Gra z adwersarzem

czwartek, 15 sierpnia 2024 17:57

Dane: $a_1, \dots, a_n$

Wynik: m – minimum $\{a_1, \dots, a_n\}$

$M \to$ maksimum $\{a_1, \dots, a_n\}$

W modelu drzew decyzyjnych:

min $\to$ $n-1$ porównań
MAKS $\to$ $n-2$ porównań
$\Big\}$ $2n-3$ porównań

Ale możemy zrobić lepiej:

$a_1, a_2, \dots, a_n$ $\qquad n = 2k$

jedną dajemy do zbioru kandydatów na minimum, a drugą do maksimum

$\frac{n}{2}$ porównań

{kandydaci na min} $\to$ $\frac{n}{2}$ liczb

{kandydaci na max} $\to$ $\frac{n}{2}$ liczb

min z tego to $\frac{n}{2} - 1$ porównań

z tego max to $\frac{n}{2} - 1$ porównań

Czyli łącznie $3 \cdot \frac{n}{2} - 2$ porównań

Ale interesuje nas złożoność dokładna.

Pokażemy, że $\frac{3}{2}n - 2$ to stała której się nie da poprawić

Dowód przez strategię gry z adwersarzem:

Algorytm i Adwersarz

$A - \{a_1 \ldots a_n\}$

po każdym porównaniu liczba otrzyma "status"

no bo przy porównaniu $a_5 < a_7$; odp TAK a_5 straci szansę już na bycie MAX.

Definiujemy zbiory

A - { i | a_i nie był jeszcze porównany }

B - { i | a_i wygrał już jakieś porównanie i nie przegrał żadnego } ∈ KANDYDACI DO MAXIMUM

C - { i | a_i przegrał już jakieś porównanie i nie wygrał żadnego } ∈ KANDYDACI DO MIN

D - { i | a_i wygrał i przegrał chociaż raz } ∈ one nie są kandydatami już

Na początku $|A| = n$ $|B|, |C|, |D| = \emptyset$

Czyli najpierw robimy $\frac{n}{2}$ na zbiorze A

↓

$\frac{n}{2}$ el. trafi do zbioru B i $\frac{n}{2}$ do zbioru C

żeby z B i z C przenieść do D

by została jedna liczba w B i jedna w C

potrzeba

$n-2$ porównań

Czyli łącznie $\frac{n}{2} + n-2$ porównań

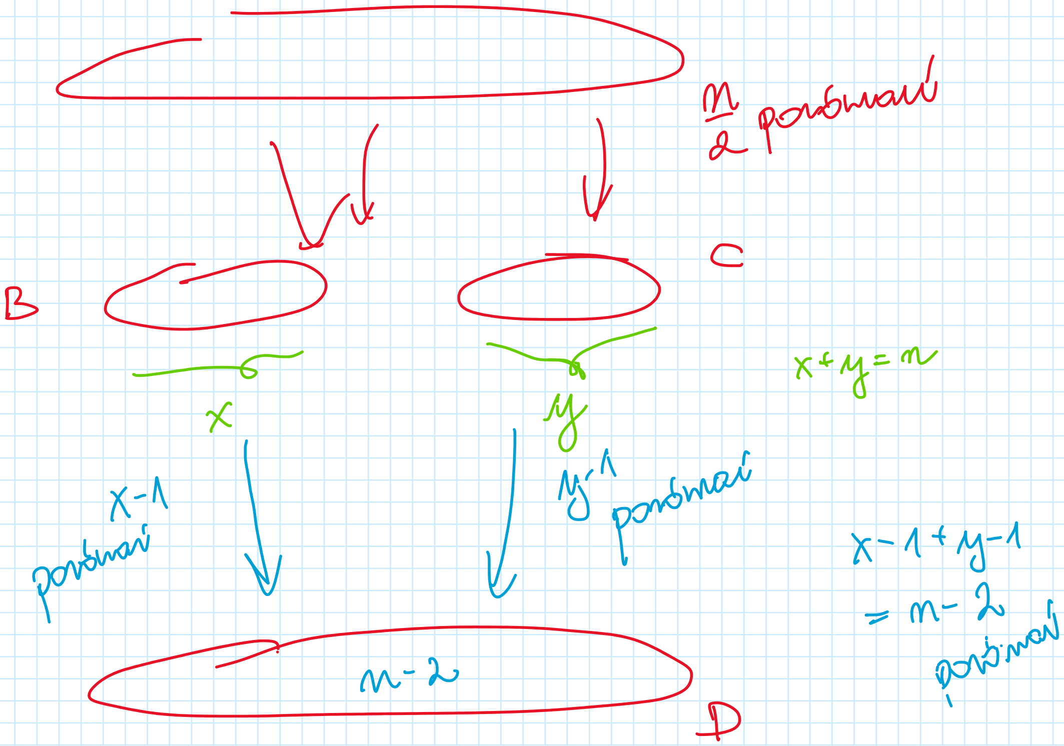
$b > d > c$ i

$b > a > c$

Adwersarz ma strategię nic nie zakładając

to jest technika dowodowa

A



czyli algorytm musi ZADAĆ CO NAJMNIEJ $n-2+\frac{n}{2}$ porównań