

高数学习

韩海舰

2020 年 1 月 2 日

1 第一章 函数, 极限, 连续性

1.1 第一周练习

1. 已知 $f(x+1)$ 的定义域为 $[0, a]$ ($a > 0$), 则 $f(x)$ 的定义域为 ()。

1. $[1, a + 1]$
2. $[-1, a + 1]$
3. $[a, a + 1]$
4. $[a - 1, a]$

正确答案: A 你错选为 B

2.

若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ (a 为常数), 则下列说法不正确的是。

1. 数列 $\{x_n\}$ 有界。
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = a$
3. 若 $x_n > 0$ ($n=1, 2, \dots, n$), 则 $a > 0$
4. 常数 a 唯一。

正确答案: C 你没选择任何选项

极限的性质包括: 唯一性, 有界性, 保号性。其中保号性是指如果极限 > 0 , 则 $x_n > 0$ 。

1.2 第二周练习

1. 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (?)$

结果为 0

2.

若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$, 则 ()

1. 仅当 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ 时, 才有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立。
2. 当 $g(x)$ 为任意函数时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
3. 仅当 $g(x)$ 为常数时, 才能使 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
4. 当 $g(x)$ 有界时, 能使 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立

答案是 4.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

是无穷小, 无穷小与有界函数之积是无穷小。

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{\sin x}} = (?)$$

1. 1
2. e
3. e^{-1}
4. e^{-2}

正确答案: C 你错选为 B

1.3 第三周练习

等价无穷小:

$$\ln(x+1) \sim x, \quad 1 - \cos(x) \sim \frac{1}{2}x^2$$

$$\sin(x) \sim x, \quad \tan(x) \sim x$$

$$e^x - 1 \sim x, \quad a^x - 1 \sim x \ln a$$

有用极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

无穷小的关系:

$\alpha = \lim f(x) = 0, \beta = \lim g(x) = 0$, 均是无穷小

高阶无穷小:	$\frac{\alpha}{\beta} = 0$	α 是 β 的高阶无穷小
等价无穷小:	$\frac{\alpha}{\beta} = 1$	α 是 β 的等价无穷小
同价无穷小:	$\frac{\alpha}{\beta} = c \quad (c \neq 0)$	α 是 β 的同价无穷小
k 价无穷小:	$\frac{\alpha}{\beta^k} = c \quad (c \neq 0)$	α 是 β 的 k 阶无穷小

2 导数与微分

2.1 第四周练习

1. 设函数 $f(u)$ 可导, 且 $y = f(x^2)$ 当自变量 x 在 $x=1$ 处取得增量 $\Delta x = -0.1$ 时, 相应的函数增量 Δy 的线性主部为 0.1, 则 $f'(1) = ()$.

1. 0.1

2. 1

3. -0.5

4. -1

正确答案: C 你错选为 D

2. 函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处连续、可导、可微的关系中不正确的是:

1. 可导是可微的充分必要条件

2. 可微是连续的充分条件

3. 连续是可导的充分必要条件

4. 连续式可微的必要条件

正确答案: C 你错选为 A

连续:

1. $f(x)$ 在 x_0 处有定义

2. $f(x)$ 在 x_0 处有极限

3. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

可导:

1. $f(x)$ 在 x_0 的邻域内有定义

2. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$
存在

3. $f'_+(x_0) = f'_-(x_0)$

可导 \implies 连续, 但连续未必可导。可导 \iff 可微

二阶导数:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d \frac{dy}{dx}}{dx}$$

3 第三章微分中值定理与导数应用

3.1 第六周练习

1. 求

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin x}{x} \right\}^{\frac{1}{1 - \cos x}} = ()$$

1. 1

2. $e^{-\frac{1}{3}}$

3. $e^{\frac{1}{6}}$

4. e^2

正确答案: B 你错选为 A