دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی‌تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی مکانیک

پروژه انتقال حرارت ۲

نگارش
سید علی اکبر موسوی ۹۹۲۶۰۹۴
هانیه عطریان سرشت ۹۹۲۶۰۷۰

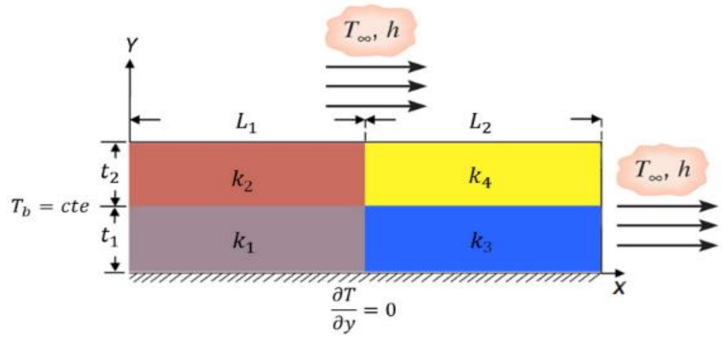
استاد درس
جناب آقای دکتر امانی

دی ۱۴۰۲

مقدمه:

هدف از این پروژه بهبود بخشیدن عملکرد فین مستطیلی با جنس آلومینیوم با اضافه کردن نانو فیبر کربن(CNF) است. اثرات اضافه کردن نانوفیبرهای کربنی به فین‌الومینیومی برای انتقال حرارت می‌تواند بهبودهای چشمگیری ایجاد کند. این افزودنی‌ها می‌توانند منجر به افزایش پهنای ترمینال فین‌ها در استفاده‌های مختلفی مانند رادیاتورها و دیگر سیستم‌های خنک‌کننده شوند. این انتقال حرارت بهبود یافته می‌تواند در کاهش دما و افزایش کارایی سیستم‌های حرارتی کمک کند، مخصوصا در بخش‌هایی که نیاز به بهره‌وری بالا و کنترل دمای دقیق دارند.

در این پروژه، تاثیر اضافه کردن ماده مذکور در هشت حالت مختلف (شکل ۲ صورت پروژه) بررسی شده است. برای سادگی کار، همانگونه که در شکل زیر مشخص است، فین به چهار ناحیه با ضرایب هدایت متفاوتی تقسیم شده است. همچنین با توجه به تقارن فین نسبت به محور مرکزی (در راستای x) معادلات برای نیمه بالایی فین بررسی شده است. شرایط مرزی در این حالت، به صورت دو شرط مرزی جابه جایی و یک شرط مرزی آدیاباتیک و یک شرط مرزی دما ثابت می‌باشد.

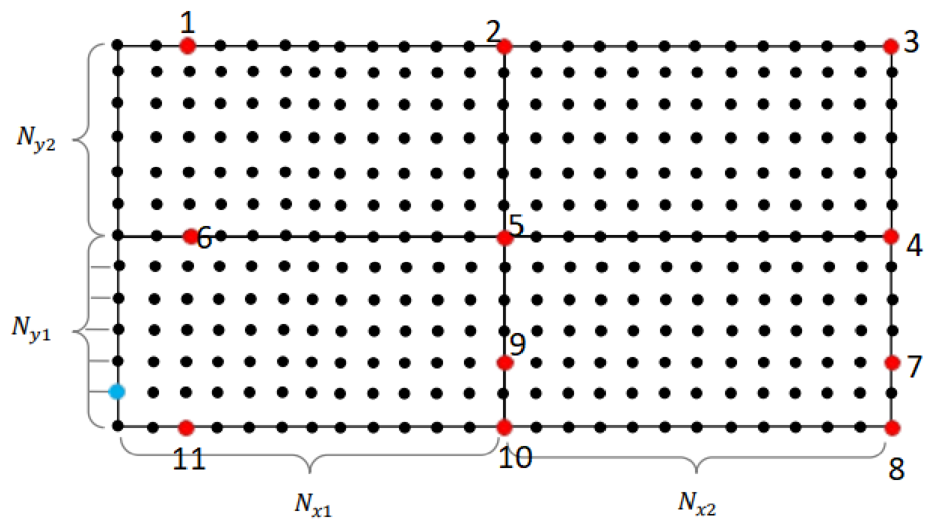


شکل ۱-تصویر نصف فین(هندسه مورد بررسی)

گسسته‌سازی:

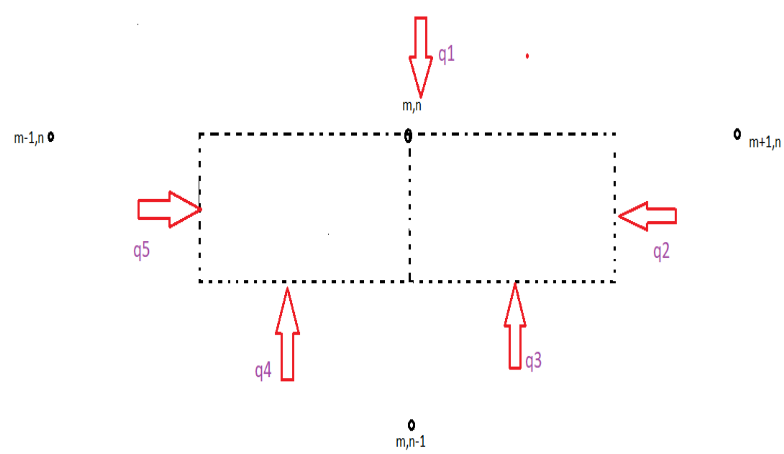
شبکه حل عددی به صورت نمایش داده شده در شکل ۲ می‌باشد. در این حالت ۱۱ مدل نقطه مرزی خواهیم داشت که در شکل با نقاط قرمز مشخص شده و شماره گذاری شده‌اند. در ادامه، معادلات کلی برای هر کدام از این ۱۱ نقطه آورده و ساده شده است. با توجه به تعداد زیاد نقاط و برای جلوگیری از طولانی شدن گزارش، نحوه در نظر گرفتن حجم کنترل و بدست آوردن معادله دما فقط برای نقطه ۲(شکل ۳) آورده شده است. دمای مربوط به بقیه نقاط نیز با همین رویه بدست خواهد آمد. معادله مربوط به نقاط داخلی هر چهار ناحیه نیز یکسان بوده و همان رابطه 11.2 اسلایدهای تدریس شده در کلاس است. همانطور که در شکل پایین نیز مشخص شده، Nها تعداد بخش‌ها می‌باشد. یعنی تعداد نقاط در راستای ایکس N_x+1 است که N_x جمع N_{x1} و N_{x2} می‌باشد. برای راستای y نیز به همین شکل است. برای حل عددی دستگاه بدست آمده از روش گوس-سایدل استفاده خواهد

شد. در هر مرحله حل برای چک کردن همگرایی، اگر از مقدار ماکسیمم خطای نسبی استفاده شود حل دچار مشکل خواهد شد و به شدت به حدس اولیه وابسته می‌شود. اما اگر از نُرم دوم خطای مطلق استفاده کنیم این مشکل تا حد زیادی برطرف می‌شود. نکته قابل ذکر دیگر این است که چون نسبت $\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}$ در معادلات وجود دارد، در کد این نسبت برابر متغیر R در نظر گرفته شده است.



شکل۲–شبکه مورد استفاده

نمونه بدست آوردن معادله برای نود شماره ۲:



شکل۳–نقطه شماره ۲

$$h\Delta x(\mathrm{T}_\infty - \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}) + k4\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}} - \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right) + k4\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}} - \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right) + k2\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}} - \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right) + k2\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}} - \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right) = 0$$

و پس از ضرب کردن طرفین در $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ و ساده‌سازی برای $\mathrm{T}_{n,m}$:

$$\frac{\Delta x^2}{\Delta y}h\mathrm{T}_\infty+\frac{1}{2}\left(k4\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}+k2\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}\right)+\frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}(k4+k2)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}$$
$$=(\frac{\Delta x^2}{\Delta y}h+\frac{1}{2}(k4+k2)\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1\right))\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

معادلات بقیه نقاط مرزی:

$$Node\ 1(eq1)\colon h\Delta x\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+k\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k\Delta x\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m1,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 3(eq3)\colon h\frac{\Delta \mathrm{x}}{2}\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+h\frac{\Delta \mathrm{y}}{2}\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+k\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)$$
$$+k\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)=0$$

$$Node\ 4(eq4)\colon h\Delta y\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+k3\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k4\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k4\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 5(eq5)\colon\ k4\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k4\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k3\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k3\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k1\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k1\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k2\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k2\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 6(eq6)\colon k2\Delta x\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m1,n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k2\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k1\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k1\Delta x\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m1,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k1\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m-1,\mathrm{n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k2\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m-1,\mathrm{n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$=0$$

$$Node\ 7(eq7)\colon h\Delta y\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+k\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k\Delta y\left(\frac{\mathrm{T}_{m-1,\mathrm{n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 8(eq8)\colon h\frac{\Delta \mathrm{y}}{2}\left(\mathrm{T}_\infty-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}\right)+k\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m-1,\mathrm{n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 9(eq9): k3\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n}+1}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k3\Delta y\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k3\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k1\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n}-1}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k1\Delta y\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k1\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 10(eq10): k3\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,\mathrm{n}+1}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+k\Delta y\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k1\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k1\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{m,n+1}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)=0$$

$$Node\ 11(eq11): k\Delta x\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta y}\right)+\ k\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)+k1\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}}{\Delta x}\right)=0$$

سپس معادلات را در $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ ضرب کرده و برای $\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$ ساده می‌کنیم:

$$eq1:\ \frac{\Delta x^2}{\Delta y}h\mathrm{T}_\infty+k\left(\frac{\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}-\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}}{2}\right)+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}=(\frac{\Delta x^2}{\Delta y}h+k+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k)\ \mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq3:\ \left(\frac{\Delta x^2}{\Delta y}h+\Delta xh\right)\mathrm{T}_\infty+k\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}+k\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}=(\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta y}+\Delta x\right)h+k(1+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}))\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq4: \Delta xh\mathrm{T}_\infty+\frac{1}{2}(k3+k4)\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\left(k4\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}+k3\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}\right)$$
$$=(\Delta xh+\frac{1}{2}(k3+k4)(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1))\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq5: (k4+k2)\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}+(k1+k2)\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}(k2+k4)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}(k1+k3)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}$$
$$=(k1+k2+k3+k4)(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq6:\ \frac{1}{2}(k1+k2)\left(\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}+\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}\right)+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k2\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}=(k1+k2)(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq7: \Delta xh\mathrm{T}_\infty+k\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k\left(\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}+\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}\right)=(\Delta xh+(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)k)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq8: \Delta xh\mathrm{T}_\infty+k\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k\left(\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}\right)=(\Delta xh+(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)k)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq9: k3\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}+k1\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{1}{2}\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}(k1+k3)\left(\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}+\mathrm{T}_{\mathrm{m,n-1}}\right)=(k1+k3)(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq10: k3\mathrm{T}_{\mathrm{m+1,n}}+k1\mathrm{T}_{\mathrm{m-1,n}}+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}(k1+k3)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n+1}}=(k1+k3)(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)\mathrm{T}_{\mathrm{m,n}}$$

$$eq11:\ \frac{1}{2}\left(\mathrm{T_{m,n+1}}+\mathrm{T_{m-1,n}}\right)+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}k\mathrm{T_{m,n+1}}=k(\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}+1)\mathrm{T_{m,n}}$$

معادله نقاط داخلی:

همانطور که ذکر شد، معادله مربوط به نقاط داخلی، معادله 11.2 اسلاید سری دوم است:

$$\left(\mathrm{T_{m-1,n}}+\mathrm{T_{m+1,n}}\right)+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\left(\mathrm{T_{m,n+1}}+\mathrm{T_{m,n-1}}\right)-2\times\left(1+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\right)\mathrm{T_{m,n}}=0$$

این معادله نیز پس از ساده‌سازی برای $\mathrm{T_{m,n}}$ به شکل زیر خواهد بود:

$$\mathrm{T_{m,n}}=\frac{1}{2\times\left(1+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\right)}\left[\left(\mathrm{T_{m-1,n}}+\mathrm{T_{m+1,n}}\right)+\frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\left(\mathrm{T_{m,n+1}}+\mathrm{T_{m,n-1}}\right)\right]$$

معادلات گرما:

معادله مربوط به گرمای فین(گرمای خارج شده از پایه) به صورت زیر است:

$$q_f=2\left[\frac{h\Delta x}{2}\left(\mathrm{T_{1,Ny+1}}-T\infty\right)+\sum_{n=1}^{\mathrm{Ny+1}}\mathrm{q_{m-1,n\to m,n}}\right]\ ;m=2$$

که عبارت دوم آن(عبارت مربوط به کانداکشن) به صورت زیر خواهد بود:

$$\sum_{n=1}^{\mathrm{Ny+1}}\mathrm{q}_{\mathrm{m-1,n}\to m,n}$$
$$=\frac{h\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T_{1,1}}-\mathrm{T_{2,1}}}{\Delta x}\right)+\sum_{n=2}^{\mathrm{Ny1}}k1\Delta y\frac{\mathrm{T_{1,n}}-\mathrm{T_{2,n}}}{\Delta x}$$
$$+(k1+k2)\frac{\Delta y}{2}\frac{\mathrm{T_{1,Ny1+1}}-\mathrm{T_{2,Ny1+1}}}{\Delta x}+\sum_{n=Ny1+2}^{\mathrm{n=Ny}}k2\Delta y\left(\frac{\mathrm{T_{1,n}}-\mathrm{T_{2,n}}}{\Delta x}\right)$$
$$+k2\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{\mathrm{T_{1,Ny+1}}-\mathrm{T_{2,Ny+1}}}{\Delta x}\right)$$

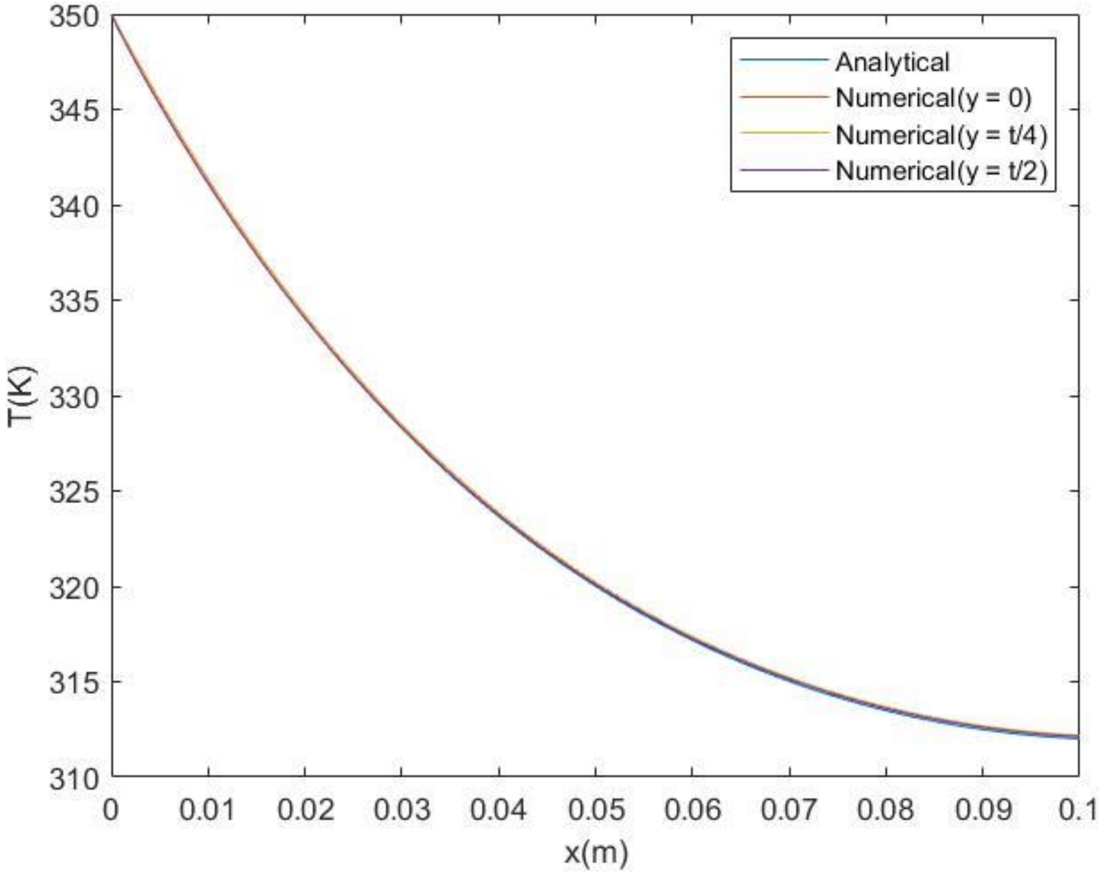
صحت‌سنجی:

در این بخش، حل عددی برای حالت ساده فین(جنس تماما آلومینیوم) انجام شده و با حل تحلیلی ارائه شده در جدول ۳.۴ کتاب اینکروپرا(سطر اول این جدول) مقایسه می‌شود. پارامترهای حل عددی مطابق جدول زیر است.

جدول۱-پارامترهای حل عددی مربوط به صحت‌سنجی

ضخامت‌ها	طول‌ها	ضرایب هدایت	N_{x1}	N_{x2}	N_{y1}	N_{y2}
$t_1 = t_2 =$ 2.5mm	L_1=L_2 = 50mm	k1=k2=k3=k4=100W/m.K	200	200	10	10

برای مقایسه این دو حل، با توجه به اینکه حل عددی دو بعدی است، پروفیل دمای آن در قسمت‌های $y = 0$ mm، $y = 2.5$ mm و $y = 5$ mm با پروفیل دمای حل تحلیلی مقایسه می‌شود(شکل ۴). پس از آن مقادیر گرمای منتقل شده از پایه فین برای هر دو حالت تحلیلی و عددی در جدول ۲ مقایسه خواهد شد.



شکل۴-نمودار صحت‌سنجی

جدول۲-نتایج صحت‌سنجی

	Analytical	**Numerical**	**Relative Error (%)**
$q_{f,0}$(W/m)	975.8607	968.6353	0.74

با توجه به نمودار شکل ۴ و خطای نسبی ذکر شده در جدول ۲، می‌توان دو نتیجه گرفت: ۱. اعداد حل عددی و حل تحلیلی به هم نزدیک است و فرض یک‌بعدی فرض مناسبی می‌باشد. از ابتدا نیز می‌توانستیم این نتیجه را با توجه به کم بودن ضخامت فین نسبت به طول آن بگیریم. ۲. حل عددی انجام شده حل مناسبی است و می‌توان از آن در بخش‌های بعدی استفاده کرد.

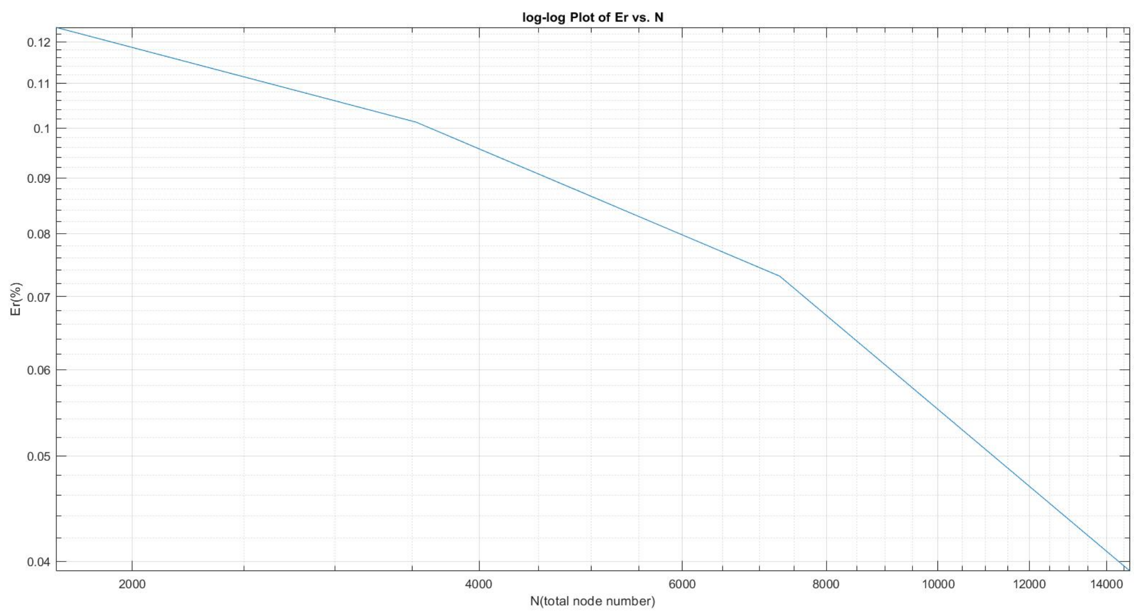
استقلال از مش:

هدف از این قسمت این است که اطمینان حاصل کنیم که حل انجام شده به پارامترهای حل عددی بستگی ندارد. همچنین قصد داریم بهترین مش ممکن را برای ادامه کار پیدا کنیم. برای این کار حل عددی برای Design 3 با ۵ مش مشخص شده در جدول ۳ انجام می‌شود. پس از آن خطای نسبی ۴ مش اول نسبت به بهترین مش(مش ۵) سنجیده می‌شود(به درصد). پس از آن نمودار خطای بدست آمده نسبت به اندازه مش در یک نمودار لگاریتمی رسم شده و کوچک‌ترین مشی که خطای کمتر از ۰.۲٪ دارد انتخاب خواهد شد.

جدول ۳-مش‌های مورد بررسی

	Grid 1	Grid 2	Grid 3	Grid 4	Grid 5
N_y	16	24	36	52	72
N_x	100	140	196	276	388
N	1717	3525	7289	14681	28397

پارامترهای مربوط به Design 3 نیز در جدول ۴ و نتایج این قسمت در شکل ۵ آورده شده است.

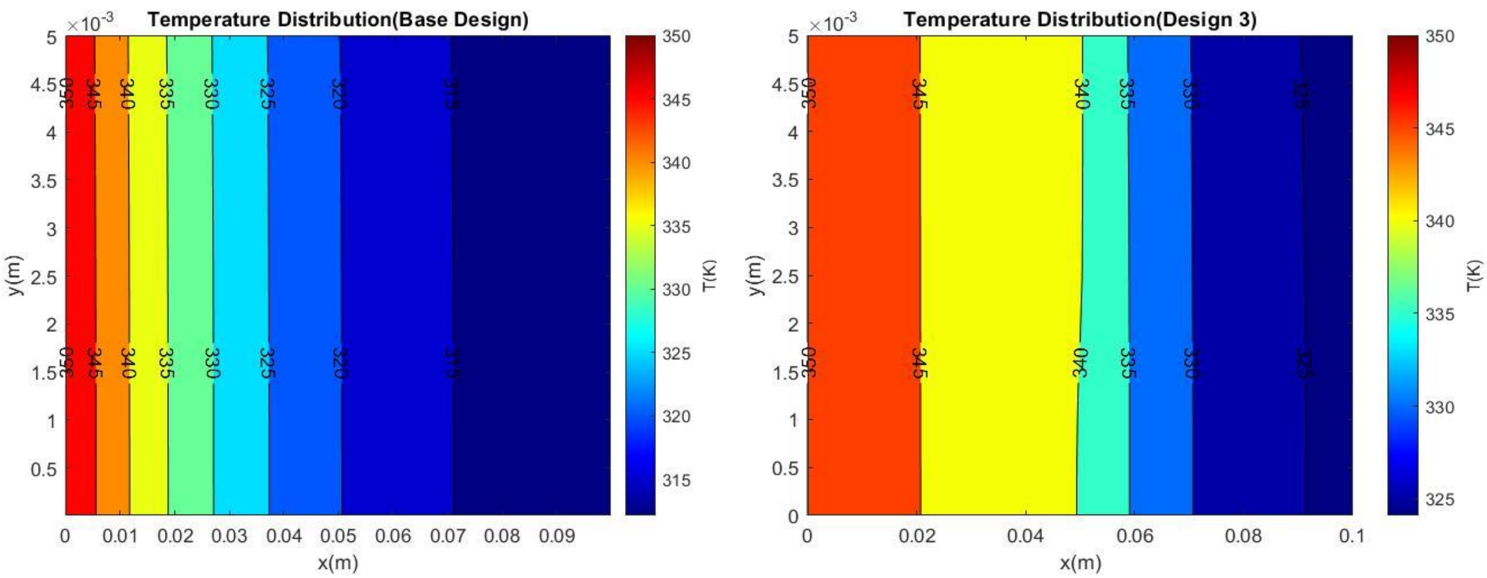


شکل۵-نمودار خطای نسبی بر حسب اندازه مش

با توجه به نتایج حاصله از کد و نمودار بالا، بهترین مش، مش شماره ۱ با خطای ۰.۱۲۳۷٪ می‌باشد.

نمونه نتایج:

در این قسمت، با استفاده از مش بدست آمده در بخش قبل، کانتور دمای Design 3 با کانتور دمای حل انجام شده در بخش صحت سنجی(حالتی که جنس تماما آلومینیوم باشد) مقایسه خواهد شد. همچنین نسبت $\frac{q_f}{q_{f0}}$ برای این حل ۱.۵۷۹۳ خواهد بود که در آن q_{f0} همان گرمای مربوط به حل عددی در صحت‌سنجی است(base design).



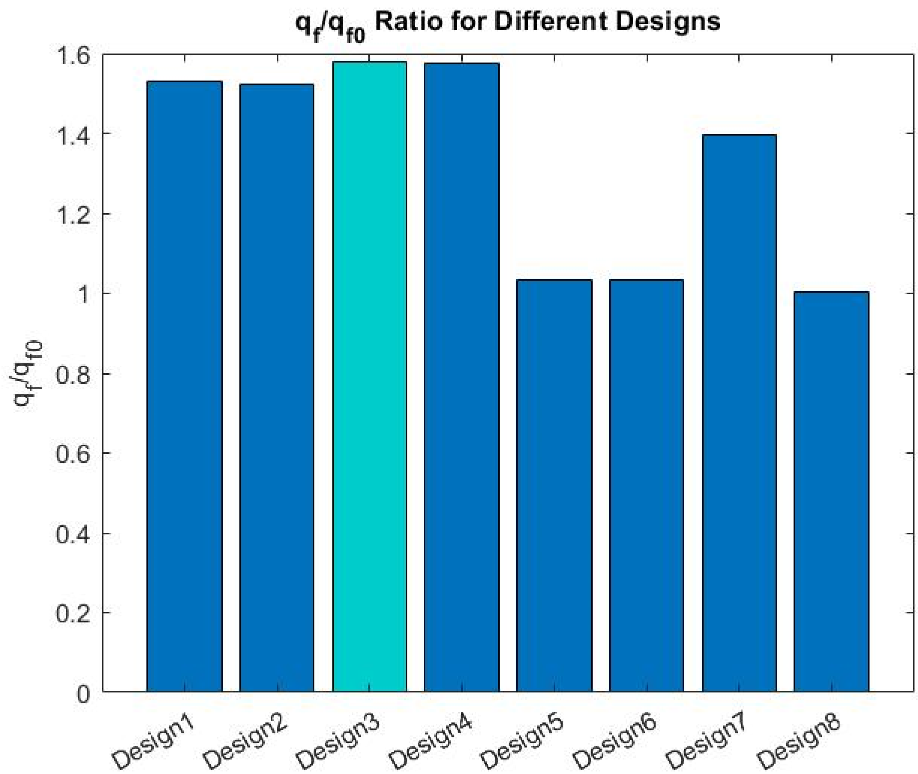
شکل۶-کانتور دمای Design 3 و حالت پایه(تماما آلومینیوم)

همانطور که از شکل مشخص است، در هر x و y مشخص دمای Design 3 از حالت پایه بیشتر است. علت این موضوع این است که انتقال حرارتی که داخل فین اتفاق می‌افتد به صورت رسانش بوده و تابع ضریب هدایت ماده است. در نتیجه در Design 3 به علت وجود فیبر کربن که رسانایی حرارتی آن ۱۰ برابر آلومینیوم است دماهای بیشتری خواهیم داشت و انتقال حرارت بهتر و با نرخ بیشتری انجام می‌گیرد. همچنین شکستگی کمی که در کانتور Design 3 در خط مربوط به دمای 340k ایجاد شده به علت تغییر جنس و تغییر الگوی حرارت می‌باشد(به علت ضخامت کم شکستگی به سختی دیده می‌شود). با توجه به نسبت گرمای بدست آمده نیز می‌توان گفت این حالت نتیجه بهتری نسبت به طراحی پایه خواهد داشت.

مقایسه بقیه طراحی‌ها:

در این قسمت از گزارش، حل عددی برای بقیه طراحی‌ها انجام شده و نسبت $\frac{q_f}{q_{f0}}$ (که در قسمت قبل برای Design 3 بدست آمد) در شکل ۷ آورده می‌شود. همانطور که از نمودار مشخص است، بهترین طراحی(بیشترین

$\frac{q_f}{q_{f0}}$) مربوط به طراحی حالت شماره ۳ است(کانتور آن در قسمت قبل آورده شد). در حالت‌های ۱ و ۲ نسبت ذکر شده تقریبا برابر هم است. مورد مشترک در این دو طراحی، ضخامت و طول فیبر کربن بوده و صرفا نحوه قرارگیری این فیبر تغییر کرده است. یعنی می‌توان گفت اگر ضخامت و طول لایه فیبر کربن در حالت‌های مختلف برابر باشد نسبت مورد نظر نیز برای آن حالت‌ها تقریبا یکسان خواهد بود. این مورد را می‌توان در طراحی‌های ۳ و ۴ و همچنین طراحی‌های ۵ و ۶ نیز دید. علت اینکه این موضوع در طراحی‌های ۷ و ۸ با وجود برابر بودن ضخامت و طول لایه فیبر دیده نمی‌شود این است که در طراحی ۷ لایه فیبر به پایه فین(که بیشترین دما را داشته و باید انتقال حرارت از آن بهبود بخشیده شود) چسبیده است. در نتیجه می‌توان گفت نتیجه گیری انجام شده در رابطه با لایه‌های فیبر کربن در صورتی درست است که این لایه‌ها در طراحی‌های مورد نظر، از یک x شروع شوند(x نسبت به پایه فین سنجیده شود).



شکل۷-نمودار نسبت گرما به گرمای حالت پایه برای همه حالت‌ها

در جدول ۴(صفحه بعد) پارامترهای مهم حل عددی مورد نیاز برای تابع NumericalSolution.m قرار داده شده، آورده شده‌اند. توجه شود که k_a ضریب هدایت آلومینیوم و k_{CNF} ضریب هدایت فیبر کربن است.

جدول ۴ – پارامترهای مهم هر حالت

Case	Conductivity	N_{x1}	N_{y1}
Design 1	$k1=k3=k_a$ $k2=k4=k_{CNF}$	$N_x/2$	$3N_y/4$
Design 2	$k1=k3=k_{CNF}$ $k2=k4=k_a$	$N_x/2$	$N_y/4$
Design 3	$k1=k3=k4=k_a$ $k2=k_{CNF}$	$N_x/2$	$N_y/2$
Design 4	$k1=k_{CNF}$ $k2=k3=k4=k_a$	$N_x/2$	$N_y/2$
Design 5	$k1=k2=k3=k_a$ $k4=k_{CNF}$	$N_x/2$	$N_y/2$
Design 6	$k1=k2=k4=k_a$ $k3=k_{CNF}$	$N_x/2$	$N_y/2$
Design 7	$k1=k2=k_{CNF}$ $k3=k4=k_a$	$N_x/4$	$N_y/2$
Design 8	$k1=k2=k_a$ $k3=k4=k_{CNF}$	$3N_x/4$	$N_y/2$

منابع:

[1] T. L. Bergman, F. P. Incropera, A. S. Lavine, and D. P. DeWitt, *Introduction to heat transfer*, 6 ed.: John Wiley & Sons, 2011.