sin(10t + 135^\circ)A \end{cases}$

（2）$\begin{cases} u = 10\sin(100t)V \\ i = 2\cos(100t)A \end{cases}$

（3）$\begin{cases} u = -10\cos tV \\ i = -\sin tA \end{cases}$

（4）$\begin{cases} u = 10\cos(314t + 45^\circ)V \\ i = 2\cos(314t)A \end{cases}$

解：

把电压、电流之间的相位关系，即可确定元件为何种元件

（1）把电流变为余弦形式有

$i = 2\sin(10t + 135^\circ) = 2\cos(10t + 135^\circ - 90^\circ) = 2\cos(10t + 45^\circ)A$

u和i的相量为

$$\dot{U} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ\ V, \dot{I} = \frac{2}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ\ A$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = 5\angle 0^\circ\ \Omega$$

即电压、电流同相位，根据元件电压、电流相位关系可知，这是一个5Ω元件。

（2）把电压变为余弦形式有

$u = 10\cos(100t - 90^\circ)V$

u和i的相量为

$$\dot{U} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -90^\circ\ V, \dot{I} = \frac{2}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\ A$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = 5\angle -90^\circ\ \Omega$$

即$\dot{U}$滞后于$\dot{I}90^\circ$，根据元件电压、电流相位关系可知，这是一个$X_C = 5\Omega$的电容元件，其参数C为

$C=\frac{1}{\omega X_C}=\frac{1}{100\times 5}=2\times 10^{-3}F$

（3）把电流用余弦表示为

$i=-\cos(t-90^\circ)A$

u和i的相量为

$\dot{U}=\frac{-10}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\ V,\dot{I}=-\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -90^\circ\ A$

$\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{-10\angle 0^\circ}{-1\angle -90^\circ}=10\angle 90^\circ\ \Omega$

即$\dot{U}$超前$\dot{I}90^\circ$，根据元件电压、电流相位关系可知，这是一个$X_L=10\Omega$的电感元件，其参数L为

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{10}{1}=10H$

（4）u和i的相量为

$\dot{U}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ\ V,\dot{I}=\frac{2}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\ A$

则

$\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=5\angle 45^\circ\ =\frac{5}{\sqrt{2}}(1+j)=R+jX_L$

即这是一个$R=\frac{5}{\sqrt{2}}\Omega$的电阻和$X_L=\frac{5}{\sqrt{2}}\Omega$的电感的串联组合

题型三：计算正弦量的有效值

①已知RL串联电路两端电压为$u=10\sqrt{2}\cos 3\omega t$，则电压的有效值为（ ）$V$

（A）10　　（B）20　　（C）10 $\sqrt{2}$　　（D）20 $\sqrt{2}$

解：

$U_m=10\sqrt{2}V$

$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=10V$

故选A

②已知某元件上的电压为$u(t)=8+6\sqrt{2}\sin(\omega t+70^\circ)V$，则该电压的有效值是（ ）

（A）5 $\sqrt{2}V$　　（B）10V　　（C）14V

解：

$U_0=8V,U_1=6V$

$U=\sqrt{U_0^2+U_1^2}=\sqrt{6^2+8^2}V=10V$

故答案选B

③已知RL串联电路两端电压为$u=10\sqrt{2}\cos 3\omega tV$，则电压的有效值为（ ）$V$

（A）10　（B）20　（C）10 $\sqrt{2}$　（D）20 $\sqrt{2}$

解：

A

$U_m=10\sqrt{2}V,U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=10V$

题型四：考查相位的超前和滞后

①u=－100sin（6πt＋10°）V　超前i=5cos（6πt－15°）A的相位是（ C ）

A、25°　　　B、95°　　　C、115°

u=－100sin（6πt＋10°）=100cos（6πt＋10° +90°）

②交流电路中，在相位上，电感上的电压__B__电感中电流，电容器上的电压__A__流过电容的电流

（A）滞后90°　　（B）超前90°　　（C）保持不变

相量法基础（二）

题型一：考查相量形式的基尔霍夫定律

1. 电路定理的相量形式

基尔霍夫电流定律:任一结点的同频正弦电流对应相量的代数和为零

$\dot{I}_1+\dot{I}_2+\cdots+\dot{I}_n=0$

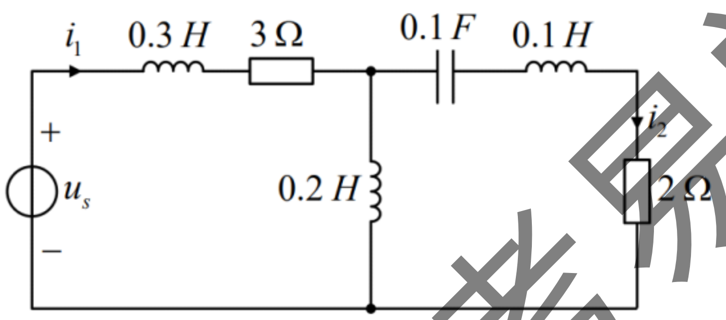
基尔霍夫电压定律:任一回路中同频正弦电压对应的相量代数和为零

$\dot{U}_1+\dot{U}_2+\cdots+\dot{U}_n=0$

欧姆定律：$\dot{U}=Z\dot{I}$

方法：弄清楚电路的每个支路阻抗；套用相量形式的基尔霍夫定律或者网孔电流法、戴维南等效等等

①如下图所示的电路，已知$u_s(t)=16\sqrt{2}\cos(10t)$以及电路中电容和电阻值，求$i_2(t)$

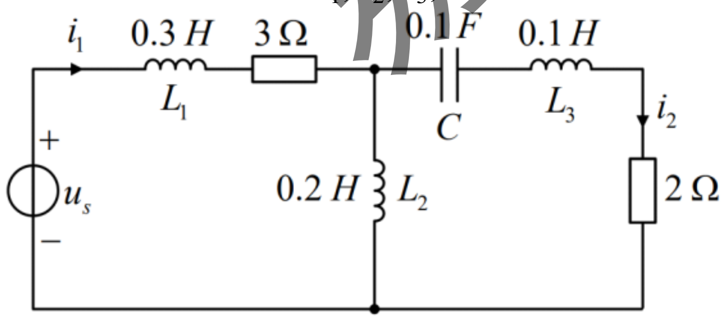


解：

这里无法使用三要素法和二阶电路分析法

因为$u_s(t)=16\sqrt{2}\cos(10t)$，所以$\omega=10rad/s$

将电感电容分别标记为L_1,L_2,L_3,C



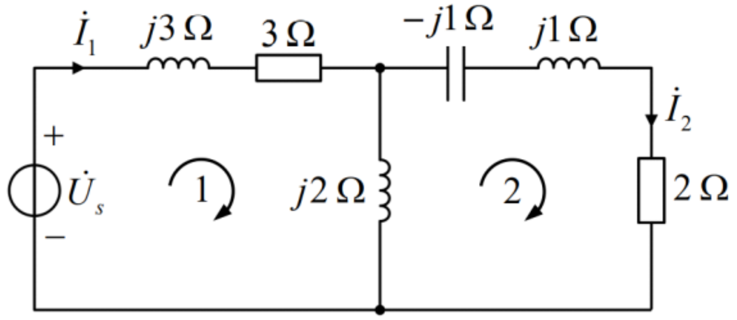
则$Z_{L_1}=j\omega L_1=j10\times0.3\Omega=j3\Omega$

$Z_{L_2}=j\omega L_2=j10\times0.2\Omega=j2\Omega$

$Z_{L_3}=j\omega L_3=j10\times0.1\Omega=j1\Omega$

$C=\dfrac{1}{j\omega C}=\dfrac{1}{j10\times0.1}\Omega=-j1\Omega$

画出相量法的电路图



$\dot{U}_S = 16\angle 0^\circ\ V$，利用网孔电流法

对回路1：$\dot{I}_1(j3+3+j2) - \dot{I}_2 j2 = \dot{U}_S$

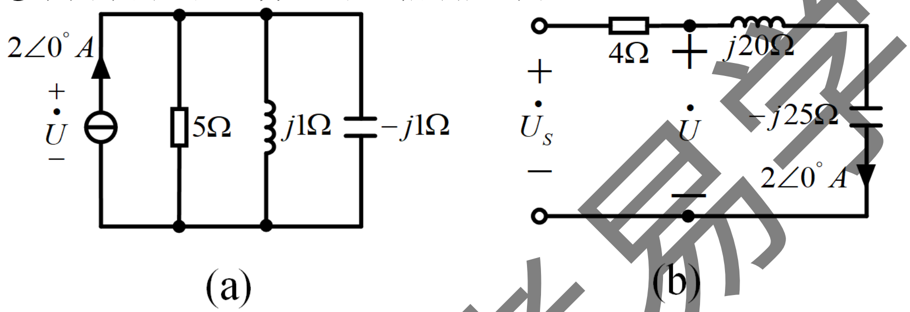
对回路2：$\dot{I}_2(-j1+j1+2+j2) - \dot{I}_1 j2 = 0$

解：$\dot{I}_2 = 2A = 2\angle 0^\circ\ A$，所以$i_2(t) = 2\sqrt{2}\cos(10t)A$

题型二：相量图

电路相量图：按比例反映各相量的大小，同时相对地确定各个相量的方向

①求图中的电压，并画出电路的相量图



解：

（a）

$$Y = \frac{1}{5} + \frac{1}{j1} + \frac{1}{-j1} = 0.2S$$

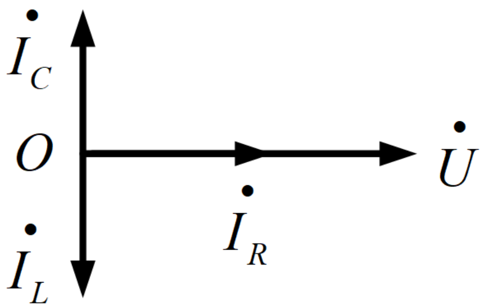
所以

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}}{Y} = \frac{2\angle 0^\circ}{0.2} = 10V$$

以$\dot{U} = 10\angle 0^\circ$ 为参考方向，（因为是并联电路）

由KCL方程，$\dot{I}_S = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$

作相量图如图所示



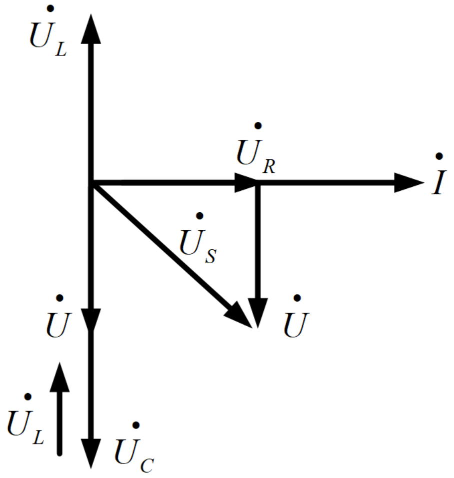
（b）由KVL得

$\dot{U} = 2\angle 0^\circ \times (j20 - j25) = -j10\ V$

以$\dot{I} = 2\angle 0^\circ\ A$为参考方向，

由KVL方程$\dot{U}_S = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$或$\dot{U}_S = \dot{U}_R + \dot{U}$

作相量图如图所示



②如下图1所示的电路中，其电源电压的相量如图2所示，则阻抗Z_1, Z_2的性质分别为（ ）

（A）感性，容性 （B）容性，容性 （C）容性，感性 （D）感性，感性

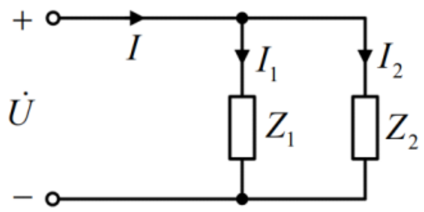


图 1

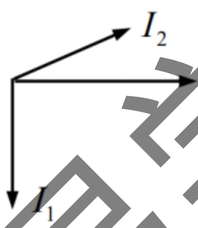


图 2

解：A

Z_1：$\varphi_u - \varphi_i > 0 \Rightarrow \varphi_u > \varphi_i$，感性

Z_2：$\varphi_u - \varphi_i < 0 \Rightarrow \varphi_u < \varphi_i$，容性

正弦稳态电路分析

题型一：考查功率、品质因数、无功功率、有功功率、功率因数

复功率：

$$S = |\dot{I}|^2 Z = \frac{|\dot{U}|^2}{Z} = \dot{U}\dot{I}$$

有功功率：$\mathrm{Re}\{S\}$

无功功率：$\mathrm{Im}\{S\}$

功率因数：$cos\,\varphi$

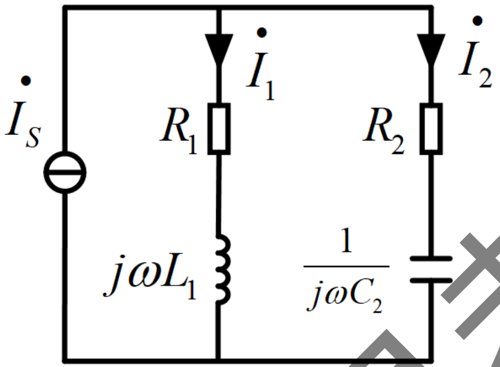
φ为复功率相量的角度

无功功率：电容和电感吸收和发出的功率

有功功率：电阻消耗的功率

方法：弄清楚电路的每个支路阻抗；套用相量形式的基尔霍夫定律或者网孔电流法、戴维南等效等等

①如图所示电路中$I_S = 10A, \omega = 1000rad/s, R_1 = 10\Omega, j\omega L_1 = j25\Omega, R_2 = 5\Omega, -j\frac{1}{\omega C_2} = -j15\Omega$，求各支路吸收的复功率和电路的功率因数



解：

$\dot{I}_S = 10\angle 0^\circ\ A$

令$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j25\Omega$

$$Z_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C_2} = 5 - j15\Omega$$

应用分流公式

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{I}_S = \frac{5 - j15}{10 + j25 + 5 - j15} \times 10 = 8.77\angle -105.25^\circ\ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{I}_S = \frac{10 + j25}{10 + j25 + 5 - j15} \times 10 = 14.936\angle 34.51^\circ\ A$$

各支路吸收的复功率为

$$\bar{S_1} = Z_1 I_1^2 = (10 + j25) \times 8.77^2 = 769.13 + j1922.82V \cdot A$$

$$\bar{S_2} = Z_2 I_2^2 = (5 - j15) \times 14.936^2 = 1115.42 - j3346.26V \cdot A$$

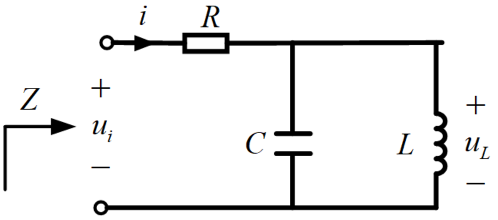
电流源发出的复功率为

$$\bar{S} = \bar{S_1} + \bar{S_2} = 1884.55 - j1423.42 = 2361.7\angle -37.064^\circ\ V \cdot A$$

电路的功率因数为

$$\cos\varphi = \cos(-37.064^\circ) = 0.798$$

②如图电路，已知$u_i = 220\sqrt{2}\cos 314t, R = 100\Omega, L = 0.159H, C = 31.8uF$，求总电流，电感上的电压$u_L$，电路的有功功率$P$，无功功率$Q$，功率因数$\cos\varphi$



解：

$\dot{U}_i = 220\angle 0^0 V, \omega = 314rad/s$

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j314 \times 31.8 \times 10^{-6}}\Omega = -j100\Omega$$

$j\omega L = j314 \times 0.159\Omega = j50\Omega$

$$\frac{1}{j\omega C} // j\omega L = \frac{-j100 \times j50}{-j100 + j50}\Omega = j100\Omega$$

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} // j\omega L = (100 + j100)\Omega = 100\sqrt{2}\angle 45^0\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_i}{Z} = \frac{220\angle 0^0}{100\sqrt{2}\angle 45^0}A = 1.1\sqrt{2}\angle -45^0 A$$

$i = 2.2\cos(314t - 45^0)A$

$$\dot{U}_L = \frac{j100\Omega}{Z}\dot{U}_i = \frac{100\angle 90^0}{100\sqrt{2}\angle 45^0} \cdot 220\angle 0^0 V = 110\sqrt{2}\angle 45^0 V$$

$u_L = 220\cos(314t + 45^0)V$

$$S = U_i I = 342\angle -45^0, \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$P = 342\cos\varphi = 242W$

$Q = 342\sin\varphi = 242W$

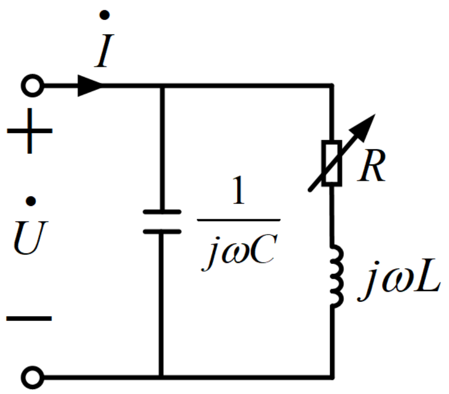
③每只日光灯的功率因数为0.5，当N只日光灯相并联时，总的功率因数（ C ）；若再与M只白炽灯串联，则总功率因数（ A ）

A、大于0.5　　B、小于0.5　　C、等于0.5

题型二：考查相量形式的电路定理以及阻抗、导纳的计算

方法：弄清楚电路的每个支路阻抗；套用相量形式的基尔霍夫定律或者网孔电流法、戴维南等效等等

①如图所示电路中R改变时电流I保持不变，L、C应满足什么条件



解：

输入导纳为

$$Y_{in} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{1 + j\omega CR - \omega^2 LC}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{j\omega C\left(R - j\frac{1}{\omega C} + j\omega L\right)}{R + j\omega L} = j\omega C \cdot \frac{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\omega L}$$

$\dot{I} = Y_{in}\dot{U}$，要使$\dot{I}$不随R改变，则Y_{in}不随R改变

所以有

$$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = j\omega L$$

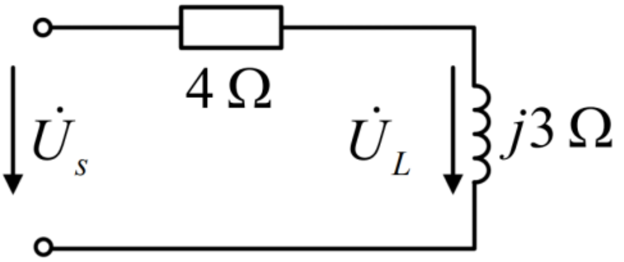
即

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$LC = \frac{1}{2\omega^2}$$

$$Y_{in} = j\omega C$$

②图示电路$U_L = 6V$，则$U_S =$（ ）



（A）$8V$　（B）$10V$　（C）$12V$　（D）$15V$

解：

设$\dot{U}_L = 6\angle 0^\circ\ V$

则

$$\dot{U}_L = \frac{j3\Omega}{j3\Omega + 4\Omega}\dot{U}_S$$

所以

$$\dot{U}_S = \frac{j3+4}{j3}\dot{U}_L = \frac{j3+4}{j3} \times 6\angle 0^\circ\ V$$

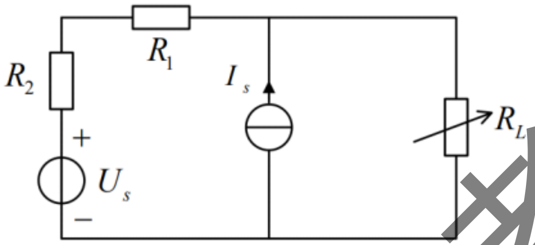
$$= \frac{-j3 \cdot (j3+4)}{9} \times 6V = 6 - j8V = 10\angle -53^\circ\ V$$

$$U_S = 10V$$

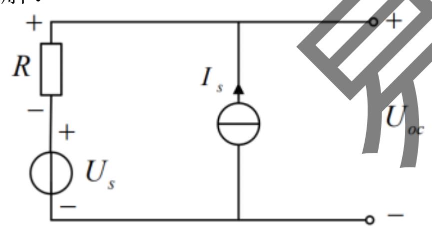
最大功率

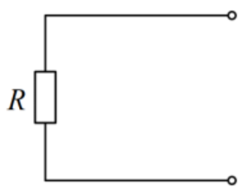
最大功率传输问题	在信号源参数（电流、电压、内阻）不发生变化时，求能够获得最大功率的负载取值
	假设负载阻抗为$Z = R_L + jX_L$ 负载两端的戴维南等效电路的电阻为$Z_e = R_e + jX_e$ 则负载获得最大功率的条件是： $R_L = R_e$ $X_e = -X_e$ 上述的条件称为最佳匹配条件也称为共轭匹配条件 此时，负载获得最大功率为： $P_{\max} = \dfrac{U_{oc}^2}{4R_L}$ U_{oc}为戴维南等效电路负载两端的开路电压 方法：求出负载两端的戴维南等效电路

①电路如图所示，且已知$R_1 = 5\Omega, R_2 = 10\Omega, U_S = 20V, I_S = 2A$，问$R_L$为何值时，其上可获得最大功率，并求出最大功率的值



解：

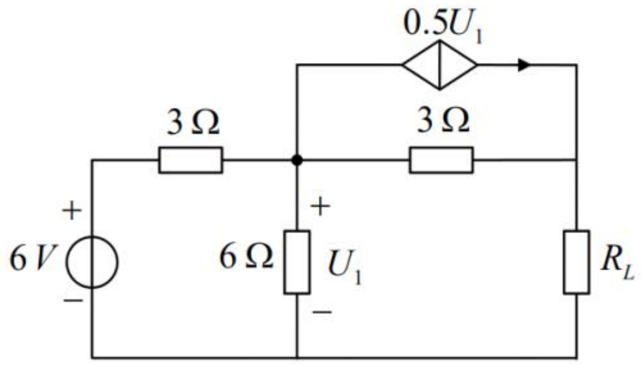




$R = R_1 + R_2 = 15\Omega$
$U_{oc} = I_S R + U_S = 2 \times 15V + 20V = 50V$
$R_i = R = 15\Omega$
当$R_L = R_i$时，

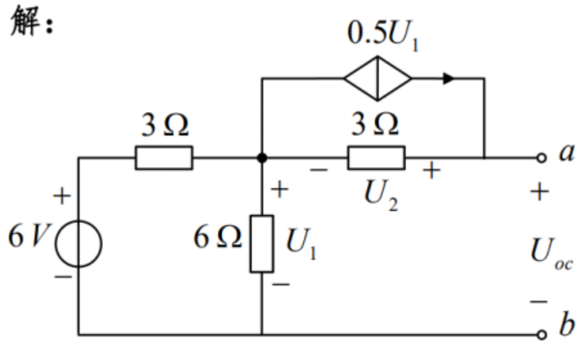
$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_i} = \frac{50^2}{60}W = \frac{125}{3}W$$

②当R_L为多大时，它获得的功率最大，最大是多少



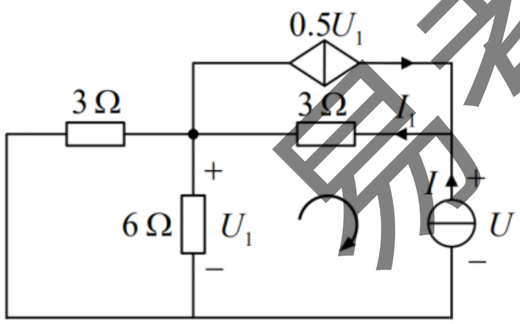
解：

解：



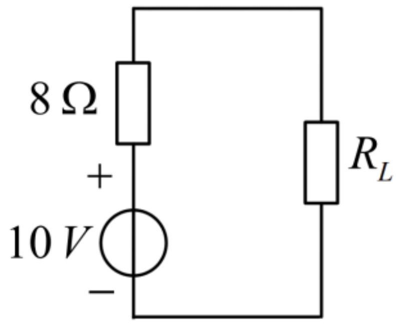
$$U_1=\frac{6}{3+6}\times 6V=4V$$
$$U_2=0.5U_1\times 3=6V$$
$$U_{oc}=U_1+U_2=4V+6V=10V$$

接下来求端口的输入电阻，假设端口的输入电流为I



$$U_1=\frac{3}{3+6}\times I\times 6=2I$$
$$I_1=0.5U_1+I\Rightarrow I_1=2I$$
$$U=3I_1+U_1=8I$$
$$R_i=\frac{U}{I}=\frac{8I}{I}=8\Omega$$

因此，戴维南等效电路为：



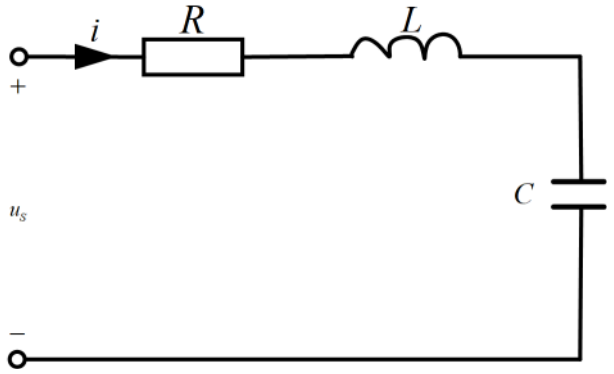
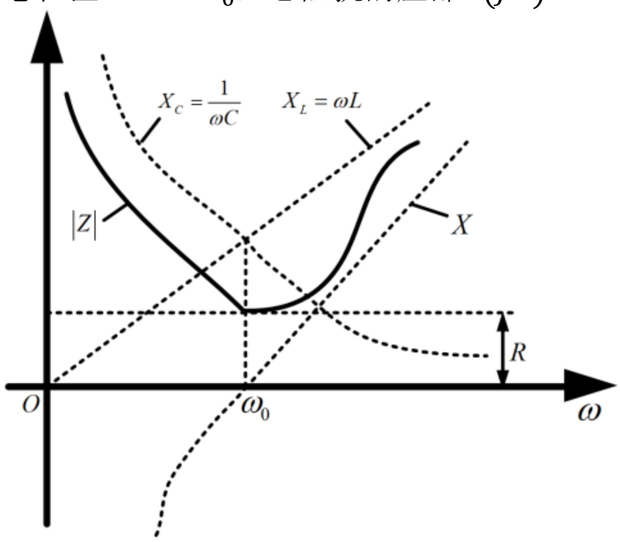
当$R_L = R_i = 8\Omega$时

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_L} = \frac{(10V)^2}{4 \times 8\Omega} = 3.125W$$

③正弦交流电路中，负载上获得最大功率的条件是（ C ）

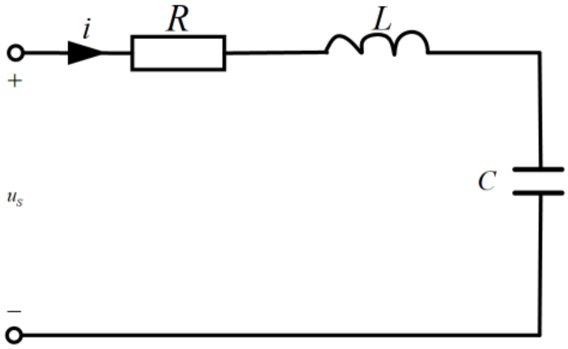
（A）$R_L = R_0$　（B）$Z_L = Z_s$　（C）$Z_L = Z_s^*$

串联谐振

RLC串联谐振电路分析	
电路总阻抗	$Z(jw) = R + j\left(wL - \frac{1}{wC}\right)$
发生谐振的条件	$Im\left(Z(jw)\right) = 0 \Leftrightarrow wL - \frac{1}{wC} = 0$ ①这时电路呈现纯阻性，这时电路中电流最大 ②谐振电路发生谐振时，电路中的电感和电容会相互交换功率，并不是电路中真实消耗的功率 ③串联谐振电路发生谐振时，电路的无功功率为零
固有频率（谐振频率）	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
固有角频率（谐振角频率）	$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
品质因数	$Q = \frac{w_0 L}{R} = \frac{1}{w_0 CR}$
谐振时，电容电压和电感电压	$U_L = U_C = QU_s$
电路工作的三个区域	容性区：$w < w_0$，总阻抗的虚部 $X(jw) < 0$ 阻性区：$w = w_0$，总阻抗的虚部$X(jw) = 0$ 感性区：$w > w_0$，总阻抗的虚部$X(jw) > 0$ 

题型一：考查串联谐振，求电路参数

①RLC串联电路中$U_S = 200mV$，$C = 6.34\mu F$，电路的固有频率$w_0 = 314rad/s$，带宽$BW = 6.28rad/s$，求L, R, U_L, U_C



解：

$$BW = \frac{w_0}{Q} \Rightarrow Q = \frac{w_0}{BW} = 50$$

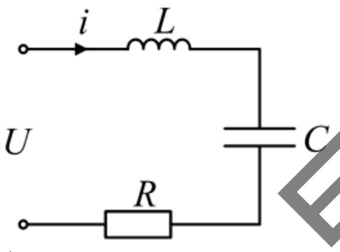
谐振时，阻抗虚部为零，阻抗等于容抗

$$L = \frac{1}{w_0^2 C} = 1.6H$$

$$R = \frac{w_0 L}{Q} = 10\Omega$$

$$U_L = U_C = QU_s = 10000mV$$

②图示RLC串联电路中，$R = 10\Omega, L = 20uH, C = 200pF$，外加电压$U = 5mV$，求电路谐振时的电流$I$及谐振角频率$\omega$



解：

谐振时：

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5mV}{10\Omega} = 0.5mA$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{20uH \times 200pF}} = 5 \times 10^5 rad/s$$

题型二：考查串联谐振的性质

①串联谐振时，电路的无功功率为零（ ）

解：对

谐振时，电路等效阻抗Z的虚部为0。所以，复功率只有实部没有虚部，因此无功功率为零

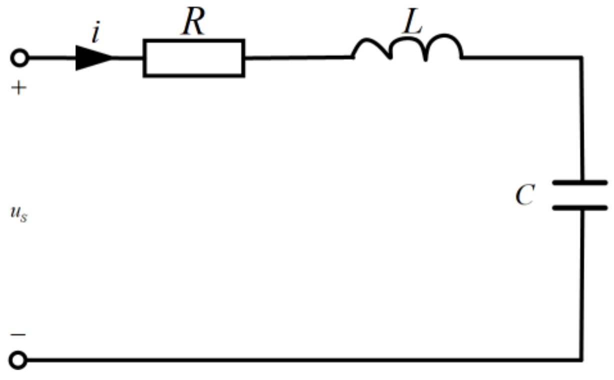
②RLC串联电路在f时发生谐振，当频率增加到$2f$时，电路性质呈（ B ）

A、电阻性　　B、电感性　　C、电容性

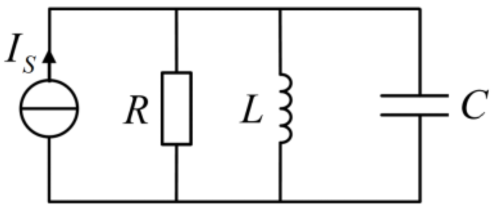
③发生串联谐振的电路条件是（ C ）

（A）$\frac{\omega_0 L}{R}$ （B）$f_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ （C）$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

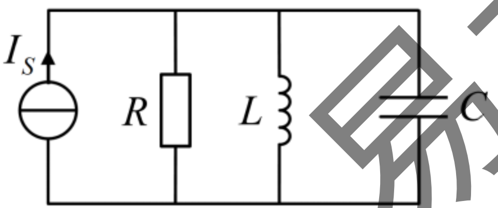
题型三：考查频率响应

RLC串联谐振电路的频率响应	
频率响应	$\frac{U_0}{U_i}$
	（1）以电阻作为输出：表现为带通特性 $H(jw)=\frac{R}{R+j\left(wL-\frac{1}{wC}\right)}=\frac{1}{1+jQ\left(\frac{w}{w_0}-\frac{w_0}{w}\right)}$ 相频特性：$\varphi(jw)=-\arctan\left(Q\left(\frac{w}{w_0}-\frac{w_0}{w}\right)\right)$ 幅频特性：$\lvert H(jw)\rvert=\frac{R}{\cos(\varphi(jw))}$ 带宽（BW）：通带的范围，也即$H(jw)\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$w$的范围 $BW=\frac{w_0}{Q}$ $H(jw)=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，可以计算出两个频率， 其中大的是上限截止频率小的是下限截止频率（3dB点）
	（2）以电容为输出，表现低通特性 $H(jw)=\frac{\frac{1}{jwC}}{R+j\left(wL-\frac{1}{wC}\right)}=\frac{-jQ}{\frac{w}{w_0}+jQ\left(\left(\frac{w}{w_0}\right)^2-1\right)}$ （3）以电感为输出，表现高通特性 $H(jw)=\frac{jwL}{R+j\left(wL-\frac{1}{wC}\right)}=\frac{jQ}{\frac{w_0}{w}+jQ\left(1-\left(\frac{w_0}{w}\right)^2\right)}$

并联谐振

RLC并联谐振电路分析	
电路总导纳	$Y(jw) = G + j\left(wC - \frac{1}{wL}\right)$ $G = \frac{1}{R}$
发生谐振的条件	$Im\left(Y(jw)\right) = 0$ 这时电路呈现纯阻性，电路的导纳最小 并联谐振电路可以获得最大的电压
谐振频率	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
谐振角频率	$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
品质因数	$Q = \frac{1}{w_0 LG} = \frac{w_0 C}{G} = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$
谐振时，电容电流和电感电流	$I_L = I_C = QI_s$

①下图所示，正弦稳态电路中，已知电流源有效值$I_s = 5A, R = 20\Omega, L = 0.01H, \omega = 10rad/s$，当电容$C$为多少时，电路中有最大并联电压，求此时最大并联电压$U_{\max}$与品质因数Q



解：

电路发生谐振时，具有最大并联电压

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{10^2 \times 0.01}F = 1F$$

$$U_{\max} = I_s \cdot R = 5 \times 20V = 100V$$

$$Q = \frac{R}{\omega L} = \frac{20}{10 \times 0.01} = 200$$

②下列说法中，（ A ）是正确的

A、串谐时阻抗最小　　B、并谐时阻抗最小

③RLC串联回路谐振时，$|U_L| = |U_C| =$ **A**，GLC并联回路谐振时$|I_L| = |I_C| =$ **B**

（A）$Q_0 U_s$　（B）$Q_0 I_s$

波特图

①画出如下频率响应的波特图

$$H(jw)=\frac{200jw}{(jw+2)(jw+10)}$$

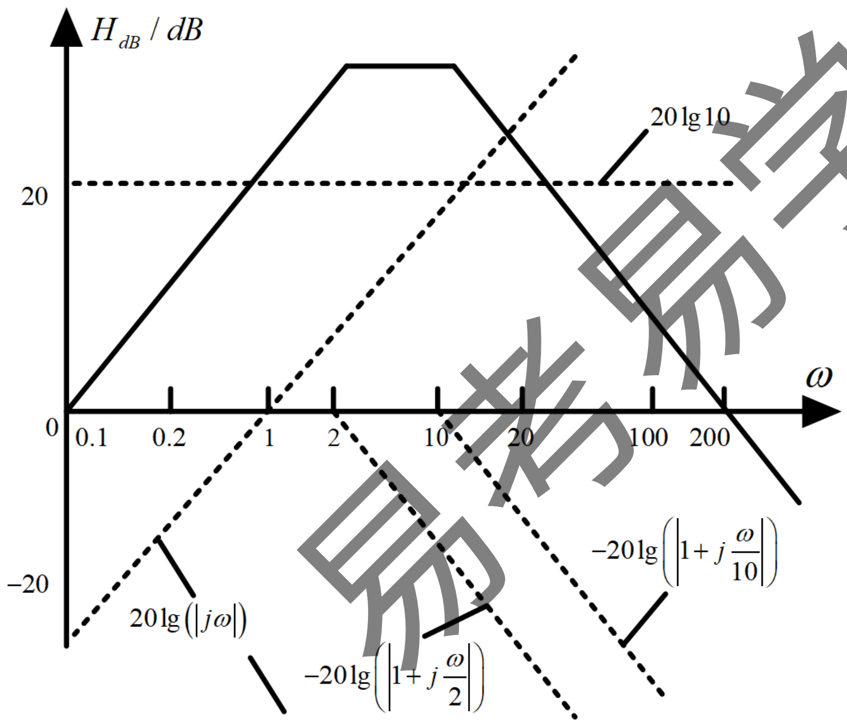
解：

幅频特性的波特图：

$$|H(jw)|=\frac{10|jw|}{\left|1+\frac{jw}{2}\right|\left|1+\frac{jw}{10}\right|}$$

两边取$20lg$

$$20\,lg\,10+20\,lg|jw|-20\,lg\left|1+j\frac{w}{2}\right|-20\,lg\left|1+j\frac{w}{10}\right|$$



$20\,lg\,10$ 为20dB水平直线

$20\,lg|jw|$为直线；当$w=0.1$时，$20\,lg|j0.1|=-20$；当$w=10$时，$20\,lg|j10|=20$；

$-20\,lg\left|1+j\frac{w}{2}\right|$可以采用两段直线逼近：

在$w<2$时，可用0来近似；在$w>2$时，用直线$-20\,lg\left|j\frac{w}{2}\right|$逼近

$-20\,lg\left|1+j\frac{w}{10}\right|$可以采用两段直线逼近：

在$w<10$时，可用0来近似；在$w>10$时，用直线$-20\,lg\left|j\frac{w}{10}\right|$逼近

三相电路11

1. 三相电路基本概念

①对称三相电源是由三个同频率、等幅值、初相位依次滞后120°的正弦电压源，连接成星形或者三角形组成的电源

$u_A=\sqrt{2}U\cos wt \quad \dot{U}_A=U\angle 0^\circ$

$u_B=\sqrt{2}U\cos(wt-120^\circ) \quad \dot{U}_B=U\angle -120^\circ$

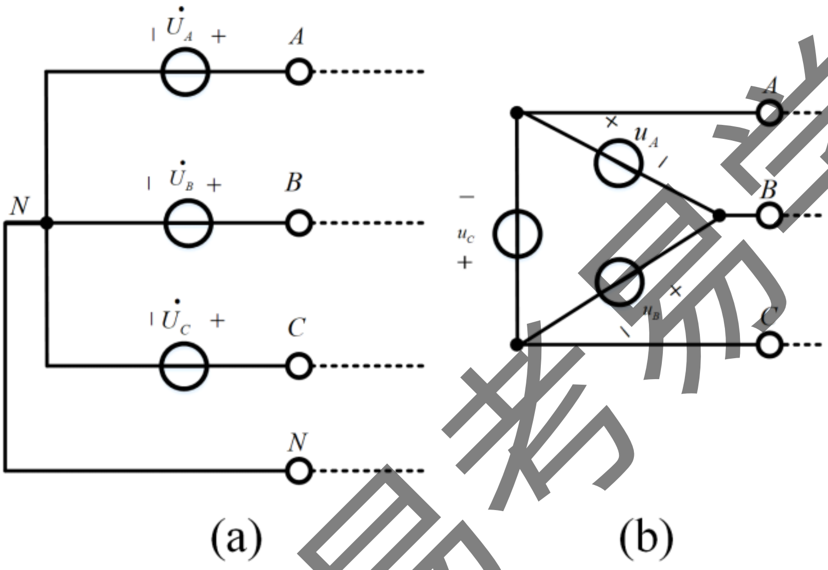
$u_C=\sqrt{2}U\cos(wt+120^\circ) \quad \dot{U}_C=U\angle 120^\circ$

且满足：

$u_A+u_B+u_C=0$

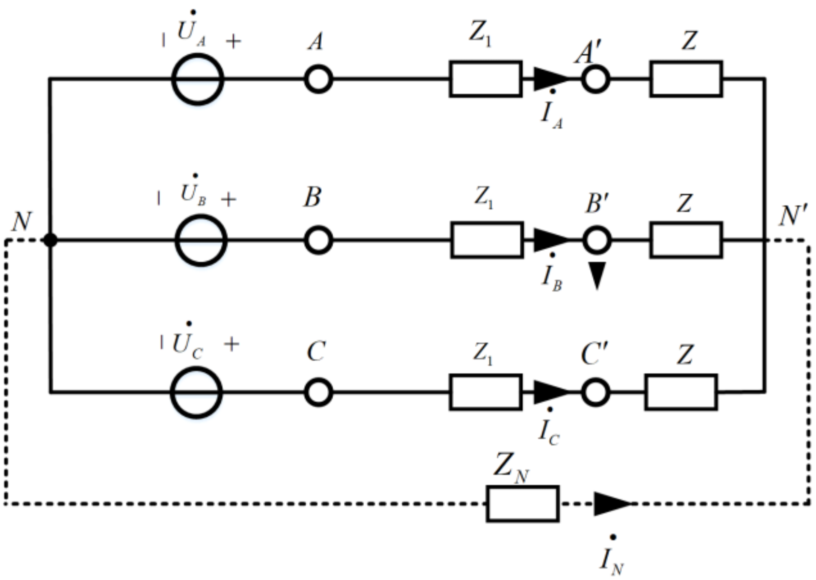
我国三相系统电源频率为$50Hz$，入户电压为$220V$

欧洲等国为$60Hz$，入户电压为$110V$



端线：从三个电压源正极性A,B,C向外引出的导线

中性线：从中性点N引出的导线



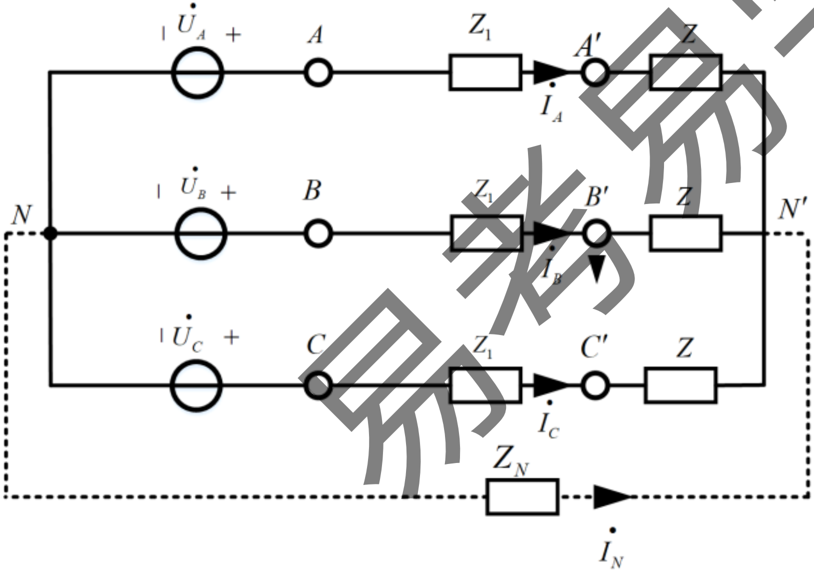
三个阻抗构成星形，就构成了星形负载。当三个阻抗相等时，就称为对称三相负载。

三相电源为星形连接，负载为星形连接，则称为Y-Y连接；三相电源为星形连接，负载为三角形连接，则称为Y-Δ连接。
三相电源的中性点N和负载中性点N'连接，这种连接方式称为三相四线制。

2. 线电压与相电压的关系
$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A\angle 30^o$
$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B\angle 30^o$
$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C\angle 30^o$

3. 对称三相电路计算
中性点N和中性点N'之间的电压为零
$\dot{I}_A = \dfrac{\dot{U}_A}{Z+Z_1}$
$\dot{I}_B = \dfrac{\dot{U}_B}{Z+Z_1} = a^2\dot{I}_A$
$\dot{I}_C = \dfrac{\dot{U}_C}{Z+Z_1} = a\dot{I}_A$

①对称三相电路如图所示，已知$Z_1 = 1+2j, Z = 5+6j, u_{AB} = 380\sqrt{2}\cos(wt+30^0)$试求负载中的各电流相量

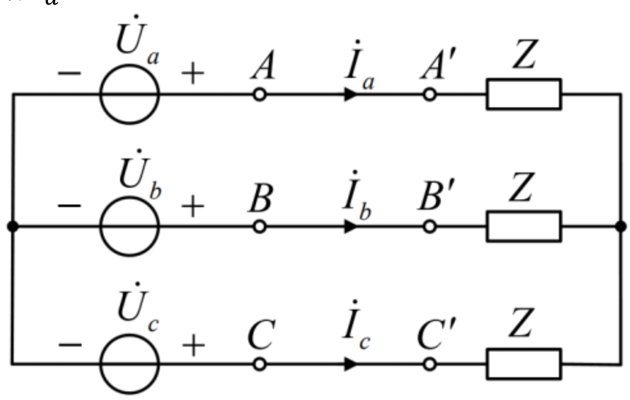


解：
$\dot{U}_A = \dfrac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}}\angle -30^o = 220\angle 0^o V$
$\dot{I}_A = \dfrac{\dot{U}_A}{Z+Z_1} = 22\angle -53.1^o$
$\dot{I}_B = a^2\dot{I}_A = 22\angle -173.1^o$
$\dot{I}_C = a\dot{I}_A = 22\angle -66.9^o$

②对称三相四线制星形电路中，线电压为，相电压为，下列等式成立的有（ ）
（A）$U_l = \sqrt{3}U_p$ （B）$U_p = \sqrt{3}U_l$
（C）$U_p = \sqrt{3}U_l\angle 30^\circ$ （D）$U_p = U_l$
解：A

③图示对称三相电路（正序）中，电源线电压为$380V$，负载阻抗$Z=(6+j8)\Omega$，求线

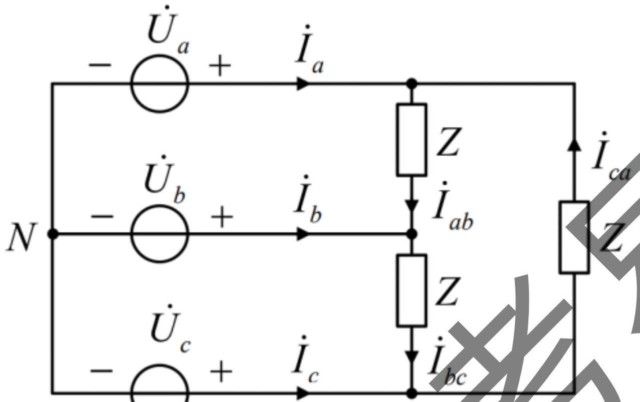
电流$\dot{I}_a$



解：$\dot{U}_a = \frac{U_l}{\sqrt{3}\angle 0^\circ} = \frac{380}{\sqrt{3}\angle 0^\circ} V = 220\angle 0^\circ\ V$

$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{6+j8} A = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53^\circ} A = 22\angle -53^\circ\ A$

④如下图所示，电源线电压为，求负载端的线电流、相电流有效值



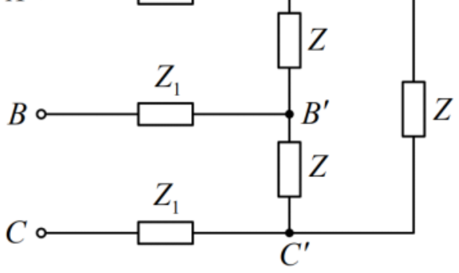
解：$U_l = 380V, \dot{U}_{ab} = U_l\angle 0^\circ\ V = 380\angle 0^\circ\ V$

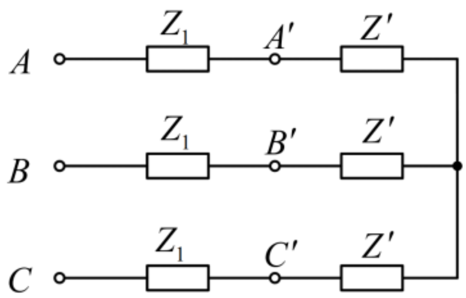
所以$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{380\angle 0^\circ\ V}{(6+j8)\Omega} = 38\angle -53^\circ\ A$

所以相电流为$I_p = 38A$

线电流为$I_l = \sqrt{3}I_p = 38\sqrt{3}A$

⑤图中所示对称三相电路中，已知负载电压有效值$U_l = 380V$，负载阻抗$Z = (12+j9)\Omega$，$Z_1 = (1+j2)\Omega$，求三相电源提供的有功功率P。





解：

将Δ型负载等效为Y型负载

$$Z' = \frac{Z}{3} = \frac{12+j9}{3}\Omega = (4+j3)\Omega, U_p = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$Z = Z_1 + Z' = (1+j2+4+j3)\Omega = (5+j5)\Omega = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \Omega, I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{220}{5\sqrt{2}}A$$

$$P = 3U_pI_p\cos\theta_z = 3\times 220\times\frac{220}{5\sqrt{2}}\times\cos 45^\circ\ W = 3\times 220\times\frac{220}{5\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 14520W$$

⑥对称三相电压源作星形联结，若线电压$\dot{U}_{bc} = 380\angle 120^\circ\ V$，则相电压$\dot{U}_a$等于（ ）

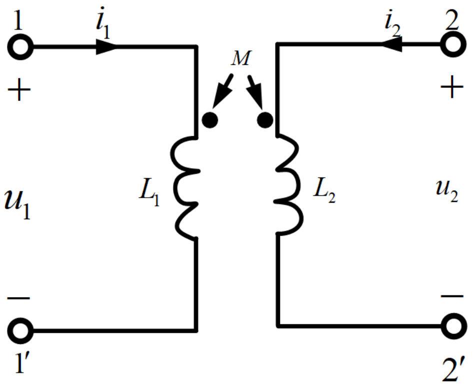
（A）$220\angle -210^\circ\ V$　　（B）$220\angle 210^\circ\ V$

（C）$220\angle 120^\circ\ V$　　（D）$220\angle -120^\circ\ V$

解：$\dot{U}_a = \frac{U_{bc}}{\sqrt{3}\angle -90^\circ} = \frac{380}{\sqrt{3}}\angle(120^\circ + 90^\circ)V = 220\angle 210^\circ\ V$

故选B

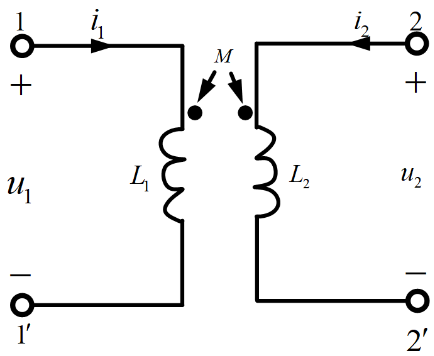
含有耦合电感电路分析11

<table>
<tr><td>互感</td><td>

$$u_1 = L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \pm M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_2 = \pm M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

自感电压：$L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$，$L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$
互感电压：$\pm M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$，$\pm M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$
互感系数：M
$\dot{U}_1 = jwL_1\dot{I}_1 \pm jwM\dot{I}_2$
$\dot{U}_2 = \pm jwM\dot{I}_1 + jwL_2\dot{I}_2$
互感抗：wM
耦合系数：
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$$</td></tr>
<tr><td>同名端</td><td>图中标黑点的两个端</td></tr>
<tr><td>互感电压正负号的判断</td><td>同名端的电压参考极性一致，则互感电压为正号；否则为负号</td></tr>
</table>

①写出图中耦合电感的端电压u_1, u_2，其中$i_1 = 1A$，$i_2 = 5\cos(10t)$，$L_1 = 2H$，$L_2 = 3H$，$M = 1H$

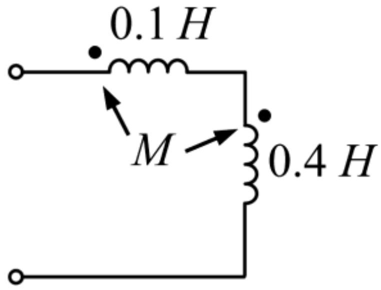


解：

$$u_1 = L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = -50\sin(10t)$$
$$u_2 = M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = -150\sin(10t)$$

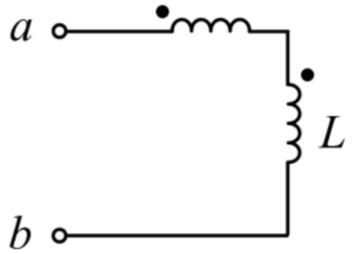
题型一：考查等效电感的计算

①图示电路，已知，等效电感为（　）



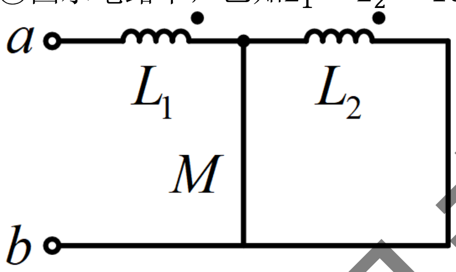
（A）$0.5H$；　（B）$0.3H$；　（C）$0.58H$；　（D）$0.42H$

解：$L = L_1 + L_2 + 2M = 0.1H + 0.4H + 2 \times 0.04H = 0.58H$



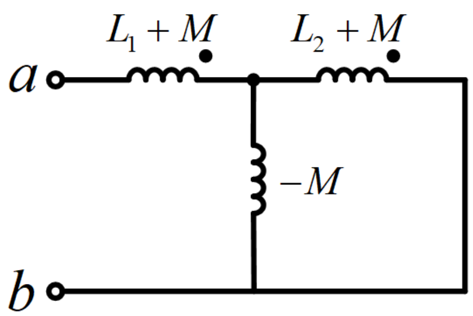
故答案选C

②图示电路中，已知$L_1 = L_2 = 100mH, M = 50mH$，那么$a$端与$b$端等效电感$L =$______$mH$

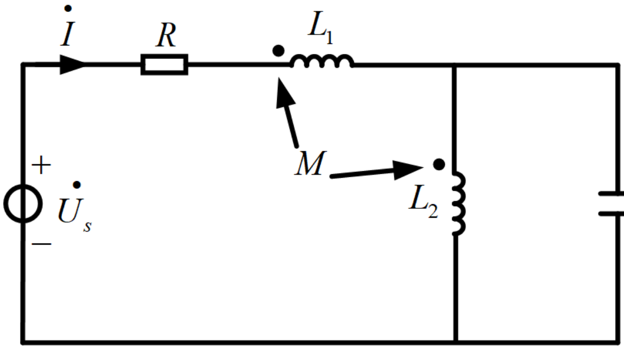


解：$L = ((L_2 + M) \;//\; (-M)) + L_1 + M$

$$= \frac{-L_2M - M^2}{L_2} + L_1 + M = -\frac{M^2}{L_2} + L_1 = 75mH$$



③图中正弦稳态电路，已知$U_s = 200\angle 0^{\circ}$，$\omega = 200rad/s$，$R = 5\Omega, L_1 = 40mH, L_2 = 50mH, M = 20mH, C = 2.5mF$，求电路等效阻抗



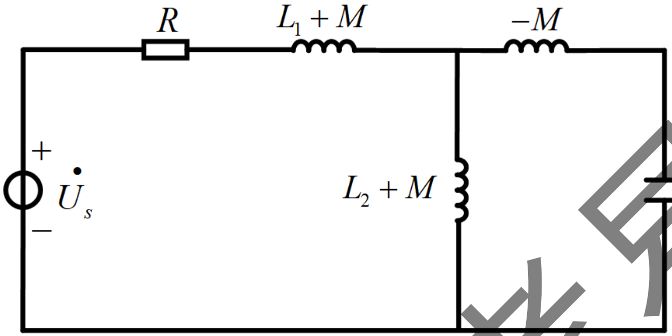
解：

$$Z = R + j\omega(L_1 + M) + \left[j\omega(L_2 + M) \parallel \left(-j\omega M + \frac{1}{j\omega C}\right)\right]$$

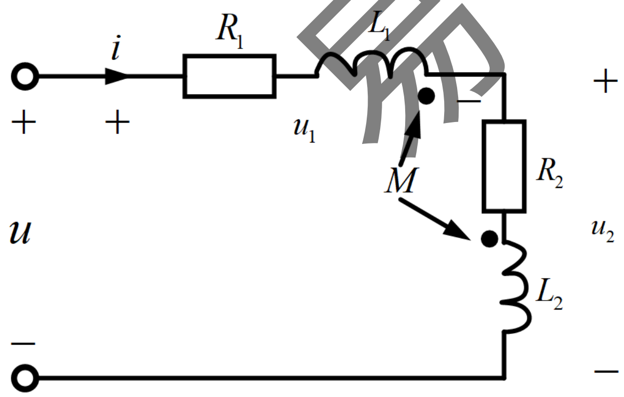
$$= 5 + j200 \times (40 + 20) \times 10^{-3}$$

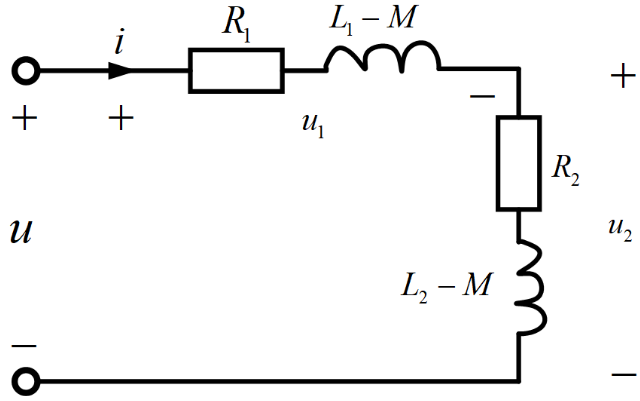
$$+ \left[j200 \times (50 + 20) \times 10^{-3} \mathbin{/\!/} \left(-j200 \times 20 \times 10^{-3} + \frac{1}{j200 \times 2.5 \times 10^{-3}}\right)\right]$$

$$= 5 + j12 + [j14 \mathbin{/\!/} (-j4 - j2)] = 5 + j12 + \frac{-j14 \times j6}{j14 + (-j6)} = (5 + j1.5)\Omega$$



题型二：含有耦合电感电路的计算

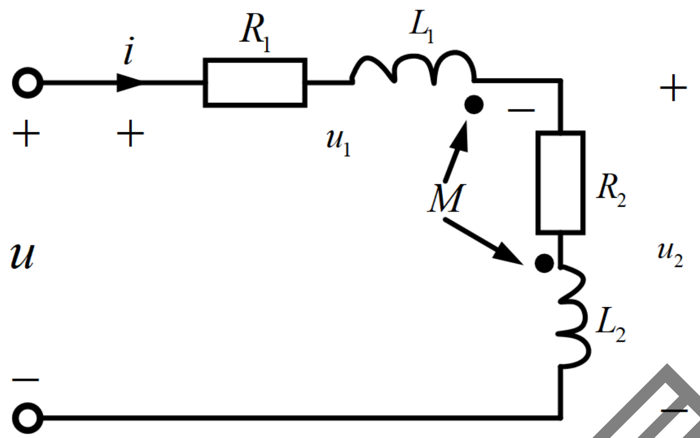




$$u_1 = R_1 \mathrm{i} + \left(L_1 \frac{\mathrm{di}}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{di}}{\mathrm{d}t}\right)$$
$$u_2 = R_2 \mathrm{i} + \left(L_2 \frac{\mathrm{di}}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{di}}{\mathrm{d}t}\right)$$

$$\dot{U}_1 = \big(R_1 + jw(L_1 - M)\big)\dot{I}$$
$$\dot{U}_2 = \big(R_2 + jw(L_2 - M)\big)\dot{I}$$

①如图所示电路，正弦电压$U = 50V$，$R_1 = 3\Omega$，$wL_1 = 7.5\Omega$，$R_2 = 5\Omega$，$wL_2 = 12.5\Omega$，$wM = 8\Omega$求该耦合电感电路的耦合因数和该电路的各个支路吸收的复功率S_1, S_2。



解：
耦合系数为：
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 0.826$$
支路的等效阻抗为：
$$Z_1 = R_1 + jw(L_1 - M) = 3 - j0.5 = 3.04\angle -9.46^{o}\ \Omega$$
$$Z_2 = R_2 + jw(L_2 - M) = 5 + j4.5 = 6.73\angle 42^{o}\ \Omega$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_1 + Z_2} = 5.59\angle -26.57^{o}\ A$$
$$S_1 = I^2 Z_1 = 93.75 - j15.63\ W$$
$$S_2 = I^2 Z_2 = 156.25 - j140.63\ W$$