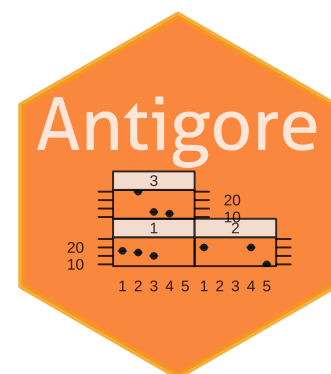


effect size for chi square.  $p < 0.05$   
 tells us there is a likely effect (unlikely / chance) - not ho  
 standard effect size used w/ chi-square test for independence  
 is phi symbol:  $\phi$   
 participants  
 for either rows / cols - whichever is smaller  
 when  $df_{rc} = 1$   
 0.10  
 0.30  
 0.50  
 to report  
 size of relative  
 cramers V =  $\sqrt{\frac{\chi^2}{(N)(df_{row/col})}}$   
 0.07  
 0.21  
 0.35  
 0.04  
 0.17  
 0.29

# 高等数学内容要点

## 辅导书

作者: Antigore  
 组织: 跑步群  
 时间: 2023-4-17  
 版本: 0.1



# 目录

<b>第 1 章 极限与连续</b>	<b>1</b>
1.1 极限的概念	1
1.1.1 数列极限的概念	1
1.1.2 函数极限的概念	1
1.2 极限存在的充要条件	2
1.3 极限的性质	2
1.3.1 数列极限的性质	2
1.3.2 函数极限的性质	2

# 第1章 极限与连续

## 1.1 极限的概念

### 1.1.1 数列极限的概念

若当  $n \rightarrow \infty$  时,  $x_n$  无限趋向于常数  $a$ , 则称  $a$  为数列  $\{x_n\}$  的极限, 或称数列  $\{x_n\}$  收敛于  $a$ , 记作

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad \text{或} \quad x_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow \infty)$$

### 1.1.2 函数极限的概念

两类六种

#### 定义 1.1

1. 若当  $x \rightarrow x_0$  时, 函数  $f(x)$  无限趋向于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  时的极限, 或称  $A$  为函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow x_0).$$

2. 若当  $x \rightarrow x_0$  时且  $x < x_0$  时, 函数  $f(x)$  无限趋向于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  时的左极限, 或称  $A$  为函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处的左极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow x_0^-) \quad \text{或} \quad f(x_0^-) = A \quad \text{或} \quad f(x_0 - 0) = A.$$

3. 若当  $x \rightarrow x_0$  时且  $x > x_0$  时, 函数  $f(x)$  无限趋向于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow x_0$  时的右极限, 或称  $A$  为函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处的右极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow x_0^+) \quad \text{或} \quad f(x_0^+) = A \quad \text{或} \quad f(x_0 + 0) = A.$$

4. 若当  $x \rightarrow \infty$  时, 函数  $f(x)$  无限趋向于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow \infty$  时的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow \infty) \quad \text{或} \quad f(\infty) = A.$$

5. 若当  $x \rightarrow \infty$  且  $x < 0$  时, 函数  $f(x)$  无限趋近于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow -\infty$  时的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow -\infty) \quad \text{或} \quad f(-\infty) = A.$$

6. 若当  $x \rightarrow \infty$  且  $x > 0$  时, 函数  $f(x)$  无限趋近于常数  $A$ , 则称  $A$  为函数  $f(x)$  当  $x \rightarrow +\infty$  时的极限, 记作

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A \quad \text{或} \quad f(x) \rightarrow A \quad (x \rightarrow +\infty) \quad \text{或} \quad f(+\infty) = A.$$



**推论 1.1**

1.

$x \rightarrow x_0$	$\iff$	$x$ 趋近于 $x_0$ .
$x \rightarrow x_0^-$	$\iff$	$x$ 趋近于 $x_0$ , 且 $x < x_0 \iff x$ 从 $x_0$ 的左侧趋近于 $x_0$ .
$x \rightarrow x_0^+$	$\iff$	$x$ 趋近于 $x_0$ , 且 $x > x_0 \iff x$ 从 $x_0$ 的右侧趋近于 $x_0$ .
$x \rightarrow \infty$	$\iff$	$\ x\ $ 无限增大.
$x \rightarrow -\infty$	$\iff$	$\ x\ $ 无限增大, 且 $x < 0$ .
$x \rightarrow +\infty$	$\iff$	$\ x\ $ 无限增大, 且 $x > 0$ .

2.

$x \rightarrow x_0$	$\iff$	$x \rightarrow x_0^-$ 或 $x \rightarrow x_0^+$ .
$x \rightarrow \infty$	$\iff$	$x \rightarrow \infty$ 或 $x \rightarrow +\infty$ .



## 1.2 极限存在的充要条件

**定理 1.1**

1.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \quad (A \text{ 为常数}) \iff \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A.$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \quad (A \text{ 为常数}) \iff \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A.$$



## 1.3 极限的性质

### 1.3.1 数列极限的性质

**性质** (有界性) 收敛数列必有界.

(若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 则存在常数  $M > 0$ , 使得对于  $\forall n \in N^+$ , 有  $\|x_n\| \leq M$ .)

**性质** (保号性) 设  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 若  $a > 0$  (或  $a < 0$ ), 则存在正整数  $N$ , 当  $n > N$  时, 都有  $x_n > 0$  ( $x_n < 0$ )

.

**推论 1.2**

设  $\lim_{x \rightarrow \infty} x_n = a$ , 若当  $n > N$  时, 有  $x_n \geq 0$  (或  $x_n \leq 0$ ), 则  $a \geq 0$  (或  $a \leq 0$ ).



### 1.3.2 函数极限的性质

**性质** (局部有界性) 若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ , 则  $f(x)$  在点  $x_0$  的某一去心邻域内有界 (即存在常数  $M > 0$  及  $\delta > 0$ , 使得当  $x \in \dot{U}(x_0, \delta)$  时, 有  $|f(x)| \leq M$ ).

**性质** (局部保号性) 设  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ , 若  $A > 0$  (或  $A < 0$ ), 则存在  $\delta > 0$ , 使得当  $x \in \dot{U}(x_0, \delta)$  时, 有  $f(x) > 0$  (或  $f(x) < 0$ ).

**推论 1.3**

设  $\lim_{f(x)} = A$ , 若点  $x_0$  的某一去心邻域内  $f(x) \geq 0$  (或  $f(x) \leq 0$ ), 则  $A \geq 0$  (或  $A \leq 0$ ).

