

Sulla decifratura di Enigma Come un reverendo del XVIII secolo contribuì alla sconfitta degli U-boot tedeschi durante la Seconda Guerra Mondiale

Fabio S. Priuli & Claudia Violante

1 Introduzione

Con la desecretazione di numerosi documenti risalenti al periodo della Seconda Guerra Mondiale, avvenuta nei primi anni del XXI secolo, si è cominciato a comprendere il ruolo determinante giocato da un gruppo di matematici, informatici, enigmisti e scacchisti britannici nella decifratura del "Codice Enigma" e quindi nella determinazione dell'esito della Seconda Guerra Mondiale sul fronte occidentale. Nel corso dell'ultimo decennio vi sono stati vari libri e documentari sul tema, e particolare attenzione è stata posta sul ruolo decisivo che ebbe il matematico Alan Turing, condannato nel 1952 alla castrazione chimica a causa della sua omosessualità e morto, forse suicida, nel 1954. La riabilitazione di Turing è avvenuta solo negli ultimi anni, con le scuse ufficiali da parte del governo britannico nel 2009 e la grazia postuma nel 2013.

Il punto su cui vogliamo fissare la nostra attenzione in questo scritto è l'importante ruolo che ricoprì nella vicenda un teorema del '700, proposto dal reverendo Bayes per risolvere alcuni problemi sull'equità di lotterie e scommesse. Si tratta della cosiddetta regola di Bayes, che verrà presentata e discussa in maggior dettaglio nel paragrafo 5.1: tale regola permette di quantificare correttamente come debba essere aggiornata la valutazione di una probabilità¹ alla luce di nuove informazioni o evidenze.

La regola permette quindi di effettuare nel modo più appropriato il cosiddetto processo di inferenza² per valutare le cause più probabili che abbiano provocato un fenomeno osservato, pesando opportunamente la probabilità che tali cause avevano prima dell'osservazione (probabilità a priori) con la verosimiglianza (o likelihood) che il fenomeno osservato sia effettivamente conseguenza della causa considerata.

Proprio in virtù di questa specifica capacità di supporto all'inferenza, la regola di Bayes è utilizzata ormai da decenni in numerosissime attività scientifiche ed accademiche (dall'analisi dati nell'ambito dei grandi esperimenti della fisica di frontiera [1, 2], sino alle ricerche in ambito medico [24] e alle scienze forensi [13]), al punto di essere divenuta un requisito indispensabile per la valutazione dei rischi nei progetti NASA [10, 25]. Negli ultimi anni, complice lo sviluppo di algoritmi di previsione ed intelligenza artificiale basati su di essa, le reti bayesiane, questa regola ha trovato applicazione con enorme successo

²Con il termine *inferenza* i filosofi indicano un tipo particolare di pensiero, quello che di solito si chiama ragionamento e che si esprime linguisticamente in quella che normalmente si dice una argomentazione. Un'inferenza parte da alcune *premesse* e arriva a delle *conclusioni*, ma evidentemente non tutti i modi per compiere tale passaggio sono equivalenti.



¹Intesa come la misura del grado di fiducia che un individuo coerente attribuisce, secondo le sue informazioni e opinioni, all'avverarsi di un evento (cfr. paragrafo 5.1).



anche in progetti di tipo industriale e strategico (dallo sviluppo dei filtri antivirus alla manutenzione predittiva di asset tecnologici, alla previsione dei trend di traffico telefonico).

Riteniamo quindi significativo un approfondimento del ruolo che essa ebbe in un contesto a prima vista inusuale come quello della decifratura dei messaggi tedeschi durante la Seconda Guerra Mondiale. Tuttavia prima di presentare il contributo fornito dal teorema di Bayes dovremo inquadrare il problema della cifratura di messaggi e di come questa si sia sviluppata nel corso dei secoli, per poter così meglio spiegare la natura delle difficoltà incontrate dai crittoanalisti britannici durante il conflitto e per capire l'effettiva utilità che la regola di Bayes ebbe in tale contesto.

Nella sezione 2 presenteremo quindi una serie di metodi di cifratura che sono stati utilizzati sia nell'antichità che più recentemente, e li sfrutteremo per introdurre alcuni dei concetti chiave della crittografia moderna. Nella sezione 3 sposteremo la nostra attenzione al contesto storico in cui venne introdotta la macchina Enigma, ossia al periodo tra le due guerre mondiali. Nella sezione 4 ci concentreremo sulle parti che compongono Enigma, sull'effetto delle varie componenti sulla cifratura dei messaggi, per dedurne alcune delle proprietà, e sui metodi di attacco ai messaggi cifrati di Enigma (quello che ai giorni nostri verrebbe chiamato il reverse engineering della macchina), con particolare attenzione alle tecniche del Banburismus e dello Scritchmus "inventate" da Turing e dagli altri crittoanalisti di Bletchley Park per decifrare i messaggi di intelligence tedeschi. Infine nella sezione 5 ci concentreremo finalmente sul teorema di Bayes, sul suo utilizzo e sul suo ruolo decisivo nel ridurre il numero di possibili chiavi di cifratura da testare.

2 Una carrellata storica sui metodi di cifratura

2.1 Nell'antichità

La cifratura di messaggi considerati "strategici" in modo che solo gli effettivi destinatari possano leggerne il contenuto è un problema molto antico che ha visto uomini di grande ingegno proporre soluzioni sempre più complesse nel corso dei secoli. In questo paragrafo ci limiteremo ad esaminare solo alcune delle soluzioni proposte e storicamente documentate, ovvero quelle che possono essere considerate più vicine alle moderne macchine cifranti. Ignoreremo quindi le tecniche steganografiche, in cui è l'intero messaggio a venire celato alla vista per garantirne la riservatezza, come nell'esempio dei messaggi di Demerato di Sparta, narrato da Erodoto nel libro VII delle sue Storie [12], in cui le tavolette lignee con inciso il messaggio vennero ricoperte completamente con della cera, per sembrare inutilizzate e non destare il sospetto dei Persiani guidati da Serse. Ci concentreremo, invece, sulle tecniche propriamente crittografiche, in cui solo il contenuto viene celato, così che anche se il messaggio fosse letto da persone non autorizzate, queste non sarebbero in grado di comprenderlo. Presenteremo principalmente esempi in cui la cifratura si basa su trasformazioni alfabetiche (in cui cioè le singole lettere di un messaggio sono rimpiazzate da altre lettere), tralasciando altre soluzioni quali il quadrato di Polibio [19], in cui ciascuna lettera del messaggio originale viene sostituita da una coppia di numeri, i quali a loro volta permettono di individuare la posizione della lettera su un'opportuna "scacchiera" cifrante.

Possiamo rintracciare le prime documentazioni di tecniche di trasformazione alfabetica nell'antica Grecia, più precisamente a Sparta durante il IV secolo a.C. Come testimoniato da Plutarco nel suo Vite Parallele [18], infatti, gli efori, supremi magistrati di Sparta, utilizzavano la cosiddetta scitala per inviare messaggi ai propri comandanti militari evitando che altri potessero intenderne il contenuto. Il meccanismo sfruttato era il seguente: una striscia di pergamena veniva avvolta strettamente attorno ad una bacchetta di legno (la scitala, appunto) e su di essa veniva scritto il messaggio; dopodichè la





pergamena veniva srotolata dalla bacchetta ed inviata al destinatario, contenendo all'apparenza soltanto una sequenza di lettere non collagabili tra loro. I destinatari per leggere il messaggio dovevano avvolgere la pergamena su una bacchetta identica, così che le lettere si allineassero correttamente a formare le parole originarie. In termini moderni si può rappresentare il meccanismo della *scitala* come segue:

- si scrive il messaggio in un rettangolo di lato fissato;
- si inviano le lettere del messaggio procedendo per colonne, invece che per righe.

Ad esempio, per trasmettere il messaggio DOMANIPARTIREMO, possiamo inserirlo in un rettangolo di base 5:

DOMAN IPART IREMO

ed inviare le lettere nel seguente ordine DIIOPRMAEARMNTO. Il ricevente, per ricostruire il contenuto del messaggio, dovrà scrivere le lettere ottenute dividendole in 5 gruppi:

DII OPR MAE ARM NTO

e leggere quanto ottenuto per colonne.

Per cominciare a familiarizzare con alcune delle definizioni che verranno utilizzate nel seguito, introduciamo i concetti di simmetria della cifratura e quello di chiave di cifratura del messaggio. Una procedura di cifratura, sia essa meccanica o algoritmica, si dice simmetrica se le operazioni di decifratura non richiedono alcuna informazione aggiuntiva rispetto a quelle per la cifratura. Ad esempio, nel caso appena descritto, una volta noto il numero di lettere alla base del rettangolo usato per cifrare (numero sul quale mittente e destinatario devono accordarsi prima dello scambio di messaggi) il destinatario non ha bisogno di utilizzare informazioni aggiuntive per ricostruire il contenuto della comunicazione. Per quanto riguarda il concetto di chiave di cifratura, si utilizza questa espressione per indicare l'insieme di tutti i dettagli, configurazioni e parole che sono necessari al processo di cifratura, in aggiunta alla conoscenza della procedura usata per cifrare/decifrare. Nell'esempio della scitala si può considerare la bacchetta stessa come chiave; nella sua generalizzazione la chiave è il numero di lettere che costituisce la base del rettangolo usato per la cifratura (nel nostro esempio, 5). Per sistemi di cifratura simmetrica, una volta nota la chiave e scelta la procedura, il messaggio può essere facilmente cifrato così come decifrato.

Un secondo esempio storico è quello dei cosiddetti codici Atbash e Albam, utilizzati nell'Antico Testamento (libro di Geremia). Il codice Atbash prescrive di rimpiazzare la prima lettera dell'alfabeto ebraico (aleph) con l'ultima (taw), la seconda con la penultima, e così via. Volendo adattare il processo all'alfabeto latino moderno, esso consiste nell'applicare la seguente trasformazione monoalfabetica ossia nel rimpiazzare ciascuna lettera dell'alfabeto con una differente:

A con Z
B con Y
C con X
D con W





Per visualizzare più facilmente la trasformazione risultante ricorriamo alla seguente rappresentazione (che utilizzeremo spesso nel seguito):

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z Z Y X W V U T S R Q P O N M L K J I H G F E D C B A

in cui abbiniamo a ciascuna lettera dell'alfabeto originario (prima riga) la corrispondente lettera dell'alfabeto criptato (seconda riga). Volendo quindi cifrare con questo metodo la parola BABILONIA, otterremmo la parola cifrata YZYROLMRZ. Per decifrare un messaggio criptato in questo modo è sufficiente riapplicare la cifratura, cosicché ad esempio YZYROLMRZ torna ad essere cifrata in BABILONIA. Il codice Albam, invece, prescrive di dividere l'alfabeto ebraico in due parti e di rimpiazzare la n-esima lettera della prima parte con la n-esima lettera della seconda, e viceversa. Riportando all'alfabeto latino moderno tale procedura, possiamo affermare che essa è equivalente alla procedura descritta dalla rappresentazione:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M

Anche questi due esempi ricadono nella famiglia delle cifrature simmetriche e mentre nel primo caso si può parlare di una procedura senza chiave (in quanto il solo algoritmo di cifratura è necessario per la cifratura e la decifratura), nel secondo si può considerare come chiave della cifratura il numero 13, visto che ciascuna lettera del messaggio originale è rimpiazzata dalla lettera che si trova a 13 posizioni di distanza nell'alfabeto.

Un ultimo celebre esempio di crittografia nell'antichità è il metodo di cifratura che viene attribuito a Giulio Cesare. Secondo quanto scrive Svetonio [26], infatti, tanto Giulio Cesare quanto suo nipote Augusto, utilizzavano frequentemente, per nascondere il contenuto di alcuni messaggi quello che viene oggi chiamato *Cifrario di Cesare*. Utilizzando la nomenclatura introdotta in precedenza essi applicavano una trasformazione monoalfabetica a tali messaggi, rimpiazzando ciascuna lettera con una differente lettera presa ad una distanza fissata da quella originale. Per esempio, un possibile cifrario di Cesare (che diremo di "passo 4") consiste nell'applicare la seguente trasformazione monoalfabetica:

A con D
B con E
C con F
D con G

e così via sino a giungere alla trasformazione di Z in C (in quanto, una volta giunti al termine delle lettere disponibili, la lettera successiva viene cifrata in A). Nella rappresentazione "compatta" introdotta per i codici Atbash e Albam, avremo per tale cifrario:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C

Da questa rappresentazione si nota anche come la cifratura utilizzata corrisponda ad uno *shift* rigido dell'intero alfabeto (in questo caso di quattro posizioni verso sinistra, visto che la prima lettera A viene trasformata nella quarta lettera D). Per fissare le idee, cifriamo una celebre frase di Cesare stesso con tale trasformazione:

VENI VIDI VICI YHQL YLGL YLFL





Per quanto ai nostri occhi tale metodo possa sembrare banale e poco sofisticato, esso risultò assai efficace all'epoca. Altri autori latini (ad esempio Aulo Gellio [14]) menzionano il fatto che Cesare fosse solito utilizzare anche metodi più complessi di cifratura, quando la situazione lo richiedesse, tuttavia non ci sono giunte descrizioni specifiche di come questi funzionassero. Analizzando il cifrario di Cesare dal punto di vista teorico, osserviamo che è anch'esso un esempio di cifratura simmetrica e che la chiave della cifratura si riduce in questo caso al numero 4, ossia alla distanza che intercorre tra la lettera originale e quella cifrata. Poiché la distanza è fissa in un cifrario di Cesare, la chiave può essere indicata in modo equivalente tramite la lettera cifrata corrispondente alla lettera A, nel nostro esempio D: infatti una volta che sia nota la cifratura della lettera A, la cifratura delle lettere rimanenti si ricava in maniera immediata. Osserviamo anche che la cifratura di tipo Atbash non è altro che un cifrario di Cesare con chiave 13 o chiave N. Dovrebbe ora risultare chiaro come sia possibile produrre continuamente nuove cifrature a partire da una qualunque trasformazione (biunivoca) tra le 26 lettere dell'alfabeto in se stesse, ossia da un qualunque elemento del gruppo delle permutazioni su 26 elementi S_{26} . Vedremo nel paragrafo 2.2, però, che tutte queste trasformazioni monoalfabetiche non riescono ad offrire elevati livelli di sicurezza perché non camuffano "abbastanza" il contenuto del messaggio, prestando il fianco ad una serie di attacchi statistici che ne minano la robustezza.

Concludiamo la nostra panoramica con una versione più sofisticata dell'idea utilizzata per il cifrario di Cesare. Questa idea si diffuse nel XVI secolo presso la corte di Enrico III in Francia e divenne nota come il Cifrario di Vigenère, benché si faccia oggi risalire la sua invenzione all'italiano Giovan Battista Bellaso, che la descrisse in un suo libro del 1533 [4], ben 50 anni prima che ne facesse uso Vigenère [28]. L'idea di Blaise de Vigenère fu quella di non ricorrere più ad una singola trasformazione dell'alfabeto nella cifratura, ma di sfruttare diverse trasformazioni per diverse lettere. In termini moderni si trattava di applicare una trasformazione polialfabetica al messaggio da cifrare: si sceglievano un certo numero di sostituzioni monoalfabetiche del tipo cifrario di Cesare e si utilizzava una diversa trasformazione per ciascuna lettera, ripartendo poi dalla prima delle trasformazioni se il numero di lettere del messaggio da cifrare era maggiore del numero di trasformazioni prescelto. In questo caso, la chiave di cifratura del metodo era data da una sequenza di chiavi, una per ciascuna delle trasformazioni monoalfabetiche di tipo cifrario di Cesare: ad esempio se alla prima lettera si applicava una cifrature con chiave 4 (la medesima dell'esempio precedentemente visto) ed alla successiva una cifratura con chiave 7, la chiave del cifrario di Vigenère ottenuto dalla combinazione di questi due cifrari di Cesare sarebbe 47 o, in maniera del tutto equivalente, DG utilizzando la lettera cifrata corrispondente alla 4 al posto del numero di lettere di cui si deve spostare ciascuna lettera dell'alfabeto. Questa rappresentazione della chiave fornisce anche un semplice meccanismo per memorizzare la chiave di cifratura scelta: invece di ricordare il numero di lettere per cui si deve far scorrere l'alfabeto in corrispondenza di ciascuna lettera del messaggio "in chiaro", si può memorizzare una parola che rappresenti l'insieme delle trasformazioni da applicare. Riprendiamo l'esempio precedente, la cifratura del messaggio VENI VIDI VICI, e applichiamo questa volta un cifrario di Vigenère con chiave LUPO. In altre parole, applichiamo alla prima lettera del messaggio la trasformazione monoalfabetica che cifra A in L, alla seconda lettera la trasformazione che cifra A in U, alla terza lettera la trasformazione che cifra A in P, alla quarta lettera la trasformazione che cifra A in O, e poi ripetiamo le trasformazioni in ordine per le lettere successive. In altre parole si sfruttano i seguenti alfabeti cifranti:

• per la prima lettera:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K





• per la seconda lettera:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T

• per la terza lettera:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z
P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N O

• per la quarta lettera:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I J K L M N

ripartendo dalla prima trasformazione per le lettere successive. Il messaggio cifrato risultante sarà quindi:

VENI VIDI VICI GYCW GCSW GCRW

Ovviamente la scelta di una chiave breve, e lunga quanto le singole parole del messaggio, se da un lato permette una applicazione mnemonica molto semplice della chiave di cifratura, dall'altro rende molto debole la cifratura stessa offrendo numerose regolarità nel messaggio cifrato (ad esempio, si vede subito che le V iniziali e le I finali di ciascuna parola vengono trasformate sempre tramite la medesima cifratura e, di conseguenza, si traducono nelle stesse lettere G e W) che possono suggerire attacchi efficaci ad un osservatore non autorizzato. La scelta di una chiave più lunga avrebbe sicuramente rafforzato la sicurezza della cifratura anche se è la procedura stessa a presentare debolezze simili a quelle del cifrario di Cesare ogniqualvolta che la chiave scelta non sia di lunghezza comparabile alla lunghezza del messagio da trasmettere. Concludiamo notando che il cifrario di Vigenère rappresenta un ulteriore esempio di cifratura simmetrica.

2.2 Attaccare un messaggio cifrato

Cifrature come quelle presentate nel paragrafo precedente possono apparire sicure perché a prima vista il messaggio risultante dalla trasformazione applicata non presenta, in genere, particolari somiglianze con il messaggio originale. Tuttavia non è veramente così, in quanto anche la procedura utilizzata per modificare i messaggi è tale da conservare una delle caratteristiche peculiari di tutti i messaggi di senso compiuto in una lingua: la distribuzione delle lettere nelle parole non è uniforme come sarebbe in una stringa di lettere generata in maniera casuale, un fatto già noto agli Arabi sin dal IX secolo d.C. ³.

Ciascuna lingua ha infatti una propria specifica "impronta", data dalla frequenza con cui le diverse lettere compaiono nella parole di senso compiuto. In Italiano, ad esempio, le vocali sono molto più frequenti delle altre lettere (con l'eccezione della ${\tt u}$) ed alcune consonanti quali la ${\tt q}$ e la ${\tt z}$ sono molto poco frequenti. Mostriamo in figura e in tabella la distribuzione statistica delle varie lettere dell'alfabeto nella lingua italiana.

³Tradizionalmente si fa risalire questa scoperta al filosofo e matematico arabo Al-Kandi, 801–873 d.C..





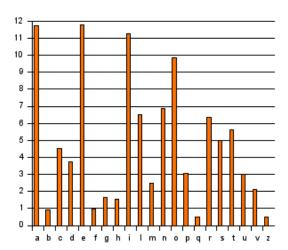


Figura 1: Frequenze delle lettere in un testo. (fonte: Wikipedia, autore: Mune~commonswiki)

Lett.	Freq	Lett.	Freq	Lett.	Freq
a	11.74%	h	1.54%	q	0.51%
Ъ	0.92%	i	11.28%	r	6.37%
С	4.50%	1	6.51%	s	4.98%
d	3.73%	m	2.51%	t	5.62%
e	11.79%	n	6.88%	u	3.01%
f	0.95%	0	9.83%	v	2.10%
g	1.64%	p	3.05%	z	0.49%

È importante osservare che questa distribuzione rimane sostanzialmente invariata se le parole vengono cifrate con il metodo del cifrario di Cesare o con quelli documentati nell'Antico Testamento. In questi casi, infatti, a ciascuna lettera è associata univocamente la sua "lettera trasformata", che rimane sempre la stessa durante tutta la procedura di cirfratura. Quindi, se si contano le frequenze delle lettere nei messaggi cifrati con una stessa chiave, si potrà concludere con una certa sicurezza che tra le lettere più presenti ci saranno le lettere in cui vengono trasformate la a, la e e la i. È quindi possibile provare a tradurre il messaggio cifrato con queste tre opzioni ed analizzare se sia possibile individuare combinazioni di lettere che suggeriscano parole di senso compiuto oppure provare ulteriori sostituzioni per le consonanti più frequenti come n, 1 e r.

Con il cifrario di Vigenère non è possibile condurre la medesima analisi delle frequenze, visto che a lettere consecutive corrispondono trasformazioni differenti. Se si fosse tuttavia a conoscenza della lunghezza L della chiave di cifratura e se il messaggio intercettato fosse sufficientemente lungo, sarebbe possibile analizzare separatamente le lettere a cui è stata applicata la medesima cifratura, separando il messaggio cifrato in L sequenze separate, ed applicando a ciascun sotto-messaggio l'analisi compiuta in precedenza. In questo modo si potrebbe potenzialmente ricostruire la chiave di cifratura utilizzata e quindi accedere al messaggio originale.

In generale, ovviamente, la lunghezza della chiave di cifratura non è nota ma esistono dei test a cui è possibile sottoporre il messaggio intercettato per congetturare quale possa essere la lunghezza della





chiave. Il più celebre è quello elaborato da Kasiski [17] nel 1863 e consiste nel cercare all'interno del messaggio cifrato delle sequenze di lettere consecutive che si ripetano. A causa della distribuzione non uniforme delle lettere discussa poco sopra, vi è una più alta probabilità che si tratti della medesima sequenza cifrata con la medesima trasformazione che non di due sequenze differenti che casualmente vengono trasformate nella medesima. Quando in effetti questo è vero, allora il numero delle lettere che separano le due sequenze deve essere un multiplo della lunghezza della chiave di cifratura, altrimenti non sarebbe la medesima trasformazione ad essere applicata. Se ad esempio la distanza tra le lettere iniziali di tali sequenze fosse pari a 12, si potrebbe ipotizzare che la lunghezza della chiave di cifratura sia 2, 3, 4, 6 o 12. In ciascun caso, scomponendo il messaggio in un numero corrispondente di sotto-messaggi, si può applicare l'analisi delle frequenze e testare se in effetti vi sia una potenziale corrispondenza tra le lettere nel messaggio cifrato e le lettere di un messaggio in chiaro di senso compiuto.

2.3 I progressi sino alla fine della Prima Guerra Mondiale

Abbiamo visto sinora che molti dei metodi utilizzati fino al XVII secolo si basano sull'applicazione di una o più trasformazioni alfabetiche, ossia permutazioni delle lettere, al messaggio da trasmettere e che l'uso di poche trasformazioni (o addirittura di una sola) presta il fianco ad attacchi crittoanalitici basati sull'analisi delle frequenze. Dovrebbe quindi apparire chiaro che maggiore è la lunghezza della chiave di cifratura, ossia il numero delle diverse trasformazioni che vanno a comporre il cifrario completo, maggiore sarà la sicurezza garantita. Il numero di lettere che utilizzano la medesima trasformazione, infatti, sarà in questo modo minimizzato e renderà difficile qualsiasi attacco analogo a quelli descritti nel paragrafo 2.2. Portando il ragionamento al limite, si giunge in maniera naturale al cosiddetto codice Vernam o codice One Time Pad che fornisce una cifratura inattaccabile tramite l'uso di una chiave lunga quanto il messaggio stesso, che non possa essere ripetuta per messaggi successivi. È interessante notare come il matematico americano Claude E. Shannon, padre della moderna teoria dell'informazione, abbia dimostrato in modo rigoroso l'inviolabilità di questo codice nel 1949 [23]. Eppure, nella pratica, tale codice "perfetto" non è utilizzabile in situazioni che richiedano scambi frequenti di messaggi tra numerosi utilizzatori. In un simile contesto, infatti, il fulcro del problema si sposterebbe sulla ricerca di una procedura sicura per la trasmissione della chiave stessa, o su come permettere al trasmittente e al ricevente di accordarsi sull'uso di una specifica chiave per la trasmissione del messaggio, e tali problemi sarebbero sostanzialmente equivalenti a quello di partenza.

Senza arrivare a questa soluzione estrema, tuttavia, è possibile cercare delle procedure "di compromesso" in cui, pur senza essere garantita una completa inviolabilità, sia fornita una ragionevole sicurezza nelle comunicazioni. È sostanzialmente con questo fine che i metodi di cifratura progredirono tra i secoli XVII e XX lungo due diversi binari: da un lato la costruzione di strumenti meccanici che permettessero di applicare con semplicità cifrari di Vigenère con chiavi particolarmente lunghe (citiamo a titolo di esempio il cilindro cifrante di Jefferson, proposto dal futuro presidente degli Stati Uniti Thomas Jefferson quando era Segretario di Stato di George Washington, come soluzione per la segretezza delle comunicazioni diplomatiche [16]); dall'altro l'utilizzo dei cosiddetti cifrari poligrafici o a repertorio, soprattutto in ambito diplomatico, in cui si utilizzavano specifici codebook che prescrivevano come cifrare specifiche parole chiave "sensibili" e poi cifravano il resto del testo suddividendolo in blocchi di 2 o 3 lettere e prescrivendo la regola per cifrare ciascun blocco.

Questo era lo scenario in cui avvenivano le comunicazioni diplomatiche e militari sino alla fine della Prima Guerra Mondiale ed all'inizio degli anni '20. Allo stesso tempo, però, l'intercettazione dei messaggi cifrati diventava sempre più facile grazie alla rapida affermazione del telegrafo e della radio come strumenti di comunicazione prediletti: essi da un lato fornivano rapidità e facilità di trasmissione senza pari, ma





al contempo erano caratterizzati da una maggiore facilità di intercettazione da parte di "ascoltatori non autorizzati". Appare evidente, con il senno di poi, che parallelamente all'ampia diffusione dei nuovi mezzi di comunicazione, non si fosse per nulla affermata una adeguata sensibilità ai rischi legati ad un eventuale furto dei *codebook*. Una simile fuga di informazioni sulle procedure usate da forze armate e corpi diplomatici, congiunta alla semplicità di accesso alle comunicazioni stesse, avrebbe permesso al nemico completo accesso al contenuto delle comunicazioni, concedendogli così un enorme vantaggio strategico.

Complice di questo scarso interesse verso la sicurezza delle comunicazioni era sicuramente il fatto che alcuni dei grandi successi dell'intelligence inglese durante la Prima Guerra Mondiale erano rimasti secretati anche dopo la fine del conflitto. Non era nota, ad esempio, la cattura dell'incrociatore tedesco *Magdeburg* da parte dei russi (nell'agosto 1914) che aveva permesso l'acquisizione dei *codebook* usati dalla Marina tedesca per le loro comunicazioni strategiche. Nè era noto il recupero del cifrario diplomatico 13040 dai bagagli di un agente tedesco in Persia (nel marzo 1915) da parte di spie britanniche. Tali documenti avevano fornito agli agenti inglesi una finestra spalancata sulle comunicazioni tedesche e ciò costituì un chiaro vantaggio per la Gran Bretegna in numerosi episodi.

Un esempio su tutti fu il caso del celebre telegramma Zimmermann. Tale messaggio fu inviato nel gennaio 1917 dall'allora Ministro degli Esteri tedesco all'ambasciatore di Germania in Messico, affinché proponesse un'alleanza tra Messico e Germania nel caso gli Stati Uniti fossero entrati in guerra, e venne intercettato dai britannici. Dopo essere stato decifrato, venne passato ai diplomatici USA come leva per convincere il Congresso a dichiarare guerra alla Germania, schierandosi al fianco del Regno Unito nel conflitto. Furono anche informazioni come questa a giocare un ruolo di primo piano nell'orientare l'opinione pubblica americana verso una posizione interventista, soprattutto dopo che Zimmermann stesso ne confermò la paternità, dissipando i dubbi che si erano diffusi sulla sua autenticità.

Solo dopo il 1923, a seguito della pubblicazione del libro The World Crisis 1911-1918 di Winston Churchill [5] e di un libro della Marina britannica che raccoglieva i resoconti della Prima Guerra Mondiale dal punto di vista inglese [6], l'Esercito tedesco venne a conoscenza del danno causato dall'inadeguato livello di sicurezza dei loro messaggi. Fu solo a partire da tale data che si iniziò a diffondere la necessaria attenzione verso la sicurezza dei meccanismi di cifratura utilizzati per le comunicazioni più sensibili. I tedeschi erano comunque in buona compagnia: sino all'inizio della Prima Guerra Mondiale l'Esercito russo neppure cifrava le proprie comunicazioni radio e quello italiano utilizzava una cifratura che era una semplice variante della cifratura di Vigenère (il cosiddetto cifrario militare tascabile) di cui erano note le debolezze principali e che infatti poneva una ben misera sfida agli "uffici delle cifre" delle altre nazioni europee, i quali potevano facilmente violarne la chiave.

2.4 Il brevetto di Enigma e le altre macchine cifranti

Con l'avvento del XX secolo ed i relativi progressi della tecnica, anche la tecnologia al servizio delle comunicazioni diplomatiche e militari vide un forte sviluppo. Al termine della Prima Guerra Mondiale, un ingegnere tedesco ottenne il brevetto per il progetto di una macchina meccanica capace di cifrare i messaggi tramite un enorme numero di possibili cifrature: Enigma [22]. Arthur Scherbius, che aveva compiuto studi di ingegneria presso le università di Monaco e Hannover, aveva compreso a pieno l'importanza della sicurezza nelle comunicazioni strategiche, sia industriali che militari, e cercava di monetizzare questa sua intuizione proponendo una soluzione tecnicamente molto avanzata e capace di essere adattata sia ad uso civile che militare.

Il design era decisamente innovativo, andando a combinare una successione di rotori meccanici, ciascuno capace di applicare una trasformazione monoalfabetica (come descritto nel paragrafo 2.1), ad alcuni cavi scambiatori, che potevano invertire coppie di lettere del messaggio. Vedremo maggiori dettagli sul





funzionamento di Enigma e delle sue componenti meccaniche nel seguito di questo contributo (paragrafo 2.5 e soprattutto sezione 3), ma per ora basti dire che nessuna macchina per cifrare dell'epoca offriva un livello di complessità della cifratura comparabile. Tuttavia i tempi non erano ancora maturi: quando Scherbius, insieme al suo socio Ernst R. Ritter, propose la sua macchina alla Marina ed al Ministero degli Esteri si sentì dire che non c'era interesse ad adottare una simile soluzione. Anche in ambito industriale la risposta fu decisamente fredda e, complice l'alto prezzo a cui era offerta la macchina, gli esemplari prodotti restarono per lo più invenduti.

Solo dopo il 1923, come detto nel paragrafo precedente, si diffuse una maggiore consapevolezza dei danni che comunicazioni insicure possono apportare. Questo cambio di atteggiamento fu particolarmente riscontrabile in ambito militare, laddove i danni erano stati maggiormente evidenti durante il conflitto mondiale, e segnò l'inizio del successo di Enigma: nel 1925 ne cominciò la produzione su larga scala per l'Esercito e, nei 20 anni successivi, più di 30000 esemplari furono assemblati e venduti per uso militare e civile in Germania. Nè si fermò lo sviluppo tecnico: nuovi modelli più avanzati e sicuri furono adottati durante tutto il periodo di produzione e la richiesta di nuovi modelli, capaci di garantire livello di sicurezza ancora maggiori da parte della Marina, dell'Aviazione e dell'Esercito era pressoché continua.

Per una migliore comprensione del mutato clima nei confronti delle macchine cifranti a partire dalla fine degli anni '20, vale la pena osservare che Enigma non fu l'unica macchina cifrante a venire sviluppata. A seguito del suo successo, infatti, negli anni '30 l'inventore svedese Boris Hagelin sviluppò e produsse un gran numero di modelli di machine cifranti, (tra le tante: la C-36, la C-38 e la M-209), capaci di offrire diversi livelli di sicurezza e diverso ingombro (vi era addirittura un modello portatile, il C-35, con misure pari a circa 13 x 11 x 5 cm). Negli stessi anni i Giapponesi, che durante i negoziati per il Trattato Navale di Washington (1922) erano stati vittime di falle nella sicurezza delle proprie trasmissioni paragonabili a quelle dei tedeschi durante la Prima Guerra Mondiale, cominciarono a sviluppare i primi prototipi di macchine cifranti a rotori (i progetti Red e Purple, nomi in codice per le Typewriter Type 91 e Type 97, rispettivamente). Anche negli Stati Uniti vennero sviluppate alcune nuove macchine cifranti, quali la macchina a rotori di Hebern o la SIGABA sviluppata durante la Seconda Guerra Mondiale da William Friedman, all'epoca direttore del Signals Intelligence Service dell'Esercito degli Stati Uniti. Esse non ebbero un analogo successo a causa della fragilità e dell'ingombro che le caratterizzavano, nonostante fornissero una sicurezza comparabile (addirittura superiore nel caso della SIGABA) a quella di Enigma. Menzioniamo infine il fatto che anche in Germania, accanto alle macchine Enigma, vennero sviluppare durante la Seconda Guerra Mondiale ulteriori macchine cifranti, dotate di un maggior numero di rotori, che venivano collegate direttamente alle telescriventi fornendo un alto livello di sicurezza per le comunicazioni tra l'Alto Comando a Berlino ed i centri di comando dell'Esercito nei vari paesi occupati. Ricordiamo tra queste le macchine cifranti Lorenz SZ40 e SZ42 e le Siemens & Halske T52, in produzione ed uso tra il 1942 ed il 1945. In particolare le macchine Lorenz furono storicamente rilevanti in quanto portarono allo sviluppo di *Colossus*, il primo computer programmabile basato sull'elettronica digitale, che venne costruito alla GC&CS di Bletchley Park (il principale centro di ricerca Alleato sulle cifrature, di cui parleremo più approfonditamente nel paragrafo 2.7) da un gruppo di ingegneri capitanato da Tommy Flowers 4. La decifrazione di queste macchine telescriventi, chiamate in codice Tunny dai crittoanalisti, viene anche ricordata in quanto portata a termine sulla base dei soli messaggi intercettati e di ragionamenti probabilistici e crittoanalitici simili a quelli che presenteremo nel seguito, ma senza avere a disposizione alcuna macchina fisica che potesse aiutare a ricostruirne il funzionamento. Rimandiamo il lettore interessato a [7, 29].

⁴Va detto che, diversamente da quanto accade nei computer attuali, la programmazione in *Colossus* consisteva in una serie di connessioni e interruttori da posizionare correttamente sulla macchina stessa e non nella "compilazione binaria" di un eseguibile residente nella memoria del calcolatore.





2.5 Breve descrizione dei settaggi configurabili in una macchina Enigma

Mentre una più approfondita descrizione della cifratura verrà riportata nella sezione 3, è opportuno fornire a questo punto una prima descrizione del funzionamento della macchina Enigma e, in particolare, dei settaggi quotidianamente a disposizione degli operatori.

A prima vista una macchina Enigma può sembrare una specie di macchina da scrivere o telescrivente, essendo dotata di una tastiera che permetteva la digitazione delle 26 lettere dell'alfabeto (i numeri venivano scritti per esteso nelle comunicazioni, ossia EINS, ZWEI, DREI, ecc.) ed un pannello luminoso su cui l'operatore poteva leggere la lettera cifrata corrispondente a ciascuna lettera in chiaro del messaggio. Non vi era modo di stampare il messaggio cifrato e quindi si doveva prendere nota delle lettere del messaggio una per volta, mano a mano che le lettere originali venivano digitate.

La cifratura che una macchina Enigma applicava al messaggio si compone sostanzialmente di due parti: una trasformazione polialfabetica, applicata dai rotori, ed uno scambio tra un certo numero di coppie di lettere, applicato tramite i cavi della plug board.

La seconda componente è la più semplice da descrivere: ogni giorno l'operatore veniva istruito su quali coppie di lettere dovessero essere scambiate dopo l'applicazione della prima cifratura da parte dei rotori, ed egli inseriva i corrispondenti cavi scambiatori nella *plug board* frontale della macchina, ottenendo gli scambi desiderati.

Il cuore della cifratura però risiedeva nei suoi rotori: tali rotori non erano altro che dei dischetti rotanti con una serie di contatti elettrici su entrambi i lati; i cavi che connettevano i contatti all'interno dei dischi implementavano una permutazione "fissa" delle 26 lettere dell'alfabeto, ossia una trasformazione monoalfabetica di poco più complessa rispetto a quelle descritte nel paragrafo 2.1. Ciò che rendeva la cifratura ottenuta tramite le macchine Enigma così sicura era il fatto di utilizzare una trasformazione diversa per ciascuna lettera del messaggio da inviare, senza bisogno di organizzare scambi di chiavi di cifratura troppo complesse. Meccanicamente si otteneva tale effetto montando tre rotori in serie, interconnessi come pezzi adiacenti di un meccanismo, con il terzo rotore che avanzava di una posizione ogniqualvolta una lettera veniva cifrata. Dopo un certo numero di scatti, il terzo rotore provocava un avanzamento nel secondo rotore, e questi a sua volta poteva fare avanzare il primo rotore quando raggiungeva un certa posizione. In questo modo l'effetto complessivo di una macchina Enigma è quello di una trasformazione polialfabetica applicata all'intero messaggio, con una chiave lunga (26)³ = 17576 caratteri, ossia una cifratura di grande sicurezza: la medesima trasformazione non potrebbe mai venire applicata due volte ad uno stesso messaggio, se non dopo una rotazione completa di tutti e tre i rotori, e nessun operatore si sognerebbe di inviare messaggi lunghi più di 17000 caratteri in un'unica trasmissione.

Ad aggiungere ulteriore complessità vi erano il fatto che la serie di trasformazioni applicate al messaggio dipendeva dalla posizione iniziale dei tre rotori, che usualmente mutava per ciascun messaggio, ed il fatto che le permutazioni "fisse" applicate da ciascun rotore potevano essere modificate tramite un "anello" che correva lungo il dischetto rotante. Con questo ulteriore accorgimento era possibile "traslare" di un certo numero di posizioni i contatti elettrici, e quindi di "traslare" parimenti la cifratura applicata dello stesso numero di lettere.

Riassumendo, quindi, ogni giorno i settaggi della macchina Enigma riguardavano:

- la scelta dei rotori da utilizzare e del loro ordine (Walzenlage),
- la scelta della posizione dell'anello di ciascun rotore (Ringstellung),
- la scelta delle posizioni iniziali in cui porre i rotori (Grundstellung),





• infine la scelta delle coppie di lettere da scambiare tramite i cavi della plug board (Steckerverbindungen).

Le versioni della macchina utilizzate negli anni '20 usavano solo tre rotori, il cui ordine veniva scelto dagli operatori ogni giorno, e sei cavi scambiatori. Le versioni evolute utilizzate a partire dai tardi anni '30 invece, permettevano di scegliere i tre rotori tra cinque a disposizione e fornivano dieci cavi scambiatori. La Marina tedesca, ossia la *Kriegsmarine*, era fornita di un numero maggiore di rotori, ben 8, tra cui venivano scelti i tre da utilizzare in una certa giornata. A partire dal 1942, la *Kriegsmarine* ottenne anche la costruzione di una versione ulteriormente evoluta in cui i rotori utilizzati in serie erano quattro invece che tre, con un quarto rotore che poteva essere scelto solo tra due a disposizione e che non ruotava, ma poteva essere configurato come gli altri in una qualunque delle 26 posizioni iniziali possibili.

Nel seguito del nostro scritto, concentreremo la nostra attenzione per lo più sulla versione di Enigma a tre rotori e 10 cavi scambiatori, con i rotori scelti tra cinque disponibili, come avveniva per la maggior parte delle comunicazioni tra il 1939 ed il 1942. Osserviamo anche che in questo paragrafo, pur analizzando una larga parte delle componenti di Enigma, abbiamo trascurato una serie di dettagli tecnici, come la presenza del riflettore accanto ai rotori o la frequenza con cui ciascun rotore provoca l'avanzamento del rotore a lui adiacente. Torneremo ad analizzarli nel seguito (più precisamente nella sezione 3) quando descriveremo più specificamente le proprietà della cifratura che potevano essere ricavate a partire dalla conoscenza del funzionamento meccanico di Enigma.

2.6 Il periodo tra le due guerre

Con l'adozione della macchina Enigma da parte dei diplomatici e militari tedeschi per cifrare le proprie comunicazioni, i servizi di intelligence britannici e francesi si trovarono alle prese con un problema ben più complesso di quelli che avevano dovuto affrontare sino alla Prima Guerra Mondiale. Nonostante la possibilità di avere accesso ad alcune macchine Enigma di tipo civile e commerciale, infatti, divenne presto ben chiaro che l'alto numero di possibili configurazioni della macchina rendeva proibitivo il lavoro di decifrazione dei messaggi intercettati.

Sino alla fine degli anni '20, quindi, i servizi di intelligence della maggior parte delle nazioni europee ritennero semplicemente inviolabile la cifratura offerta da Enigma, complice anche il minor senso di urgenza percepito nel periodo di relativa pace e stabilità. Un diverso sentimento era però provato dai polacchi che, schiacciati tra le due grandi potenze tedesca e russa a seguito degli accordi stipulati al termine della Prima Guerra Mondiale, nutrivano un grande interesse strategico verso una effettiva decifrazione dei dispacci tedeschi. Tale interesse si tradusse, nel periodo a cavallo tra la fine degli anni '20 e i primi anni '30, in ingenti investimenti sulla ricerca di nuovi attacchi crittoanalitici che potessero incrinare la sicurezza delle comunicazioni tedesche, accompagnati dalla creazione di un intero dipartimento governativo dedicato allo scopo: il Biuro Szyfrów.

Si può dire che si trattò di denaro ben speso visto che, a fine 1932, i tecnici polacchi del gruppo guidato da Marian Rejewski, Jerzy Różycki e Henryk Zygalski riuscirono effettivamente a violare la cifratura delle macchine Enigma a tre rotori usate all'epoca, tramite una combinazione di ragionamento matematico e attacchi brute force condotti da macchine meccaniche dette "bomba kryptologiczna". Si trattava sostanzialmente di un approccio in due fasi: dapprima si sfruttavano le informazioni disponibili sulla struttura dei messaggi trasmessi, così da ridurre il numero di possibili settaggi che fossero compatibili con i messaggi intercettati; al termine di questo primo lavoro di riduzione, tutte le combinazioni rimaste venivano testate in maniera sistematica dalle macchine bomba, fino a giungere all'effettiva individuazione delle configurazioni giornaliere della macchina e quindi alla decifrazione dei messaggi.





Questo successo polacco, presto condiviso con gli omologhi servizi francesi loro alleati, permise di avere nuovamente accesso alle comunicazioni tedesche per gran parte degli anni '30. A partire dal 1938, però, i tedeschi passarono ad una versione più evoluta di Enigma che, pur utilizzando ancora tre rotori per la cifratura del messaggio, ne metteva a disposizione cinque in totale permettendo così ai tedeschi di scegliere giornalmente tra ben 60 combinazioni dei rotori (che rappresentano i possibili modi di ordinare tre oggetti distinti a partire da cinque possibili) invece dei 6 originali, rendendo la complessità della decifrazione superiore a quella affrontabile dalle macchine bomba costruite dagli analisti polacchi.

2.7 Bletchley Park e lo scoppio della Seconda Guerra Mondiale

Allo scoppio della Seconda Guerra Mondiale nel 1939, i servizi di intelligence di tutto il mondo si trovarono sostanzialmente impreparati di fronte alla sfida posta dai messaggi cifrati con i modelli più avanzati di Enigma. Pur essendo in contatto con l'intelligence polacca, e quindi potendo fare tesoro dei successi ottenuti dai decifratori polacchi, l'elevato numero di settaggi con cui potevano essere configurate quotidianamente le macchine Enigma tedesche era semplicemente non affrontabile con i mezzi a disposizione. Senza contare il fatto che si trattava di una continua gara contro il tempo: al termine di ciascuna giornata le configurazioni della macchina venivano modificate, riportando il lavoro di decifrazione al punto di partenza.

La Gran Bretagna, molto sensibile al tema della decifratura dei messaggi, aveva istituito a fine 1938 la Government Code and Cypher School (GC&CS) a Bletchley Park, nel Buckinghamshire, e dall'autunno 1939 aveva cominciato a reclutare matematici e scienziati per attaccare i messaggi in codice di Esercito, Aviazione e Marina tedeschi.

Si trattava di una scelta non ovvia e *all'avanguardia* perché sino ad allora la crittografia era stata vista come un'arte più consona a letterati ed enigmisti che a scienziati. Tuttavia, i progressi della meccanica e l'avvento delle macchine per la cifratura rendevano necessario un nuovo approccio, più sistematico e scientifico, da affiancare all'usuale expertise sfruttata sino ad allora.

Tra le personalità, reclutate dal governo britannico per lavorare a Bletchley Park e provenienti dai dipartimenti di matematica del Regno Unito, menzioniamo Peter Twinn (dall'Università di Oxford), John Jeffreys, Alan Turing e Gordon Welchman (dall'Università di Cambridge) e, negli anni successivi allo scoppio della guerra, Derek Taunt, Irving J. Good, Bill Tutte e Max Newman, reclutati da vari atenei britannici. Accanto a costoro, furono chiamati anche storici come Harry Hinsley, campioni di scacchi come Hugh Alexander e Stuart Milner-Barry, e altri accademici come Dilwyn Knox, esperto di papirologia.

Le attività frenetiche delle centinaia (e poi migliaia) di persone impiegate nelle *Hut* e nei *Block* di Bletchley Park, ossia i due tipi di strutture a cui i crittoanalisti erano assegnati con compiti diversi, coprivano tutte le fasi dell'intelligence, dall'intercettazione alla decifrazione, alla traduzione dei messaggi decifrati, sino al loro invio all'MI6, ossia alla divisione dell'intelligence militare che si sarebbe occupata dell'utilizzo delle informazioni ottenute e che avrebbe preparato le giustificazioni per le informazioni ottenute. Era infatti fondamentale che i nemici non sospettassero mai che si fosse giunti alla completa decifrazione dei messaggi ed era necessario trovare spiegazioni sufficientemente credibili per le "fughe di notizie", quali agenti tedeschi doppiogiochisti che passassero informazioni ad inglesi o francesi, o falle dell'intelligence degli alleati della Germania. L'insieme delle informazioni così ottenute era definita *Ultra intelligence* perché coperta da un livello di segretezza superiore a quelli usati sino ad allora (che arrivavano sino a *Most Secret*).

Il maggior risultato degli sforzi dei gruppi di crittoanalisti di Bletchley Park fu lo sviluppo di una versione evoluta delle macchine bomba polacche, capace di attaccare anche i messaggi criptati con le





macchine Enigma rinnovate. Vi lavorarono per lungo tempo sia Turing che Welchman e altri membri assegnati al team della *Hut 8*. Infatti se da un punto di vista concettuale le macchine polacche erano potenzialmente in grado di trovare le chiavi di cifratura per i messaggi delle nuove macchine Enigma, nella pratica tali macchine *bomba* avrebbero impiegato anni per scoprire la chiave usata dai tedeschi per un singolo giorno, rendendo pressoché inefficace il lavoro di intelligence svolto quotidianamente. Allo stesso tempo mancavano i fondi per costruirne in numero maggiore, per tentare una "parallelizzazione" della ricerca, visto che ciascuna macchina costava circa 100.000£ e la Gran Bretagna in quel momento poteva difficilmente permettersi grossi investimenti, visti i continui costi da sostenere per contrastare gli attacchi delle forze dell'Asse.

L'unica speranza per decifrare i messaggi tedeschi in tempo utile era quella trovare un modo per ridurre sensibilmente il numero di possibili chiavi da testare, ed è in questo campo che il teorema di Bayes si rivelò infine un ingrediente di enorme importanza. Come vedremo nella sezione 5, infatti, tale teorema permetteva di scartare come incompatibili con i messaggi intercettati un gran numero di possibili configurazioni giornaliere e questo, congiuntamente con l'utilizzo dei cosiddetti crib (su cui torneremo nel paragrafo 4.3) quando questi erano disponibili, riduceva la mole di lavoro a carico delle macchine bomba quanto bastava per far breccia nel muro della sicurezza di Enigma.

2.8 Mosse e contromosse durante il conflitto

Durante la guerra ci furono varie evoluzioni dei modelli di macchine Enigma utilizzate, soprattutto per quanto riguarda la versione usata dalla Marina tedesca. Infatti la *Kriegsmarine*, ben conscia del ruolo cruciale giocato dagli U-boot nella guerra di mare, continuava ad affinare le strategie di invio dei propri messaggi e a richiedere versioni ancora più sicure della macchina. Per esempio i messaggi non potevano mai essere più lunghi di un certo numero di caratteri, alcune parole venivano scambiate prima della cifrature con altre, utilizzando specifici *codebook*, e per la cifratura venivano usate macchine Enigma dotate di un numero maggiore di rotori disponibili (i tre rotori erano scelti tra 8 possibili invece che 5).

L'esistenza di un livello di complessità addizionale nei messaggi della Kriegsmarine era noto agli Alleati, che tentarono a più riprese di recuperare i manuali di utilizzo dagli U-boot attaccati, seppure senza successo. Nel 1940 Ian Fleming, destinato a creare il personaggio di James Bond dopo il conflitto e all'epoca consigliere della Naval Intelligence Division, propose di inscenare un incidente aereo con soldati britannici camuffati nei pressi di una nave tedesca per cercare di cogliere di sorpresa l'equipaggio e recuperare i manuali utilizzati dai marconisti tedeschi. L'operazione non venne messa in atto, ma testimonia l'elevato interesse verso tali documenti a tutti i livelli della catena di comando. Gli Alleati riuscirono a mettere le mani su una di queste macchine evolute e sui relativi rotori solo nel maggio 1941, quando l'equipaggio del cacciatorpediniere HMS Bulldog riuscì a salire a bordo dell'U-110 e il sottotenente di vascello David Balme riuscì a salvare dalla distruzione sia la macchina Enigma che i relativi manuali di configurazione.

In ogni caso, fu una vittoria di portata limitata: la Marina tedesca aveva già avviato un piano per rendere ancora più sicura la propria cifratura, utilizzando una diversa procedura per scegliere le chiavi di cifratura, che sarebbe divenuta effettiva nel novembre dello stesso anno. Tale nuova procedura consisteva nell'applicazione di multiple trasformazioni della chiave giornaliera, spiegate in "manuali di istruzioni" che i comandanti di vascelli e sottomarini avevano l'ordine di distruggere in caso di cattura. Per ulteriore precauzione i manuali erano stampati con un inchiostro che scoloriva velocemente a contatto con l'acqua così da accelerarne il deterioramento in caso di affondamento. Oltre a questo cambio di procedura, nel febbraio del 1942 la *Kriegsmarine* adottò anche una nuova versione di Enigma (a 4 rotori invece che 3). Con queste modifiche i messaggi tornarono ad essere del tutto inattaccabili per più di dieci mesi.





Allo stesso tempo, però, gli Alleati continuarono ad affondare e catturare U-boot, fino al recupero di una macchina Enigma del nuovo modello nell'ottobre 1942. Tale recupero, reso possibile dalla cattura dell'*U-559* da parte dell'*HMS Petard*, fornì gli strumenti necessari ai gruppi di analisti all'opera a Bletchley Park per decifrare le nuove procedure e porre fine al black out nell'intelligence navale.

Si trattava sostanzialmente di un inseguimento continuo, in cui ad ogni passo in avanti dei tedeschi gli Alleati dovevano trovare nuove vie per colmare la distanza. Tuttavia, non si trattava di un'impresa disperata: le coperture fornite per giustificare le informazioni fornite dall'intelligence *Ultra* reggevano e la *Kriegsmarine* era sostanzialmente all'oscuro dei progressi fatti dagli Alleati, sentendosi assolutamente sicura dell'inviolabilità delle proprie trasmissioni. Anche al termine della guerra molti ufficiali tedeschi si rifiutarono di accettare la rivelazione che Enigma fosse stata violata: costoro erano assolutamente convinti che i vari casi in cui gli Alleati avevano previsto manovre tedesche e anticipato le contromisure fossero sempre dovuti a casi fortuiti o al tradimento di proprie spie, ma mai si sognarono che a Bletchley Park fossero davvero riusciti a decifrare i messaggi criptati con Enigma. Questo forniva un importante vantaggio agli Alleati, visto che il senso di sicurezza evitava che le macchine Enigma venissero rimpiazzate da versioni più complesse o addirittura da macchine più moderne, la cui procedura di decifrazione sarebbe dovuta ripartire da zero.

2.9 Impatto sulla guerra

L'impatto delle informazioni intercettate e decifrate tramite l'intelligence Ultra sul conflitto fu enorme. Innanzi tutto le informazioni sulla posizione degli U-boot nel Mare del Nord, nella Manica e nell'Atlantico furono cruciali per ridurre le perdite di vite umane tra gli equipaggi degli incrociatori e dei mercantili delle potenze Alleate e per permettere l'arrivo di beni di prima necessità in Gran Bretagna.

Tuttavia vi furono anche numerosi episodi specifici in cui le informazioni ottenute grazie al lavoro degli analisti di Bletchley Park si rivelarono essenziali per l'esito favorevole agli Alleati [9, 30, 31]. Ne menzioniamo qui tre tra i tanti: la battaglia di Alam el Halfa, la battaglia di Capo Nord e lo sbarco in Normandia.

Partiamo dal fronte nord-africano dove, nel settembre del 1942, Rommel era da poco stato sconfitto nella prima battaglia di El Alamein e stava pianificando di portare un nuovo attacco alle forze alleate che impedivano l'avanzata verso Il Cairo. In particolare, egli intendeva attaccare alle spalle le truppe in movimento del comandante Montgomery, presso le alture Alam el Halfa. Montgomery, informato dall'intelligence dell'intenzione tedesca di attaccare da sud, decise di lasciare un varco nello schieramento in quella direzione e di attendere le truppe tedesche schierando molti dei suoi carri armati sulle alture. Caduti nell'inganno ed esposti al fuoco dei carri dalla posizione sopraelevata, i tedeschi non poterono far altro che ritirarsi e tornare a difendere le posizioni raggiunte ad El Alamein. Tra l'ottobre ed il novembre successivi El Alamein sarebbe stata teatro della seconda omonima battaglia, in cui le truppe dell'Asse avrebbero riportato una netta sconfitta che avrebbe rappresentato un punto di svolta per lo svolgimento della campagna del Nord-Africa.

Per quanto concerne la battaglia di Capo Nord, la Marina tedesca durante il 1942 e 1943 aveva affondato al largo della Norvegia numerosissimi convogli che cercavano di portare rifornimenti in Russia, sfruttando tra gli altri l'incrociatore Scharnhorst. Gli inglesi per cercare di neutralizzare la minaccia rappresentata da tale incrociatore decisero di tendergli una trappola. Un convoglio inglese partito il 20 dicembre e diretto verso la Russia avrebbe cercato di attirare l'attenzione dei tedeschi e la Marina britannica avrebbe cercato di isolare l'incrociatore e neutralizzarlo al largo della costa norvegese, con lo sforzo congiunto delle navi Destroyer che accompagnavano il convoglio e di quelle che scortavano un precedente convoglio di ritorno dalla Russia. Nei giorni intorno al 23 dicembre i messaggi intercettati





tra la Kriegsmarine e la Luftwaffe mostravano chiaramente che il convoglio diretto verso la Russia, con i suoi 19 vascelli più la scorta, aveva attirato l'attenzione dell'Aviazione tedesca e che quindi il piano Alleato poteva procedere come deciso. La notte del 25 dicembre l'incrociatore Scharnhorst lasciò il porto di Altenfjord, che utilizzava come base operativa, per intercettare i convogli al largo di Capo Nord. Tuttavia, sfruttando le avverse condizioni meteorologiche, che rendevano impossibile all'Aviazione tedesca di proseguire una sorveglianza pressante, gli Alleati deviarono la rotta del convoglio verso nordest e lasciarono in zona solo le navi della scorta. La mattina del 26 dicembre l'incrociatore Scharnhorst non fu in grado di individuare la posizione del convoglio e diede ordine ai cacciatorpedinieri al suo seguito di allargare l'area di ricerca, separandosi dallo Scharnhorst. Nel giro di poche ore le corazzate inglesi riuscirono a convergere verso la posizione dell'incrociatore che, invece di riavvicinarsi agli altri mezzi tedeschi, continuava a cercare il convoglio verso nord e portarono l'attacco che sarebbe culminato con l'affondamento dell'incrociatore prima di sera.

Vogliamo infine ricordare che la scelta stessa della data per lo sbarco in Normandia fu parzialmente dettata da messaggi decifrati grazie al lavoro dei crittoanalisti di Bletchley Park. Sin dal Maggio 1943, infatti, era stata stabilita la necessità di un'invasione terrestre dell'Europa Nord-Occidentale, da compiere nella primavera del 1944. Il commando delle operazioni alleate vagliò varie possibili località per lo sbarco delle truppe da assalto, ma la decisione doveva essere presa con grande cura perché era necessario scegliere un luogo che permettesse di mantenere, e poi espandere, delle teste di ponte Alleate sulle coste, senza subire l'attacco dell'Esercito corazzato tedesco. La scelta cadde sulla Normandia, ma allo stesso tempo venne pianificata ed attuata una serie di manovre diversive (la cosiddetta *Operazione Bodyguard*) che potessero indurre i tedeschi a pensare che l'invasione sarebbe avvenuta in un momento successivo ed in un luogo diverso, ad esempio al Pas de Calais, o nel nord della Norvegia, o anche nel sud della Francia. Il ruolo dell'intelligence *Ultra* in questa circostanza fu enorme perché fu in grado di confermare che i tedeschi si aspettavano effettivamente lo sbarco a Calais e che i "depistaggi" Alleati avevano avuto successo, permettendo quindi ad inglesi e americani di confermare la Normandia come luogo dello sbarco e di stabilire la data reale in cui effettuarlo.

3 Overview della cifratura di Enigma

3.1 Le componenti meccaniche di Enigma ed il loro effetto sulla cifratura

La cifratura dei messaggi da parte di una macchina Enigma è il risultato di una serie di diversi meccanismi che si sovrappongono l'uno all'altro. Il cuore del meccanismo è l'applicazione di una sostituzione monoalfabetica che cambia per ciascun messaggio che viene inviato. Tale sostituzione, in termini matematici, non è altro che l'applicazione di una permutazione delle lettere dell'alfabeto (ossia un elemento di S_{26}) che "rimescola" le lettere del messaggio rimpiazzandole con altre. Da notare che nei messaggi i numeri venivano scritti per esteso come parole, quindi si trattava effettivamente di messaggi utilizzanti solamente 26 caratteri in totale.

La determinazione precisa della sostituzione che viene applicata ad ogni lettera del messaggio è il risultato combinato di diverse componenti contenute all'interno di Enigma: da un lato i settaggi giornalieri, che risultano comuni a tutti i messaggi cifrati in quella data; dall'altro la scelta di una chiave specifica del singolo messaggio (o scelta liberamente dal marconista, o ottenuta come risultato di una complessa procedura standard a partire da alcune "radici" comuni).

Per dare un'idea più precisa di come venisse determinata e poi applicata la sostituzione delle singole lettere, dobbiamo volgere lo sguardo all'interno delle unità Enigma. Il primo elemento da considerare





sono i tre rotori che occupano la parte centrale del meccanismo. Mentre l'operatore cifra il messaggio che deve essere trasmesso, a ciascuna lettera del messaggio corrisponde il passaggio di un segnale elettrico attraverso i tre rotori. Tale segnale parte dal tasto premuto dall'operatore, attraversa i tre rotori in serie, poi viene riflesso dal riflettore (posto a destra dei rotori) ed infine ripassa attraverso i tre rotori in ordine inverso prima di andare ad illuminare la lettera cifrata corrispondente alla lettera cifrante.

In realtà, prima del passaggio tra i rotori e prima di arrivare al pannello di output, la lettera cifrata viene anche scambiata dalla *plug board* se si tratta di una delle 20 lettere soggette a scambio quel giorno.

A complicare la questione interviene il fatto che, oltre alla selezione dei tre rotori, ciascuno con la propria posizione iniziale (cambiata anch'essa ogni giorno), la sostituzione monoalfabetica applicata da ciascun rotore è anche soggetta ad uno *shift* legato alla posizione su cui viene settato il *Ringstellung* (un anello incastrato nel bordo del rotore, in grado di modificare il risultato della cifratura di ciascun singolo elemento).

Questa cifratura di partenza comunque veniva utilizzata solo per la prima lettera del messaggio: ad ogni carattere criptato infatti il rotore più a destra avanzava di una posizione cambiando il tipo di trasformazione monoalfabetica da applicare alla lettera successiva. Come in una serie di ingranaggi, poi, dopo un certo numero di scatti il rotore di destra fa scattare quello centrale che, a sua volta, farà scattare in seguito quello di sinistra... per un totale di $(26 \cdot 26 \cdot 26)$ diverse trasformazioni monoalfabetiche!

A chiusura della descrizione della cifratura, bisogna menzionare il *Grundstellung* e la chiave di tre lettere che era peculiare di ciascun messaggio. Il *Grundstellung* costituiva la posizione iniziale dei tre rotori per la giornata e veniva utilizzato come segue: all'inizio della trasmissione venivano trasmesse le tre lettere della chiave specifica del messaggio utilizzando la macchina settata con i rotori nella posizione del *Grundstellung*. Dopo questi primi caratteri, i rotori venivano posizionati nelle posizioni indicate dalla chiave specifica del messaggio e questi andavano poi a determinare la chiave di cifratura applicata al messaggio vero e proprio.

Da notare che, in un primo tempo (dai primi anni '30 sino all'inizio del conflitto mondiale), la chiave specifica del messaggio veniva anche ritrasmessa una seconda volta con i nuovi settaggi, come meccanismo di conferma della corretta trasmissione. In questo modo le prime sei lettere del messaggio cifrato sarebbero risultate una ripetizione delle tre lettere della chiave cifrata dapprima con i settaggi del *Grundstellung*, e poi con i rotori posizionati come prescritto dalla chiave del messaggio stesso. Con il proseguire della guerra tale abitudine venne abbandonata, rendendo inutili eventuali attacchi crittoanalitici basati su tale ripetizione.

Quando il messaggio veniva ricevuto, la procedura per recuperare il contenuto originale della comunicazione era speculare: la macchina Enigma veniva settata sulla configurazione del giorno, ossia secondo il Grundstellung; le prime tre lettere venivano digitate nella macchina, ottenendo le corrispondenti lettere decifrate ossia la chiave del messaggio; poi i rotori venivano riposizionati come prescritto da queste tre lettere ed il resto del messaggio veniva inserito nella macchina recuperando l'originale. Si trattava quindi di un esempio di cifratura simmetrica, benché ben più complesso del cifrario di Cesare o di quello di Vigenère, descritti nel paragrafo 2.1: volendo quantificare il numero di possibili chiavi che si potevano ottenere modificando le varie impostazioni iniziali della macchina si devono considerare le possibili scelte dei rotori e del loro ordine (un totale di 60 combinazioni), le possibili posizioni iniziali dei rotori (un totale di 26³), i settaggi degli shift dovuti agli anelli (nuovamente 26³) ed il numero di combinazioni dei cavi scambiatori (pari a

$$\frac{26!}{6! \cdot 10! \cdot 2^{10}} \, \simeq \, 1, 5 \cdot 10^{14}$$

in tutto), per un totale di circa $2, 8 \cdot 10^{24}$ combinazioni.





In questo scritto ci concentriamo sull'analisi della procedura di identificazione di rotori e chiavi da parte degli analisti inglesi, piuttosto che sull'analisi legata a Ringstellung e Steckerverbindungen. Infatti dallo studio dei primi si coglie meglio l'impatto del teorema di Bayes, ed è più facile proporre alcuni esempi espliciti che sicuramente aiutano a comprendere il funzionamento della macchina.

Poniamo l'attenzione inoltre sul caso semplificato delle macchine Enigma con tre rotori, riservandoci di commentare il caso generale alla fine del nostro contributo.

3.2 Un esempio semplificato

Per capire meglio il funzionamento della cifratura e dei tre rotori, semplifichiamo ulteriormente la situazione: supponiamo che il nostro alfabeto sia composto di sole 6 lettere {A, C, I, O, S, T} e andiamo ad analizzare il processo di crittazione. Abbiamo detto che ciascun rotore offre una sostituzione monoalfabetica, ossia una cifratura in cui ciascuna lettera viene cifrata in un'altra, senza ripetizioni. Ad esempio, possiamo considerare il rotore mostrato in Figura 2, in cui sono mostrate esplicitamente le connessioni all'interno del rotore e le sostituzioni letterali risultanti.

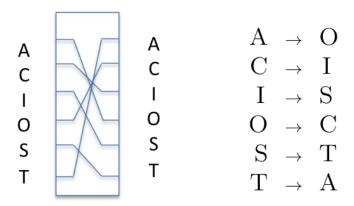


Figura 2: Un rotore semplificato, agente su un alfabeto di 6 lettere.

Abbiamo poi detto che ad ogni lettera cifrata il rotore scatta di una posizione, producendo una nuova cifratura per la lettera successiva. Continuando ad analizzare il nostro rotore "modello", avremo dopo la cifratura della prima lettera un cambiamento come quello mostrato in Figura 3, in cui viene anche mostrata esplicitamente la nuova cifratura ottenuta dopo l'avanzamento. Nell'immagine abbiamo visualizzato le connessioni interne al rotore prima e dopo la rotazione (si dovrebbe immaginare il rettangolo in figura come se fosse avvolto a formare un cilindro, con le connessioni nella parte alta che risultano adiacenti a quelle nella parte bassa). Si nota ad esempio come la connessione nera, che inizialmente connette la penultima posizione in "basso" con l'ultima in "basso", finisca per collegare dopo lo scatto la terz'ultima posizione dal "basso" con la penultima dal "basso". Uno spostamento analogo viene applicato a ciascuna delle altre connessioni.

Volendo riprodurre il funzionamento della macchina Enigma con il nostro alfabeto ridotto, combiniamo tre rotori come il precedente, collocati nelle posizioni I, II e III, con un riflettore, ottenendo una configurazione come quella mostrata in Figura 4.

Supponiamo che nel nostro esempio si abbia uno scatto del rotore II solo dopo un giro completo del rotore III, ed uno scatto del rotore I solo dopo un giro completo del rotore II, per semplicità.





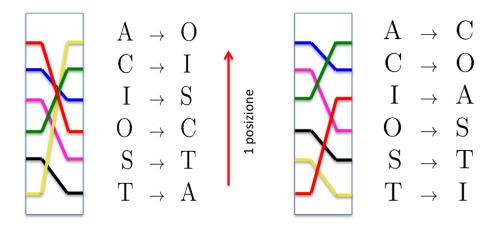


Figura 3: La nuova trasformazione monoalfabetica dopo una rotazione.

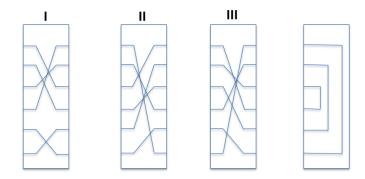


Figura 4: Una macchina cifrante semplificata, agente su un alfabeto di 6 lettere.

Con questa macchina Enigma semplificate, proviamo a cifrare la sequenza CCC. La cifratura della prima lettera C procederebbe come mostrato in Figura 5, ottenendo una I come lettera cifrata, seguita da uno scatto del terzo rotore.

Come detto più volte in precedenza, tale scatto provoca un cambio della cifratura globale, così che la seconda lettera C verrà cifrata in maniera differente rispetto alla prima. Mostriamo questa nuova situazione nella Figura 6, da cui si nota come la nuova lettera C risulti cifrata in una lettera S, a cui segue un nuovo scatto del terzo rotore.

Quando si procede a cifrare la terza lettera C otterremo il risultato illustrato in Figura 7, ossia che la lettera cifrata è questa volta una A. In conclusione la cifratura della sequenza CCC risulta in ISA.

A questo punto, se resettassimo i rotori nella posizione originale e cifrassimo la sequenza di lettere ISA, vedremmo che il messaggio risultante sarebbe la sequenza originale CCC. Questo perché il "doppio passaggio" delle lettere attraverso i rotori e la presenza di un riflettore che non manda mai una lettera in se stessa garantiscono che partendo dai medesimi settaggi iniziali le operazioni di cifratura e decifratura siano sostanzialmente simmetriche. Quindi inserendo il messaggio in chiaro si otteniene il messaggio cifrato; inserendo il messaggio cifrato si riotteneva quello in chiaro (nel nostro esempio di alfabeto ridotto





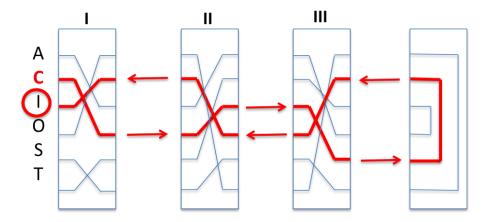


Figura 5: La cifratura della prima lettera C.

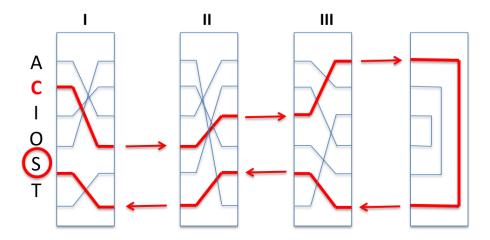


Figura 6: La cifratura della seconda lettera C.

è sufficiente ripercorrere le linee nelle tre immagini invertendo le frecce rosse).

Se da un lato tale simmetria semplifica il procedimento di trasmissione degli ordini strategici, dall'altro, come tutte le regolarità nei meccanismi di cifratura, costituisce una debolezza della macchina, che potrebbero essere sfruttare da chi volesse invertire il processo. Questa debolezza era ovviamente nota ai tedeschi, ma essi ritennero che l'elevato numero di possibili chiavi di cifratura fosse sufficiente a garantire da solo l'inviolabilità della cifratura.

Ricapitolando, abbiamo visto che a partire dalla struttura meccanica della macchina Enigma, si possono ricavare alcune proprietà della cifratura:

- $\bullet\,$ ogni rotore applica uno $scambio\ mono alfabetico;$
- dopo lo scambio, c'è uno scatto di uno o più rotori (che modifica la cifratura della prossima lettera





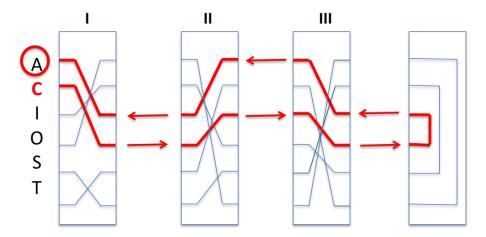


Figura 7: La cifratura della terza lettera C.

del messaggio);

- la cifratura non si può ripetere in messaggi più corti di 26^3 lettere (~ 17600);
- valgono le seguenti proprietà:
 - 1. nessuna lettera può essere cifrata in se stessa [non-identità];
 - 2. se L_1 è cifrata in L_2 , allora anche L_2 è cifrata in L_1 [simmetria].

3.3 I cavi scambiatori

In aggiunta alla cifratura polialfabetica applicata dai tre rotori e dal riflettore presenti al suo interno, la macchina Enigma permetteva di scambiare un certo numero di coppie di lettere configurando opportunamente i cavi del pannello frontale della macchina (plug board). Nella versione originale di Enigma, quella decifrata dai polacchi nei primi anni '30, le coppie di lettere scambiate erano solo sei, mentre nella versione utilizzata dai tedeschi durante la Seconda Guerra Mondiale esse erano dieci. Per come era collegata la plug board ai restanti meccanismi lo scambio di lettere veniva applicato due volte: una prima volta sulla lettera in chiaro del messaggio (ossia prima dell'azione della cifratura dei rotori) ed una seconda volta sulla lettera cifrata del messaggio (ossia dopo l'azione della cifratura dei rotori).

Per capire meglio il modo in cui i cavi scambiatori intervenivano, andiamo nuovamente a considerare il nostro alfabeto ridotto del paragrafo 3.2, ossia supponiamo di utilizzare una macchina Enigma grandemente semplificata in cui i messaggi possono solo contenere le lettere {A, C, I, 0, S, T}. Supponiamo che ci possano essere due coppie di lettere scambiate, in questa macchina semplificata, e supponiamo che la scelta cada sulle coppie di lettere {A, C} e {S, 0}. Andiamo a testare la nostra macchina cifrando la sequenza AAA a partire dalla medesima configurazione iniziale del paragrafo 3.2, ossia quella rappresentata nella Figura 8, in cui abbiamo aggiunto l'azione dello scambio di lettere nella colonna sinistra. Otteniamo che:

• La prima A verrà scambiata con C per effetto della *plug board*, tale C verrà cifrata in una I come nel paragrafo precedente, e la I verrà lasciata immutata dalla *plug board*.





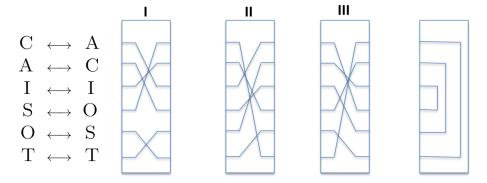


Figura 8: La macchina cifrante semplificata a cui abbiamo aggiunto due cavi scambiatori.

- La seconda A verrà scambiata con C per effetto della *plug board*, tale C verrà cifrata in una S come nel paragrafo precedente (perché il terzo rotore è avanzato di una posizione), e la S verrà cambiata in O dalla *plug board*.
- La terza A verrà scambiata con C per effetto della *plug board*, tale C verrà cifrata in una A come nel paragrafo precedente (perché il terzo rotore è avanzato di un'ulteriore posizione), e la A verrà cambiata in C dalla *plug board*.

Quindi il risultato della cifratura della sequenza AAA sarà la sequenza IOC.

Osserviamo che le proprietà di non-identità e di simmetria delineate nel paragrafo 3.2 rimangono altrettanto valide anche se si applicano scambi di coppie di lettere tramite la plug board. Questo accade perché viene applicato un duplice scambio, sia sul messaggio in chiaro che sul messaggio cifrato.

3.4 I settaggi giornalieri

Ogni giorno, l'operatore incaricato di inviare i messaggi doveva:

- prendere il foglio con i settaggi giornalieri della macchina;
- scegliere i rotori prescritti e posizionarli nella sequenza corretta;
- posizionare i Ringstellung come prescritto;
- collegare i cavi della *plug board* secondo gli accoppiamenti segnati;
- annotare il *Grundstellung* del giorno (la procedura era più complessa per la *Kriegsmarine*).
- scegliere una chiave specifica per il messaggio (3 lettere).

Quindi per ogni messaggio c'erano due chiavi da tre lettere:

- il Grundstellung che era la chiave comune a tutti i messaggi del giorno;
- un secondo gruppo di tre lettere specifico per ciascun messaggio e scelto dall'operatore.





Come già menzionato, entrambe le chiavi rappresentavano una posizione iniziale per ciascuno dei 3 rotori di Enigma.

A questo punto l'operatore era pronto a trasmettere. La procedura era quindi la seguente, dal suo punto di vista:

- 1. settare la posizione iniziale dei rotori in base al Grundstellung;
- 2. cifrare la chiave specifica del messaggio con tali settaggi (3 lettere);
- 3. settare i rotori alla posizione della chiave specifica;
- 4. cifrare il messaggio vero e proprio (fino al 1942 circa, il messaggio era preceduto da una ripetizione della chiave, stavolta cifrata con i nuovi settaggi).

È interessante notare come, per i messaggi dell'Esercito e dell'Aviazione tedeschi, l'arbitrarietà nella scelta della chiave del messaggio si rivelò in alcuni casi una delle poche debolezze del sistema: essendo lasciata la scelta a colui che doveva trasmettere il messaggio, capitava che questi utilizzasse talvolta sequenze di senso compiuto (più semplici da ricordare) o nomi di persona, facilitando il compito dei decifratori qualora essi avessero riconosciuto la chiave. Ad esempio, si scoprì che uno degli operatori in Africa era solito utilizzare la medesima chiave per settimane, nonostante gli ordini dei suoi superiori, e una volta decifrata quella, divenne praticamente immediato decifrare tutte le comunicazioni inviate da quello specifico operatore.

4 Overview del lavoro di decifratura di Enigma

Rejewski e gli altri decifratori polacchi avevano intuito che il problema di decifrare Enigma si poteva "fattorizzare" in problemi separati ed *indipendenti*:

- capire l'ordine dei tre rotori;
- identificare le lettere scambiate tramite la plug board (all'epoca 6 coppie);
- identificare la chiave giornaliera.

In particolare l'ordine dei rotori poteva essere dedotto da considerazioni non legate al contenuto del messaggio, ma ottenibili dal solo confronto di (numerosi) messaggi cifrati con chiavi simili, sfruttando la presenza della chiave ad inizio messaggio.

Gli inglesi si trovarono a dover fare i conti con l'aggiunta (dal 1939) di altri due rotori tra cui venivano scelti i tre usati e altri 4 cavi di scambio nella *plug board*, che portavano da 6 a 10 le coppie di lettere scambiate dalla macchina. L'aumento delle configurazioni possibili rendeva necessario un nuovo metodo di riduzione delle possibilità da testare in quanto altrimenti non era possibile isolare un'unica chiave di decifratura valida (quella corretta) prima che i tedeschi la modificassero.

I matematici di Bletchley Park (capitanati da Turing e Good) adottarono varie strategie per attaccare il problema dell'identificazione dei rotori e del loro ordine. In questa sezione vogliamo analizzare in particolare:

- 1. Banburismus;
- 2. Scritchmus.





Lo scopo di tali strategie era quello di identificare quale fosse il terzo rotore utilizzato in quella specifica giornata, tra quelli a disposizione. Talvolta anche il secondo rotore poteva essere identificato applicando una versione modificata delle medesime idee. Naturalmente l'identificazione di uno (o due) dei rotori utilizzati significava una sensibile riduzione nel numero di combinazioni che le macchine bomba dovevano testare per trovare l'effettiva chiave di cifratura.

Delle due tecniche menzionate, la prima sarà quella a cui dedicheremo la maggiore attenzione, cercando di analizzarne la maggior parte dei dettagli nel paragrafo 5.2, perché è quella in cui la regola di Bayes e l'approccio probabilistico giocano un ruolo chiave. Cercheremo tuttavia di descrivere nei paragrafi 4.2–4.4 anche un esempio di decifratura "completo", in cui siano dati opportuni dettagli della seconda tecnica e del modo in cui tali tecniche venivano sfuttate dalle macchine bomba, per offrire un più preciso quadro d'insieme della procedura.

4.1 Banburismus

Avendo a disposizione numerosi messaggi cifrati ogni giorno (intercettati dall'intelligence), l'idea alla base di questa tecnica è quella di sfruttarli per identificare il terzo rotore e, se possibile, anche il secondo tra quelli disponibili. Lo spunto di partenza è quello di usare messaggi che siano stati cifrati con chiavi "simili".

Supponiamo ad esempio di avere due messaggi in cui le prime due lettere cifrate sono le medesime e la terza no:

PMG TZUYJZSLAPEIXM...
PMQ KVRPOLXLYTWSIL...

Poiché il *Grundstellung* giornaliero è lo stesso, le due sequenze PMG e PMQ sono sicuramente state cifrate a partire dalla stessa disposizione dei rotori. Il fatto che le prime due lettere siano uguali significa quindi che le prime due lettere della chiave del messaggio sono anch'esse uguali! Solo la terza lettera della chiave del messaggio è diversa (perché essa viene cifrata in un caso con G e nell'altro con Q).

Grazie alle considerazioni fatte nei paragrafi 3.1 e 3.2, sulla struttura meccanica delle macchine Enigma, possiamo ora dedurre che ciò che rende diverse le cifrature applicate ai due messaggi è solo la terza lettera diversa nelle sequenze PMG e PMQ. Se noi potessimo in qualche modo "riavvolgere" il terzo rotore così da avere che anche la terza lettera della chiave fosse la stessa, allora otterremmo la medesima cifratura in entrambi i messaggi. Avremmo quindi due messaggi che si direbbero in depth (= cifrati con gli stessi settaggi), la cui cifratura procederebbe di pari passo almeno fino al momento in cui anche il secondo rotore avanza. Questa osservazione, a prima vista banale, si rivelò in realtà cruciale: si riducevano le differenze di cifratura tra i due messaggi ad una semplice "distanza" tra le terze lettere della chiave e si dava un suggerimento su come confrontare i due messaggi cifrati.

L'idea alla base del *Banburismus* consisteva quindi nel provare a sovrapporre i due messaggi, facendoli scorrere l'uno sull'altro come se volessimo riavvolgere il terzo rotore ignorando un certo numero di lettere cifrate ad inizio messaggio, e valutare se il risultato della parte comune potesse essere o meno *in depth* a partire dal numero di lettere uguali che si trovavano in posizioni uguali.

A ciascuna posizione di un messaggio rispetto all'altro, rappresentabile come una distanza tra le terze lettere del messaggio (nel nostro caso una distanza tra ${\tt G}$ e ${\tt Q}$, come ad esempio $G=Q+1,\,G=Q+2,$ ecc.), si ottiene una possibilità che essi siano effettivamente in depth. Non avendo però un modo "certo" per capire quando i messaggi in effetti lo sono, il meglio che si possa fare è di fornire una valutazione di quanto sia probabile che ciascuna posizione corrisponda ad un "allineamento" del terzo rotore sulla base del numero di lettere coincidenti trovate nei due messaggi in quella posizione. E lo strumento naturale per quantificare la probabilità in questo contesto è il teorema di Bayes: a ciascuna posizione è possibile





associare il **fattore di Bayes-Turing** o **peso delle evidenze**, che è legato alla *odd* (o *quota*) che si può associare alla verosimiglianza che i due messaggi siano *in depth*, come vedremo nel paragrafo 5.2. Dal confronto dei fattori di Bayes-Turing associati a ciascuna posizione è possibile ottenere un ranking tra le posizioni e, a loro volta, i risultati del ranking permettono poi di restringere effettivamente, nella fase di *Scritchmus*, il numero di possibili scelte per il terzo rotore.

È interessante osservare che la comparazione dei diversi messaggi veniva effettuata fisicamente dalla sovrapposizione di fogli come quelli mostrati in Figura 9. Ciascun messaggio intercettato veniva rappre-

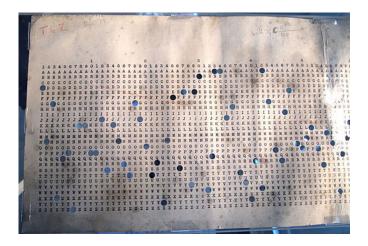


Figura 9: Un Banbury sheet con "marcato" il messaggio cifrato. (fonte: Wikipedia, autore: TedColes, licenza: CC BY-SA-4.0)

sentato su un foglio simile a quello mostrato, forando lettera per lettera la striscia di carta. Una volta completata questa "trascrizione", membri del personale ausiliario della struttura procedevano manualmente ai confronti tra le possibili posizioni relative di ciascuna coppia di messaggi, facendo scorrere un foglio sopra all'altro e osservando quante coppie di buchi risultassero sovrapposte nelle varie posizioni, corrispondenti alla sovrapposizione di lettere uguali in posizioni uguali. Come vedremo nella sezione 5, da tale numero di coincidenze si otteneva, con la regola di Bayes, lo *score* corrispondente alla posizione.

Chiudiamo il paragrafo con un aneddoto: il nome *Banburismus* scelto per indicare tale tecnica proviene dal nome della cittadina di Banbury, poco distante da Bletchley Park, in cui venivano prodotte le striscie di carta utilizzate per comparare i diversi messaggi.

4.2 Scritchmus

Il risultato della fase precedente si può sintetizzare in una tabella del tipo:





Shift	Fattore B-T
G = K + 4	600:1 on
B = N - 24	500:1 on
M = Q + 16	200:1 on
C = Q + 18	22:1 on
J = L + 24	9:1 on
C = M + 2	7:1 on
G = V + 9	9:2 on
A = Z - 10	4:1 on

In tale tabella viene rappresentato il "peso probabilistico", o fattore di Bayes-Turing che avevamo già menzionato nel paragrafo precedente, corrispondente alla più probabile posizione in depth per ciascuna coppia di messaggi aventi le medesime due prime lettere della chiave. Per farsi un'idea di quanto affidabile possa essere tale score, si pensi che il medesimo fattore viene utilizzato nei più moderni esperimenti di fisica per analizzare i dati raccolti e che valori superiori a 50:1 vengono considerati evidenze "molto forti" e valori superiori a 100:1 vengono considerati evidenze "decisive". Tipicamente nel contesto dei messaggi di Enigma un fattore di 50:1 o superiore veniva trattato come una "quasi certezza".

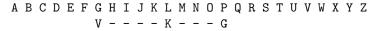
La seconda fase della procedura seguita a Bletchley Park, lo Scritchmus, consisteva a questo punto nell'utilizzare la tabella per costruire delle "catene" di lettere che possano portare all'identificazione dell'alfabeto cifrante corrispondente ai settaggi di Enigma considerati. Questo, a sua volta, permetterà di individuare quale rotore è stato inserito come terzo nella giornata considerata. Vogliamo fornire un esempio guida della costruzione di queste catene usando la tabella di esempio mostrata sopra. Si parte dalle righe della tabella con lettere comuni e si costruisce una sequenza in cui le lettere distino esattamente tanti spazi quanta era la distanza più probabile individuata nella fase del Banburismus. Quindi dalle righe G=K+4 e G=V+9 si può costruire la catena:

in cui abbiamo posizionato la G ad una distanza di 4 posizioni dalla K e la V ad una distanza di 9 posizioni dalla G. Analogamente dalle righe M=Q+16 e C=Q+18 si può costruire la catena:

$$M - C - - - - - Q$$

Si devono poi posizionare tali sequenze all'interno di un possibile alfabeto cifrante che sia compatibile con le regole di *simmetria* e *non-identità* che contraddistinguono la cifratura di Enigma (le proprietà individuate nel paragrafo 3.2). Delle 26 posizioni possibili in cui possiamo piazzare ciascuna catena (una per ciascuna lettera a cui possiamo far corrispondere le lettere V ed M, rispettivamente), infatti, solo alcune sono compatibili con tali regole. Consideriamo ad esempio il seguente posizionamento:

Esso non è valido perché trasformerebbe la lettera K in se stessa. Similmente non è valido il posizionamento mostrato di seguito:







poiché l'alfabeto risultante trasformerebbe la G in V e poi la P in G, violando la simmetria di qualunque cifratura generata con Enigma.

Vari altri posizionamenti sono invece compatibili con queste proprietà e li consideriamo tutti equalmente validi. Ad esempio, non ci sono contraddizioni nei posizionamenti:

 \mathbf{e}

e

Sfruttando la simmetria possiamo anche completare nel primo caso lo scambio di V in B, e nel secondo V in S, K in X e G in B, ottenendo:

Per cercare di completare l'alfabeto cifrante, cerchiamo ora di posizionare la seconda catena e, come fatto con la prima, scartiamo posizionamenti che non siano compatibili con la cifratura. Ad es.:

va scartata perché C in M non è compatibile con E in C. D'altra parte è invece valido il posizionamento:

che permette di arrivare a:

e così via continuando a scorrere la tabella degli shift alla ricerca di nuove catene.

Al termine della procedura possono esserci varie situazioni:

- Nessun alfabeto cifrante è compatibile con le catene usate: in questo caso significa che una o più delle nostre valutazioni è errata e dobbiamo ripetere la fase di *Scritchmus* scartando uno degli *shift*, partendo naturalmente da quelli che hanno *peso* più basso.
- Un solo alfabeto cifrante è compatibile con le catene, ad es.





• Più alfabeti sono compatibili con le catene.

Nel secondo e nel terzo caso, possiamo allora passare ad analizzare quale (o quali) rotori siano compatibili con l'alfabeto trovato. Era infatti noto che ciascuno dei rotori usati fino al 1942 erano caratterizzati da differenti "punti di scatto" in cui il rotore forza il suo omologo a sinistra ad avanzare di una posizione. Tale conoscenza non è di immediata utilità nel decifrare i messaggi perché le lettere corrispondenti agli effettivi scatti potevano essere modificate dalla posizione dei Ringstellung del primo e secondo rotore, ma può essere utilizzata in questo contesto perché se un punto di scatto fosse caduto all'interno di una delle catene utilizzate per costruire l'alfabeto cifrante, da quel punto in poi i messaggi non sarebbero più stati in depth (da quel punto in poi, infatti, solo una delle due macchine avrebbe avuto lo scatto del secondo rotore) e questo avrebbe in generale portato ad un peso inferiore come risultato del Banburismus. Nel nostro toy example avevamo utilizzato le seguenti catene (tra le altre possibili):

				2						4							1					3			5
Α	В	С	D	E	F	G	Н	Ι	J	K	L	М	N	0	P	Q	R	S	T	U	٧	W	X	Y	Z
R	G	F	М	J	С	В	T	U	E	X	Z	D	Q	W	Y	N	Α	V	Н	Ι	S	0	K	P	L
-	+																	+	-	-	-	-	-	-	-
			+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+												
				_	_	_	_	_	_																

In questo caso particolare si deduce che solo il rotore 1 è compatibile con le tre catene mostrate, perché gli altri rotori hanno punti di scatto che "interromperebbero" la catena.

Ancora in questa fase è possibile che non si trovino rotori compatibili con le catene: in tal caso significa che almeno una delle catene da noi utilizzate non era corretta e dobbiamo ripetere il processo di costruzione dell'alfabeto cifrante compatibile dopo aver scartato almeno una delle valutazioni usate per costruire le catene, partendo da quelle con peso più basso.

4.3 Il rotore centrale, le Cryptologic Bomba & i crib

L'approccio presentato nei paragrafi precedenti per identificare il rotore utilizzato come terzo (nella posizione destra), combinando la tecnica del *Banburismus* con quella dello *Scritchmus*, poteva poi essere adattata all'analisi di quale potesse essere il rotore centrale. Ripetendo infatti un ragionamento simile, attraverso il confronto di coppie di messaggi in cui era il secondo carattere della chiave di messaggio ad essere differente, si poteva spesso identificare anche quale fosse il rotore II del settaggio giornaliero, o per lo meno scartare alcuni dei rotori possibili.

Giunti a tale punto, toccava alle macchine bomba mettersi all'opera per cercare l'effettiva chiave di decifrazione dei messaggi di ciascun giorno. Le macchine bomba erano infatti capaci di selezionare la configurazione compatibile (o le poche configurazioni compatibili) sia con i rotori individuati che con i cosiddetti crib: questi erano parti del messaggio cifrato di cui si poteva congetturare il significato sulla base della conoscenza dei messaggi militari tedeschi e che permettevano di scartare un gran numero di possibili configurazioni iniziali della macchina cifrante. In dettaglio, dall'analisi condotta tramite le macchine bomba era possibile confermare come compatibile o scartare una particolare sequenza di rotori presenti, la loro posizione iniziale (Grundstellung) e una specifica coppia di lettere scambiate tramite plug board.

Un esempio di *crib* era dato da espressioni quali Keine besonderen Ereignisse (= niente da segnalare) o espressioni contenenti la parola wetter (= condizioni meteo) che tipicamente gli operatori trasmettevano alla medesima ora ogni giorno, all'interno di messaggi che possedevano una struttura quasi





sempre fissa: se si individuava la sua posizione in un messaggio, poi si poteva sfruttare anche nei giorni successivi! In questo caso, il grande numero di messaggi di routine inviati nei rapporti militari giornalieri al loro comando giocava contro la sicurezza dei messaggi stessi. Un altro esempio di *crib* era dato dalla parola EINS che compariva con alta frequenza nei dispacci, sia quando si doveva inviare una posizione geografica, sia quando si doveva utilizzarlo come quantificatore: gli alleati produssero un intero "catalogo" dei modi in cui la parola poteva venire cifrata dai vari rotori, e tale catalogo poteva dare conferma sull'effettivo utilizzo di un settaggio iniziale piuttosto che un altro.

L'effettiva modalità di utilizzo dei crib, strettamente correlata con il modo in cui Turing e gli altri crittoanalisti progettarono le loro migliorie alle macchine bomba polacche, meriterebbe probabilmente un articolo a parte (rimandiamo il lettore maggiormente interessato a questo aspetto a [11, 20]). In questa sede forniamo solo un breve esempio di utilizzo di tali informazioni per ridurre il numero di possibili coppie di lettere che venivano scambiate dal Steckerverbindungen, preso da [11]. Immaginiamo quindi di poter congetturare che la frase WETTERVORHERSAGEBISKAYA (= condizioni meteo di Biskaya) sia cifrata nella sequenza RWIVTYRESXBFOGKUHQBAISE. È allora possibile costruire una tabella come la seguente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
R	W	Ι	V	T	Y	R	Ε	S	X	В	F	0	G	K	U	Η	Q	В	Α	Ι	S	E	
W	F.	Т	Т	F.	R.	V	Ω	R.	Н	F.	R.	S	Α	G	F.	В	Т	S	K	Α	Υ	Α	

Andando a riportare le coppie di lettere trasformate in ciascuna posizione (la posizione è rilevante perché dopo ciascuna lettera almeno uno dei rotori avanza di uno scatto e quindi ogni volta una cifratura differente verrà applicata alla lettera successiva), è possibile costruire una rappresentazione "a grafo" del crib e della sua cifratura come quella in Figura 10.

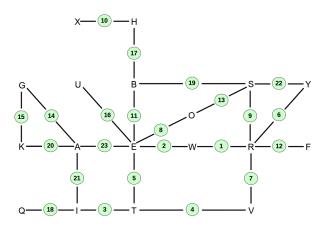


Figura 10: Il grafo relativo al *crib* ipotizzato.

Si osservi ad esempio che la lettera T, che compare nell'ultima riga del grafo, è connessa alle lettere I (alla terza posizione), V (alla quarta posizione) ed E (alla quinta posizione). Le relazioni sono bidirezionali perché a posizione fissata vale la proprietà di *simmetria* della cifratura.

In questo tipo di grafi ciò che interessa per l'analisi delle coppie di lettere scambiate sono i *loop*, ossia le sequenze di lettere che si avvolgono su se stesse, come ad esempio {E, W, R, S, O} o {E, A, I,





T}. Infatti, dall'opportuna analisi di ciascun loop è possibile verificare se lo scambio di alcune coppie di lettere del Steckerverbindungen sia compatibile con il crib considerato ed escludere gli scambi di coppie che condurrebbero ad inconsistenze con le proprietà di non-identità e simmetria della cifratura (cfr. paragrafo 3.2 per tali proprietà e [11, 20] per il modo in cui correlare i loop con tali proprietà). Alan Turing si rese conto per primo della possibilità di rappresentare i loop con dei circuiti elettrici, automatizzando l'analisi esaustiva delle coppie di lettere del Steckerverbindungen per trovare quelle consistenti con il crib. In seguito, il matematico Gordon Welchman trovò il modo di generalizzare l'approccio anche in assenza di loop, permettendo di sfruttare ancor più efficientemente i crib, sia per identificare le coppie di lettere scambiate dalla plug board che per testare le possibili scelte dei rotori.

A metà del 1941, grazie alla combinazione delle tecniche e delle tecnologie sviluppate a Bletchley Park, le macchine *bomba* erano finalmente in grado di trovare i settaggi giornalieri utilizzati dai tedeschi fornendo informazioni preziosissime ai servizi segreti Alleati.

4.4 Un accenno al caso generale

Come detto la cifratura dei messaggi della Marina tedesca tramite Enigma era più complessa della versione usata da Esercito e Aviazione:

- I tre rotori venivano scelti tra 8 possibili rotori e non solo 5
- I rotori aggiuntivi scattavano tutti e tre nella medesima posizione (la stessa del rotore 5)
- I rotori aggiuntivi scattavano ogni 13 caratteri e non ogni 26
- Le chiavi del messaggio non venivano inserite all'inizio del messaggio, ma generate a partire dai Kenngruppen giornalieri con una complessa procedura (da fine 1941)

Non ci soffermeremo qui sugli adattamenti delle tecniche descritte alla decifrazione dei messaggi della Marina, perché tali adattamenti sono non banali e vanno oltre lo scopo di questo studio non facendo direttamente uso del teorema di Bayes (il lettore interessato può trovare spiegazioni e dettagli in [15]). Menzioniamo solo il fatto che anche il calcolo del peso delle evidenze (che era stato introdotto nel paragrafo 4.1 e che verrà descritto in maggior dettaglio nella sezione 5) risultava più complesso nel caso dei messaggi della Marina: siccome si potevano avere sia rotori che scattavano ogni 13 lettere che rotori che scattavano ogni 26 lettere, i messaggi cifrati che pure fossero stati in depth si sarebbero disallineati allo scatto "asincrono" del rotore II e l'analisi dei match tra lettere uguali in posizioni uguali sarebbero risultati falsati da lì in poi. Di conseguenza i coefficienti utilizzati nel calcolo del fattore di Bayes-Turing venivano opportunamente modificati per l'analisi di messaggi trasmessi dalla Kriegsmarine.

5 Focus sull'applicazione e il ruolo del teorema di Bayes

5.1 Il teorema di Bayes

Il teorema di Bayes fu descritto per primo dall'inglese Richard Price nel 1763 sulla base degli scritti del revendo Thomas Bayes, suo amico morto nel 1761. Esso fornisce una formula di importanza cruciale per compiere correttamente il processo di inferenza, ossia per passare dalla probabilità degli effetti rilevati in un fenomeno alla probabilità delle cause che li hanno prodotti, e per aggiornare le valutazioni di





probabilità su un evento di interesse ogni qualvolta che nuove informazioni diventano disponibili. Più precisamente dati due eventi A e B, il teorema di Bayes non è altro che la seguente formula

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

che lega la probabilità condizionata A|B, ossia la probabilità che accada A sapendo che si è osservato l'evento B, con la probabilità condizionata B|A, ossia la probabilità che accada B sapendo che si è osservato l'evento A. Questa "inversione" di cause ed effetti osservati è quello che si chiama processo di inferenza perché permette di valutare le probabilità dell'evento A, che non conosciamo se sia accaduto o meno, sulla base del solo evento B che si è osservato. Si pensi ad esempio al caso B = "sintomi osservati in un paziente" e A = "malattia che causa i sintomi B". Il teorema di Bayes rappresenta allora uno strumento ideale per fornire una diagnosi medica, tra tutte le malattie A che possano potenzialmente produrre i sintomi B: conoscendo la probabilità P(A) di diffusione della malattia A (nel territorio in cui opera il medico), la probabilità P(B) dei sintomi osservati tra tutte le possibili malattie che li possono procurare, e la verosimiglianza o likelihood P(B|A), ossia quanto siano probabili i sintomi B sapendo che effettivamente la malattia A è presente, diventa immediato valutare la probabilità P(A|B) che sia in effetti la malattia A a causare i sintomi osservati B.

Come accennato, inoltre, la formula di Bayes gioca anche un ruolo chiave nell'aggiornamento delle nostre credenze quando nuove informazioni/osservazioni diventano disponibili. Quando si esce dal dominio della probabilità che viene insegnata alle scuole secondarie e si ha a che fare con processi più complessi del lancio di una moneta o di un dado ideali (ossia perfettamente equi), infatti, risulta alquanto difficile se non impossibile assegnare una valutazione di probabilità del tipo "rapporto tra numero dei casi favorevoli e numero dei casi possibili". Diventa invece molto efficace affidarsi all'approccio soggettivista alla probabilità, sulle orme di Bruno de Finetti [8] e, nel mondo anglosassone, di Leonard J. Savage [21], secondo il quale la valutazione delle probabilità di un evento A dipenderà dalle informazioni a disposizione di colui che la deve assegnare e sarà pari alla quota che saremmo disposti a pagare per partecipare ad una lotteria in cui si vinca se l'evento A si realizza. Si noti che in questo caso, "soggettivo" non significa "arbitrario" ma semplicemente "influenzato dalle informazioni a disposizione del soggetto valutatore": la probabilità assegnata ad un qualunque evento A non può che dipendere dalle informazioni a nostra disposizione, in quanto diverse informazioni produrranno diverse valutazioni, ma al contempo individui diversi aventi le medesime informazioni giungeranno alla medesima valutazione. Si pensi ad esempio al seguente esperimento:

- si sceglie una moneta da un sacchetto che contiene un egual numero di monete eque e di monete false dotate di due teste;
- senza guardare se la moneta abbia due teste o solo una, la si lanci e se ne osservi il risultato;
- se il risultato è testa, quale sarà la probabilità che si tratti di una moneta equa?
- se si lancia nuovamente la moneta ed il risultato è ancora testa, quale sarà la probabilità che si tratti di una moneta equa?
- e si lancia la stessa moneta dieci volte e tutte e dieci le volte esce testa, quale sarà la probabilità che si tratti di una moneta equa?

È abbastanza intuitivo il fatto che ad ogni lancio successivo in cui osserviamo l'esito testa (**T**) si tenda a propendere maggiormente verso l'opzione "moneta falsa" piuttosto che verso l'opzione "moneta





vera", visto che ci si aspetta che se la moneta fosse vera qualche esito croce (\mathbf{C}) dovrebbe essere osservato durante i lanci successivi (ovviamente un singolo esito \mathbf{C} da un lancio ci darà la certezza che la moneta sia vera). Tuttavia il modo corretto per valutare questa probabilità in termini quantitativi è tutt'altro che banale.

Infatti è fondamentale osservare che non viene chiesto quale sia la probabilità di ottenere \mathbf{T} dopo un lancio o dieci \mathbf{T} in dieci lanci, sapendo che la moneta è equa (o falsa). Se queste fossero le domande poste, le corrette risposte sarebbero immediate: per una moneta falsa, la probabilità di osservare \mathbf{T} è 1 sia dopo un lancio che dopo dieci lanci; per una moneta equa, la probabilità di dare \mathbf{T} al primo lancio è naturalmente 1/2, e quella di dare n volte \mathbf{T} consecutivamente in n lanci è $(1/2)^n$. Qui però siamo di fronte ad un quesito differente: noi non sappiamo se la moneta sia equa o falsa e quindi dobbiamo ricorrere al teorema di Bayes per invertire correttamente le probabilità di interesse!

Indicando con A l'evento "la moneta è equa" e con B l'evento "osservare \mathbf{T} al primo lancio", avremo che la verosimiglianza P(B|A) è pari a 0.5 e che la probabilità P(B) può essere calcolata applicando il cosiddetto teorema della probabilità assoluta (o delle probabilità totali) che discende direttamente dagli assiomi di Kolmogorov per la probabilità:

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\text{non-}A) \cdot P(\text{non-}A) = 0.5 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 3/4$$

dove P(A) = P(non-A) = 0.5 perché abbiamo detto che la moneta era estratta da un sacchetto in cui monete eque e monete false erano in egual numero e P(B|non-A) = 1 perché se la moneta è falsa non si può che osservare l'esito **T**. Qui P(A) è la cosiddetta valutazione a priori dell'evento A, in quanto è la probabilità che gli assegnamo prima di osservare alcun lancio della moneta estratta.

Applicando il teorema di Bayes, la probabilità aggiornata, o probabilità a posteriori, P(A|B) sarà quindi data da $(1/2 \cdot 1/2)/(3/4) = 1/3$. Ossia, l'aver osservato **T** dopo il primo lancio ha modificato la nostra valutazione che la moneta fosse equa facendola calare da 1/2 a 1/3. Dopo il secondo lancio possiamo applicare nuovamente il teorema di Bayes, utilizzando stavolta come probabilità a priori quelle ottenute dopo il primo lancio, ossia P(A) = 1/3 e P(non-A) = 2/3. Avremo quindi

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\text{non-}A) \cdot P(\text{non-}A) = 0.5 \cdot 0.\overline{3} + 1 \cdot 0.\overline{6} = 5/6$$

e $P(A|B) = (1/2 \cdot 1/3)/(5/6) = 1/5$. E così via, ad ogni ulteriore lancio della moneta il cui esito è **T**, la nostra valutazione dell'equità della moneta si ridurrà fino ad essere inferiore all'1/1000 dopo i dieci esiti **T** di fila.

Le valutazioni della probabilità ottenute applicando il teorema di Bayes sono quelle matematicamente più corrette che si possono offrire sulla base delle informazioni a disposizione del valutatore. È tuttavia ovvio, come detto, che un altro valutatore, avente diverse informazioni a disposizione, fornirebbe una diversa stima: ad esempio se un altro partecipante all'esperimento guardasse la moneta estratta da entrambi i lati, potrebbe immediatamente valutare come 0 o 1 la probabilità che la moneta sia equa! Entrambe le valutazioni della probabilità, quella di colui che ha solo a disposizione gli esiti dei lanci ripetuti e quella di colui che ha guardato entrambe le facce della moneta, sono "corrette", ovvero razionali, in quanto sono consistenti con le informazioni a disposizione. È interessante osservare che, anche quando si parta da diverse valutazioni a priori della probabilità di un evento, gli aggiornamenti delle valutazioni a seguito di nuove osservazioni B avvengono utilizzando un medesimo fattore (il quoziente della verosimiglianza P(B|A) e della probabilità P(B)), e quindi variano in maniera assolutamente coerente, crescendo o decrescendo entrambe alla luce di osservazioni B a favore o contrarie alla valutazione dell'evento A. L'algoritmo di aggiornamento, in altre parole, è completamente oggettivo.





Concludiamo questa breve panoramica sul teorema di Bayes menzionandone una formulazione alternativa che verrà utilizzata nel seguito. Invece di valutare la probabilità di un evento A, si è spesso interessati a valutare le odd relative ad A, ossia il valore del rapporto tra la probabilità che un evento A accada e la probabilità che tale evento non accada (in formula si ha $\mathcal{O}(A) = P(A)/P(\text{non-}A)$): riformulando l'espressione data sopra in termini di odd avremo

$$\mathcal{O}(A|B) = \frac{P(A|B)}{P(\text{non-}A|B)} = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B|\text{non-}A) P(\text{non-}A)}$$
$$= \frac{P(B|A)}{P(B|\text{non-}A)} \mathcal{O}(A)$$

in cui si può vedere come l'aggiornamento delle odd passi attraverso la moltiplicazione per il cosiddetto $fattore\ di\ Bayes\text{-}Turing$ che altro non è se non il rapporto tra le verosimiglianze di B dati rispettivamente gli eventi A e non-A.

5.2 Il teorema di Bayes nel Banburismus

Andiamo ora a focalizzare la nostra attenzione sull'utilizzo del teorema di Bayes nel processo denominato Banburismus. Come accennato nella sezione precedente, il contributo principale fornito dal teorema consiste nel calcolo del fattore di Bayes-Turing, che permette di classificare le diverse possibili posizioni delle coppie di messaggi così da identificare quelle che più verosimilmente rappresentavano due messaggi in depth. Ricordiamo che per coppie di messaggi in depth si intendono coppie in cui la cifratura delle lettere in entrambi i messaggi procede in parallelo perché è come se le macchine Enigma fossero partite con i rotori nelle stesse posizioni.

La prima osservazione necessaria per comprendere come i crittoanalisti di Bletchley Park giunsero all'idea di utilizzare il fattore di Bayes-Turing per attaccare la cifratura dei messaggi tedeschi è la seguente: nei messaggi di qualunque lingua le lettere non appaiono uniformemente distribuite, come invece accadrebbe se si trattasse di sequenze casuali estratte da un alfabeto con un campionamento uniforme. Per fissare le idee riportiamo nelle seguenti tabelle la frequenza di occorrenza delle lettere principali in Italiano e in Inglese.

	Italiano									
E	11,79%									
A	11,74%									
I	11,28%									
0	9,83%									
N	6,88%									

	Inglese								
E	12,31%								
Т	9,59%								
A	8,05%								
0	7,94%								
N	7,19%								

Una conseguenza immediate di questo fatto è che, se noi sovrapponiamo due messaggi di senso compiuto, la probabilità di trovare una stessa lettera nella medesima posizione nei due messaggi è maggiore di quella che si avrebbe sovrapponendo due sequenze di lettere casuali. Infatti, se noi sovrapponiamo due sequenze assolutamente casuali di lettere ci aspettiamo di trovare lettere uguali in posti uguali con una probabilità di 1/26. Se invece andiamo a sovrapporre due frasi di senso compiuto possiamo trovare un numero maggiore di lettere uguali nella stessa posizione!

Andiamo ad analizzare un esempio, per semplicità: confrontando le seguenti frasi lunghe 33 lettere otteniamo che

R I P R O V A T E Q U E S T O E S P E R I M E N T O A L T R O V E H O P R E S O U N A S E Q U E N Z A Q U A S I C A S U A L E Q U I





si hanno 3 "match" su una stringa di 33 lettere, quindi un rapporto di 1/11 che è maggiore di 1/26. E così accade in maniera "generica", ossia questa è la norma e non una eccezione dovuta alle particolari stringhe scelte.

Come ci aiuta questa conoscenza con il problema dell'identificazione dei rotori? Il punto chiave è che la frequenza dei match resta la stessa anche se i messaggi sono cifrati (purché lo siano con una medesima procedura): ovviamente le varie lettere saranno cambiate in altre, ma le lettere cifrate saranno le medesime in posizioni coincidenti con una frequenza maggiore se siamo partiti da frasi di senso compiuto piuttosto che se siamo partiti da sequenze alfabetiche casuali. Questo significa che se fossimo in grado di "riallineare" il terzo rotore, in modo da avere messaggi in depth, da quel punto in poi la frequenza con cui incontriamo una medesima lettera nella medesima posizione in entrambi i messaggi dovrebbe distribuirsi come quella riscontrabile in messaggi in chiaro.

L'idea di Turing e del suo gruppo fu quindi quella di confrontare tutte le possibili 51 posizioni relative dei due messaggi e classificarne la verosimiglianza di essere una posizione $in\ depth$, sulla base di uno score definito a partire dal numero di lettere uguali (o blocchi di lettere) nella medesima posizione. Si noti che le posizioni vanno da -26 (ossia 26 posizioni a sinistra) fino a +26 (ossia 26 posizioni a destra), ma che la posizione 0 sappiamo già non poter essere corretta: se i due messaggi fossero $in\ depth$ dopo uno spostamento di 0 posizioni, vorrebbe dire che sono $in\ depth$ già originalmente, ma questo non è possibile perché la terza lettera della chiave è diversa, e quindi i due messaggi posseggono uno shift non nullo. Presa quindi una coppia di messaggi in cui solo la terza lettera della chiave specifica del messaggio è differente, ossia una coppia di messaggi come la seguente:

"VFG": GXCYBGDSLVWBDJLKWIPEHVYGQZWDTHRQXIKEESQSSPZXARIXEABQIRUCKHGWUEBPF
"VFX": YNSCFCCPVIPEMSGIZWFLHESCIYSPVRXMCFQAXVXDVUQILBJUABNLKMKDJMENUNQ

procediamo tendendo fisso uno dei due messaggi e facendo scorrere l'altro a destra e sinistra:

GXCYBGDSLVWBDJLKWIPEHVYGQZWDTHRQXIKEESQSSPZXARIXEABQIRUCKHGWUEBPF

→ YNSCFCCPVIPEMSGIZWFLHESCIYSPVRXMCFQAXVXDVUQILBJUABNLKMKDJMENUNQ

Per ciascuna posizione vediamo se le ripetizioni di lettere uguali assomiglia a quella di una stringa di caratteri casuali, o a quella di un messaggio!

Ad esempio, spostando il secondo messaggio di 8 posizioni a destra troviamo 1 gruppo di tre lettere sovrapposto:

GXCYBGDSLVWBDJLKWIPEHVYGQZWDTHRQXIKEESQSSPZXARIXEABQIRUCKHGWUEBPF YNSCFCCPVIPEMSGIZWFLHESCIYSPVRXMCFQAXVXDVUQILBJUABNLKMKDJMENUNQ

Spostando invece il secondo messaggio di 9 posizioni a destra troviamo 5 lettere singole sovrapposte e 2 gruppi da due lettere sovrapposte:

GXCYBGDSLVWBDJLKWIPEHVYGQZWDTHRQXIKEESQSSPZXARIXEABQIRUCKHGWUEBPF YNSCFCCPVIPEMSGIZWFLHESCIYSPVRXMCFQAXVXDVUQILBJUABNLKMKDJMENUNQ



Come possiamo ora confrontare i due risultati (e gli altri 49) per ottenere un ranking che ci permetta di classificare ciascuna posizione come potenzialmente in depth oppure no? Con il teorema di Bayes!

Nel nostro caso, infatti, possiamo pensare che l'evento a cui siamo interessati sia A= "i messaggi sono in depth con quello shift" e che le evidenze che ci permettono di aggiornare la nostra valutazione siano B= "abbiamo osservato un certo numero di lettere uguali tra i due messaggi". A questo punto vogliamo valutare le odd che in effetti valga (A|B), ossia che in effetti i messaggi siano in depth. Ricordando la formula data nel paragrafo 5.1 per il fattore, e indicando con N il numero di lettere effettivamente sovrapposte tra i due messaggi dopo lo shift e con M il numero di lettere effettivamente coincidenti, otterremo:

 $\mathcal{O}(\operatorname{Posiz.\ corretta} \mid M \text{ match su } N \text{ overlap})$

$$\begin{split} &= \frac{P(\operatorname{Posiz.\ corretta} \mid M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap})}{P(\operatorname{Posiz.\ sbagliata} \mid M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap})} \\ &= \frac{P(M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap} \mid \operatorname{Posiz.\ corretta}) \cdot P(\operatorname{Posiz.\ corretta})}{P(M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap} \mid \operatorname{Posiz.\ sbagliata}) \cdot P(\operatorname{Posiz.\ sbagliata})} \\ &= \frac{P(M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap} \mid \operatorname{Posiz.\ corretta})}{P(M\ \operatorname{match\ su}\ N\ \operatorname{overlap} \mid \operatorname{Posiz.\ sbagliata})} \cdot \mathcal{O}(\operatorname{Posiz.\ corretta}) \end{split}$$

La nostra attenzione si focalizza qui sul fattore di Bayes-Turing, ossia al fattore moltiplicativo che permette di passare dalle odd a priori a quelle aggiornate: se il fattore è maggiore di 1, l'evidenza "M match su N overlap" fa crescere le odd e quindi si tratta di un'evidenza a favore; se il fattore è minore di 1, l'evidenza fa decrescere le odd e quindi si tratta di un'evidenza contraria.

Possiamo quindi classificare le varie situazioni di overlap in base al fattore ottenuto, stilando un ranking di quali siano maggiormente credibili come corrispondenti a due messaggi in depth. Si noti anche che nella composizione di tale ranking non è necessario assegnare le odd a priori, perché non si è interessati direttamente al valore numerico della quota aggiornata ma solo al fattore moltiplicativo. Il calcolo del fattore può essere completato esplicitamente:

$$\frac{P(M \text{ match su } N \text{ overlap} | \text{Posiz. corretta})}{P(M \text{ match su } N \text{ overlap} | \text{Posiz. sbagliata})} = \frac{\left(\frac{1}{17}\right)^{M} \cdot \left(\frac{16}{17}\right)^{N-M}}{\left(\frac{1}{26}\right)^{M} \cdot \left(\frac{25}{26}\right)^{N-M}}$$

dove 1/17 è la probabilità di avere match di lettere in messaggi di tipo militare in Tedesco, frutto di una serie di analisi statistiche effettuate a cavallo delle due guerre mondiali. Nel seguito chiameremo peso delle evidenze W(M) match su N overlap) il logaritmo del fattore di Bayes-Turing, che risulta più facilmente calcolabile rispetto al numero originale del fattore.

Al numero W(M) match su N overlap) appena trovato, vanno in realtà fatte delle correzioni (additive):

- Un *Bonus* se si trovano sequenze di match consecutivi, perché rappresentano il match di una sillaba o di parte di essa sui due messaggi.
- Un *Malus* che cresce al crescere del numero di posizioni per cui si è shiftata la sequenza, perché diventa più probabile l'avvenire di uno scatto del rotore intermedio e che i match successivi siano frutto di coincidenza.

La formula finale per il peso delle evidenze utilizzato a Bletchley Park era dunque il seguente

$$\mathcal{W}(M \text{ match su } N \text{ overlap}) = \log \frac{\left(\frac{1}{17}\right)^M \cdot \left(\frac{16}{17}\right)^{N-M}}{\left(\frac{1}{26}\right)^M \cdot \left(\frac{25}{26}\right)^{N-M}} + \text{Bonus } - \text{ Malus}$$





dove i valori numerici utilizzati per Bonus e Malus venivano presi da opportune tavole numeriche (alcuni esempi di tali tavole possono essere trovare in [15], mentre la loro descrizione completa è presente in [3]).

Tramite questa formula possiamo quindi classificare tutte le posizioni in base al loro peso e scegliere quella (o quelle) con peso maggiore come più probabilmente corretta.

Nell'esempio precedente dei messaggi cifrati con VFG e VFX, la posizione +9 era proprio quella con un peso maggiore:

GXCYBGDSLVWBDJLKWIPEHVYGQZWDTHRQXIKEESQSSPZXARIXEABQIRUCKHGWUEBPF YNSCFCCPVIPEMSGIZWFLHESCIYSPVRXMCFQAXVXDVUQILBJUABNLKMKDJMENUNQ

- -- - - - --

Dalla sovrapposizione avevamo che le lettere coincidenti erano una sequenza di 1 lettera, poi 2 lettere, poi 1 lettera per quattro volte e ancora 2 lettere, per un totale di M=9 match su N=56 lettere di overlap. Calcolando il logaritmo del fattore di Bayes-Turing ed aggiungendo gli opportuni Bonus & Malus, concluderemo allora che X=G+9 con peso $\bf 5:1$. Nella tabella successiva abbiamo elencato per ogni shift possibile la sequenza di effettive lettere di match M rispetto al numero di lettere di overlap N.

SHIFT	SEQUENZA MATCH	OVERLAP	SHIFT	SEQUENZA MATCH	OVERLAP
-25	-	38	1	1, 1, 2	63
-24	1	39	2	1, 1, 1	63
-23	1	40	3	1, 1, 1	62
-22	$\mid 1, 1 \mid$	41	4	1, 1	61
-21	1	42	5	1, 1, 1	60
-20	1	43	6	-	59
-19	$ \;1,1,1$	44	7	1, 1	58
-18	$\mid 1, 1 \mid$	45	8	3	57
-17	-	46	9	1, 2, 1, 1, 1, 1, 2	56
-16	1	47	10	-	55
-15	1	48	11	1, 1, 1	54
-14	1	49	12	-	53
-13	-	50	13	1, 1, 1, 1, 1	52
-12	1	51	14	1, 2, 1	51
-11	1, 1, 1	52	15	2	50
-10	1, 1, 1	53	16	1	49
-9	1, 1	54	17	1, 1, 1, 1	48
-8 -7	-	55	18	1, 1	47
	1, 1, 1	56	19	1	46
-6	1, 1, 1	57	20	-	45
-5	1	58	21	-	44
-4	1, 1, 1, 1	59	22	1, 1	43
-3	1, 1, 1	60	23	1	42
-2	1	61	24	1, 1, 1, 1	41
-1	1, 1	62	25	1	40

Omettiamo il calcolo dei pesi delle evidenze per ciascuna dei possibili shift: essi possono essere trovati applicando le formule in [15].





Menzioniamo invece il fatto che Turing sviluppò l'approccio basato sull'uso del peso delle evidenze in varie direzioni, riuscendo ad applicarlo allo studio di toy model crittografici [27, 32], all'attacco verso altre macchine cifranti [7, 29] e anche alla valutazione dell'attendibilità dei crib (di cui abbiamo parlato brevemente nel paragrafo 4.3).

6 Conclusioni

In questo scritto abbiamo cercato di fornire uno sguardo particolare sul problema della decifrazione dei messaggi tedeschi durante la Seconda Guerra Mondiale, focalizzando la nostra attenzione sull'utilizzo da parte di Turing del teorema di Bayes (per ridurre il carico di lavoro sulle macchine bomba che avevano il compito di individuare la chiave di cifratura utilizzata giornalmente per le macchine Enigma).

Da un punto di vista tecnico, il contributo dato da tale teorema non risulta forse dirompente quanto la costruzione stessa delle macchine bomba, che costituirono un enorme balzo tecnico e tecnologico rispetto all'idea stessa di calcolatore che si aveva al tempo. È tuttavia innegabile che senza il contributo del fattore di Bayes-Turing il lavoro delle macchine sarebbe risultato proibitivo, essendo troppo elevato il numero di configurazioni da analizzare e testare, e forse molte delle informazioni di intelligence che si rivelarono fondamentali durante il conflitto non sarebbero mai state decifrate in tempo utile.

Questo aspetto è stato tipicamente poco esplorato ed è per questa ragione che abbiamo voluto cominciare a raccontarlo, pur trattandosi di un aspetto alquanto tecnico che quindi richiede un notevole sforzo di approfondimento al lettore. Purtoppo la comprensione dell'uso del teorema di Bayes richiedeva la comprensione delle regole "base" della cifratura tramite Enigma, e queste a loro volta richiedevano la descrizione del funzionamento meccanico delle macchine cifranti. Ci auguriamo comunque che almeno i punti fondamentali della trattazione siano risultati comprensibili, anche per un lettore non precedentemente esperto sul tema della crittografia e delle macchine cifranti del XX secolo.

Ringraziamenti

L'idea di questo articolo è stata concepita e sviluppata durante i seminari della *Decision Making School* di Roma, finanziata da MBDA. Gli autori vogliono ringraziare i professori Giulio D'Agostini dell'Università di Roma "Sapienza" e Julia Mortera dell'Università di Roma Tre per le fruttuose discussioni e per i consigli sulla presentazione del tema.

Riferimenti bibliografici

- [1] Benjamin P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, Phys. Rev. Lett. 116 (2016), 061102.
- [2] Benjamin P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Properties of the binary black hole merger GW150914*, Phys. Rev. Lett. **116** (2016), 241102.
- [3] C. Hugh O'D. Alexander, Cryptographic history of work on German Naval ENIGMA, Public Record Office, Kew, Surrey, UK, 1946.
- [4] Giovan Battista Bellaso, La Cifra del Sig. Giovan Battista Bellaso. Venezia, 1553.
- [5] Winston Churchill, The World Crisis 1911-1918, Barnes and Noble, 1993, ISBN 9781566191883.





- [6] Julian S. Corbett, History Of The Great War Naval Operations, Volume 3, Spring 1915 to June 1916. Longmans Green And Co., London, 1923.
- [7] Donald W. Davies, The Lorenz Cipher Machine SZ42, Cryptologia 19 (1995), no. 1, 39–61.
- [8] Bruno DeFinetti, Sul significato soggettivo della probabilità, in Fundamenta Mathematicae, XVII (1931), 298–329.
- [9] Harold C. Deutsch, *The Historical Impact of Revealing The Ultra Secret*, NSA Cryptologic Spectrum Articles 8 (1978), no. 1.
- [10] Homayoon Dezfuli, Dana Kelly, Curtis Smith, Kurt Vedros & William Galyean, Bayesian Inference for NASA Probabilistic Risk and Reliability Analysis, NASA Risk Docs NASA/SP-2009-569. [available online: http://www.hq.nasa.gov/office/codeq/doctree/SP2009569.pdf]
- [11] Graham Ellsbury, The Turing Bombe, 1998. [available online: http://www.ellsbury.com/bombe1.htm]
- [12] Erodoto, Le Storie. UTET, Torino, 2014, ISBN 9788851122294.
- [13] Paolo Garbolino, Probabilità e logica della prova. Giuffrè Editore, 2014, ISBN 9788814189630.
- [14] Aulo Gellio, Notti Attiche. UTET, Torino, 2013, ISBN 9788841893050
- [15] Steven Hosgood, All You Ever Wanted to Know About Banburismus but were Afraid to Ask, 2007. [available online: http://stoneship.org.uk/~steve/banburismus.html]
- [16] Thomas Jefferson, The wheel cypher. Jefferson's Notes and Copy, Thomas Jefferson Papers, Library of Congress. [available online: http://memory.loc.gov/cgi-bin/ampage?collId=mtj1&fileName=mtj1page056.db&recNum=47]
- [17] Friedrich W. Kasiski, Die Geheimschriften und die Dechiffrir-Kunst. Mit besonderer Berücksichtigung der deutschen und der französischen Sprache. E.S. Mittler und Sohn, Berlino, 1863.
- [18] Plutarco, Vite parallele: Lisandro e Silla. BUR Rizzoli, Milano, 2001, ISBN 9788817128964.
- [19] Polibio, Storie (Libri VII-XI Volume quarto). A cura di Domenico Musti. BUR Rizzoli, Milano, 2002, ISBN 9788817100269.
- [20] Tony Sale, Virtual Wartime Bletchley Park, 2002. [available online: https://www.codesandciphers.org.uk/virtualbp/tbombe/tbombe.htm]
- [21] Leonard J. Savage, *The Foundations of Statistics Reconsidered*, Proc. Fourth Berkeley Symp. on Math. Statist. and Prob. 1 (1961), 575–586.
- [22] Arthur Scherbius, US Patent for a Ciphering Machine, US1657411. [available online: www.google.com/patents/US1657411]
- [23] Claude E. Shannon, Communication Theory of Secrecy Systems, Bell System Technical Journal 28, 656–715.





- [24] David J. Spiegelhalter, Keith R. Abrams & Jonathan P. Myles, Bayesian Approaches to Clinical Trials and Health-Care Evaluation, Wiley, Hoboken NJ, 2004, ISBN 9780471499756.
- [25] Michael Stamatelatos & Homayoon Dezfuli, Probabilistic Risk Assessment Procedures Guide for NASA Managers and Practitioners, NASA Risk Docs NASA/SP-2011-3421. [available online: http://www.hq.nasa.gov/office/codeq/doctree/SP20113421.pdf]
- [26] Svetonio, Le vite dei dodici Cesari. UTET, Torino, 2009, ISBN 9788802080772.
- [27] Alan Turing, The Applications of Probability to Cryptography, UK National Archives manuscript HW 25/37 [available online: https://arxiv.org/abs/1505.04714]
- [28] Blaise de Vigenère, Traicté des chiffres ou secrètes manières d'escrire. Parigi, 1586.
- [29] VV.AA., Breaking Teleprinter Ciphers at Bletchley Park: An edition of I.J. Good, D. Michie and G. Timms: General Report on Tunny with Emphasis on Statistical Methods (1945). Editors James A. Reeds, Whitfield Diffie, J. V. Field, 2012, Wiley, Hoboken NJ, ISBN 9780470465899.
- [30] VV.AA., Ultra and the Battle of the Atlantic, NSA Cryptologic Spectrum Articles 8 (1978), no. 1.
- [31] Frederick Winterbotham, The Ultra Secret. Weidenfeld and Nicolson, London, 1974, ISBN 0297768328.
- [32] Sandy Zabell, Commentary on Alan M. Turing: The Applications of Probability to Cryptography, Cryptologia, 36 (2012), no. 3, 191–214.

